

## MATHEMATICAL MODEL OF THE PNEUMATIC-SCREW CONVEYOR MECHANISM OPERATION

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ШНЕКОВОГО МЕХАНІЗМУ ПНЕВМОШНЕКОВОГО ТРАНСПОРТЕРА

Ph.D. Hevko R.B.<sup>1)</sup>, Assoc.Prof. Ph.D. Stud. Dzyura V.O.<sup>2)</sup>, Romanovsky R.M.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Ternopil National Economical University, Lvivska str., 11, Ternopil / Ukraine

<sup>2)</sup>Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ruska str., 56, Ternopil / Ukraine

E-mail: volodymyr-dzyura@rambler.ru

**Abstract:** The paper comprises a mathematical model of technological process of dry material transporting by the screw conveyor. The mathematical model developed in the article, presents the movement of material particle of the dry medium in the screw feeder, mounted cantilever with the gap relatively casing. Initial data for building the mathematical model were: screw rotation angle speed, feeder screw diameter, helical line pitch of the feeder screw turn, material part parameters. This model can be used for interpreting the design-kinematic parameters of the pneumatic-mechanic transporter. Graphs of dependence of the angle change deflection and the screw angle speed on the time of the screw turn rotation under vibration processes have been built.

**Keywords:** technological process, mathematic model, dry material, transporting, transporter

#### INTRODUCTION

Screw spiral conveyors as the individual technical part of transporting mechanisms have been widely applied in the component schemes of machines used for loading or transporting of small dry materials owing to their simple design, easy technical maintenance and possibility to load and unload at any stage of technological process of the transporting device operation [1].

General disadvantage of the screw mechanisms operation is not only the fact, that the spiral screw conveyor turns the material along the axis longitudinally, but can rotate and cause the damage of material, which results in the decrease of the mechanisms efficiency [2,3] The highest economic efficiency or the maximum productivity is obtained by the pneumatic-screw conveyor (PSC).

#### MATERIAL AND METHOD

While optimizing the parameters of transporting-technical systems, the operating elements of which are screw mechanisms, at the stage of their design it is worthy building the mathematical model of the technological process of the PSC screw feeder in order to obtain the regularities of operating screw feeder mechanism, which is mounted cantilevered on its support, depending on its main design-kinematic parameters [4].

To analyze and to build the mathematical model of the technological process of the screw feeder operation, let us study the movement of the material particle of the dry medium, which can be treated as the combined material body of mass  $m_c$ , which is on the surface of the spiral turns 1 of the screw 2, which is mounted cantilevered with the gap relatively casing 3, the particle moving along the axis of rotation  $Ox$  with the longitudinal speed  $V_0$  towards the pneumatic system PSC.

**Анотація.** Розроблено математичну модель роботи пневмо шнекового транспортера для транспортування сипких матеріалів з шнеком, який встановлено консольно з зазором відносно кожуха. Вихідними даними для побудови математичної моделі були: кутова швидкість обертання шнека, діаметр шнека живильника, крок гвинтової лінії витків шнека живильника, параметри матеріальної частинки. Дана може бути використана для обґрунтування конструктивно-кінематичних параметрів пневмо шнекового транспортера. Побудовані графіки залежності зміни кута відхилення та кутової швидкості шнека від часу повороту витка шнека при вібраційних процесах та без них.

**Ключові слова:** технологічний процес, математична модель, сипкий матеріал, транспортування, транспортер

#### ПЕРЕДУМОВА

Шнекові гвинтові конвеєри, як окремий технічний елемент транспортних механізмів, знайшли широке використання в компоновальних схемах машин для перенавантаження, або переміщення дрібносипких матеріалів у зв'язку з їх простотою конструкції, нескладністю технічного обслуговування та можливістю завантаження й розвантаження матеріалу в будь-якому місці технологічного процесу роботи транспортного пристрою [1].

Загальним недоліком роботи шнекових механізмів є надання спіральними витками гвинтового конвеєра не тільки поступального осевого переміщення матеріалу, але й обертового руху, що призводить не тільки до пошкодження матеріалу, але і зменшення продуктивності механізмів [2,3] і, як наслідок досягнення найвищої економічної ефективності, або максимальної продуктивності пневмо шнекового транспортера (ПШТ) в цілому.

#### МАТЕРІАЛ І МЕТОДИКА

В процесі оптимізації параметрів транспортно-технічних систем, які мають робочі органи гвинтових механізмів і на стадії їх проектування доцільно спочатку побудувати математичну модель технологічного процесу роботи шнекового живильника ПШТ з метою отримання закономірностей процесу функціонування механізму шнекового живильника, який встановлено консольно на своїй опорі, залежно від його основних конструктивно-кінематичних параметрів [4].

Для аналізу та побудови математичної моделі технологічного процесу роботи шнекового живильника розглянемо рух матеріальної частинки сипкого середовища, яку уявимо як зв'язане матеріальне тіло приведеною масою  $m_c$ , яка знаходиться на поверхні спіральних витків 1 шнека 2, який встановлено консольно з зазором відносно кожуха 3, при цьому частинка рухається вздовж його осі обертання  $Ox$  з поступальною швидкістю  $V_0$  до пневмосистеми ПШТ.

