Ю.М. Паночишин, Л.М. Янчук

Вінницький державний технічний університет

МОДЕЛЬ ОБ'ЄКТА В СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ПОТОКОРОЗПОДІЛОМ

Споживання теплової енергії з необхідними кількісними та якісними показниками є найважливішою умовою життєдіяльності людини. Вода і паливо, які використовуються у виробництві теплової енергії для опалення житлових будинків та промислових об'єктів, є національним багатством держави. Економічна ситуація, яка склалася сьогодні в Україні, вимагає особливо дбайливого ставлення до всіх природних та енергетичних ресурсів. Перехід економіки України до ринкових відносин висунув нові специфічні вимоги і до систем теплопостачання, що обумовлено підвищенням цін на енергоносії.

Найпоширенішим в нашій країні є централізоване теплопостачання від ТЕЦ і великих котелень. При цьому на виробництво тепла для потреб споживачів щорічно витрачаються всі добуті в нашій країні паливно-енергетичні ресурси. Тому однією з нагальних проблем в енергозбереженні є проблема економії тепла при його транспортуванні тепловою мережею від виробника до споживача та ефективний розподіл цього тепла для найбільш повного задоволення потреб споживачів. У зв'язку з цим особливе значення має підвищення ефективності експлуатації систем теплопостачання.

Світовий та вітчизняний досвід експлуатації систем теплопостачання доводить ефективність та економічну доцільність застосування приладів обліку спожитого тепла та встановлення індивідуальних і місцевих регуляторів. Однак ефективне та економне функціонування інженерних мереж теплопостачання можливе лише при автоматичній підтримці оптимальних теплових режимів в тепловій мережі, що, в свою чергу, вимагає регулювання на всіх рівнях мережі теплопостачання - від абонентської нагрівальної установки до котельної чи ТЕЦ. Впровадження автоматизованих та автоматичних систем управління процесами теплопостачання різко підвищує технічний рівень експлуатації систем теплопостачання і забезпечує значну економію енергетичних ресурсів. Крім цього, автоматизація дозволяє покращити якість опалення, підвищити рівень теплового комфорту, а також надійність теплопостачання.

Аналіз сучасного стану автоматизації мереж теплопостачання показує, що однією з основних перешкод на шляху побудови систем управління розподілом потоків тепла є відсутність математичних моделей, які б адекватно описували процеси потокорозподілу в такій мережі. Основна складність тут полягає у відмінностях систем теплопостачання від інших гідравлічних систем. По-перше, режим функціонування мереж теплопостачання характеризується двома різними по своїй сутності параметрами: кількість теплової енергії, яка відпускається, визначається температурою теплоносія і перепадом тисків, а отже витратами води в тепловій мережі. По-друге, в тепловій мережі мають місце значні втрати тепла, які іноді досягають 40% [1], тобто є співрозмірними з втратами тепла в абонентських системах опалення. По-третє, особливістю теплової мережі є її замкнутість по теплоносію.

На сьогоднішній день накопичено значну кількість методів практичного розрахунку теплових мереж, які базуються на визначенні потокорозподілу в мережі на основі теплових навантажень. При цьому температура теплоносія у прямому трубопроводі регулюється на ТЕЦ у відповідності з температурою навколишнього середовища за температурним графіком. Однак часті відключення абонентів, введення в дію нових призводять до гідравлічного розрегулювання, що, в свою чергу, викликає порушення теплового режиму мережі. Результати, які отримані на стадії проектування теплової мережі, будуть значно відрізнятися від тих, які мають місце при експлуатації мережі теплопостачання. Стає зрозумілим, що прийняті методи практичного розрахунку потокорозподілу в тепловій мережі є непридатними для оперативного управління потокорозподілом тепла.

В такій ситуації необхідна розробка нових підходів до визначення потокорозподілу тепла в інженерній мережі теплопостачання, які б використовували потужність сучасних засобів обчислювальної техніки. Використання для управління ЕОМ, в свою чергу, визначає необхідність формалізованого опису гідравлічних та теплових характеристик елементів системи теплопостачання, розробки математичних моделей потокорозподілу тепла. Тільки тоді інженерна мережа теплопостачання буде виконувати своє основне призначення - ефективний розподіл теплових потоків з метою повного забезпечення потреб споживачів при одночасній економії теплової та електричної енергії.

