

УДК 621.928

Р. Гевко

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ НА РОБОЧИХ ПОВЕРХНЯХ ДИСКОВИХ КОПАЧІВ БУРЯКОЗБИРАЛЬНИХ МАШИН

У статті розроблена модель деформації ґрунту в міждисковому просторі копачів бурякозбиральних машин. Визначені величини та швидкості деформацій. За розподілом деформацій проведена оцінка напружено-деформівного стану ґрунту та розподіл напружень на дисках копачів.

Умовні позначення:

a і v	– координати супутньої системи координат aOv , зв'язаної з ґрунтом;
e_1, e_2, e_3	– координати біжучої системи, нормальні напруження в якій є головними;
X, Y, Z	– координати системи копача;
x, y, z	– координати декартової системи координат, зв'язаної із супутньою системою (ґрунтом);
$\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\varepsilon}_z, \dot{\gamma}_{xy}$	– швидкості відповідних деформацій;
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}$	– компоненти тензора деформацій;
G, ν	– модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона для ґрунту;
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{ij}$	– нормальні та дотичні компоненти тензора напружень;
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	– головні нормальні напруження;

Однією із найважливіших задач при проектуванні робочих викопуючих органів є визначення енергосилових параметрів процесу викопування і, відповідно, напружено-деформівного стану ґрунту при взаємодії з поверхнями копачів.

Робочі поверхні дисків копачів розміщені під кутом розхилу 2α один до одного із нахилом β до вертикальної площини та утворюють клиноподібну зону, глибиною H , (рис.1), в якій проходить деформація ґрунту, [1].

У випадках прийняття моделі ґрунту, як ізотропного тіла із опосередкованими фізико-механічними параметрами, умова рівноваги сил, прикладених до виділеного елементарного об'єму, в загальному випадку описується трьома рівняннями рівноваги. Для пасивних копачів, чи копачів з обома привідними дисками задача спрощується і рівняння рівноваги для елемента змінної товщини (рис. 2) при рівномірній деформації набуває вигляду:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_x}{dx} + (\sigma_x - p_z) \frac{1}{t} \frac{dt}{dx} + \frac{d\tau_{xy}}{dy} + \frac{\tau_{xy}}{t} \frac{dt}{dy} \pm \frac{2\tau_x}{t} = 0; \\ \frac{d\sigma_y}{dy} + (\sigma_y - p_z) \frac{1}{t} \frac{dt}{dy} + \frac{d\tau_{xy}}{dx} + \frac{\tau_{xy}}{t} \frac{dt}{dx} \pm \frac{2\tau_y}{t} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де $t=t_{xy}$ - біжуча довжина виділеного шару ґрунту між копачами; p_z – складова контактного напруження по осі Oz ; $p_z = \sigma_1 = \sigma_2$; τ_x, τ_y – дотичні напруження на контактній поверхні.

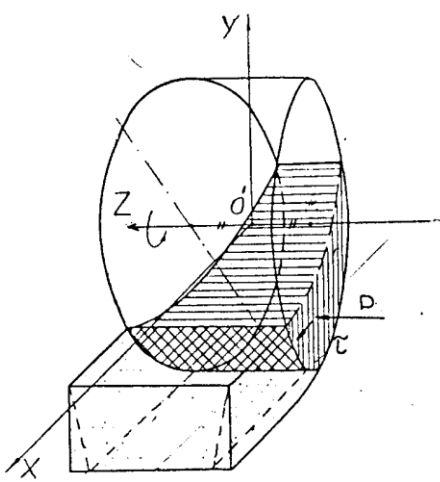


Рис.1. Розрахункова схема взаємодії дискових копачів з ґрунтом

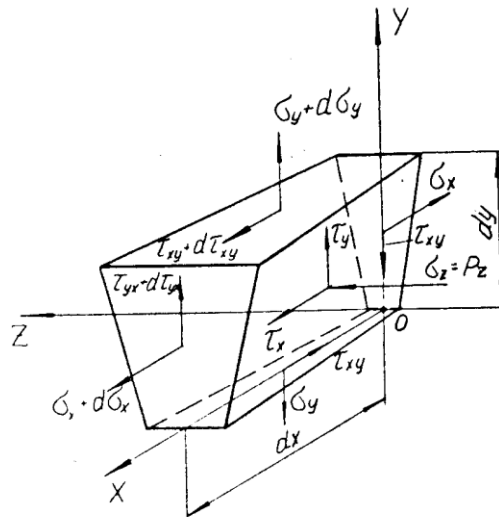


Рис.2. Рівновага елемента ґрунту змінної товщини

Розглянемо процес деформації ґрунту дисковими копачами (рис. 1) у нерухомій системі координат $O'XYZ$, прив'язаній до кронштейна диска та в рухомих - декартовій $Oxyz$ і супутній Oab , зв'язаних з ґрунтом, центр яких в розрахунковий момент співпадає із найнижчим рівнем копачів.