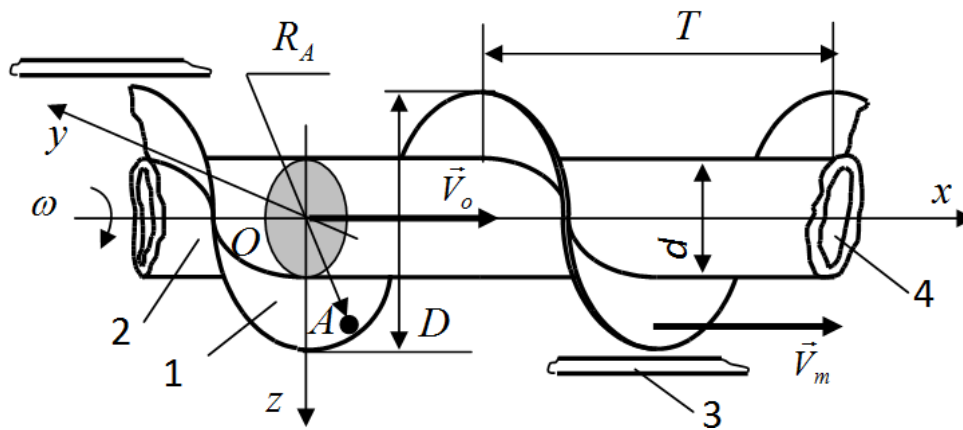


Fig. 1 – Scheme of calculation movement of the dry material particle of mass  $m_c$ :  
 1 – screw turn; 2 – screw; 3 – screw casing; 4 – screw tube

When the particle of the body with mass  $m_c$  starts contacting the surface of the spiral turns of the screw, it slides along the surface of the screw turn and casing, travelling simultaneously along the vector direction of the axis displacement of the conveyor turns  $\vec{V}_m$  towards the vector of longitudinal speed  $\vec{V}_o$ , owing to the rotation of the spiral turns of the screw feeder with the angular speed  $\omega$  during some time. (Fig.1).

In this case we have a complicated movement of the physical body, when the particle takes part in: relative displacement – along the surface of the screw feeder turns with speed  $V_{1c}$ ; transporting displacement together with the turn with the speed  $V_{2c}$  and simultaneously in the horizontal displacement towards the vector  $\vec{V}_m$ .

**RESULTS**

The material body, that is, the particle of the material with mass  $m_k$ , which is on the surface of the screw conveyor turn at the moment  $t=0$  is subject to gravitation  $m_c g$ , reaction force of the turn surface  $N_1$  and casing  $N_2$ , and, correspondingly, to functional drag force  $F_{1m}$  and  $F_{2m}$ , when the material moves along these surfaces. Let us introduce the stable three-dimensional coordinate system  $Oxyz$  (Fig.1), in which the axis  $Ox$  coincides with the rotation axis of the screw feeder, and the axis  $Oy$  is parallel to the horizontal surface.

During the period of time  $t$ , or at the moment of time  $t$  the screw turn will be in the angular rotation  $\varphi(t)$ , the screw angular rotation being expressed in terms of the dependence [5]:

$$\varphi(t) = 2\pi\omega t + \varphi_1 = 2\pi \frac{d\varphi}{dt} + \varphi_1, \tag{1}$$

Where:  $\omega$  - screw angular rotation speed, rad/sec;  
 $\varphi_1 = const$  – initial screw angular rotation at  $t = 0$ , rad.

According to [6], simultaneously with the rotation movement the screw is under the two-dimensional parallel movement in the plane  $zOy$ , which is perpendicular to the rotation axis of the tube 4 of the screw 3, that is, to the screw shaft axis.

When  $x = 0$ , this displacement of the screw can be expressed by the canonical equation of the axis 0 center movement of the screw feeder shaft:

$$[z_0(t); y_0(t); x_0(t)] = [z_0(t); y_0(t); 0], t \geq 0, \tag{2}$$

where  $z_0$  and  $y_0$  according to [5] can be expressed as:

З початком контакту частинки тіла масою  $m_c$  з поверхнею спіральних витків шнека, вона за рахунок обертання спіральних витків шнекового живильника з кутовою швидкістю  $\omega$  за проміжок часу ковзає по поверхні витка шнека і кожуха та одночасно переміщується вздовж напрямку вектора осьового переміщення витків конвеєра  $\vec{V}_m$  у напрямку вектора поступальної швидкості  $\vec{V}_o$  (рис.1).

У цьому випадку маємо складний рух фізичного тіла, коли частинка приймає участь: у відносному – вздовж поверхні витків шнекового живильника з швидкістю  $V_{1c}$ ; у переносному – разом з витком з швидкістю  $V_{2c}$  та одночасно у горизонтальному переміщенні у напрямку вектора  $\vec{V}_m$ .

