Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний економічний університет

КОМПЛЕКСНІ ПРАКТИЧНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

для студентів всіх спеціальностей

Тернопіль – 2019

УДК 519.2

Рецензенти:

В.З. Чорний – к. ф.-м. н., доцент кафедри математики та методики її викладання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка

Л.М. Буяк – к. е. н., доцент кафедри економічної кібернетики та інформатики Тернопільського національного економічного університету;

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики, протокол № 1 від 27.08.2019 р.

Єрьоменко В. О., Шинкарик М.І., Мартинюк О. М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей, 2019. – 63 с.

Методична розробка містить орієнтовний зміст змістовних модулів з курсу «ТІМС», рекомендованих типовою навчальною програмою Міністерства освіти і науки для економічних спеціальностей. Він включає набір комплексних практичних індивідуальних завдань, список рекомендованої літератури. Для студентів денної форми навчання.

УДК 519.2

Відповідальний за випуск: О.М. Мартинюк, кандидат фіз..-мат. наук, доцент кафедри прикладної математики ТНЕУ

ВСТУП

Зростаючі вимоги до економістів, як фахівців, здатних скласти економічний прогноз, прийняти оптимальне рішення у виборі правильної економічної політики, потребують глибокого вивчення математичних дисциплін. З метою якісного засвоєння курсу теорії ймовірностей та математичної статистики, ефективного її застосування в практичній діяльності, розроблено комплексні практичні індивідуальні завдання (КПІЗ). Вони включають:

- структуру залікових кредитів;
- варіанти завдань для виконання КПІЗ;
- критерії оцінювання КПІЗ;
- графік виконання та здачі КПІЗ;
- комплексне практичне індивідуальне завдання;
- список рекомендованих джерел.

КПІЗ охоплюють всю програму курсу теорії ймовірностей та математичної статистики вищих навчальних закладів економічного профілю. Студент виконує завдання КПІЗ протягом І семестру. Оформляє виконане завдання в зошиті з необхідними поясненнями, захищає його згідно графіка, як важливий компонент здачі заліку. При розв’язуванні задач важливо пояснити економічний зміст отриманих результатів.

СТРУКТУРА ЗАЛІКОВОГО КРЕДИТУ ДИСЦИПЛІНИ «ТІМС»

Назва теми	Кількість годин				
	Разом	Лекції	Практ. занят.	Індив. робота	Самост. робота
Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей					
Тема1. Основні поняття теорії ймовірностей.	7,2	2	2	0,2	3
Тема2. Теореми множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.	12,2	4	4	0,2	4
Тема 3. Повторні незалежні випробування.	11,2	3	4	0,2	4
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	11,2	3	4	0,2	4
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики	8,2	2	2	0,2	4
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин	10,2	2	2	0,2	6
Тема 7. Системи випадкових величин	8,2	2		0,2	6
Тема 8. Функція випадкових величин	6,2			0,2	6
Тема 9. Закон великих чисел	10,2	2	2	0,2	6
Змістовий модуль 2. Математична статистика					
Тема 10. Вибірковий метод	10,2	2	2	0,2	6
Тема 11. Статистичне оцінювання	16,2	2	2	0,2	12
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез	16,2	2	2	0,2	12
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу	14,2	2	2	0,2	10
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу	8,4			0,4	8
Тренінг	4				4
Разом	**150**	**28**	**28**	**3**	**91**

АЛГОРИТМ ФОРМУВАННЯ ВАРІАНТІВ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КОМПЛЕКСНОГО ПРАКТИЧНОГО ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Позначимо k_1, k_2, …, k_{15} номери першого, другого, …, п’ятнадцятого завдань, a двозначне число, утворене двома останніми цифрами номера залікової книжки студента.

Якщо $a \le 50$, тоді $k_1 = a$; якщо $a > 50$, тоді $k_1 = a - 50$.

Для другого завдання $k_2 = k_1 + 1$. Якщо ж $k_1 + 1 > 50$, тоді $k_2 = 1$.

