КАЗАНСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. И. УЛЬЯНОВА-ЛЕНИНА

На правах рукописи

П А С И Ч Н И К
Роман Мирославович

УДК 519.6

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(01. 01. 07. — вычислительная математика)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ — 1989

Работа выполнена на кафедре вычислительной математики Львовского ордена Ленина государственного университета имени Ивана Франко.

Научный руководитель

кандидат физико-математических наук, доцент **Остудин Б. А.**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор **Ильинский А. С.**
кандидат физико-математических наук, доцент **Шагидуллин Р. Р.**

Ведущая организация

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР.

Защита состоится «26» октября 1989 г. в ____ час. ____ мин. на заседании специального совета К. 053.29.05 в Казанском государственном университете имени В. И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, Казань, ул. Ленина 18, факультет вычислительной математики и кибернетики, аудитория

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государственного университета.

Автореферат разослан «   » ____________ 19   г.

Ученый секретарь специализированного совета **Б. Н. ШАПУКОВ**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и обоснованность проблемы. Разнообразие задач вычислительной математики требует применения различных численных методов, наиболее эффективных при решении задач определенного класса. Метод интегральных уравнений /ИУ/ и является таким эффективным методом решения внешних граничных задач для уравнений с постоянными коэффициентами. Он позволяет свести задачу в бесконечной области к задаче на конечной границе а также естественно учесть сложную форму граничных поверхностей. Применение этого метода к различным стационарным задачам довольно хорошо исследовано как экспериментально /в работах В.А.Бакальца, В.И.Гордиичука, В.И.Дмитриева, Е.В.Захарова, В.П. Ильина, А.С.Ильинского, И.В.Людкевича, Б.А.Остудина, Ю.В.Пименова, А.Н.Тихонова, М.М.Хапаева, А.Н.Чухлебова и др./, так и теоретически /в работах В.В.Воронина, А.И.Гребенникова, А.С.Ильинского, Ю.И.Мокина, В.А.Цецохо и др./. Гораздо меньше исследованы нестационарные задачи, в том числе и смешанная внешняя задача Дирихле для волнового уравнения, которой посвящена рассматриваемая работа.

Эта задача служит моделью различных физических процессов, в частности, проблем гидроакустики. Граничными функциями задач гидроакустики являются, как правило, гладкие импульсы конечной длительности. Наибольшую трудность для анализа представляет тот случай, когда длина импульса сравнима с размерами граничной поверхности. Для широкого класса граничных поверхностей решение задачи в этом случае может проводиться только численными методами. Гидроакустические объекты, как правило, имеют сложную форму, а также включают разомкнутые границы. Последнее обстоятельство влечет необходимость дополнения исследований корректности постановки задачи для разомкнутых граничных поверхностей. Присутствие разомкнутых границ предполагает также доказательство эквивалентности исходной задачи соответствующему ИУ, поскольку в этом случае формулы Грина места не имеют.

Наличие временной переменной увеличивает размерность задачи и требует применения эффективных численных методов для ее стационаризации. Поэтому представляет интерес сравнение эффективности методов, использующих принципиально различные подходы. В качестве таких подходов в работе выбраны наиболее употребительные: метод интегральных преобразований и проекционный метод коллокации по временной переменной. Следует отметить, что используемые преобразования Чебышева-Лагерра применяются не к исходной задаче, как это делается в работах В.А.Галазюка и А.Е.Музычука, а к эквивалентному ей нестационарному ИУ. Это позволяет строить представление нетривиальной части решения на любом удалении от граничной поверхности, а не только вблизи ее. В результате применения обоих методов, получаем последовательность стационарных ИУ со слабыми особенностями в ядрах. Эти ИУ решаются методом интерполяции и коллокации, хорошо проявившем себя при решении стационарных задач.

