

Г.М. Возняк, О.Г. Возняк

МЕТОД ВЕКТОРІВ у геометричних задачах

Навчальний посібник

*Рекомендовано Вченою радою
Тернопільського національного педагогічного університету
ім. Володимира Гнатюка*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

ББК 22.1я72

В64

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та методики її навчання
Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка

Боднар Д.І.;

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри економіко-математичних
методів Тернопільського національного економічного університету

Хома-Могильська С.Г.;

методист математики Тернопільського обласного комунального інституту
післядипломної педагогічної освіти

Пришляк І.М.

Рекомендовано Вченою радою Тернопільського національного педагогічного
університету ім. Володимира Гнатюка (протокол №11 від 23.06.2015 р.)

Возняк Г.М.

В64 Метод векторів у геометричних задачах. Навч. посібник. / Г.М. Возняк,
О.Г. Возняк. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2016. — 104 с.

ISBN 978-966-10-4203-1

У посібнику класифіковано геометричні задачі, які розв'язуються
методом векторів. Подано 200 задач з докладними вказівками до їх-
нього розв'язування.

Посібник призначений для учнів і вчителів математики загально-
освітніх навчальних закладів. Його можуть використати і студенти
вищих навчальних закладів, які вивчають геометрію.

ББК 22.1я72

Навчальне видання

ВОЗНЯК Григорій Михайлович, ВОЗНЯК Ольга Григорівна

МЕТОД ВЕКТОРІВ У ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Андрій Кравчук*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 6.07.2016. Формат 60×84/16. Папір офсетний. Гарнітура Century Schoolbook.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 3,72. Умовн. фарбо-відб. 3,72.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352)52-06-07; 52-19-66; 52-05-48

office@bohdan-books.com www.bohdan-books.com

Охороняється законом про авторське право.

*Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-4203-1

© Навчальна книга – Богдан, 2016

ПЕРЕДМОВА

Задачі і теореми, що розглядаються у посібнику, присвячують-
ся, в основному, геометричним фігурам — трикутнику, трикутній
піраміді, багатокутнику та призмі. Тут подано векторні методи
розв'язування геометричних задач, що розглядаються в загальноос-
вітніх навчальних закладах, вони будуть корисні і для студентів, які
вивчають аналітичну геометрію.

Задачі, які розв'язуються за допомогою векторів, поділяються на дві
частини: на задачі афінної геометрії і задачі метричної геометрії. Для
зручності розв'язування задач кожна із цих частин посібника розбита
на пункти. В кінці кожного пункту розміщені завдання для самопере-
вірки — виконуючи їх, учень може оцінити свої навчальні досягнення.
Обидві частини містять певну кількість задач, які розв'язані із деталь-
ним поясненням або містять системні вказівки чи відповіді.

У третій частині «Векторні величини у техніці» містяться задачі,
що використовуються у фізиці, зокрема у механіці, проте їх доціль-
но розглядати і в курсі геометрії, що дозволяє не обмежуватися роз-
глядом «чистої математики», а пов'язувати її вивчення з відповідни-
ми темами курсу фізики. Це у свою чергу дає можливість показати
учням, де і як можна застосувати знання на практиці.

Читачеві рекомендуємо пробувати розв'язувати задачу самостій-
но, не заглядаючи у вказівки чи у її розв'язання. Якщо ця спроба
не увінчується успіхом, тоді слід скористатися розв'язуванням, яке є
в посібнику. Якщо ж удалося розв'язати задачу самостійно, то доціль-
но порівняти самостійний розв'язок із тим, що є в посібнику.

Посібник містить 200 геометричних задач, причому окремі з них
несуть на собі теоретичне навантаження, і їм повинна бути приді-
лена особлива увага. Це так звані задачі–теореми, в яких отримані
співвідношення та залежності між елементами геометричних фігур
можуть бути використані при розв'язуванні інших задач. Вони по-
значені значком^o біля номера задачі, задачі високого рівня навчаль-
них досягнень позначені зірочкою *.

ЗМІСТ

Передмова	3
Вступ.....	4
1. Задачі афінної геометрії.....	7
1.1. Лінійні операції з векторами.....	7
1.2. Побудова трикутника за трьома даними відрізками	11
1.3. Ознака колінеарності векторів	14
1.4. Деякі векторні тотожності.....	19
1.5. Задачі, пов'язані з медіаною трикутника	29
1.6. Розклад вектора за даними складовими векторами.....	33
1.7. Ознака компланарності векторів	39
1.8. Суміщення двох точок	45
1.9. Задачі, в яких потрібно довести, що чотирикутник є паралелограмом.....	49
1.10. Задачі, пов'язані з бісектрисою кута.....	52
2. Задачі метричної геометрії	55
2.1. Ознака перпендикулярності двох векторів.....	55
2.2. Векторна рівність чотирьох точок	63
2.3. Перпендикулярність прямої і площини.....	66
2.4. Задачі на знаходження довжини відрізка.....	69
2.5. Знаходження відстані між мимобіжними прямими.....	74
2.6. Визначення кута між прямими.....	78
2.7. Застосування векторів для доведення геометричних нерівностей.....	84
3. Векторні величини у техніці	87
3.1. Додавання двох сил, прикладених до однієї точки, що не лежать на одній прямій.....	88
3.2. Розклад даного вектора на два вектори	89
3.3. Геометричні умови рівноваги	92
3.4. Графічні умови рівноваги системи збіжних сил	95
3.5. Аналітична умова рівноваги системи збіжних сил.....	97
Література.....	103