

Алілуйко Андрій Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль, Україна,
 e-mail: aliluiko@imath.kiev.ua;
 Єрмоєнко Валерій Олександрович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль, Україна,
 e-mail: eromenko-v@rambler.ru;

РОБАСТНА СТІЙКІСТЬ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З МАТРИЧНИМИ НЕВИЗНАЧЕНОСТЯМИ

Алілуйко А.М., Єрмоєнко В.О.

Розглядається лінійна неперервна динамічна система керування

$$\dot{x} = (A + \Delta A(t))x + (B + \Delta B(t))u, \quad y = Cx + Du, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

де $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ і $y \in \mathbb{R}^l$ - вектори відповідно стану, керування та спостереження об'єктів, A , B , C і D - сталі матриці відповідних розмірів $n \times n$, $n \times m$, $l \times n$ і $l \times m$,

$$\Delta A(t) = F_A \Delta_A(t) H_A, \quad \Delta B(t) = F_B \Delta_B(t) H_B, \quad (2)$$

де F_A , F_B , H_A , H_B - сталі матриці відповідних розмірів, а матричні невизначеності $\Delta_A(t)$ і $\Delta_B(t)$ задовольняють обмеженню $\|\Delta(t)\| \leq 1$ або $\|\Delta(t)\|_F \leq 1$ при $t \geq 0$. $\|\cdot\|$ - евклідова норма вектора і спектральна норма матриці, $\|\cdot\|_F$ - матрична норма Фробеніуса.

Множина стабілізуючих регуляторів визначається у вигляді

$$u = Ky, \quad K \in E = \{K \in \mathbb{R}^{m \times l} : K^T P^{-1} K \leq Q\}, \quad (3)$$

де $P = P^T > 0$ і $Q = Q^T > 0$ - деякі додатно визначені матриці.

Теорема. Нехай для деяких $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ виконуються матричні нерівності

$$D^T Q D < P^{-1}, \quad \begin{bmatrix} AX + XA^T + \varepsilon_1 F_A F_A^T + \varepsilon_2 F_B F_B^T & B & XC^T & XH_A^T & 0 \\ B^T & -P^{-1} & D^T & 0 & H_B^T \\ CX & D & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ H_A X & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & 0 \\ 0 & H_B & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} \leq 0 (< 0),$$

де $X = X^T > 0$. Тоді будь-яке керування (3) забезпечує стійкість (асимптотичну стійкість) нульового положення рівноваги системи (1), (2) і загальну функцію Ляпунова $v(x) = x^T X^{-1} x$.

При доведенні теореми використані відомі узагальнення твердження достатності відомого критерія, який називається лемою Пітерсена про матричну невизначеність [1], [2].

1. Поляк Б.П. Идеология инвариантных эллипсоидов в задаче о робастном подавлении ограниченных внешних возмущений / Б.П. Поляк, М.В. Топунов, П.С. Щербаков // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2007, - Вып. 3. - С. 51-84.

2. Мазко А.Г. Робастная устойчивость и оценка качества семейства нелинейных систем управления / А.Г. Мазко // Проблемы динаміки та стійкості багатовимірних систем: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. - 2011, — Т. 8, № 2. — С. 174–186.