При розв'язанні задач проектування та експлуатації різноманітних гідравлічних мереж (водо-, тепло-, газопостачання) найбільшого поширення отримала модель сталого потокорозподілу [2,3]. Ця модель для гідравлічного режиму теплової мережі будується на основі положень, прийнятих у [2].

1. Мережа представляє собою систему взаємодії активних елементів (насосних станцій), ліній зв'язку (трубопроводів), навантажень (споживачів).

2. Кожна така підсистема i характеризується двома величинами: потоком води q_i і втратами напору h_i, рядом параметрів і довільно вибраним напрямком потоку. Втрати напору h_i є різницею тисків на початку P_j і в кінці P_{j+1} трубопроводу.

3. В якості споживача розглядається еквівалентний трубопровід, який направлений від прямого трубопроводу до зворотного. Цей трубопровід характеризується своїм потоком і напором.

4. Активними елементами в теплових мережах є насосні станції ТЕЦ, підсилювальні напірні станції на прямих та зворотних трубопроводах.

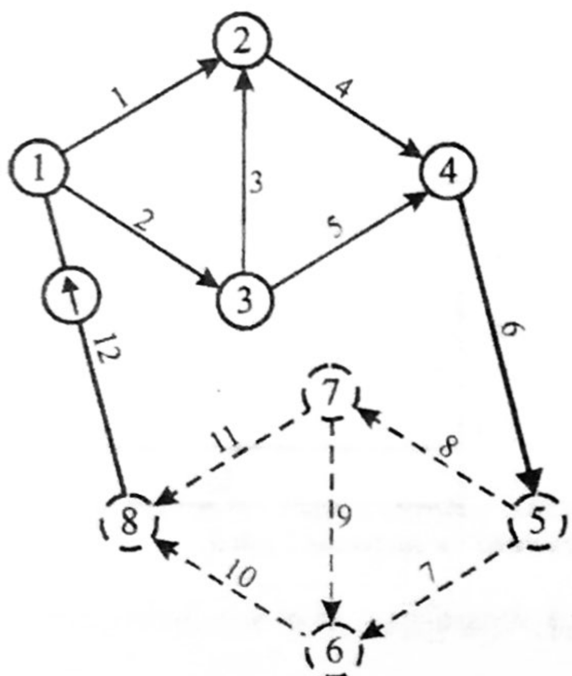
5. Лініями зв'язку (пасивними елементами) є трубопроводи, втрати напору в яких є функцією від потоку води.

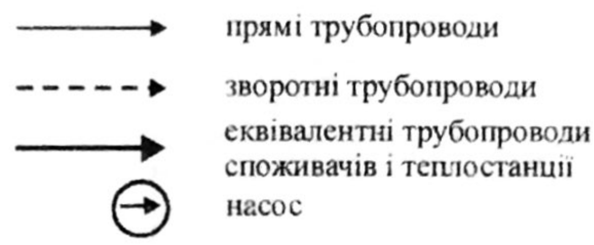
6. Структура теплової мережі представляється у вигляді орієнтованого графа.

7. Сумарний потік води, направлений у прямі трубопроводи, дорівнює сумарному потоку води, який повертається зворотними трубопроводами.

8. Обов'язковим є також виконання законів Кірхгофа для гідравлічних мереж: а) алгебраїчна сума потоків у вузлі дорівнює нулю; б) сумарні втрати напору по замкнутому контуру дорівнюють нулю.

На основі вказаних положень теплова мережа в гідравлічному режимі представляється у вигляді еквівалентного графа (рис. 1). Такий граф містить m вершин і n дуг, кожній з яких поставлені у відповідність потік q_i, втрати напору h_i, а також закон гідравлічного опору $h_i = f(q_i)$.





$$A=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Еквівалентний граф теплової мережі у гідравлічному режимі та його матриця інциденцій

Сукупність величин q_i і h_i $(i=\overline{1,n})$ утворює два n-мірних вектори: $\bar{q}^T = [q_1, q_2, \ldots, q_n]$ і $\bar{h}^T = [h_1, h_2, \ldots, h_n]$. Ці вектори характеризують стан потокорозподілу в мережі, а їх поточні компоненти зв'язані залежністю $h_i = f(q_i)$, яка визначається гідравлічними особливостями трубопроводу.