Для эффективного использования в прикладных задачах численных методов важно провести программную реализацию в таком виде, который обеспечивал бы их применение к широкому классу граничных поверхностей. Однако в работах А.А.Гладкова, посвященных рассматриваемой задаче, исследуются только отдельные граничные поверхности канонического вида. В работах А.Е.Музычука подвергается анализу уже класс гладких граничных поверхностей. В то же время, для исследования сложных гидроакустических объектов адекватным является более широкий класс кусочно-гладких граничных поверхностей. Класс рассматриваемых задач необходимо пополнить также такими, которые позволяют учесть влияние поверхности и дна океана на распространение звука в воде. Это даст возможность строить во многих случаях более реальные математические модели.

Таким образом, рассматриваемая работа посвящена решению важной задачи, для которой корректная постановка, формулировка в виде эквивалентных ИУ, а также разработка и исследование эффективных методов решения представляет актуальную проблему.

Целью настоящей работы является исследование корректности постановки смешанной задачи Дирихле для волнового уравнения в случае разомкнутых граничных поверхностей, формулировка этой задачи в виде эквивалентных ИУ типа волнового потенциала, разработка методов численного решения этих ИУ, создание комплекса программ для решения исходной задачи в случае кусочно-гладких граничных поверхностей.

Научная новизна. Доказана корректность постановки смешанной задачи Дирихле для волнового уравнения в случае разомкнутых граничных поверхностей и двух пространственных переменных. Построены ИУ, эквивалентные исходной задаче в случае разомкнутых граничных поверхностей. Предложен метод численного решения нестационарного ИУ с использованием интегральных преобразований Чебышева-Лагерра. Этот метод получил программную реализацию. Метод коллокации и кусочно-линейной аппроксимации решения нестационарного ИУ, распространен на класс кусочно-гладких граничных поверхностей а также на задачи в бесконечном слое, который моделирует влияние поверхности и дна океана на гидроакустические процессы. Эффективность обоих методов сопоставляется при решении тестовых задач.

Практическая значимость исследований. Работа выполнена в плане научных исследований госбюджетной и хоздоговорной тематик кафедры вычислительной математики Львовского госуниверситета. Некоторые результаты внедрены в практику инженерного проектирования ПКБ электрогидравлики АН УССР /г.Николаев/. От внедрения научных разработок получен экономический эффект. Созданный комплекс прикладных программ может использоваться при численном исследовании нестационарных полей различной природы.

Апробация работы. Результаты исследований по теме диссертации докладывались на Всесоюзных школах молодых ученых "Численные методы решения задач математической физики" /Львов, 1983/ и "Вычислительные методы и математическое моделирование" /Шушенское, 1986/, IX Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн /Тбилиси, 1985/, Всесоюзной школе-семинаре "Применение методов математической физики в электронной технологии" /Львов, 1986/, Республиканских научно-технических конференциях "Интегральные уравнения в прикладном моделировании" /Киев 1983,1986/.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 6 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы. Работа изложена на 126 страницах, включая 15 рисунков, 14 таблиц. Список литературы содержит 73 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновано актуальность и важность вопросов, составляющих предмет исследования. Проведен краткий анализ современного состояния проблемы, дан обзор работ по теме диссертации. Приводится аннотация работы. Показана научная новизна и практическая ценность проведенных исследований.

В первой главе рассмотрены вопросы обоснования постановки смешанной задачи Дирихле для волнового уравнения в случае разомкнутых граничных поверхностей. Доказана корректность постановки задачи в с.учае двух пространственных переменных, а также обоснована эквивалентность исходной задачи соответствующим нестационарным ИУ.

Рассмотрим постановку исходной задачи в случае двух пространственных переменных. Пусть $L=\bigcup_{j=1}^{\nu} L_j$ - объединение конечного числа кусочно-Ляпуновских незамкнутых ограниченных дуг L_j в двумерном пространстве R^2. Обозначим точки в R^2 через x, y и т.д., крайние точки L_j через x^*_m $(m=2j-1,2j)$, расстояние между точками x и y через $r_{xy}=|x-y|$, расстояние от точки x к контуру L через $r(x,L)$. Считаем, что каждая из двух сторон L называется положительной (L^+) или отрицательной (L^-) в зависимости от выбранного направления нормали n к L, а также, что для всякого j $x^*_{2j-1}\neq x^*_{2j}$.