**РЕЗУЛЬТАТИ**

На матеріальне тіло, тобто частинку матеріалу приведеною масою  $m_k$ , яка знаходиться на поверхні витка шнекового конвеєра у момент часу  $t = 0$ , діє сила тяжіння  $m_c g$ , сили реакції поверхні витка  $N_1$  і кожуха  $N_2$  та, відповідно, сили тертя ковзання  $F_{1m}$  і  $F_{2m}$  при русі коренеплоду по даним поверхням.

Введемо нерухому просторову систему координат  $Oxyz$  (рис.1) у якій вісь  $Ox$  співпадає з віссю обертання шнекового живильника, а вісь  $Oy$  розташована паралельно горизонтальній площині.

За проміжок часу  $t$ , або в момент часу  $t$  виток шнека повернеться на кут повороту  $\varphi(t)$ , при цьому кут повороту шнека виразимо залежністю [5]:

Де:  $\omega$  – кутова швидкість обертання шнека, рад/с;  
 $\varphi_1 = const$  – початковий кут повороту шнека при  $t = 0$ , рад.

Згідно з [6], поряд з обертальним рухом шнек здійснює плоскопаралельний рух в площині  $zOy$  яка перпендикулярна осі обертання труби 4 шнека 3, тобто осі вала шнека.

При  $x = 0$  дане переміщення шнека можливо задати канонічним рівняння руху центру осі  $O$  вала шнекового живильника:

де  $z_0$  і  $y_0$  згідно з [5] можна задати у вигляді:

$$\begin{aligned} z_0(t) &= -f[\varphi_o(t)\cos\varphi_A(t)] + g[\varphi_o(t)\sin\varphi_o(t)] \\ y_0(t) &= -f[\varphi_A(t)\sin\varphi_A(t)] - g[\varphi_A(t)\cos\varphi_o(t)] \end{aligned} \quad (3)$$

The equation of the movement of the particle of the material with the mass  $m_c$  in the stable system of coordinates  $Oxy$ , according to the classic laws of mechanics [7], in the vector form can be expressed as:

$$m_c \ddot{\vec{x}}_i = m_c \vec{a}_c = m_c \frac{d^2 \vec{R}_A}{dt^2} = \vec{G}_{m_c} + \sum_{i=1}^2 \vec{N}_{n_i} + \sum_{i=1}^2 \vec{F}_{m_i}, \quad t > 0. \quad (4)$$

In this case the dependence components (4), that is, angular-momentum radius-vector  $\vec{R}_A$ , particle  $\vec{G}_{m_c}$  force vector, vector value of the total reaction of surfaces  $\sum_{i=1}^2 \vec{N}_i$  and the total frictional drag force  $\sum_{i=1}^2 \vec{F}_{m_i}$  of the particle along the surfaces is determined by:

– momentum vector  $\vec{R}_A$  of the particle location in the plane  $zOy$ , or the combination of the vector and coordinate manner of the particle movement:

$$\vec{R}_A(t) = [x_A(t); y_A(t); z_A(t)] = ix(t) + jy(t) + kz(t) \quad (6)$$

Where:  $i, j, k$  - the cross-cuts of corresponding axis of the coordinate system;

– vector of the particle mass force  $\vec{G}_{m_c}$ :

$$\vec{G}_{m_c} = (m_c g; 0; -m_c g); \quad (7)$$

- vector value of the force reaction  $\vec{N}_i$  of the contacting surface  $P_i$  of the feeder according to [5]:

$$\vec{N}_i = \vec{n}_i \mu_i, \quad (8)$$

where  $\vec{n}_i$  - unit vector, perpendicular to the plane of the corresponding surface  $P_i$  or unit normal to the surface  $P_i$ ,  $i = 1, 2$ ;

$\mu_i$  - corresponding plane sticking reaction:

– vector value of the particle frictional drag force on the  $P_i$  surface

$$\vec{F}_{m_i} = -f_i m_c \vec{a}_{c_i} = -f_i |\vec{N}_i| \left( \frac{d\vec{R}_A}{dt} - \vec{V}_i \right) / \left| \frac{d\vec{R}_A}{dt} - \vec{V}_i \right| = -f_i |\vec{N}_i| \left( \frac{d\vec{R}_A}{dt} - \vec{V}_i \right) / \left| \frac{d\vec{R}_A}{dt} - \vec{V}_i \right|, \quad (9)$$

Where:  $f_i$  - frictional drag coefficient  $P_i$  of the surface;  $V_i$  - movement speed  $P_i$  of the surface in the point  $\vec{R}_A(t)$  at the moment of time  $t$ .

If the screw feeder is mounted under angle  $\alpha$  to the horizon, then the projection of the vector of the particle gravitation of the mass  $m_c$  of the dry medium on the coordinate axis will look like:

$$\vec{G}_{m_c} = (m_c g \cos\alpha; 0; -m_c g \sin\alpha) \quad (10)$$

Solution of the task is reduced to finding the sticking reaction  $\mu_i$  of the corresponding plane  $P_i$  of the surface, or in our case for finding  $\mu_1$  and  $\mu_2$  - correspondingly, sticking reaction of the screw turn surface and the feeder casing surface.