Виділимо елемент ґрунту об'ємом $dV_0 = t_h da \cdot db$ (рис.3), де da та db – відповідно сторони елементарного об'єму до деформації по осях Oa та Ob ; t_h - його початкова товщина; По мірі стиснення об'єм виділеного елемента буде $dV = t_{xy} dx \cdot dy$, зв'язок між dV_0 та dV з врахуванням об'ємної деформації Θ

$$dV = (1 + \Theta)dV_0;$$

чи
$$\frac{dx}{da} \cdot \frac{dy}{db} \cdot \frac{t_{xy}}{t_h} = 1 + \Theta \quad (2)$$

Товщина шару ґрунту між дисками визначається за залежністю [3]:

$$t_{xy} = |2z| = 2X \cdot tg\alpha + \frac{Y \cdot td\beta}{\cos\alpha} = t_0 \left(1 + \frac{x}{l} + \frac{y \cdot tg\beta}{l \cdot \sin\alpha} \right), \quad (3)$$

де l – віддаль між початком системи координат $O'XYZ$ та $Oxyz$; t_0 – товщина шару в т. О.

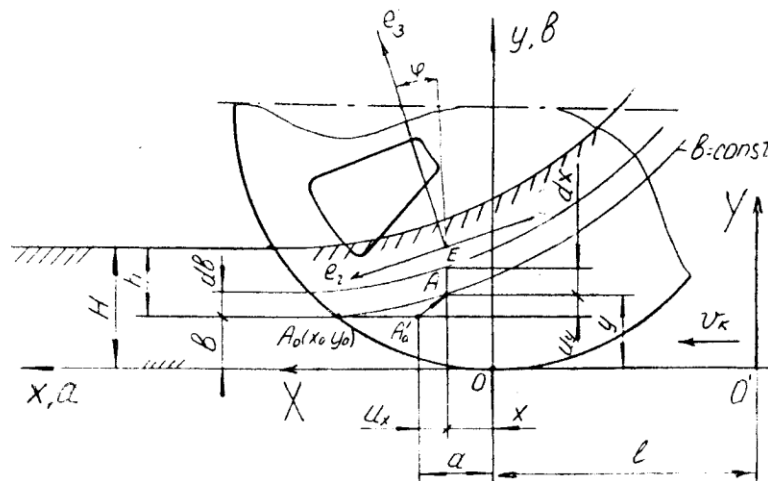


Рис.3. Схема до визначення деформацій. Початкова товщина вирізаного шару

$$t_h = t_0 \left(1 + \frac{x_0}{l} + \frac{y_0 \cdot \operatorname{tg} \beta}{l \cdot \sin \alpha} \right) = t_0 \left(1 + \frac{\sqrt{2Rb}}{l} + \frac{b \operatorname{tg} \beta}{l \sin \alpha} \right), \quad (4)$$

де x_0 та y_0 координати початку зони деформації для шару глибиною $h = H - b$, $x_0 = a_0 = \sqrt{2Rb}$; $y_0 = b_0 = b$.

Враховуючи лінійний характер зміни товщини t_{xy} , апроксимуємо видовження елементарного об'єму $\lambda = dx/da$ лінійною залежністю

$$\frac{dx}{da} = 1 + k \cdot x_0 - k \cdot x, \quad (5)$$

де k – коефіцієнт, що визначає ступінь видовження.

У загальному випадку коефіцієнт k може змінюватись по глибині пласту, що враховуємо функцією

$$k = c(\delta - b), \quad (6)$$

де C та δ - параметри моделі.