Для третього завдання $k_3 = k_2 + 1$. Коли $k_2 + 1 > 50$, тоді $k_3 = 1$.

………………………………………

Для п’ятнадцятого завдання $k_{15} = k_{14} + 1$. Коли $k_{15} + 1 > 50$, тоді $k_{15} = 1$.

При виконанні КПІЗ студент разом із вибраним йому варіантом практичних задач повинен дати письмові відповіді на всі теоретичні питання.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КОМПЛЕКСНОГО ПРАКТИЧНОГО ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Комплексне практичне індивідуальне завдання оцінюється за стобальною шкалою і складає 15-20% підсумкового балу з дисципліни «ТІМС».

- «відмінно» (90-100 балів) виставляється, якщо студент повністю виконав КПІЗ (дав відповіді на теоретичні питання і розв'язав усі задачі, може обґрунтувати їх розв'язування).
- «добре» (75-89 балів) виставляється, якщо студент повністю виконав КПІЗ, але при висвітленні теоретичних питань або при розв'язуванні окремих завдань допустив помилки.
- «задовільно» (60-74 бали) виставляється, якщо студент виконав КПІЗ, але не може без сторонньої допомоги зробити відповідні обґрунтування теоретичних та практичних завдань, не може зробити правильних висновків при розв'язуванні економічних задач.
- «незадовільно» (менше 60 балів) виставляється у випадку, якщо студент виконав письмовий варіант КПІЗ на задовільному рівні, але не знає відповідей на теоретичні питання, не вміє пояснити розв'язування виконаних ним практичних завдань, не може зробити жодних висновків при розв'язуванні економічних задач.

У випадку отримання незадовільної оцінки студент допрацьовує КПІЗ і належно готується до повторного захисту.

ГРАФІК ВИКОНАННЯ ТА ЗДАЧІ КОМПЛЕКСНОГО ПРАКТИЧНОГО ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Тема	Завдання для виконання	Термін здачі КПІЗ
Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей. Теми 1-4	Теоретичні питання 1-36 Задачі 1-4	тиждень 6
Теми 5-9	Теоретичні питання 37-62 Задачі 5-8	тиждень14
Змістовий модуль 2. Математична статистика. Теми 10-14	Теоретичні питання 1-52 Задачі 1-7	тиждень 18

ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ЗАПИТАНЬ ДО КОМПЛЕКСНИХ ПРАКТИЧНИХ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Змістовий модуль 1 «Теорія ймовірностей»

1. Що вивчає теорія ймовірностей?
2. Як визначають та позначають суму, добуток випадкових подій, протилежну подію, повну групу подій?
3. Як класифікуються події?
4. Дайте означення випадкової, достовірної і неможливої події.
5. Сформулюйте класичне означення ймовірності події.
6. Чому дорівнюють ймовірності для достовірної, неможливої і випадкової подій?
7. Сформулюйте означення відносної частоти події. Яка основна властивість відносної частоти?
8. Чим різняться поняття ймовірності та відносної частоти події?
9. Сформулюйте статистичне означення ймовірності події.
10. Як визначають та в яких випадках використовують класичне та геометричне означення імовірності?
11. Як визначають та позначають частоту випадкової події A?
12. Що є предметом комбінаторики?
13. Які сполуки називають комбінаціями, розміщеннями, перестановками? Як позначають та обчислюють кількість цих сполук?
14. Як формулюють основні принципи комбінаторики?
15. Які події називаються несумісними і які сумісними, рівноможливими? Наведіть приклади.
16. Що називають сумою, добутком подій? Наведіть приклади.
17. Які події утворюють повну групу подій?
18. Сформулюйте теореми додавання ймовірностей у випадку несумісних і сумісних подій.
19. Які події називаються протилежними? Основна властивість протилежних подій.
20. Дайте визначення незалежних і залежних подій. Наведіть приклади таких подій.
21. Що таке умовна ймовірність?
22. Сформулюйте теореми множення ймовірностей.
23. За якою формулою можна обчислити імовірність появи хоча б однієї з n сумісних подій?
24. Яким умовам повинні задовольняти події $B_1, B_2, \ \ , B_n$ та A, щоб формула повної імовірності була правильною?
25. У якому випадку використовуються формула повної імовірності?
26. Коли можна використати формули Байєса?
27. Яку імовірність дають формули Байєса?

