

Мартинюк В. П.,

кандидат економічних наук, доцент,

докторант кафедри податків та фіскальної політики

Тернопільського національного економічного університету

ПРОГНОЗУВАННЯ НАДХОДЖЕННЯ ПОДАТКОВИХ ПЛАТЕЖІВ ДО ДЕРЖАВНОГО БЮДЖЕТУ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИКОРИСТАННЯ ARIMA-МОДЕЛІ

Обґрунтовано необхідність застосування сучасних економіко-математичних методів та моделей з метою прогнозування надходження податкових платежів до державного бюджету. Висвітлено можливості та переваги використання ARIMA-моделі в процесі прогнозування майбутніх розмірів доходів держбюджету від податкових платежів.

Ключові слова: податки, державний бюджет, доходи бюджету, ARIMA-модель.

Прогнозування бюджетних надходжень від податкових платежів є одним з найважливіших і водночас найбільш проблемних етапів управління фінансовою системою держави. Це пов'язано як із певною складністю, браком кваліфікованих спеціалістів з цього питання, так і з відсутністю у вітчизняній фінансовій науці відповідних наукових напрацювань.

Сучасні фахівці у галузі фінансів у своєму доробку вже мають фундаментальні дослідження з питань планування і прогнозування фінансових надходжень. Зокрема, загальним проблемам фінансового планування присвячено праці українських науковців О. Г. Білої¹, Н. І. Костіної², С. І. Юрія³ та російських учених Д. А. Корнілова⁴, А. А. Папіна⁵. Дослідження А. Я. Кізими⁶, А. І. Крисоватого⁷, авторського колективу Науково-дослідного інституту фінансового права Національного університету Державної подат-

¹ Біла О. Г. Фінансове планування і прогнозування : навч. посіб. / О. Г. Біла. – Л. : Компакт-ЛВ, 2005. – 312 с.

² Костіна Н. І. Фінансове прогнозування: методи та моделі : навч. посіб. / Н. І. Костіна, А. А. Алексєєв, О. Д. Василик. – К. : Знання, 1997. – 183 с.

³ Юрій С. І. Державний бюджет України : навч. посіб. / С. І. Юрій. – Т. : ТОВ ЦМДС, 1998. – 277 с.

⁴ Корнілов Д. А. Стратегическое планирование и экономическое прогнозирование : моногр. / Д. А. Корнілов. – Н. Новгород : Нижегород. гос. техн. ун-т, 2006. – 215 с.

⁵ Папин А. А. Системный подход к прогнозированию энергетических рынков / А. А. Папин. – Апатиты : КНЦ РАН, 1995. – 159 с.

⁶ Кізима А. Я. Планування та прогнозування податкових надходжень : навч. посіб. / А. Я. Кізима. – Т. : Воля, 2005. – 248 с.

⁷ Крисоватий А. І. Теоретико-організаційні домінанти та практика реалізації податкової політики в Україні : моногр. / А. І. Крисоватий. – Т. : Карт-бланш, 2005. – 371 с.; Крисоватий А. І. Податковий менеджмент : навч. посіб. / А. І. Крисоватий, А. Я. Кізима. – Т. : Карт-бланш, 2004. – 304 с.

кової служби України за редакцією В. П. Николаєва⁸ присвячено дослідженню теоретичних, методико-організаційних та практичних аспектів процесу планування і прогнозування податкових надходжень.

Метою статті є наукове обґрунтування методології прогнозування надходження податкових платежів до Державного бюджету України. Зокрема, висвітлено питання щодо можливостей передбачення майбутніх розмірів доходів державної казни за допомогою використання ARIMA-моделі.

Для проведення економетричного передбачення надходжень податкових платежів до бюджету використовуємо ARIMA-модель (*Autoregressive Integrated Moving Average*), яка була вперше розроблена і застосована в середині 70-х років ХХ ст. двома американськими вченими — Дж. Боксом і Д. Дженкінсом⁹.