Рівняння руху частинки матеріалу приведеною масою  $m_c$  у нерухомій системі координат  $Oxy$  згідно з класичними законами механіки [7] у векторній формі запишеться у наступному вигляді:

При цьому складові залежності (4), тобто біжучий радіус-вектор  $\vec{R}_A$ , векторний запис сили ваги частинки  $\vec{G}_{m_c}$ , векторне значення сумарної реакція поверхонь  $\sum_{i=1}^2 \vec{N}_i$  і сумарної сили тертя ковзання  $\sum_{i=1}^2 \vec{F}_{m_i}$  частинки по поверхнях визначаються:

- біжучий вектор  $\vec{R}_A$  положення частинки в площині  $zOy$ , або зв'язок векторного і координатного способу руху частинки:

де  $i, j, k$  – орти відповідних осей системи координат;

- векторний запис сили ваги  $\vec{G}_{m_c}$  частинки:

- векторне значення сили реакції  $\vec{N}_i$  контактуючої поверхні  $P_i$  живильника згідно з [5]:

де  $\vec{n}_i$  – одиничний вектор, перпендикулярний до площини відповідної поверхні  $P_i$  або одинична нормаль до поверхні  $P_i$ ,  $i = 1, 2$ ;

$\mu_i$  – реакція в'язі відповідної площини:

– векторне значення сили тертя ковзання частинки по  $P_i$  поверхні

Де:  $f_i$  – коефіцієнт тертя ковзання  $P_i$  поверхні;

$V_i$  – швидкість руху  $P_i$  поверхні в точці  $\vec{R}_A(t)$  і момент часу  $t$ .

Якщо шнековий живильник встановлено під кутом  $\alpha$  до горизонту, тоді проекції вектора сили тяжіння частинки приведеної маси  $m_c$  сипкого середовища на координатні осі матимуть вигляд:

Рішення задачі зводиться до знаходження реакцій в'язі  $\mu_i$  відповідної площини  $P_i$  поверхні, або в нашому випадку для знаходження  $\mu_1$  та  $\mu_2$  – відповідно, реакції в'язі поверхні витка шнека та поверхні кожуха живильника.

With this purpose let us write the location of unit vectors  $\vec{n}_1$  and  $\vec{n}_2$ , which are perpendicular to the planes of corresponding surfaces of contact of the material particle, having written at first the equation, by which the screw surface and the PSC screw feeder casing surface are presented.

According to [7,8] canonical appearance of the equation of the screw surface  $P_1$ , and casing surface  $P_2$  are presented as relations:

$$\left. \begin{aligned} P_1(0,5D;R;\varphi;x) &\equiv x + \frac{T}{2\pi}(\varphi - \varphi_0) = 0; \\ P_2(x;y;z) &\equiv z^2 + y^2 - 0,25D^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Where:

$D$  – feeder screw diameter, m;  
 $T$  – turns spiral pitch of the screw feeder, m.

Then the location of unit vectors  $\vec{n}_1$  and  $\vec{n}_2$  will be found:

$$\left. \begin{aligned} \vec{n}_1 &= \left( -T \sin \varphi; T \cos \varphi; \frac{\pi D}{c(0,5D)} \right); \\ \vec{n}_2 &= (-\cos \varphi; \sin \varphi; 0) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Where:  $C$  screw parameter is:

Де:

$D$  – діаметр шнека живильника, м;  
 $T$  – крок гвинтової лінії витків шнека живильника, м.

Тоді положення одиничних векторів  $\vec{n}_1$  і  $\vec{n}_2$  будуть визначатися:

де параметр шнека:

$$c(0,5D) = \sqrt{T^2 + \pi^2 D^2} = \pi D \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}$$

$$T = \pi D \operatorname{tg} \beta$$

$\beta$  - angle of pitch of the screw turns, (degree):

Taking into account the canonic equation of the screw rotation (2) and its longitudinal movement we obtained:

$\beta$  – кут підйому гвинтової лінії витків шнека, град.

З врахуванням канонічного рівняння обертання шнека (2) та його поступального руху одержано:

$$\vec{V}_1 = \frac{d}{dt} [0,5D \cos \varphi_o(t); 0,5D \sin \varphi_o(t); 0] + \frac{d}{dt} [z_o(t); y_o(t); 0] \quad (13)$$

or

або

$$\vec{V}_1 = \left( -\pi D \frac{d\varphi}{dt} \cdot y + z'_o(t); y'_o(t) \left( + \pi D \frac{d\varphi}{dt} \cdot z; 0 \right) \right) \quad (14)$$

Then in order to find the sticking reaction of the screw turn surface  $\mu_1$  and the sticking reaction of the feeder casing  $\mu_2$ , let us multiply the written scalar values of corresponding components of the equation (4) by the corresponding values of unit vectors  $\vec{n}_1$  and  $\vec{n}_2$  from the equation (12).

As a result we will obtain:

- provided  $i = 1$ :

Тоді для знаходження реакції в'язі поверхні витка шнека  $\mu_1$  та реакції в'язі поверхні кожуха живильника  $\mu_2$  помножимо записані скалярні значення відповідних складових рівняння (4) на відповідні значення одиничних векторів  $\vec{n}_1$  і  $\vec{n}_2$  з рівняння (12).