Пусть требуется определить такую функцию $u(x,t)$, которая при $x\bar{\in}\bar{L}$, $t\geqslant 0$ является непрерывно-дифференцируемой и обеспечивает непрерывность функции $\Box u\equiv u''_{tt}-\Delta u$, а также является непрерывной в пространстве $R^2\times[0,\infty)$. Кроме этого должны выполняться условия

$$\Box u\equiv u''_{tt}(x,t)-\Delta u(x,t)=0 \qquad x\bar{\in}\bar{L},\ t\geqslant 0, \tag{/I/}$$

$$u(x,0)=u'_t(x,0)=0 \qquad x\in R^2, \tag{/2/}$$

$$u(x,t)=f(x,t) \qquad x\in L,\ t\geqslant 0, \tag{/3/}$$

$$\exists\gamma_2: \lim_{t\to\infty} t^{\gamma_2}\left\{\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}(x,t)\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial t}(x,t)\right|\right\}<\infty \quad \gamma_2>1,\ i=1,2,\ x\in L, \tag{/4/}$$

$$\lim_{t\to\infty}\{t^{3/4}f(x,t)\}=0,\quad f(x,0)=f'_t(x,0)=0 \qquad x\in L, \tag{/5/}$$

$$\lim_{\substack{t\to\infty\\ \rho\to 0}} t^{\gamma_1}V(\rho,t)=0,\quad \lim_{\rho\to 0}V(\rho,t)=0 \quad 0<\gamma_1\leqslant 1/4,\ t\geqslant 0, \tag{/6/}$$

$$V(\rho,t)=\sum_{m=1}^{2\nu}\int_{C^*_m(\rho)}\left|\frac{\partial u}{\partial\rho}(x,t)\right|dL_x,\quad C^*_m(\rho)=\{x\,|\,|x-x^*_m|=\rho\},$$

$$\lim_{\substack{t\to\infty\\ |x|\to\infty}} t^{\gamma_2}\left\{\left|\frac{\partial u}{\partial x_i}(x,t)\right|+\left|\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)\right|\right\}<\infty,\quad \lim_{\substack{t\to\infty\\ |x|\to\infty}}\{t^{3/4}u(x,t)\}=0 \quad i=1,2. \tag{/7/}$$

Если некоторый контур L_j замкнут, то к области $R^2 \setminus \bar{L}_j$ причисляем те точки, которые не принадлежат ни контуру L_j, ни области, которую он ограничивает. В этом случае крайние точки x^*_{2j-1}, x^*_{2j} и дуги $C^*_{2j-1}(\rho)$, $C^*_{2j}(\rho)$ отсутствуют, а значит условие /5/ на замкнутом контуре L_j не рассматривается.

Следующая теорема доказывает эквивалентность исходной задачи соответствующему ИУ.

Теорема I. Если решение задачи /I-7/ существует, оно представляется в виде

$$u(x,t) = \int_0^t d\tau \int_L q(y,\tau) \frac{\theta(t-\tau-r_{xy})\, dL_y}{[(t-\tau)^2 + r_{xy}^2]^{1/2}} \quad x \in \bar{L},\ t > 0, \qquad /8/$$