Цей вид моделей відносять до класу лінійних, що добре описують як стаціонарні, так і нестаціонарні часові ряди. Основна відмінність і перевага застосування ARIMA-моделей полягає в тому, що такий підхід дає змогу адекватно відображати модельовані процеси навіть за зміни інституційного оточення моделі. При цьому відповідний динамічний ряд моделюється лише за допомогою його попередніх значень (лагів) та екзогенної випадкової величини.

Сьогодні ARIMA-моделі дуже поширені в практиці прогнозування соціально-економічних явищ і процесів. Виокремлюють основні фактори, які сприяють їх практичному застосуванню¹⁰:

1. Не завжди попередня інформація про можливі взаємозв'язки між динамічними рядами може бути добре обґрунтована. У цьому випадку чисто статистична модель, що зв'язує поточні та попередні значення досліджуваного показника, може використовуватися для короткострокових прогнозів.
2. Інколи з добре відомих структурних моделей економічної теорії можна отримати моделі типу авторегресійних або моделей ковзного середнього, особливо у процесі оцінювання наведеної форми симулятивних систем рівнянь, тобто при вираженні ендогенних змінних структурної моделі через попередньо визначені та екзогенні змінні.

ARIMA-моделі, здебільшого, ґрунтуються на автокореляційній структурі даних. У методології ARIMA не передбачено якоїсь чіткої моделі для прогнозування відповідного часового ряду. Задається лише загальний клас моделей, які описують часовий ряд і дають можливість виразити поточне значення змінної через її попередні значення. Потім алгоритм, підставля-

⁸ Прогнозування податкових надходжень в перехідній економіці: проблеми методології та організації : моногр. / В. П. Бочарніков, К. В. Захаров, М. С. Лаба та ін. ; за ред. В. П. Николаєва. — К. : МП Леся, 2006. — 320 с.

⁹ Box G. E. P. Time Series Analysis: Forecasting and Control / G. E. P. Box, G. M. Jenkins. — 2nd ed. — San Francisco : Holden Day, 1976. — P. 67–72.

¹⁰ Лук'яненко І. Г. Прогнозування податкових надходжень за допомогою моделей корегування помилки / І. Г. Лук'яненко, Ю. О. Городніченко // Фінанси України. — 2001. — № 7. — С. 89–99; Лук'яненко І. Г. Сучасні економетричні методи у фінансах : навч. посіб. / І. Г. Лук'яненко, Ю. О. Городніченко. — К. : Літера ЛТД, 2002. — 352 с.

ючи внутрішні параметри, сам вибирає найбільш придатну модель прогнозування¹¹.

Залежно від аналізованого часового ряду модель $ARIMA(p, d, q)$ трансформується до авторегресійної моделі $AR(p)$, моделі ковзного середнього $MA(q)$ або до змішаної моделі $ARMA(p, q)$. Ієрархія моделей Бокса-Дженкінса може бути представлена таким чином:

$$AR(p) + MA(q) > ARMA(p, q) > ARMA(p, q)(P, Q) > ARIMA(p, q, r)(P, Q, R) > \dots$$

Методологія прогнозування Бокса-Дженкінса відрізняється від більшості методів, оскільки в ній не допускають якоїсь особливої структури даних часових рядів, для яких виконується прогноз. У ній використовують ітеративний підхід до визначення необхідної моделі серед загального класу моделей. Потім вибрана модель порівнюється з історичними даними, щоб перевірити, чи точно вона описує часові ряди. Модель вважається допустимою, якщо залишки, в основному невеликі, розподілені випадково і не містять корисної інформації. Якщо задана модель не відповідає цим критеріям, процес повторюється, але вже з використанням нової, поліпшеної моделі. Така ітераційна процедура повторюється доти, доки не буде знайдено адекватну модель, яка потім використовується з метою прогнозування¹¹.