В результаті одержимо:

- при умові  $i = 1$ :

$$\begin{aligned} 0 = & -\frac{T}{c(0,5D)} m_c g \cos \alpha \sin \varphi - \frac{\pi D}{c(0,5D)} m_c g \sin \alpha + \mu_1 - \\ & - f_2 \mu_2 \frac{\pi D T}{c(0,5D) |0,5\dot{D}|} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) + f_1 \mu_1 T \frac{[-z'_o(t) \sin \varphi + y'_o(t) \cos \varphi]}{c(0,5D) |0,5\dot{D} - \vec{V}_1|} \end{aligned} \quad (15)$$

or taking into account (14) and the fact, that

або з врахуванням (14) і того, що

$$\dot{D} = \frac{d\dot{D}}{dt}, \quad c(0,5D) = \pi D \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1} = \frac{\pi D}{\cos \beta}$$

$$0 = -m_c g (\cos \alpha \sin \varphi \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta) + \mu_1 - f_2 \mu_2 \frac{\pi D \sin \beta}{\left| \frac{d\bar{D}}{dt} \right|} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) + \quad (16)$$

$$+ f_1 \mu_1 \sin \beta \frac{[-z'_o(t) \sin \varphi + y'_o(t) \cos \varphi]}{\left| 0,5 \frac{d\bar{D}}{dt} - \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - \frac{d}{dt} [z_o] \right|}$$

– provided  $i = 2$ :

- при умові  $i = 2$ :

$$m_c a_c = 0,5 m_c D (\dot{\varphi})^2 = 0,5 D m_c \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \quad (17)$$

$$= -m_c g \cos \alpha \cos \varphi + \mu_2 - \frac{f_1 \mu_1 [z'_o(t) \cos \varphi + y'_o(t) \sin \varphi]}{\left| 0,5 \dot{\bar{D}} - \bar{V}_1 \right|}$$

or taking into account (14) and the fact, that

або з врахуванням (14) і того, що

$$\dot{\bar{D}} = \frac{d\bar{D}}{dt}$$

$$0,5 D m_c \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = -m_c g \cos \alpha \cos \varphi + \mu_1 - \quad (18)$$

$$- \frac{f_1 \mu_2 [z'_o(t) \cos \varphi + y'_o(t) \sin \varphi]}{\left| 0,5 \frac{d\bar{D}}{dt} - \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - \frac{d}{dt} [z_o(t); y_o(t); 0] \right|}$$

Dependencies (17), (18) are the system of equations, solution of which relatively the unknown reactions of sticking of the screw turn surface  $\mu_1$  and the screw feeder casing surface  $\mu_2$  can be expressed as:

Залежності (17), (18) є системою рівнянь, розв'язок якої відносно невідомих реакцій в'язі поверхні витка шнека  $\mu_1$  та поверхні кожуха  $\mu_2$  шнекового живильника має вигляд:

$$m_c g \sin \beta (\cos \alpha \sin \varphi + m_c g \sin \alpha) - f_2 \mu_2 \frac{\pi D \sin \beta}{\left| 0,5 \frac{d\bar{D}}{dt} \right|} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \quad (19)$$

$$\mu_1 = \frac{[-z'_o(t) \sin \varphi + y'_o(t) \cos \varphi]}{1 + f_1 \sin \beta \left| 0,5 \frac{d\bar{D}}{dt} - \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - \frac{d}{dt} [z_o] \right|}$$

$$\mu_2 = m_c \left[ 0,5 D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + g \cos \alpha \cos \varphi \right] + \quad (20)$$

$$+ f_1 \mu_1 \frac{[z'_o(t) \cos \varphi + y'_o(t) \sin \varphi]}{\left| 0,5 \left( \frac{d\bar{D}}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - \frac{d}{dt} [z_o(t); y_o(t); 0] \right|}$$

or, having substituted the value of the sticking reaction of the casing surface  $\mu_2$  from the dependence (2) in the equation (19), we will obtain the dependence for finding the sticking reaction  $\mu_2$  of the screw-feeder turn surface

або підставивши значення реакцій в'язі поверхні кожуха  $\mu_2$  із залежності (20) у рівняння (19) одержимо залежність для визначення реакції в'язі  $\mu_1$  поверхні витка шнека-живильника

$$\mu_1 = m_c \left\{ 0,5 D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 f_2 + g [\cos \alpha \sin \varphi \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta + f_2 \cos \alpha \cos \varphi] \right\}$$

$$\left/ \frac{\left( \frac{d\bar{D}}{dt} \right)}{2\pi D \sin \beta \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)} + \left[ \frac{1}{\left| 0,5 \left( \frac{d\bar{D}}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - \frac{d}{dt} [z_o(t); y_o(t); 0] \right|} \right] \times \quad (21)$$

$$\times f_1 \{ \sin \beta [-z'_o(t) \sin \varphi + y'_o(t) \cos \varphi] \} - f_1 f_2 [z'_o(t) \sin \varphi + y'_o(t) \cos \varphi]$$