У [2] для математичного представлення еквівалентного графа мережі використовують повну матрицю A з'єднань m вершин та n дуг графа, яку називають матрицею інциденцій (рис. 1). В цій матриці на перетині рядка j, який відповідає вузлу j, і стовпчика i, який відповідає дузі i, розташовують елемент:

$$a_{ji} = \begin{cases} 0, & \textit{якщо дуга j неінцидентна вузлу i} \\ 1, & \textit{якщо дуга j інцидентна вузлу i та направлена до нього} \\ -1, & \textit{якщо дуга j інцидентна вузлу i та направлена від нього} \end{cases}.$$

Матриця A має розмірність $(m \times n)$ та повністю визначає структуру мережі.

Перший закон Кірхгофа через матрицю A записують у вигляді:

$$A\bar{q} = 0. \qquad (1)$$

Для більш компактного запису законів Кірхгофа у [2,3] використовують цикломатичну матрицю B розмірністю $\mu \times n$, де $\mu = n - m + 1$. Попередньо у графі виділяють дерево, якому відповідає фундаментальна система μ циклів, при цьому вектори $\bar{q}$ і $\bar{h}$ розбиваються на дві складові:

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{h} = \begin{bmatrix} \bar{h}_1 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

де $\bar{q}_1$ і $\bar{h}_1$ - вектори параметрів для гілок дерева, $\bar{q}_2$ і $\bar{h}_2$ - вектори параметрів для хорд.

Тоді закони Кірхгофа для гідравлічних мереж записуються більш компактно:

$$\begin{cases} \bar{h}_2 = -B_1 \bar{h}_1 \\ \bar{q}_1 = B_1^T \bar{q}_2 \end{cases} \quad (3)$$

або в алгебраїчній формі:

$$q_i = \sum_{r \in E_2} b_{1ir} q_r \quad (i \in E_1), \quad (4)$$

$$h_r = -\sum_{i \in E_1} b_{1ri} h_i \quad (r \in E_2), \quad (5)$$

де E_1 - множина дуг, віднесена до гілок дерева, а E_2 - множина дуг, віднесена до хорд.

Приймається, що для кожної дуги $i = [j, j+1]$ заданий закон гідравлічного опору, який зв'язує втрати h_i тиску на тертя, перепад y_i тиску, діючий напір H_i і витрати q_i (рис. 2):

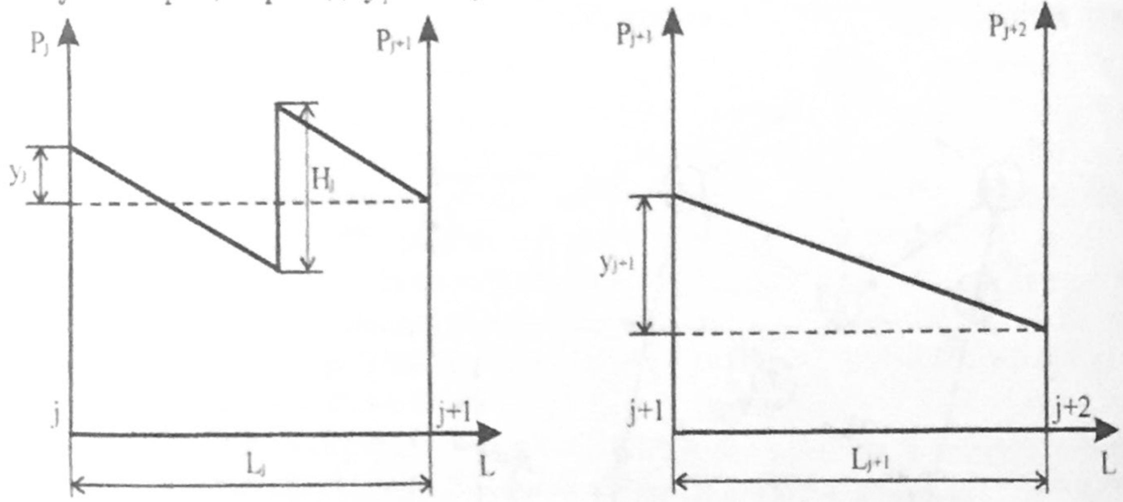


Рис. 2. Зміна тиску вздовж активної та пасивної дуги

$$h_i = y_i + H_i = h_i(q_i), \quad i = \overline{1,n}, \quad (6)$$

де $y_i = P_j - P_{j+1}$.