Загальною авторегресійною моделлю є модель p -го порядку $AR(p)$ ¹²:

$$Y_t = m + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + u_t, \quad (1)$$

де Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-p} – поточне та лагові значення досліджуваного показника; p – кількість лагів у моделі; m – константа; a_1, a_2, \dots, a_p – невідомі параметри, значення яких необхідно оцінити; u_t – випадкова величина (якщо вона є білим шумом¹³, то $AR(p)$ називається чистим авторегресійним процесом p -го порядку).

Використаємо модель ковзного середнього, в якій досліджуваний показник Y є комбінацією константи, поточного та всіх минулих значень випадкової величини, що за припущенням вважається білим шумом¹⁴:

$$E(\varepsilon_i) = 0 \text{ для } \forall i; E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 \text{ для } \forall i; E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ для всіх } i \neq j.$$

¹¹ Преимущества модели ARIMA для краткосрочного прогнозирования поведения ценовых графиков Forex [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://masters.donntu.edu.ua/2007/fvti/karpunova/diss/index.html>.

¹² Лук'яненко І. Г. Економетрика: практикум з використанням комп'ютера / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова. – К. : Знання, 1998. – 220 с.

¹³ Білий шум – стаціонарний шум, спектральні складові якого рівномірно розподілені по всьому діапазону частот. У природі і техніці “чисто” білий шум не трапляється, тому під цю категорію підпадають будь-які шуми, спектральна щільність яких однакова (або майже однакова) у певному діапазоні частот.

¹⁴ Музиченко А. С. Побудова короткострокового прогнозу розвитку агропромислового виробництва (АПВ) з використанням методики Бокса-Дженкінса / А. С. Музиченко, А. В. Невзоров, С. В. Журило та ін. // Збірник наукових праць Уманського державного аграрного університету. – 2009. – Вип. 71. – Ч. 2: Економіка. – С. 48–56.

Загальною моделлю ковзного середнього є модель q -го порядку, тобто $MA(q)$ -процес¹⁴:

$$Y_t = u + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_p \varepsilon_{t-p}, \quad (2)$$

де ε_t – білий шум.

Якщо ε_t є білим шумом, то модель (2) вважається чистим $MA(q)$ -процесом¹⁵.

Комбінація моделей (1) і (2) дає загальну $ARMA(p, q)$ -модель, або змішаний авторегресійний процес з ковзним середнім¹⁶:

$$Y_t = m + a_1 Y_{t-1} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_p \varepsilon_{t-p}.$$

Спочатку перевіримо часовий ряд, який буде використано для прогнозування, на стаціонарність. Стаціонарний часовий ряд у широкому розумінні – це процес, для якого математичне сподівання, дисперсія та автокореляційна (автоковаріаційна) функція не залежить від конкретного періоду часу. При переході від нестационарного ряду до стаціонарного значення параметра d , що визначає порядок різниці, приймається рівним 0 або 1.

Вихідними даними при прогнозуванні є динамічні ряди. У нашому випадку це надходження податкових платежів до Державного бюджету України в 2007–2010 рр. (рис. 1).