Finally, from the equation of the material particle movement of the mass  $m_c$  (4) we will find:

У кінцевому випадку з рівняння руху частинки матеріалу приведеною масою  $m_c$  (4) знаходимо:

$$m_c T \ddot{\varphi} = 2\pi m_c g \sin \alpha - \frac{\mu_1}{c(0,5D)} (2\pi)^2 0,5D - f_2 \mu_2 \frac{T(\dot{\varphi} - 2\pi\omega)}{|0,5\dot{D}|} - f_1 \mu_1 \frac{T(\dot{\varphi} - 2\pi\omega)}{|0,5\dot{D} - \dot{V}_1|}, \quad (22)$$

or

або

$$m_c \pi D t g \beta \left( \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right) = 2\pi (m_c g \sin \alpha - \mu_1 \cos \beta) - 2\pi D (t g \beta - 1) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \times \\ \times \left[ f_2 \mu_2 \left| \frac{d\bar{D}}{dt} \right|^{-1} - f_1 \mu_1 \left( \left| \frac{d\bar{D}}{dt} \right| - 2 \frac{d}{dt} [0,5 \cos \varphi_o(t); 0,5 \sin \varphi_o(t)] - 2 \frac{d}{dt} [z_o(t); y_o(t); 0] \right) \right]^{-1} \quad (23)$$

If the vibration of the cantilever screw-feeder does not occur, then dependencies (20) and (21) are sufficiently simplified. Then we will obtain:

Якщо вібрація консольного шнека-живильника відсутня, тоді залежності (20) і (21) значно спрощуються. При цьому одержимо:

$$\mu_1 = 0,5 m_c f_2 D (\dot{\varphi})^2 \frac{2\pi 0,5D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) T}{c(0,5D) |0,5\dot{D}|} + m_c g \frac{T}{c(0,5D)} \cos \alpha \sin \varphi + \\ + m_c g \frac{2\pi 0,5D}{c(0,5D)} \sin \alpha + m_c f_2 g \frac{2\pi 0,5D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)}{c(0,5D) |0,5\dot{D}|} \cos \alpha \cos \varphi \quad (24)$$

$$\mu_2 = 0,5 m_c D (\dot{\varphi})^2 + m_c g \cos \alpha \cos \varphi, \quad (25)$$

or, after the transformation and simplification of (24), (25), we will obtain:

або після перетворення та спрощення (24), (25) одержимо:

$$\mu_1 = \frac{2\pi m_c f_2 D \sin \beta \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)}{\left| \frac{d\bar{D}}{dt} \right|} \left[ 0,5D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + g \cos \alpha \cos \varphi \right] + \\ + m_c g (\cos \alpha \sin \varphi \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta) \quad (26)$$

$$\mu_2 = 0,5 m_c D \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + m_c g \cos \alpha \cos \varphi \quad (27)$$

Thus, the obtained differential dependencies (20-23), (26), (27) are the mathematical model, which specifies the technological process of the screw feeder operation and can be used for the further interpreting of the construction-kinematic parameters of PSC.

To provide more complete description of the technological process of the PSC screw feeder operation differential dependencies (20), (21), (23) must be supplemented by the given initial conditions:

Таким чином одержані диференціальні залежності (20-23), (26), (27) є математичною моделлю, яка характеризує технологічний процес роботи шнекового живильника та може бути використана для подальшого обґрунтування конструктивно-кінематичних параметрів ПШТ.

Для більш повного опису технологічного процесу роботи шнекового живильника ПШТ диференціальні залежності (20), (21), (23) необхідно доповнити заданими початковими умовами:

$$\varphi(0) = \varphi_o; \dot{\varphi}(0) = d\varphi/dt = \varphi_1, \quad (28)$$

But it must be noted, that the mathematical model (20-23) is correct only if  $\mu_i > 0$ . If this condition is not provided and  $\mu_i < 0$ , then the material particle breaks the contact with the surface and equation (4) does not describe correctly the real process of the screw feeder movement.

It should be noted, that dependencies (23), (26) and (27) can have fixed solutions as to the reaction of the corresponding planes sticking  $\mu_{iP}$  and the angular rotation  $\varphi_{P_i}$ , which correspond to the points of rest:

при цьому, необхідно зауважити, що математична модель (20-23) адекватна тільки при умові  $\mu_i > 0$ . Якщо дана умова не виконується і  $\mu_i < 0$ , тоді частинка матеріалу втрачає контакт з поверхнею і рівняння (4) вже не адекватно описує реальний процес руху шнекового живильника.