Розв'язуючи диференціальне рівняння (5) при крайніх значеннях $a_0 = x_0 = \sqrt{2rb}$ отримуємо залежність $x = x(a)$

$$x = \frac{1 + kx_0 - e^{k(x_0-a)}}{k}. \quad (7)$$

Біжуче видовження $\lambda = \lambda(a)$ виділеного об'єму

$$\lambda = \frac{dx}{da} = e^{k(x_0-a)}; \quad (8)$$

Його розширення (звуження) $\beta = dy/db$ згідно (2)

$$\beta = \frac{dy}{db} = (1 + \Theta) \frac{t_h}{t_{xy}} e^{-k(x_0-a)}. \quad (9)$$

Визначимо складові кутових переміщень dx/db та dy/da

$$\frac{dx}{db} = \frac{R}{x_0} [1 - e^{k(x_0-a)}] - \frac{c}{k^2} [1 - k(x_0 - a)] e^{k(x_0-a)}. \quad (10)$$

У випадку $k = \text{const}$, із (7)

$$\frac{dx}{db} = \frac{R}{x_0} [1 - e^{k(x_0-a)}]. \quad (11)$$

Із сумісного розв'язку рівнянь $\frac{dy}{da} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{da}$ та $\frac{dy}{db} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{db}$

$$\frac{dy}{da} = \frac{t_h \cdot x_0 (1 + \Theta)}{t_{xy} R [1 - e^{k(x_0-a)}]}. \quad (12)$$

Траєкторія довільної точки ґрунту в процесі вирізування пласту визначається із диференціального рівняння

$$\frac{dy}{dx} = (1 + \Theta) t_h x_0 / (t_{xy} \cdot R \cdot e^{k(x_0-a)} [1 - e^{k(x_0-a)}]). \quad (13)$$

Переходячи від супутньої системи координат Oav до декартової Oxu маємо

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \Theta) x_0 t_h}{k R t_{xy} (x_0 - x) [1 - k(x_0 - x)]}. \quad (14)$$

Враховуючи те, що кути α і β малі ($\alpha = 9^{\circ}45'$; $\beta = 7^{\circ}$) із (3), (4) відношення

$$\frac{t_h}{t_{xy}} = \frac{\left(1 + \frac{x_0}{l}\right) \left(1 + \frac{y_0 \operatorname{tg} \beta}{l \sin \alpha}\right)}{\left(1 + \frac{x}{l}\right) \left(1 + \frac{y \operatorname{tg} \beta}{l \sin \alpha}\right)}. \quad (15)$$

Тоді траекторія руху довільної частинки ґрунту і, відповідно, коренеплоду системі координат $Oxuz$ буде визначатись із рівняння

$$\int \frac{y + \frac{l \cos \alpha}{\operatorname{tg} \beta}}{y_0 + \frac{l \cos \alpha}{\operatorname{tg} \beta}} dy = \int \frac{(1 + \theta)x_0 \left(\frac{l}{\operatorname{tg} \alpha} + x_0\right) dx}{kR(x_0 - x)[1 - k(x_0 - x)] \left(\frac{l}{\operatorname{tg} \alpha} + x\right)} + C. \quad (16)$$

Побудована деформаційна модель дозволяє визначити компоненти деформацій в довільній точці зони стиснення

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial a} = \frac{\partial x}{\partial a} - 1; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial b} = \frac{\partial y}{\partial b} - 1; \quad \varepsilon_z = \frac{t_{xy}}{t_h} - 1; \quad (17)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial x}{\partial b} - 2,$$

де u_x та u_y – компоненти переміщення довільної точки A .

Відповідно зв'язок деформацій за (17) із напруженнями, що входять в рівняння рівноваги (1) для випадку пружної реологічної моделі Гука

$$\sigma_i = 2G \left(\varepsilon_i + \frac{\nu \Theta}{1 - \nu} \right); \quad \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}, \quad (18)$$

Для випадку розглядуваної моделі і великих переміщень більш доцільно замість (17) використовувати логарифмічні (істинні) деформації:

$$\varepsilon_i = \ln(\partial x_i / \partial a_i).$$

Тоді

$$\varepsilon_x = k(x_0 - a); \quad \varepsilon_y = \Theta - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{l}(x - x_0) - \frac{\operatorname{tg} \beta}{l \cdot \cos \alpha}(y - y_0) - k(x_0 - a);$$

$$\varepsilon_z = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{l}(x - x_0) + \frac{\operatorname{tg} \beta}{l \cdot \cos \alpha}(y - y_0). \quad (19)$$

Розподіл напружень по зоні деформацій визначається із спільного розв'язку (1), (17) та (18) числовими методами.