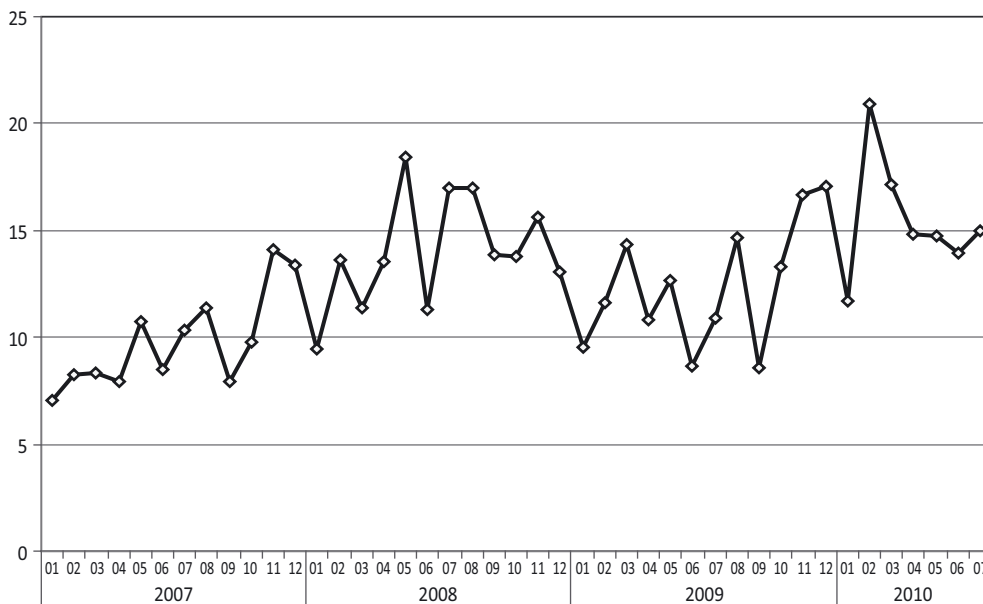


Рис. 1. Податкові надходження до Державного бюджету України, млрд грн

¹⁵ Лук'яненко І. Г. Економетрика: практикум з використанням комп'ютера / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова. – К. : Знання, 1998. – 220 с.

¹⁶ Музиченко А. С. Побудова короткострокового прогнозу розвитку агропромислового виробництва (АПВ) з використанням методики Бокса-Дженкінса / А. С. Музиченко, А. В. Невзоров, С. В. Журило та ін. // Збірник наукових праць Уманського державного аграрного університету. – 2009. – Вип. 71. – Ч. 2: Економіка. – С. 48–56.

Провівши візуальний аналіз часового ряду, бачимо, що він не є стаціонарним. Тому за допомогою спектрального аналізу Фур'є розкладемо цей ряд на тренди¹⁷ (рис. 2). Основною метою аналізу Фур'є є розбивка аналізованого динамічного ряду на синусоїди з різною величиною (довжиною) циклів. Кожен цикл — це частина загального циклу.