Для пасивної дуги $H_i = 0$, тому $h_i = y_i$.

Функціональна залежність $h_i(q_i)$ для пасивної дуги в загальному випадку представляється за відомим співвідношенням [2]:

$$h_i(x_i) = sign(q_i) s_i |q_i|^{\beta_i - 1}, \quad (7)$$

де s_i - коефіцієнт гідравлічного опору, β_i - заданий показник нелінійності пасивного елемента, які визначаються експериментально або на основі емпіричних формул і залежать від параметрів цього елемента, а іноді від q_i; $sign\, q_i$ - знак q_i, який визначає напрямок потоку.

$$sign\, q_i = \begin{cases} 1, & якщо\ q_i \ge 0 \\ -1, & якщо\ q_i < 0 \end{cases}. \quad (8)$$

Функція $h_i(q_i)$ є монотонно зростаючою непарною функцією:

$$\frac{d}{dq_i} h_i(q_i) \ge 0, \quad (9)$$

$$h_i(-q_i) = -h_i(q_i). \quad (10)$$

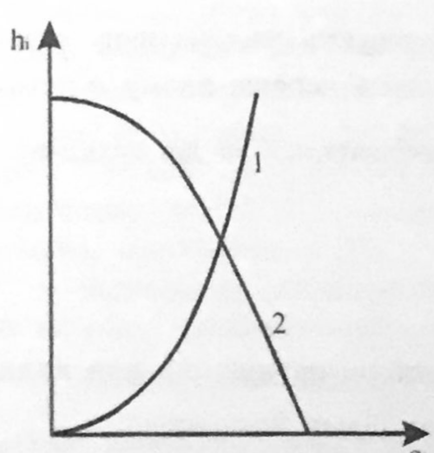


Рис. 3. Характеристика трубопроводу (1) та характеристика насоса (2)

Для гідравлічних мереж досить часто беруть квадратичний закон при $\beta_i = 2$ (рис. 3):

$$h_i(x_i) = sign(q_i) s_i |q_i|, \quad (11)$$

який є наслідком відомої з гідравліки формули Дарсі-Вейсбаха.

Для активної дуги діючий напір H активного елемента визначається характеристикою навантаження цього елемента (рис. 3) і в більшості випадків апроксимується в заданій робочій області поліномом другого степеня вигляду:

$$H_i(q_i) = \alpha_0 + \alpha_1 q_i + \alpha_2 q_i^2 \tag{12}$$

Функція $H_i(q_i)$ є монотонно спадаючою функцією:

$$\frac{d}{dq_i} H_i(q_i) \le 0. \tag{13}$$

Припускається також, що дуга i та її активний елемент однаково орієнтовані, тобто напрямок послідовної змінної q_i, який створюється активним елементом, співпадає з його напрямком.

Якщо еквівалентна дуга i графа представляє декілька послідовно з'єднаних ділянок трубопроводу з різними характеристиками опору та кількома активними елементами, то вираз (6) перепишеться у вигляді:

$$h_i = \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}(q_i) - \sum_{j=1}^{n_i} H_{ij}(q_i), \tag{14}$$

де $h_{ij}(q_i)$ - втрати напору j-го пасивного елемента i-ої дуги; $H_{ij}(q_i)$ - діючий напір активного елемента; m_i - число пасивних елементів цієї дуги; n_i -число активних її елементів.

Очевидно, сумарна функція $\sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}(q_i)$, яка визначається параметрами всіх пасивних елементів дуги i, також є монотонно зростаючою непарною функцією від q_i, а сумарна функція $\sum_{j=1}^{n_i} H_{ij}(q_i)$, яка визначається параметрами всіх активних елементів дуги i, є монотонно спадаючою функцією від q_i.

Підставивши вирази (7) і (12) у формулу (14), отримаємо залежність між h_i і q_i для i-ої дуги графа інженерної мережі у сталому гідравлічному режимі:

$$h_i = \sum_{j=1}^{m_i} sign\, q_i s_{ij} \left|q_{ij}\right|^{\beta_{ij}-1} - \sum_{j=1}^{n_i} \left(\alpha_{0ij} + \alpha_{1ij} q_i + \alpha_{2ij} q_i^2\right) \quad \left(i = \overline{1,n}\right). \tag{15}$$

Еквівалентна дуга, яка відповідає споживачу представляє собою деяке еквівалентне навантаження, яке характеризується своїми параметрами. Вважається [2], що ця залежність з достатнім ступенем точності може бути апроксимована виразом (7). Однак залежність $h_i(q_i)$ не є повністю ідентичною виразу (7), оскільки гідравлічний опір s_i споживача є випадковою функцією часу (якщо припустити, що у споживачів є можливість регулювання гідравлічного опору, тобто є регульовані засувки чи крани).