Необхідно також додати, що залежності (23), (26) і (27) можуть мати стаціонарні рішення відносно реакцій в'язі відповідних площин  $\mu_{iP}$  і кута повороту  $\varphi_{P_i}$ , які відповідають точкам спокою:

$$\mu_{1P_i} = \frac{T}{c(0,5D)} m_c g \cos \alpha \sin \varphi_{P_i} + \frac{2\pi 0,5D}{c(0,5D)} m_c g \sin \alpha + 2\pi m_c f_2 g \cos \alpha \cos \varphi_{P_i} 0,5D / c(0,5D) \tag{29}$$

$$\mu_{2P_i} = m_c g \cos \alpha \cos \varphi_{P_i} \tag{30}$$

$$0 = 2\pi m_c g \sin \alpha - \frac{\mu_{1P_i}}{c(0,5D)} (2\pi)^2 0,5D + 2\pi f_2 \mu_{2P_i} + 2\pi f_2 \mu_{2P_i} T / c(0,5D) \tag{31}$$

or after the transformation and simplification (24), (25) we will obtain:

або після перетворення та спрощення (24), (25) одержимо:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{1P_i} &= m_c g (\cos \alpha \sin \varphi_{P_i} \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta + f_2 \cos \alpha \cos \varphi_{P_i} \cos \beta); \\ \mu_{2P_i} &= m_c g \cos \alpha \cos \varphi_{P_i}; \\ m_c g - \mu_{1P_i} \cos \beta + f_2 \mu_{2P_i} \sin \beta &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{29}$$

To find  $\varphi_{P_i}$  from the system of equations (29)  $\mu_{iP_i}$  will be excluded.

Для визначення  $\varphi_{P_i}$  із системи рівнянь (29) виключимо  $\mu_{iP_i}$ .

$$\cos \varphi_{P_i} (1 + \operatorname{ctg} \varphi_{P_i} \{ \operatorname{ctg} \beta + [\pi D \sin \beta (f_2 \sin \beta - \cos \beta)]^{-1} \}) = \{ \operatorname{ctg} \beta - [\pi D \sin \beta (f_2 \sin \beta - \cos \beta)]^{-1} \} \tag{30}$$

In this case, when  $\mu_{P_i} > 0$  the set of the acceptable parameters of the model can be defined, because of its correctness and stability of the fixed solutions of the vibration-free process of the screw feeder operation.

Numerical investigation of the mathematic model (20), (21), (23), (28) was carried out in the mathematic package of the applied software for PC, as the result of change  $\dot{\varphi}(t) = \psi(t)$  the dependence (23) being reduced to the system of differential equations of the first degree.

In Fig.2 and Fig.3 typical graphs of the equation system solution behavior (20), (21), (23), (28) or the dependence of the change of the deflection  $\varphi(t)$  and the angular speed of the screw  $\omega(t)$  on the time of the screw turn rotation, taking into account the vibration processes, which appear during the PSC screw feeder operation, are presented.

У цьому випадку при умові  $\mu_{P_i} > 0$  можна виділити множину допустимих параметрів моделі, виходячи з точки зору її адекватності і стійкості стаціонарних рішень безвібраційного процесу роботи шнекового живильника.

Числове дослідження математичної моделі (20), (21), (23), (28) проводили в математичному пакеті прикладної програми для ПК, при цьому в результаті заміни  $\dot{\varphi}(t) = \psi(t)$  залежність (23) приводилася до системи диференціальних рівнянь першого порядку.

На рис. 2 і рис. 3 наведено типові графіки поведінки рішення системи рівнянь (20), (21), (23), (28), або залежність зміни кута відхилення  $\varphi(t)$  та кутової швидкості шнека  $\omega(t)$  від часу повороту витка шнека з врахуванням вібраційний процесів, які виникають під час роботи шнекового живильника ПШТ.

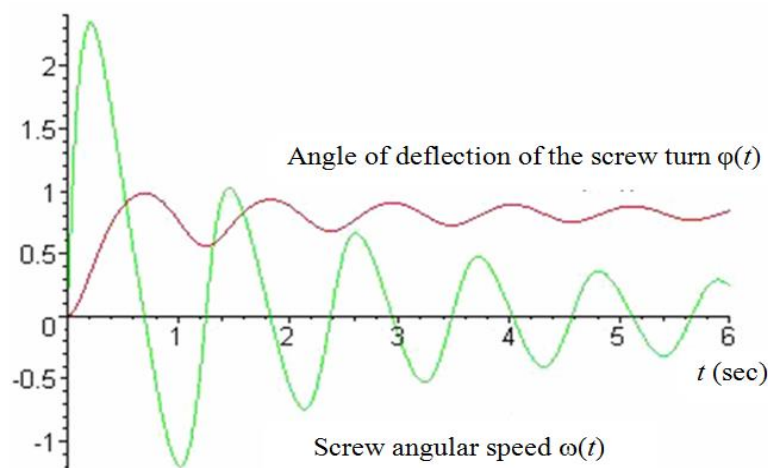


Fig. 2 - Dependence of the angle of deflection and the screw angular speed change on the time of the screw turn rotation