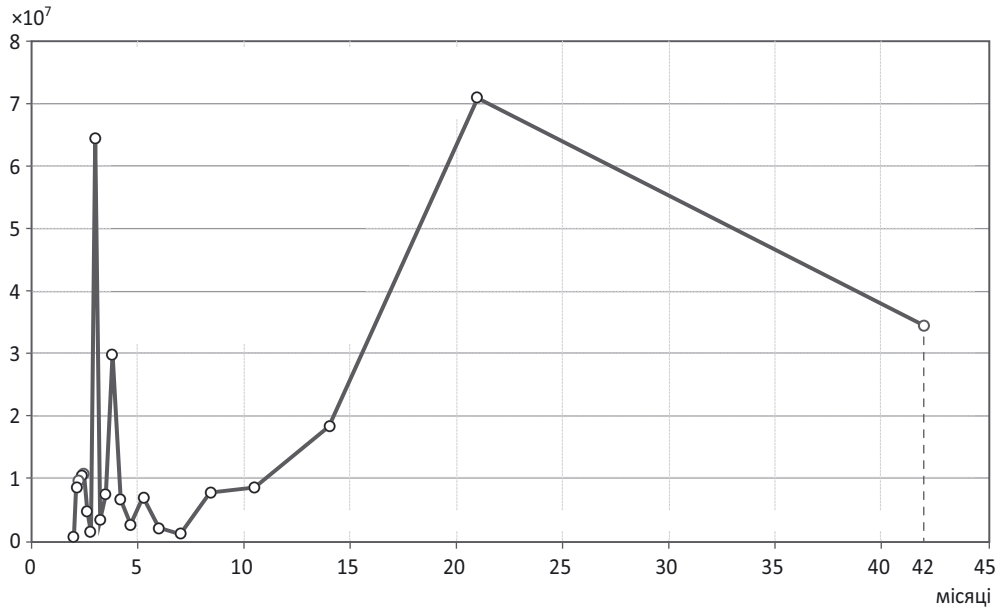


Рис. 2. Спектральний аналіз податкових надходжень до Державного бюджету України

Як бачимо з рис. 2, до сьомого періоду, тобто до липня 2007 р., чіткого тренда в надходженні податкових платежів до держбюджету не спостерігалося. Однак, починаючи з серпня 2007 р. по вересень 2008 р., спостерігався стабільно зростаючий тренд цього показника. Після 23 періоду (жовтень 2008 р.) він змінився у протилежному напрямку. Результати спектрального аналізу дають змогу оптимальніше вибрати розмір лага i , відповідно, отримати позитивні результати прогнозу.

З метою приведення часового ряду до стаціонарного спробуємо його логарифмувати, вибравши часовий лаг у 10 міс. Як бачимо з рис. 3, часовий ряд не є стаціонарним, а дані табл. 1 підтверджують наявність автокореляції¹⁸, що можна вважати позитивним, оскільки це означає, що майбутнє значення змінної залежить від її попередніх значень.

Однак з рис. 4 бачимо наявність білих шумів у першому—третьому періодах, а коефіцієнти автокореляції та часткової автокореляції швидко не згасають. Це вказує на те, що часовий ряд є нестационарним. З огляду на це

¹⁷ Усі розрахунки проведено за допомогою пакета прикладних програм Statistica 8.0.

¹⁸ Автокореляція — це кореляція функції з самою собою, зміщеною на певну величину незалежної змінної. Використовується для знаходження закономірностей у часовому ряді даних, таких як періодичність.

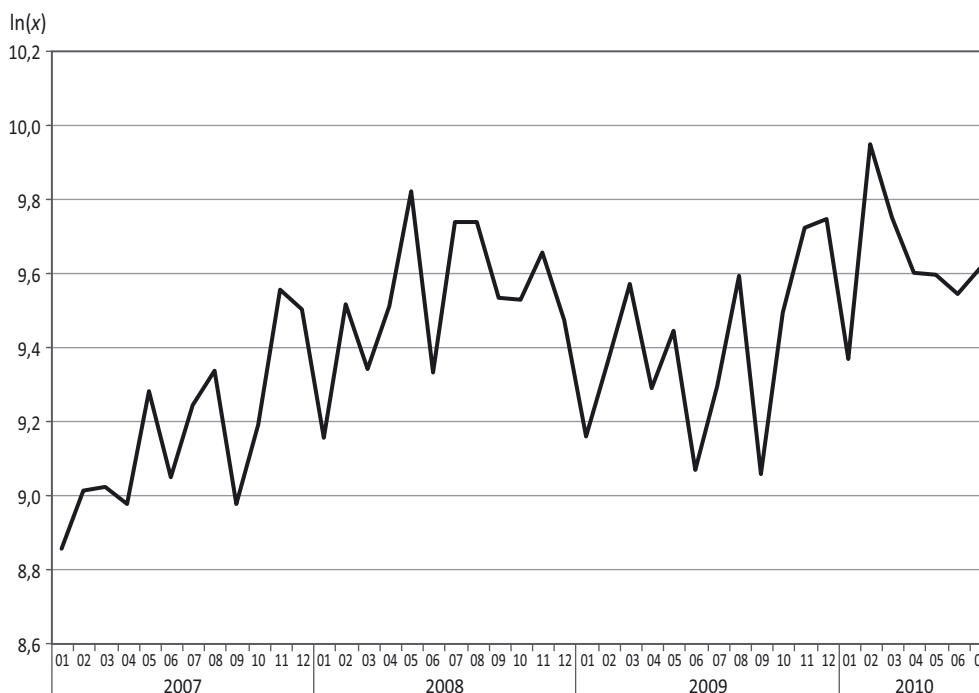


Рис. 3. Графік податкових надходжень до Державного бюджету України після нормування функцією $\ln(x)$

Таблиця 1

Значення автокореляційної функції, стандартної помилки та білих шумів після нормування податкових надходжень до Державного бюджету України функцією $\ln(x)$