Сукупність виразів (4), (5), (15) утворюють систему $2n$ рівнянь:

$$\begin{cases} q_i = \sum_{r\in E_2} b_{1ri} q_r \quad (i \in E_1) \\ h_r = -\sum_{i\in E_1} b_{1ri} h_i \quad (r \in E_2) \\ h_i = \sum_{j=1}^{m_i} sign\, q_i s_{ij} \left|q_{ij}\right|^{\beta_{ij}} - \sum_{j=1}^{n_i} \left(\alpha_{0ij} + \alpha_{1ij} q_i + \alpha_{2ij} q_i^2\right) \quad \left(i = \overline{1,n}\right), \end{cases} \tag{16}$$

яка і є математичною моделлю сталого потокорозподілу для гідравлічного режиму теплової мережі.

Модель для теплового режиму мережі побудуємо по аналогії з прийнятими положеннями для гідравлічного режиму.

1. Мережа представляє собою систему взаємодії активних елементів (ТЕЦ), ліній зв'язку (трубопроводів), навантажень (споживачів).

2. Кожна така підсистема i характеризується чотирма величинами: потоком тепла Q_i, потоком

втрат тепла V_i, потоком теплоносія q_i, температурою теплоносія t_i, а також деякими іншими параметрами. Різниця температур на початку t_j і в кінці t_{j+1} трубопроводу представляє втрати температури k_i.

3. В якості споживача (будинку) розглядається еквівалентний трубопровід, який направлений від прямого трубопроводу до зворотного.

4. Активними елементами в теплових мережах є підігрівальні установки на ТЕЦ.

5. Лініями зв'язку (пасивними елементами) є трубопроводи. Кожен трубопровід характеризується потоком тепла Q_i, який надходить в цей трубопровід, і потоком втрат тепла V_i. Потоки Q_i і V_i є функціями потоку теплоносія q_i, його температури t_i, а також деяких інших параметрів.

6. Структура теплової мережі представляється у вигляді орієнтованого графа.

7. Сумарний потік тепла, направлений у мережу дорівнює сумі потоку тепла, який повертається, і втрат тепла в мережі і в нагрівальних установках споживачів.

8. Обов'язковим є також виконання І-го закону Кірхгофа: алгебраїчна сума потоків тепла у вузлі дорівнює нулю.

На основі прийнятих положень теплова мережа в тепловому режимі представляється у вигляді еквівалентного графа (рис. 4). На рис. 4 потік втрат тепла V_i, який має місце на дузі $i=[j, j+1]$, представляється еквівалентним потоком, направленим від вузла $j+1$.

Еквівалентний граф мережі для теплового режиму математично представимо у вигляді матриці інциденцій A, яка співпадає з матрицею інциденцій для гідравлічного режиму, а перший закон Кірхгофа для потоків тепла запишемо через матрицю A у вигляді:

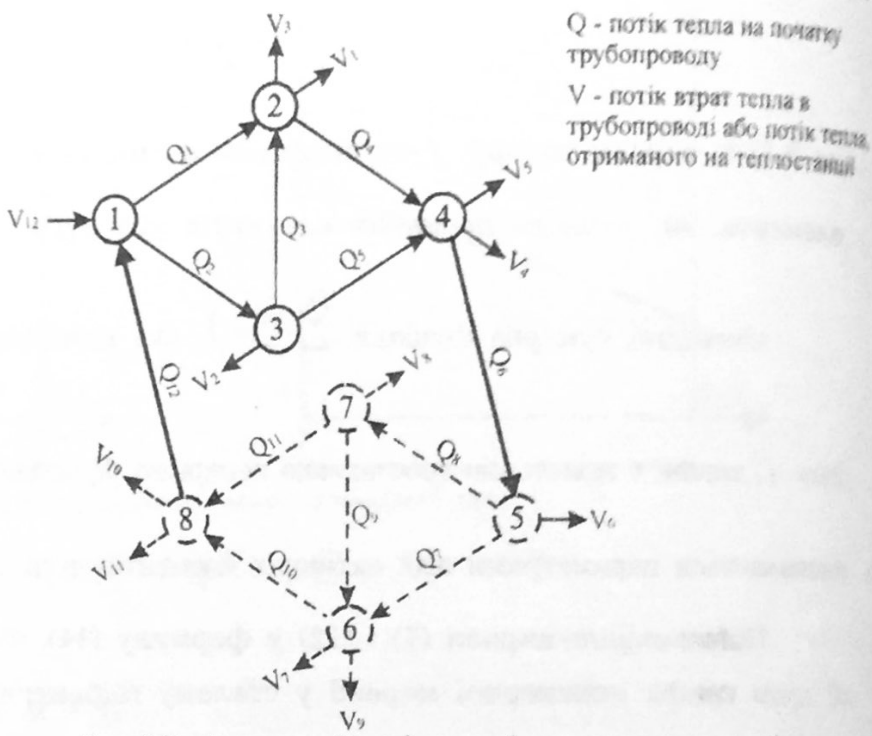


Рис. 4. Еквівалентний граф мережі у тепловому режимі

$$A\overline{Q} = A_2\overline{V} \quad \text{або} \quad A\overline{Q} - A_2\overline{V} = 0, \tag{17}$$

де A_2 - матриця розмірності $(m \times n)$, яка фіксує окремо кінцеві вузли всіх дуг (шляхом заміни нулями всіх елементів матриці A, які дорівнюють "-1").

Потік тепла Q_i, який входить в дугу i, зв'язаний відомою функціональною залежністю з потоком q_i та температурою t_i теплоносія:

$$Q_i = cq_it_i, \tag{18}$$

де c - питома теплоємність води.

Втрати тепла V_i, які мають місце в дузі i, представимо у вигляді:

$$V_i = cq_ik_i, \tag{19}$$

де $k_i = t_{j+1} - t_j$.

Тоді І-ий закон Кірхгофа для потоків тепла перепишеться як:

$$cA\overline{qt} = cA_2\overline{qk} \quad \text{або} \quad A\overline{qt} - A_2\overline{qk} = 0, \tag{20}$$

чи в алгебраїчній формі:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji}q_it_i - \sum_{i=1}^{n} a_{2ji}q_ik_i = 0 \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^{n}\left(a_{ji}q_it_i - a_{2ji}q_ik_i\right) = 0, \quad j=\overline{1,m}. \tag{21}$$

Систему рівнянь (21) можна записати тільки через матрицю A. Для цього врахуємо напрямок потоку води і перепишемо формулу (18) в такому вигляді:

$$Q_i = sign(a_{ji}q_i)cq_i(t_i - k_i(1 + sign(a_{ji}q_i))/2), \tag{22}$$

$$sign(a_{ji}q_i)=\begin{cases}1, & якщо\ a_{ji}q_i \geq 0\\ -1, & якщо\ a_{ji}q_i < 0\end{cases},\quad (j=\overline{1,m}),\quad (i=\overline{1,n}) \tag{23}$$

Тоді систему рівнянь, складених по I-му закону Кірхгофа для потоків тепла, можна записати у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n} sign(a_{ji}q_i)cq_i(t_i - k_i(1+sign(a_{ji}q_i))/2) = 0 \quad (j=\overline{1,m}). \tag{24}$$

Різниця температур k_i на початку і в кінці активного чи пасивного елемента залежить від багатьох факторів (температури води, температури зовнішнього середовища, конструктивних особливостей трубопроводів, режимів роботи активних елементів та ін.) і в загальному вигляді виражається неявно, а в більшості випадків може бути визначена лише експериментально. Однак з достатнім ступенем точності можна прийняти, що втрати теплоти в пасивних елементах чи нагрівання в активних елементах прямо пропорційні температурі теплоносія:

$$k_i = k_{npi}t_i, \tag{25}$$

де k_{np} - деякий коефіцієнт пропорційності ($k_{np} > 0$ для пасивного елемента і $k_{np} < 0$ для активного елемента). Тоді система рівнянь (24) перепишеться у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n} sign(a_{ji}q_i)cq_it_i(1 - k_{npi}(1+sign(a_{ji}q_i))/2) = 0 \quad (j=\overline{1,m}). \tag{26}$$

Якщо припустити, що у вузлі відбувається повне змішування води, то температура потоків води, які виходять з вузла, буде однаковою:

$$t_{j1} = t_{j2} = \ldots = t_{jl},\quad (j=\overline{1,m}), \tag{27}$$

де l - кількість дуг графа, для яких $sign(a_{ji}q_i) = -1$.