При викопуванні буряків пасивними копачами перед дисками ґрунт ущільнюється і в міждисковому просторі більш прийнятна модель Мізеса, для якої існує зв'язок між напруженнями та швидкостями деформації:

$$\frac{p - \sigma_x}{\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_x} = \frac{p - \sigma_y}{\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_y} = \frac{2\tau_{xy}}{\dot{\gamma}_{xy}}. \quad (20)$$

При швидкості руху копачів відносно ґрунту u_k зв'язок системи координат Oab із нерухомою системою $O'XYZ$

$$a = l - v_k t, \quad \text{звідки} \quad \frac{da}{dt} = -v_k.$$

Враховуючи лінійний зв'язок параметра a з часом, швидкості деформацій будуть відповідно:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_x &= -v_k \frac{\partial^2 x}{\partial a^2} = v_k k e^{k(x_o-a)}; \\ \dot{\varepsilon}_y &= -v_k \frac{\partial^2 y}{\partial a \partial b} = \left(v_k k + \frac{t_h}{t_{xy}} \dot{\varepsilon}_z \right) \frac{t_h}{t_{xy}} e^{-k(x_o-a)}; \\ \dot{\varepsilon}_z &= -v_k \frac{\partial(t_{xy}/t_h)}{\partial a} = \frac{-v_k}{t_h} \left(e^{k(x_o-a)} \frac{1}{l} + \frac{t_h x_o (1 + \Theta)}{t_{xy} R (1 - e^{k(x_o-a)})} \cdot \frac{tg\beta}{l \cdot \sin \alpha} \right); \\ \dot{\gamma}_{xy} &= -v_k \left[\frac{kR}{x_o} e^{k(x_o-a)} - \frac{t_h x_o k e^{k(x_o-a)}}{t_{xy} R (1 - e^{k(x_o-a)})} \right].\end{aligned}\tag{21}$$

Побудована деформаційна модель ґрунту дозволяє проводити її ефективну перевірку експериментальним шляхом. Так задаючи перемінними a та b супутньої системи координат дискретні значення, що відповідають параметрам координатної сітки a_n та b_n за залежностями (11), (13), (18) можна отримати аналітичний опис її спотворень, та зобразити це графічно і порівняти з результатами експерименту.

Вибір параметрів моделі k , c , δ . дозволяє за експериментальними даними уточнити побудовану модель деформації ґрунту, на основі якої з використанням залежностей (1) та (20) числовими методами отримують розподіл напружень по поверхні дисків.

Для попередньої оцінки розподілу контактних напружень і характеру їх зміни по поверхні дисків розглянемо систему координат $E e_1 e_2 e_3$, в якій нормальні напруження є головними ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Для копачів, у яких обидва диски обертаються із однаковою кутовою швидкістю ω , вісь $E e_1$ співпадає з віссю Oz , а осі $E e_2$ та $E e_3$ утворюються поворотом осей Ox та Oy на кут φ (кут між біжучими нормальними напруженнями σ_x, σ_y та відповідно головними σ_2, σ_3).

$$\sin 2\varphi = \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} = \frac{\dot{\gamma}_{xy}}{\sqrt{(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)^2 + \dot{\gamma}_{xy}^2}}.\tag{22}$$

Відповідно в системі координат $E e_1 e_2 e_3$, що проходить через довільну точку E рівняння рівноваги (1), набуде вигляду:

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial e_2} + (\sigma_2 - p_z) \frac{\partial t_{23}}{t_{23} \partial e_2} \pm \frac{2\tau_2}{t_{23}} = 0;\tag{23}$$

$$\frac{\partial \sigma_3}{\partial e_3} + (\sigma_3 - p_z) \frac{\partial t_{23}}{t_{23} \partial e_3} \pm \frac{2\tau_3}{t_{23}} = 0.\tag{24}$$