Часовий лаг	Значення автокореляції	Стандартна помилка	Q-тест Льюнга-Бокса	Рівень довіри (p -level)
1	0,423532	0,147328	8,26425	0,004046
2	0,361888	0,145563	14,44506	0,000731
3	0,503617	0,143777	26,71440	0,000007
4	0,287240	0,141968	30,80801	0,000003
5	0,188200	0,140137	32,61159	0,000005
6	0,106447	0,138280	33,20417	0,000010
7	0,049121	0,136399	33,33387	0,000023
8	-0,036162	0,134491	33,40616	0,000052
9	-0,032269	0,132556	33,46542	0,000111
10	-0,258940	0,130592	37,39700	0,000049

було продовжено логарифмування за допомогою виразу $\ln(x) - x$, а також здійснено спробу змінити розмір часового лага з 10 до 30 міс. Отримані результати засвідчили, що автокореляційна функція залишилася, а часовий ряд наближається до стаціонарного, однак не є ним.

Для отримання бажаного результату часовий ряд нормовано за допомогою виразу $\ln(x) - \bar{x}_{12}$, що передбачає віднімання середнього значення за 12 міс.,

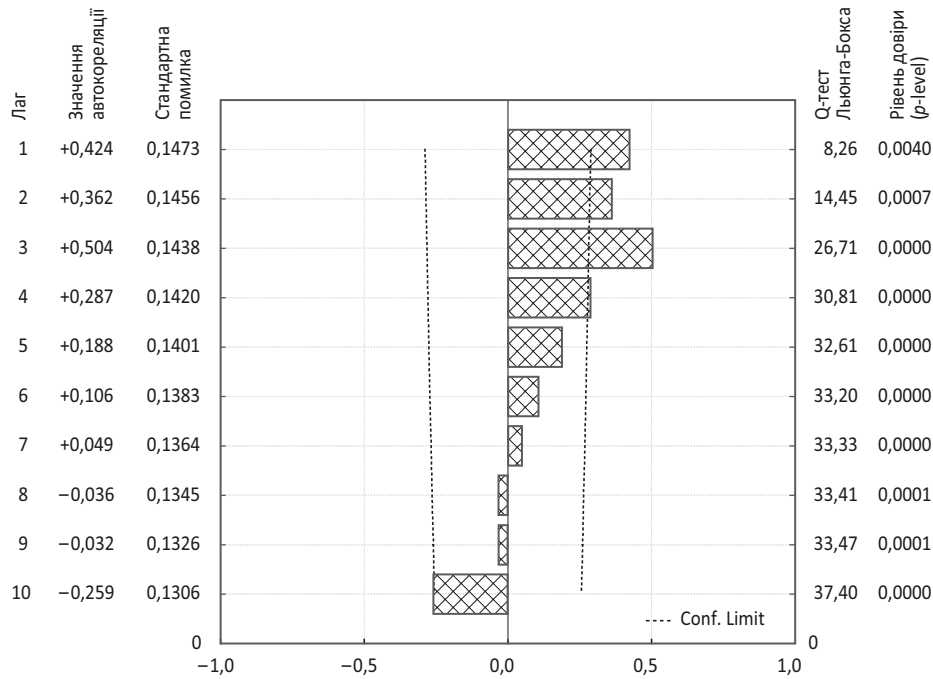


Рис. 4. Корелограма автокореляційної функції, стандартної помилки та білих шумів податкових надходжень до Державного бюджету України після нормування виразом $\ln(x) - \bar{x}_{12}$

в наслідок чого спостерігаємо стаціонарний часовий ряд змінної, представлений на рис. 5.