Виключивши лінійно залежні рівняння системи (27) та прийнявши до уваги (26), отримаємо систему n рівнянь відносно n невідомих вектора $\bar{t}$ у вигляді:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} sign(a_{ji}q_i)cq_it_i(1 - k_{npi}(1+sign(a_{ji}q_i))/2) = 0, & (j=\overline{1,m})\\ t_{j1} = t_{j2} = \ldots = t_{jl}, & (j=\overline{1,m}),\end{cases} \tag{28}$$

яка і є математичною моделлю потокорозподілу тепла в тепловій мережі.

Об'єднавши систему рівнянь (16) для гідравлічного режиму і систему (28) для теплового режиму, отримуємо математичну модель теплової мережі у вигляді:

$$\begin{cases} q_i = \sum_{r\in E_2} b_{1ri}q_r & (i \in E_1)\\ h_r = -\sum_{i\in E_1} b_{1ri}h_i & (r \in E_2)\\ h_i = \sum_{j=1}^{m_i} sgn\, q_i s_{ij}|q_{ij}|^{\chi_{ij}} - \sum_{j=1}^{n_i}\left(\alpha_{0ij} + \alpha_{1ij}q_i + \alpha_{2ij}q_i^2\right) & (i=\overline{1,n})\\ \sum_{i=1}^{n} sign(a_{ji}q_i)cq_it_i(1 - k_{npi}(1+sign(a_{ji}q_i))/2) = 0, & (j=\overline{1,m})\\ t_{j1} = t_{j2} = \ldots = t_{jl}, & (j=\overline{1,m}).\end{cases} \tag{29}$$

Якщо задати структуру мережі у вигляді матриці інциденцій, значення коефіцієнтів нелінійності β_{ij} і гідравлічні опори s_{ij} пасивних елементів, коефіцієнти апроксимуючого полінома для активних елементів, а також коефіцієнти k_{npi} для пасивних та активних елементів, і розв'язати систему $3n$ рівнянь математичної моделі (28) відносно $3n$ змінних – складових векторів $\bar{q}$, $\bar{h}$ і $\bar{t}$, то в результаті розв'язання буде отриманий повний потокорозподіл в тепловій мережі.

Розв'язання такої системи рівнянь доцільно проводити в два етапи:

1) розв'язується система нелінійних рівнянь відносно невідомих векторів $\overline{q}$ і $\overline{h}$ одним з відомих градієнтних методів, наведених в [4];

2) отриманий на попередньому етапі вектор $\overline{q}$ підставляється в систему рівнянь (28), задається температура однієї з дуг (зазвичай, дуги з активним елементом), і в результаті розв'язання отримуємо повний вектор температур $\overline{t}$.

Таким чином, в результаті проведених досліджень розроблена математична модель потокорозподілу, яка об'єднує гідравлічний та тепловий режими та враховує втрати тепла в тепловій мережі. Отримана математична модель (29) дозволяє розраховувати поточний потокорозподіл води і тепла в мережі, проводити оптимізацію потокорозподілу за заданим критерієм оптимізації. На основі запропонованої моделі розроблена комп'ютерна програма, яка може бути застосована в системах автоматизованого керування тепловою мережею.

Література

1. Г.С. Ратушняк, Г.С. Попова. Експлуатація систем теплопостачання та вентиляції // Навч. пос. - Вінниця: ВДТУ. - 122 с.

2. Евдокимов А.Г., Дубровский В.В., Тевяшев А.Д. Потокораспределение в инженерных сетях. - М.: Стройиздат, 1979. - 199 с.

3. Меренков А.П. Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. - М.: Наука, 1985. - 278 с.

4. Евдокимов А.Г. Минимизация функций и ее приложения к задачам автоматизированного управления инженерными сетями. - Х.: Вища шк., 1985. - 288 с.

Надійшла до редакції
26. 06. 2002 року.