

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ МЕТОДОМ СКІНЧЕННОГО ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛЕЖАНДРА — ФУР'Є — БЕССЕЛЯ

О. М. Нікітіна, М. І. Шинкарик

*Чернівецький факультет НТУ «ХПІ», Чернівці,
Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль, Україна*

У зв'язку з широким застосуванням у різноманітних технологічних процесах композитних матеріалів, виникає гостра потреба в розв'язанні достатньо широкого класу задач математичної фізики неоднорідних структур.

Оскільки тонкостінні елементи конструкцій композитного типу, як правило, знаходяться в короткочасовому стаціонарному режимі, на який вони виходять після стрибкоподібного температурного або силового навантаження, то вивчення їх фізико-технічних характеристик приводить до задач термомеханіки (механіки) кусково-однорідних середовищ. Навіть у найпростіших випадках величини, які характеризують стаціонарний режим композита, зображаються поліпараметричним невластним інтегралом (функціональним рядом), який може бути умовно збіжним навіть тоді, коли зображає аналітичну функцію.

Звідси виникає природне бажання замінити невластний інтеграл (функціональний ряд) його результатом збіжності (функцією), що особливо важливо при інженерних розрахунках. Це вимагає удосконалення й модифікації існуючого математичного апарату. У частковому випадку, виникла необхідність в побудові таких інтегральних перетворень, які давали б можливість розв'язувати задачі математичної фізики неоднорідних структур.

Розглянемо задачу побудови розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами за допомогою скінченного гібридного інтегрального перетворення (СГП) [1], породженого на сегменті $[R_0, R_3]$ з двома точками спряження гібридним диференціальним оператором (ГДО) Лежандра — Фур'є — Бесселя.

У даній роботі побудовано на множині

$$I_2 = \{r : r \in (R_0, R_1) \cup (R_1, R_2) \cup (R_2, R_3); R_0 > 0, R_3 < \infty\}$$

інтегральне перетворення, породжене ГДО

$$M_{\nu, \alpha}^{(\mu)} = \theta(r - R_0)\theta(R_1 - r)a_1^2 \Lambda_{(\mu)} + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)a_2^2 \frac{d^2}{dr^2} + \\ + \theta(r - R_2)\theta(R_3 - r)a_3^2 B_{\nu, \alpha}.$$

Тут $\theta(x)$ — одинична функція Гевісайда, $\Lambda_{(\mu)}$ — узагальнений диференціальний оператор Лежандра, $\frac{d^2}{dr^2}$ — диференціальний оператор Фур'є, $B_{\nu,\alpha}$ — диференціальний оператор Бесселя [1].

Доведено теореми про дискретний спектр, дискретну спектральну вектор-функцію та основну тотожність інтегрального перетворення ГДО $M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$. Будь-яка вектор-функція $g(r) \in G$ зображається абсолютно й рівномірно збіжним на множині I_2 рядом Фур'є за системою $\left\{ V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r, \beta_n) \right\}_{n=1}^{\infty}$ власних вектор-функцій ГДО $M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$. Ряд Фур'є визначає пряме $H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$ та обернене $H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}$ СГП, породжене на множині I_2 ГДО $M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$ [1]:

$$H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}[g(r)] = \int_{R_0}^{R_3} g(r) V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r, \beta_n) \sigma(r) dr \equiv \tilde{g}_n, \quad (1)$$

$$H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}[\tilde{g}_n] = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{g}_n V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r, \beta_n) \equiv g(r). \quad (2)$$

Одержані перетворення носять алгоритмічний характер. Це дозволяє їх успішно використовувати як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках та застосовувати до розв'язування відповідних задач математичної фізики неоднорідних структур (динаміки, статички, квазістатички тощо).

Список літератури

1. Нікітіна О. М., Шинкарик М. І. Скінченне гібридне інтегральне перетворення типу Лежандра — Фур'є — Бесселя на сегменті $[R_0, R_3]$ з двома точками спряження / О. М. Нікітіна, М. І. Шинкарик // Вестник Херсонского национального технического университета. — 2014. — Вып. 3 (50). — С. 384—389.