На наступному етапі дослідження, виходячи з аналізу автокореляційних властивостей трансформованого ряду, було вибрано кілька ARIMA-специ-

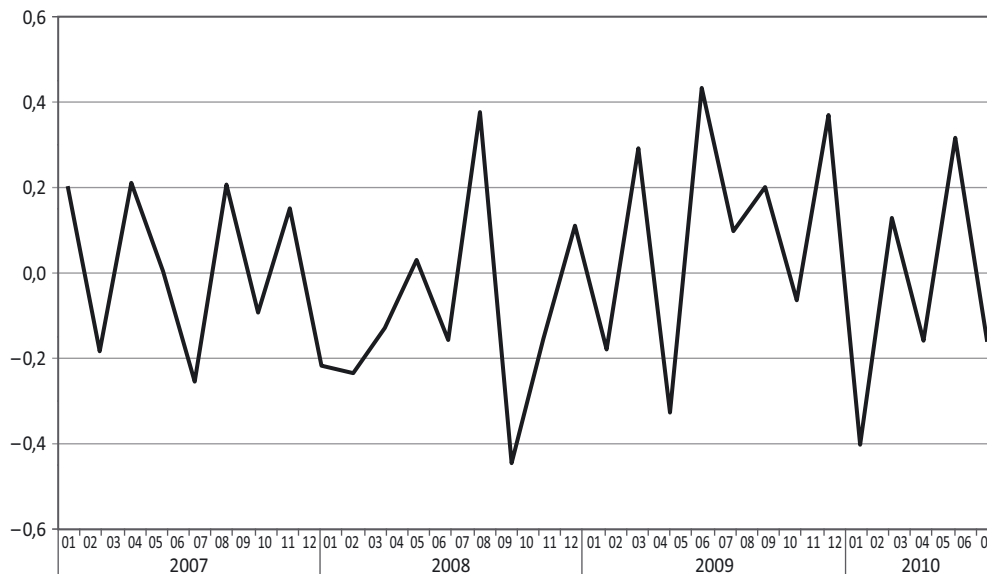


Рис. 5. Графік податкових надходжень до Державного бюджету України після нормування виразом $\ln(x) - \bar{x}_{12}$

фікацій для визначення найоптимальнішої. Теоретично не існує правила для знаходження ідеального порядку (p) авторегресійного процесу. Та навіть за відсутності теоретично обґрунтованого універсального правила для знаходження ідеальної кількості лагів у моделі застосовуються певні процедури, які з достатньою точністю дають змогу знаходити порядок авторегресійного процесу. Враховуючи усі факти, автор дійшов висновку, що оптимальний порядок AR -складової дорівнює двом (табл. 2).

Таблиця 2

Результати оцінки моделі $AR(2)$

Модель: (0,1,1) (0,1,1); Сезонний лаг: 12						
Показники	Параметри	Стандартна помилка	$t(35)$	Рівень довіри (p -level)	95 % confidence limits	
					lower	upper
$q(1)$	0,746596	0,207102	3,60497	0,000962	0,326157	1,167036
$Qs(1)$	-0,283148	0,218382	-1,29657	0,203264	-0,726487	0,160192

Використаємо параметри отриманої моделі для прогнозування надходження податків та зборів до Державного бюджету України. Для цього, як і в попередніх випадках, застосуємо пакет прикладних програм Statistica 8.0. Результати прогнозування, представлені на рис. 6, виявляють тенденцію до стабілізації розмірів надходжень фінансових ресурсів до державної казни на наступні 12 місяців. Однак їх величина не перевищить 20 млрд грн на місяць. Модель також виявляє оптимістичний і песимістичний сценарії прогнозу, які можуть мати місце в цій економічній ситуації.

На завершальному етапі дослідження перевіримо адекватність отриманої ARIMA-моделі (рис. 7).