28. Яка послідовність випробувань утворює схему Бернуллі?
29. Що і в яких випадках визначають за формулою Бернулі? Випишіть цю формулу і поясніть зміст символів, які туди входять.
30. Що розуміють під найімовірнішим числом подій у повторних незалежних випробуваннях? З якого співвідношення визначається це число?
31. Для чого і в яких випадках використовують локальну формулу Лапласа? Запишіть цю формулу.
32. Який вигляд має функція Гауса? Сформулюйте основні властивості.
33. В яких випадках використовується інтегральна формула Лапласа? Запишіть цю формулу.
34. Сформулюйте основні властивості функції Лапласа.
35. Запишіть формулу для обчислення ймовірності відхилення відносної частоти від постійної імовірності у кожному випробуванні ймовірності події.
36. Для чого і в яких випадках використовується формула Пуассона?
37. Що називається випадковою величиною? Наведіть приклади.
38. Як класифікуються випадкові величини? Наведіть приклади дискретних і неперервних величин.
39. Що таке закон розподілу дискретної випадкової величини?
40. Якими способами можна задати закон розподілу дискретної випадкової величини?
41. Наведіть приклади аналітичного задання закону розподілу.
42. Вказати основні закони розподілу дискретної випадкової величини та умови їх використання.
43. Дайте визначення математичного сподівання дискретної випадкової величини. Який його ймовірнісний зміст?
44. Що характеризує дисперсія випадкової величини? Дайте визначення дисперсії.
45. Напишіть формули для обчислення дисперсії.
46. Що називається середнім квадратичним відхиленням? Для чого воно вводиться?
47. Числові характеристики дискретних випадкових величин є випадковими величинами чи детермінованими?
48. Дайте визначення функції розподілу ймовірностей випадкової величини.
49. Сформулюйте основні властивості функції розподілу.
50. Що називається густиною розподілу випадкової величини?
51. Як знаходиться імовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал? За допомогою: а) функції розподілу; б) густини розподілу.
52. Сформулюйте основні властивості густини розподілу.
53. Вказати основні закони розподілу неперервних випадкових величин та їх вигляд.
54. Чому дорівнюють числові характеристики основних законів розподілу дискретних та неперервних випадкових величин?
55. Який розподіл випадкової величини називають нормальним?

56. Який імовірнісний зміст параметрів нормального розподілу?
57. Який вигляд має крива нормального розподілу? Як впливає на форму кривої зміна параметрів?
58. Виведіть формули для розв’язування основних задач на нормальний розподіл: а) про ймовірність попадання в заданий інтервал; б) про ймовірність заданого відхилення від математичного сподівання.
59. За якими формулами обчислюють числові характеристики функції дискретного та неперервного випадкового аргументу?
60. Як вианачають початкові та центральні моменти, коефіцієнт кореляції та як пов'язані поняття кореляції, залежності та незалежності випадкових величин?
61. Правило 3 σ та його використання.
62. Центральна гранична теорема Ляпунова.

Змістовий модуль 2 «Математична статистика»

1. Що є предметом математичної статистики?
2. Дайте означення генеральної та вибіркової сукупностей. Наведіть їх приклади, підрахуйте об’єм.
3. Статистичний закон розподілу, варіаційний ряд.
4. Які є геометричні методи зображення варіаційного ряду?
5. Які характеристики вводять для порівняння одно типових варіаційних рядів?
6. Вказати способи відбору статистичних даних.
7. Що називають статистичним розподілом вибірки?
8. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?
9. Як визначають полігони частот та відносних частот?
10. Як визначають гістограми частот та відносних частот? Чому дорівнює площа кожної з цих гістограм?
11. Як одержують закон розподілу вибірки у випадку великої кількості варіант?
12. Як довжина відрізків розподілу варіант впливає на якість гістограми вибірки?
13. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.
14. Які властивості має вибіркова середня?
15. Як визначають степеневу середню вибірки, середню квадратичну, середню гармонічну та середню геометричну вибірки?
16. Що називають вибірковим середнім квадратичним відхиленням (стандартом)?
17. Наведіть приклади точкових статистичних оцінок.
18. Властивості точкових статистичних оцінок.
19. Які статистичні оцінки називають точковими, інтервальними?
20. Різниця між точковою та інтервальною статистичною оцінкою.