где $\theta(t)$ – функция Хевисайда, $q(y,t)$ удовлетворяет следующему уравнению с начальным условием

$$\int_0^t d\tau \int_L q(y,\tau) \frac{\theta(t-\tau-r_{xy})\, dL_y}{[(t-\tau)^2 - r_{xy}^2]^{1/2}} = f(x,t) \qquad x \in L,\ t > 0, \qquad /9/$$

$$q(x,0) = f(x,0) = f'_t(x,0) = 0, \quad \lim_{t\to\infty} \{t^{3/4} f(x,t)\} = 0 \quad x \in L,$$

$$\exists \gamma_2 : \lim_{t\to\infty} t^{\gamma_2} \{ |\frac{\partial f}{\partial x_i}(x,t)| + |\frac{\partial f}{\partial t}(x,t)| \} < \infty \quad i=1,2,\ \gamma_2 > 1,\ x \in L, \qquad /10/$$

а при подстановке $q(y,t)$ в представление /8/, оно определяет такую функцию $u(x,t)$, которая имеет такой порядок гладкости, как требуют условия задачи /I/-/7/, а также удовлетворяет условию /6/.

И наоборот, если решение задачи /9/-/10/ существует, то формула /8/ дает решение задачи /I/-/7/.

Корректность постановки задачи подтверждает следующая теорема.

Теорема 4. Если функция f принадлежит пространству $C^{1,\mu}_{w,\delta}(\bar{L}) \times C^1[0,\infty)$, то решение задачи /I/-/7/ существует в пространстве $C^{\mu}_{w,\delta}(\bar{L}) \times C^1[0,\infty)$, единственно и непрерывно зависит от функции f. (Здесь $C^{\mu}_{w,\delta}(\bar{L})$ – пространство функций, принадлежащих пространству C^{μ} на $\bar{L}$ за исключением δ – окрестностей нерегулярных точек контура L : μ – показатель условия Гельдера для нормали к линии L .).

В случае трех пространственных переменных предлагается следующая постановка задачи. Пусть $S=\bigcup_{j=1}^{N} S_j$ – объединение конечного числа незамкнутых кусочно-Ляпуновских ограниченных поверхностей S_j в R^3, причем никакие две поверхности не имеют общих точек. Обозначим точки в R^3 через x, y и т.д., множество точек края поверхности S_j через X_j, расстояние между точками x и y через $r_{xy}=|x-y|$. Потребуем, чтобы среди точек края любой из поверхностей S_j не было совпадающих. Введем вспомогательные поверхности $S_j(\rho)$. Они образованы окружностями радиуса ρ с центрами в точках множеств X_j. Окружности построены в плоскостях, перпендикулярных краю S_j. Пусть $\partial S_j=\bigcup_{x\in X_j} x$, $\bar{S}_j=S_j\cup\partial S_j$. Считаем, что каждая из двух сторон разомкнутой поверхности S_j называется положительной (S_j^+) или отрицательной (S_j^-) в зависимости от направления нормали n к S.

Пусть требуется определить такую функцию $u(x,t)$, которая при $x\in L$, $t>0$ является непрерывно-дифференцируемой и обеспечивает непрерывность функции $\Box u\equiv u''_{tt}-\Delta u$, а также является непрерывной в пространстве $R^3\times[0,\infty)$. Кроме этого должны выполняться условия

$$\Box u\equiv u''_{tt}(x,t)-\Delta u(x,t)=0 \qquad x\in S,\ t>0, \qquad /11/$$

$$u(x,0)=u'_t(x,0)=0 \qquad x\in R^3, \qquad /12/$$

$$u(x,t)=f(x,t) \qquad x\in S,\ t>0, \qquad /13/$$

$$f(x,0)=f'_t(x,0)=0, \quad |f(x,\infty)|<\infty \qquad x\in L, \qquad /14/$$

$$\lim_{\rho\to 0}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j^*(\rho)}\left\{\left|\frac{\partial u}{\partial \xi}(x,t)\right|+\left|\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)\right|\right\}dS_y=0 \qquad t>0, \qquad /15/$$

$$u(x,t)=O(|x|^{-1}) \qquad |x|\to\infty,\ t>|x|, \qquad /16/$$

$$\lim_{|x|\to\infty}|x|\left(\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)+\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)\right)=0. \qquad /17/$$

Доказана следующая теорема эквивалентности.