Як бачимо з рис. 7, залишки апроксимуються з лінійною функцією, що засвідчує адекватність отриманих параметрів ARIMA-моделі. Проведення

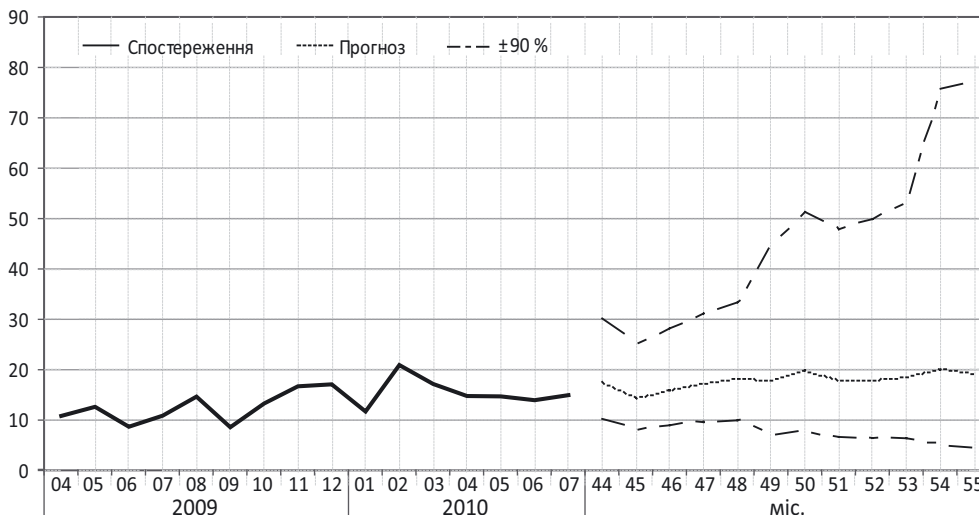


Рис. 6. Прогнозування податкових надходжень до Державного бюджету України на основі ARIMA-моделі (0,1,1), млрд грн

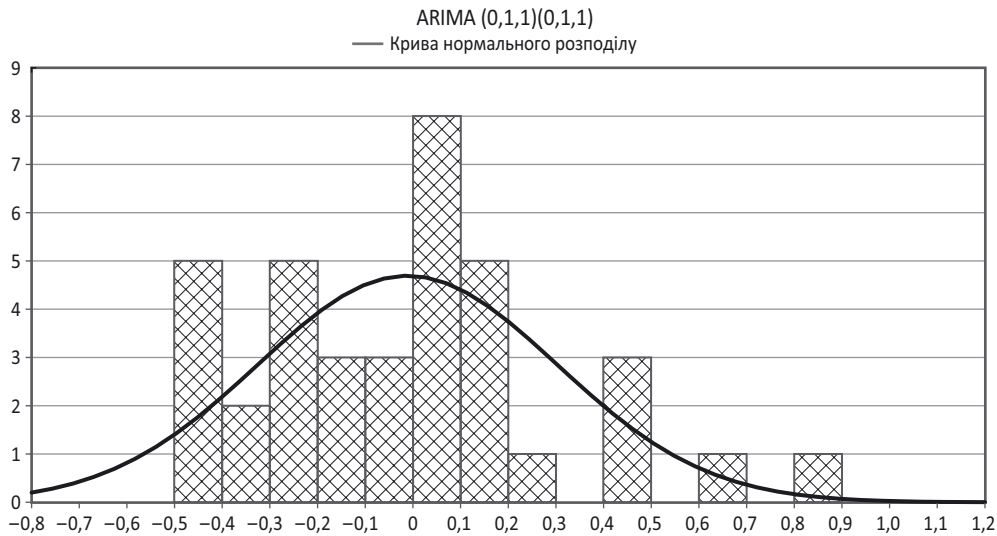


Рис. 7. Гістограма розподілу залишків

експериментів на моделях з параметрами (0.1.0), (0.1.2) не поліпшило ні параметрів адекватності моделі, ні отриманих результатів прогнозування надходження податків і зборів до держбюджету.

На завершення слід зазначити, що застосування моделі ARIMA для прогнозування надходження податкових платежів до Державного бюджету України підтвердило її позитивні прогностичні властивості. Тому доцільно рекомендувати використання цієї методики в практичній роботі митних та податкових органів України, а також Міністерства фінансів України, насамперед у процесі планування надходження податків і зборів до державного бюджету.