21. В яких випадках використовують інтервальні оцінки та що вони дозволяють встановити?
22. Який порядок дій знаходження довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомому та невідомому σ ?
23. Як знаходять обсяг вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
24. В яких випадках використовують виправлену вибіркову дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
25. СКП для оцінювання середньої генеральної для повторної вибірки?
26. СКП для оцінювання середньої генеральної для безповторної вибірки?
27. Який ряд називається рядом з рівновіддаленими варіантами?
28. Перевага умовних варіант над звичайними.
29. В яких випадках обчислюють характеристики вибірки методом добутків? Який порядок дій при використанні цього методу?
30. Які гіпотези називають статистичними, основною та альтернативною, простою та складною?
31. Що таке помилки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
32. Який зміст рівня значущості α ?
33. Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
34. Як перевіряють гіпотезу про рівність дисперсій двох нормальних сукупностей?
35. Який зміст потужності критерію перевірки гіпотези?
36. Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
37. Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
38. За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань N нормально розподілених сукупностей?
39. Коли застосовують критерій узгодження Пірсона *(хі*-квадрат)?
40. Як знаходять теоретичні частоти нормального розподілу для перевірки гіпотези за правилом Пірсона?
41. Наведіть види зв’язку в реальному світі.
42. Дайте означення стохастичної залежності та кореляційного зв’язку.
43. Які рівняння називаються рівняннями регресії?
44. Наведіть приклади кореляційного зв’язку між випадковими величинами.
45. Дайте означення статистичної залежності між випадковими величинами.
46. Яким чином обрати вид функції регресії?
47. Які оцінки рівняння регресії?
48. Як оцінити невідомий коефіцієнт лінійної кореляції на підставі статистичних даних?

49. Яким чином встановлюється сила кореляційного зв’язку у випадку не лінійності функції регресії?
50. Які властивості вибіркового коефіцієнта лінійної кореляції?
51. Які методи використовуються в кореляційному аналізі?
52. Дайте означення регресійного аналізу. Які задачі вивчає регресійний аналіз?
53. Яка основна мета регресійного аналізу?
54. Запишіть систему нормальних рівнянь для знаходження коефіцієнтів лінійної регресії методом найменших квадратів.
55. Які властивості вибіркового кореляційного відношення?

ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА» ДЛЯ КПІЗ

ЧАСТИНА ПЕРША

ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

Завдання №1

«*ВИЗНАЧЕННЯ ІМОВІРНОСТІ*»

1. В семиповерховому готелі функціонує ліфт. На першому поверсі в ліфт зайшли 6 пасажирів, кожний із яких може вийти незалежно один від інших на довільному поверсі з другого по сьомий включно. Знайти імовірність того, що всі пасажири вийдуть: а) на різних поверхах; б) на сьомому поверсі; в) на одному поверсі.

2. В партії 200 виробів, з яких 4 браковані. Партія довільним чином розподілена на дві рівні частини, які відправлені двом споживачам. Знайти імовірність того, що: а) браковані вироби потраплять до споживачів в однаковій кількості; б) всі браковані вироби дістануться одному споживачу.

3. В контейнері знаходяться стандартні і браковані деталі. Імовірність того, що навмання взяті дві деталі виявляться стандартними, дорівнює 3/4. Знайти мінімальне число деталей в контейнері.

4. Монета кидається 6 разів. Яка ймовірність того, що герб випаде 5 разів?.