Зв'язок між координатами системи $Oxyz$ та $E e_1 e_2 e_3$ при умові співпадання осей Oz та $E e_1$

$$x = x_E + e_2 \cos \varphi - e_3 \sin \varphi;$$

$$y = y_E + e_2 \sin \varphi + e_3 \cos \varphi,$$

де x_E, y_E – координати точки E в системі $Oxyz$

Біжуча товщина між копачами в системі $O e_1 e_2 e_3$

$$t_{23} = t_E + k_2 e_2 + k_3 e_3,\tag{25}$$

де t_E – товщина шару ґрунту в т. E , k_1 та k_2 – коефіцієнти лінійного полінома

$$k_2 = 2 \left(\cos \varphi + \frac{\sin \varphi tg\beta}{\sin \alpha} \right); \quad k_3 = 2 \left(\frac{\cos \varphi tg\beta}{\sin \alpha} - \sin \varphi \right).$$

Враховуючи те, що в напрямку осі $O e_3$ контактні напруження практично відсутні, то $\tau_3 = 0$; $\tau_2 = \mu p_z$, де μ - коефіцієнт тертя ґрунту із диском.

Тоді в околі точки E при постійній координаті $e_2 = \text{const}$ рівняння (24) набуде вигляду:

$$\frac{d\sigma_3}{de_3} + \frac{(\sigma_3 - p)k_3}{t_E + k_2e_2 + k_3e_3} = 0. \quad (26)$$

Для випадку реалізації моделі Мізеса

$$\sigma_3 - p_z = (\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_s, \quad (27)$$

і розв'язок диференціального рівняння

$$\sigma_3 = \sigma_s \ln \left(e_3 + \frac{k_2e_2 + t_E}{k_3} \right) + C_\sigma, \quad (28)$$

де C_σ - постійна інтегрування; σ_s - дійсна границя текучості. .

Відповідно закон розподілу контактного напруження в напрямку координати Oe_3 буде:

$$p_z = \sigma_s \left[1 + \ln \left(e_3 + \frac{k_2e_2 + t_E}{k_3} \right) + C_\sigma \right]. \quad (29)$$

Використовуючи зміну кута φ в залежності від параметрів деформаційної моделі згідно (22) і (29), покроковим методом можна визначити розподіл напружень p_z по криволінійній координаті Oe_3 вглиб із граничним значенням на поверхні ґрунту $p_z = \sigma_s$.

Перевірка побудованої моделі проводиться на відповідність залежностей (20,23). Для випадку пружної моделі ґрунту

$$\sigma_3 - p_z = 2\tau_{\max} = \frac{2G\gamma_{xy}}{\sin 2\varphi} = 0, \quad (30)$$

де γ_{xy} визначають за залежностями (12), (14), (17). Аналогічним чином визначаються напруження p_z для реологічних моделей із ущільненням та зміцненням.

Аналіз (29) показує, що для випадку викопування буряків пасивними копачами контактні напруження на диску будуть розподілятися за логарифмічним законом і їх збільшення в глибину шару зростає незначно. Тому для практичних розрахунків є виправданим використання опосередкованого по зоні деформації середнього контактного напруження.

Для копачів із одним привідним і одним пасивним диском напружено-деформівний стан відповідає чистому зсуву із максимальними контактними напруженнями $\tau_{\max} = \tau_{xz} = \tau_x$. В цьому випадку, враховуючи незначні кути розподілу α та β , розподіл контактних напружень в зоні деформації буде незначно відрізнитись від рівномірного при взаємодії із чистим ґрунтом

$$p_z = \frac{\tau_{xy}}{\mu} = \frac{\sigma_s}{2\mu} = \frac{\sigma_{T.O}}{2\mu} \left(1 + k_n \ln \frac{t_h}{t_{xy}} \right), \quad (31)$$

де k_n – коефіцієнт, що враховує зміцнення ґрунту при ущільненні; $\sigma_{T.O}$ – екстрапольована границя текучості ґрунту.

Параметри $\sigma_{T.O}$ та μ визначаються за даними експерименту.

При контакті диска із коренеплодом буде спостерігатись локальне навантаження на диски в результаті його стискання, [1].

Summary. The model of the ground strain in the interdisk space of sugarcoat diggers is presented in the article. The dimensions and strain rates are determined. The estimation of the stress-strain state of the ground and stress distribution on the digger disks is given according to the strain distribution.

Література

1. Свеклоуборочные машины: (конструирование и расчет)/ Под общ. ред. Л.В.Погорелого. - К.: Техніка, 1983. – 168 с.
2. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. – М.: Металлургия., 1980. – 318 с.
3. Гевко Р.Б. Викопувально-очисні пристрої бурякозбиральних машин. Конструювання і розрахунок. – Тернопіль: Поліграфіст, 1997. – 120 с.