Теорема 2. Если решение задачи /11/-/17/ существует, оно представляется в виде

$$u(x,t) = \iint\limits_S q(y,t-r_{xy})\,\theta(t-r_{xy})\,r_{xy}^{-1}\,dS_y \qquad x \in \bar{S},\ t>0, \qquad /18/$$

причем функция $q(y,t)$ удовлетворяет условиям

$$\iint\limits_S q(y,t-r_{xy})\,\theta(t-r_{xy})\,r_{xy}^{-1}\,dS_y = f(x,t) \qquad x \in S,\ t>0, \qquad /19/$$

$$q(x,0) = f(x,0) = f'_t(x,0) = 0, \qquad |f(x,\infty)| < \infty, \qquad /20/$$

а также при подстановке в формулу /18/ определяет такую функцию $u(x,t)$, которая имеет такой порядок гладкости, как требуют условия задачи /11/-/17/ и удовлетворяет условию /15/.

И наоборот, если решение задачи /19/-/20/ существует, то формула /18/ определяет решение задачи /11/-/17/.

Вторая глава посвящена построению численного решения нестационарного ИУ /19/ с помощью интегральных преобразований Чебышева-Лагерра по временной переменной.

Трансформантой Чебышева-Лагерра n -го порядка функции $q(y,t)$ будем называть интеграл следующего вида

$$Q_n^{\varkappa}(y) = \int_0^{\infty} q(y,t)\, e^{-\varkappa t} L_n(\varkappa t)\, dt ,$$

где L_n - многочлен Чебышева-Лагерра n -ой степени, $\varkappa$ - числовой параметр. Пусть функция $q(y,t)$ непрерывна. Тогда на интервале $t \in [0,\infty)$ с весом $e^{-\varkappa t}$ в среднем имеет место равенство:

$$q(y,t) = \varkappa \sum_{n=0}^{\infty} Q_n^{\varkappa}(y)\, L_n(\varkappa t) . \qquad /21/$$

Применяя преобразования Чебышева-Лагерра к ИУ /19/ $N+1$ раз, получаем последовательность стационарных ИУ относительно трансформант $Q_n^{\varkappa}(y)$:

$$\iint\limits_S e^{-\varkappa r_{xy}} r_{xy}^{-1} Q_0^{\varkappa}(y)\, dS_y = F_0^{\varkappa}(y) ,$$

$$\iint\limits_S e^{-\varkappa r_{xy}} r_{xy}^{-1} Q_n^{\varkappa}(y)\, dS_y = F_n^{\varkappa}(y) - \qquad /22/$$

$$- \iint\limits_S \{ e^{-\varkappa r_{xy}} r_{xy}^{-1} \sum_{m=0}^{n-1} [c_{n-m}(\varkappa r_{xy}) Q_m^{\varkappa}(y)] \} dS_y ,$$

$$c_{n-m}(y) = L_{n-m}(y) - L_{n-m-1}(y) \quad , \quad n = 1, 2, \dots , N ,$$

где $F_n^{\varkappa}(y)$ – n -я трансформанта функции $f(y,t)$. Построив решение последовательности ИУ /22/ и используя формулу /2I/ с N -ой частичной суммой вместо бесконечного ряда в правой ее части, можно с достаточной степенью точности определить неизвестную плотность $q(y,t)$. Здесь проявляется сильная сторона интегральных преобразований Чебышева-Лагерра: простота восстановления оригинала по трансформантам.

Для решения стационарных ИУ /22/, содержащих слабые особенности в ядрах, применяется метод коллокации и кусочно-линейной интерполяции трансформант по пространственным переменным. Это позволяет свести последовательность ИУ /22/ к последовательности систем линейных алгебраических уравнений /СЛАУ/. Метод коллокации дает возможность контролировать точность решения ИУ /I9/ по удовлетворению им граничного условия в точках, не совпадающих с коллокационными. Выбор оптимального значения параметра $\varkappa$ позволяет добиться равномерного распределения погрешности удовлетворения граничному условию на некотором конечном временном интервале $[0,T]$. Значение параметра выбирается таким образом, чтобы достигалась требуемая точность при восстановлении оригинала $f(x,t)$ по трансформантам. Метод интегральных преобразований получил программную реализацию для осесимметричного случая. Он был апробирован на задачах тестового характера.