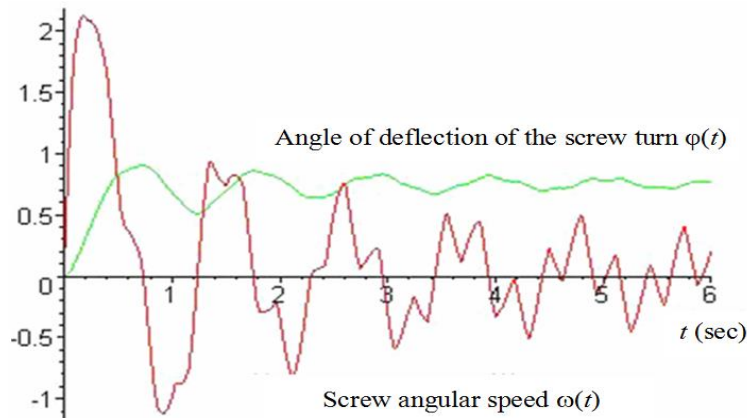


Fig. 3 - Dependence of the angle of deflection and the screw angular speed change on the time of the screw turn rotation under vibration.

Analysis of the graphic dependencies testifies the effect of the increased vibration amplitudes on the system solutions, which are presented in Fig.3 compared with those in Fig.2.

In Fig.4 some integrated results of numerical calculations of possible options of the system behavior are presented.

Аналіз графічних залежностей показує вплив на рішення системи збільшених амплітуд вібрацій коливного процесу, які наведено на рис. 3 в порівнянні з рис. 2.

На рис. 4 приведені деякі інтегровані висновки числових розрахунків можливих варіантів поведінки системи.

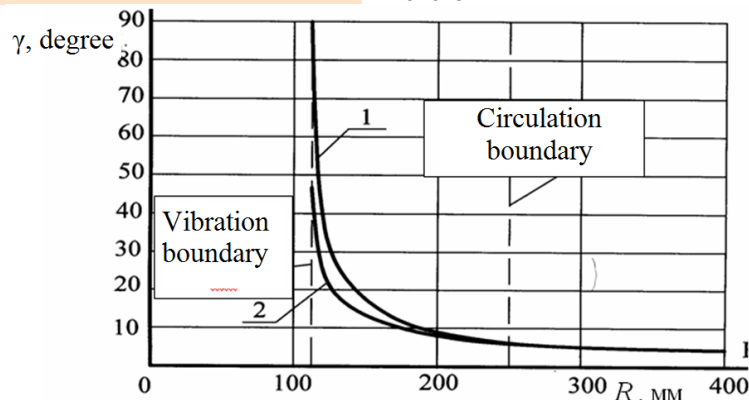


Fig. 4 - Dependence of the angle of deflection of the material particle on the screw radius at  $T=0,66$  m;  $\alpha = \pi/36$ ;  $\omega = 0,68$ ;  $f_1 = f_2 = 0,3$   
1 – amplitude value; 2 – fixed value

## CONCLUSIONS

The obtained differential dependencies (20-23), (26), (27) can be treated as the mathematical model, which specifies the technological process of the screw feeder operation and can be used for the further interpreting of the construction-kinematic parameters of the pneumatic-screw conveyer.

## REFERENCES

- [1]. Gevko B.M., Danil'chenko M.G., Rogatins'kij R.M., (1993) - *Mechanisms of helical devices*, L'viv: Svit, p. 208;
- [2]. Gevko R.B., Vitrovij A.O., (2012) - *Improving the technical level of flexible screw conveyors*, Ternopil: Aston, pg. 209;
- [3]. Rogatins'kij R., Gevko I., Rogatins'ka L., (2013) - *Optimization of parameters screw transport and technological systems*, Visnik TNTU, Tom 69. No.1. pg. 116–125;
- [4]. Hevko R., Dzyura V., Romanovsky R., (2006) - *Screw pneumo-mechanic transporter*, Patent №44544, IPC-G65B 53/00, Applicant and owner of the patent: Ternopil National Economical University.- № u200903515; Applied 13.04.2009; published 12.10.2009, Bulletin № 19, p.3.

## ВИСНОВКИ

Одержані диференціальні залежності (20-23), (26), (27) є математичною моделлю, яка характеризує технологічний процес роботи шнекового живильника та може бути використана для подальшого обґрунтування конструктивно-кінематичних параметрів пневмо шнекового транспортера.

## БІБЛІОГРАФІЯ

- [1]. Гевко Б.М., Данильченко М.Г., Рогатинський Р.М., (1993) - *Механізми з гвинтовими пристроями*, Львів : Світ, 208 с;
- [2]. Гевко Р.Б., Вітровий А.О., (2012) - *Підвищення технічного рівня гнучких гвинтових конвеєрів*, Тернопіль: Астон, 209 с;
- [3]. Рогатинський Р., Гевко І., Рогатинська Л., (2013) - *Оптимізація параметрів гвинтових транспортно-технологічних систем*, Вісник ТНТУ, № 1 (69), С. 116–125;
- [4]. Гевко Р.Б., Дзюра В.О., Романовський Р.М., (2006) - *Шнековий пневмомеханічний транспортер*, Пат. №44544, МПК G65B 53/00, Заявник і власник патенту Тернопільський національний економічний університет.- № u200903515; заявл. 13.04.2009р., Опубл. 12.10.2009. Бюл. №19, 3с.