Третья глава посвящена численному решению нестационарного ИУ /I9/ с помощью метода коллокации по временной переменной /пошагового метода/. Пусть решение ИУ ищется на конечном временном интервале $[0,T]$. Покрываем его равномерной сеткой

$$\omega_T = \{ t_k \mid t_k = (k-1)h_t \quad k = \overline{1, n_t+1} \} , \quad h_t = T/n_t .$$

К плотности ИУ применяем кусочно-линейную аппроксимацию

$$q(y,t) = Q^k(y)\,\phi^0_{t,k}(t) + Q^{k+1}(y)\,\phi^1_{t,k}(t) \qquad t \in [t_k, t_{k+1}] ,$$

где $Q^k(y)$ – значение функции $q(y,t)$ при $t = t_k$,

$$\phi^0_{t,k}(t) = \frac{t_{k+1} - t}{h_t} , \quad \phi^1_{t,k}(t) = \frac{t - t_k}{h_t} \qquad \text{при } t \in [t_k, t_{k+1}] .$$

С помощью сетки ω_T определим следующее семейство временных узлов коллокации :

$$\{ \bar t_k \mid \bar t_k = t_{k-1} + \frac{1+\sigma}{2} h_t \quad k = \overline{2, n_t+1} \} \quad \sigma \in (-1,1] , \ t_k \in \omega_T .$$

Подставляем представление плотности в ИУ /I9/ и требуем его удовлетворения на временных узлах коллокации. В результате получаем последовательность стационарных ИУ вида:

$$\iint\limits_{D_1(x)} Q^2(y)\,\phi^1_{t,1}(\bar t_2 - r_{xy})\,\theta(\bar t_2 - r_{xy})\, r_{xy}^{-1}\, dS_y = f(x, \bar t_2) ,$$

$$\iint\limits_{D_1(x)} Q^{n+1}(y)\,\phi^1_{t,n}(\bar t_{n+1} - r_{xy})\,\theta(\bar t_{n+1} - r_{xy})\, r_{xy}^{-1}\, dS_y -$$

$$- \iint\limits_{D_1(x)} Q^{n}(y)\,\phi^0_{t,n}(\bar t_{n+1} - r_{xy})\,\theta(\bar t_{n+1} - r_{xy})\, r_{xy}^{-1}\, dS_y -$$

$$-\sum_{q=0,1}\iint\limits_{D_2(x)} Q_i^{k+q}(y)\,\Phi^{q}_{i,k}(\bar t_{n+1}-r_{xy})\,\theta(\bar t_{n+1}-r_{xy})\,r_{xy}^{-1}\,dS_y = f(x,\bar t_{n+1}).$$

где $\quad D_1(x) = \{ y \in S : \bar t_{n+1} - t_n \equiv \frac{1+\sigma}{2} \geq r_{xy} \}$,

$$D_2(x) = S \setminus D_1(x), \quad k = [(\bar t_{n+1} - r_{xy})/h_t],$$

$[\cdot]$ – целая часть от числа.

Для решения полученной последовательности стационарных ИУ применяется, как и ранее, метод интерполяции и коллокации по пространственным переменным. Таким же образом может быть построено решение нестационарного ИУ /9/. Метод ИУ применяется и для решения смешанной задачи Дирихле в слое. В этом случае в качестве ядра ИУ /I9/ и формулы /I8/ выступает функция Грина для этого слоя. Полученное ИУ решается тем же пошаговым методом с несущественными поправками на усложнение ядра.

Пошаговый метод реализован в виде комплекса прикладных програм для задач на кусочно-гладких граничных поверхностях а также для осесимметричных задач в слое. При расчетах установлено, что точность решения при пошаговом методе зависит от соотношения шагов по пространственной и временной переменной. Если шаг по временной переменной становится меньше шага по пространственной, то наступает явление неустойчивости. При неизменных вычислительных затратах и уменьшении длительности граничного импульса, в сравнении с характерным размером граничной поверхности, отмечается рост погрешности решения.

Расчеты тестовых задач с помощью пошагового метода и метода интегральных преобразований показали преимущество первого метода по точности при меньших вычислительных затратах. Вместе с тем, эти результаты с достаточной степенью точности совпадают, что свидетельствует о корректной програмной реализации обоих методов. Пошаговый метод апробирован также на решении более сложных задач с кусочно-гладкими граничными поверхностями в осесимметричном и пространственном случаях. Расчитаны решения некоторых осесимметричных задач в слое. Временной профиль большинства граничных функций представляет собой конечный выброс в виде B -сплайна.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

I. Доказана корректность постановки смешанной задачи Дирихле для волнового уравнения с разомкнутыми граничными поверхностями в случае двух пространственных переменных.

2. Показана эквивалентность постановок исходной задачи для разомкнутых граничных поверхностей соответствующим нестационарным ИУ первого рода в случае двух и трех пространственных переменных.

3. Реализован численный метод, использующий интегральные преобразования Чебышева-Лагерра для решения нестационарного ИУ, эквивалентного исходной задаче.

4. Для решения этого же ИУ программно реализован пошаговый метод по временной переменной.

5. Для обоих методов на основе вычислительного эксперимента определены соотношения между параметрами дискретизации, которые обеспечивают точность решения рассматриваемых задач близкую к оптимальной.

6. На решении ряда тестовых задач проведено экспериментальное сравнение эффективности реализованных методов. Более эффективным оказался пошаговый метод.

7. С помощью пошагового метода проведены расчеты ряда задач с кусочно-гладкими граничными поверхностями в осесимметричном и пространственном случаях. Проведены также расчеты некоторых осесимметричных задач в слое. Часть созданных программ внедрена в инженерную практику.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

I. Остудин Б.А., Пасичник Р.М. Численное решение задачи Дирихле для волнового уравнения с помощью метода граничных интегральных уравнений // Интегральные уравнения в прикладном моделировании: Тезисы докладов Республиканской научной конференции. - Киев, 1983. - Т.2. - С.166-167.

2. Музычук А.Е., Пасичник Р.М., Сибиль Ю.Н. Численное решение задач нестационарной дифракции для незамкнутых поверхностей // Численные методы решения задач математической физики: Тезисы докладов Всесоюзной школы молодых ученых. - Львов, 1983.-С.30-31.

3. Остудин Б.А., Пасичник Р.М. Использование метода граничных интегральных уравнений для определения акустического поля, отреженного от мягкой оболочки //Волны и дифракция: Материалы IX Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. - Тбилиси: ТПИ, 1985. - Т.I. - С.126-128.

4. Остудин Б.А., Пасичник Р.М. Численное решение осесимметричной задачи Дирихле для волнового уравнения методом интегральных преобразований. - Львов.ун-т. Львов, 1986. - 23 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 16.09.86 № 2179 Ук-86 Деп.

5. Остудин Б.А., Пасичник Р.М. Численное решение внешней задачи Дирихле для волнового уравнения // Вычислительные методы и математическое моделирование: Тезисы докладов Всесоюзной школы молодых ученых. - Красноярск, 1986. - С.66-67.

6. Пасичник Р.М. Численное решение гранично-временного интегрального уравнения типа волнового потенциала // Интегральные уравнения в прикладном моделировании: Тезисы докладов 2-й Республиканской научно-технической конференции. - Киев, 1986. - Т.2 - С. 175-176.