5. Цифри 2,3,4,5,6,7 написані на однакових картках. Випадковим чином ці картки розставляють у рядок. Обчислити імовірності випадкових подій: 1) *A* – цифра 3 стоятиме на першому місці, а 6 – на останньому; 2) *B* – цифри в числі утворюють спадну послідовність; 3) *C* – цифри утворюють парне число.

6. В кейсі містяться 20 акцій різних видів, 5 із яких високоприбуткові. Випадковим чином всі акції розподіляються на дві рівні частини.

   а) Яка ймовірність попадання двох високоприбуткових акцій в одну частину і трьох в другу? б) Яка ймовірність того, що всі високоприбуткові акції потраплять в одну частину?

7. Для деякого міста телефонний номер складається із шести цифр, перша з яких може бути 2, 3, 4, 5, 7, 9. Знайти імовірність того, що навмання набраний номер телефону матиме: а) всі різні цифри; б) непарні цифри; в) всі однакові цифри.

8. В обласних змаганнях з футболу бере участь 16 команд, чотири з яких є найбільш сильними за підсумками минулорічних змагань. Ці команди

випадковим чином розбиваються на дві підгрупи по вісім команд в кожній. Знайти імовірність того, що: а) чотири найсильніші команди потраплять в одну підгрупу; б) в кожній із підгруп буде по дві найсильніші команди.

9. В кейсі знаходяться 20 акцій чотирьох видів: 8 – першого виду і по 4 другого, третього і четвертого видів. Яка імовірність того, що серед семи навмання взятих акцій виявляться чотири – першого виду, дві – другого і одна – четвертого?

10. На пульті обленерго з'явилась інформація про пошкодження після буревію лінії електропередач між 30-м і 50-м кілометрами. Знайти імовірність того, що це сталося на ділянці між 40-м і 45-м кілометрами.

11. Знайти імовірність того, що навмання кинута в круг точка попаде у вписаний в нього квадрат.

12. За підсумком року акції десяти фірм мали прибуток, чотирьох фірм знецінились, а акції шести фірм зберегли свою номінальну вартість. Яка імовірність того, що випадково куплені шість акцій різних фірм матимуть прибуток?

13. Для молодіжної вечірки діджей заготував 17 компакт-дисків, 6 з яких з інструментальною музикою. Знайти імовірність того, що з чотирьох навмання відібраних компактів два будуть з інструментальною музикою.

14. На кожній із шести однакових карток надрукована одна із літер *Е*, *Н*, *А*, *І*, *Т*, *Г*. Картки витягують навмання послідовно і складають зліва направо. Яка імовірність того, що в результаті отримається слово «*ТАНГ*»?

15. У конверті 20 акцій, серед яких три фірми *А*. Навмання відібрано 4 акції. Яка імовірність того, що серед них буде одна акція фірми *А*?

16. Академічній групі, в якій 12 дівчат та 18 юнаків, запропоновано придбати 5 акцій банку «Надра». Знайти імовірність того, що власниками акцій стануть 2 юнаки та 3 дівчини, якщо розігрування здійснюється випадковим чином.

17. Знайти імовірність того, що власник однієї картки спортлото «5 з 36» закреслить чотири виграшні числа.

18. Навісний замок із «секретом» має чотири восьмикутні призми, кожна з яких повертається навколо своєї осі незалежно від інших. Бічні грані кожної призми пронумеровані цифрами від 1 до 8. Замок відкривається, якщо обертанням призм на чільній стороні замка буде набрано певне чотиризначне число. Знайти імовірність того, що особа, яка не знає «секрету», зможе відкрити за першою спробою замок, набравши на призмах довільне чотиризначне число.

19. В урні знаходяться червоні і зелені кулі. Імовірність того, що навмання витягнуті три кулі будуть червоними, дорівнює 1/2. Яка мінімальна кількість куль в урні?

20. Пасажир забув дві останні цифри коду ячейки автоматичної камери схову, де він залишив речі. Знайти імовірність того, що після першого набору коду із двома останніми навмання набраними цифрами ячейка відкриється, а також імовірність цієї ж події у випадку, коли пасажир пам'ятає, що ці цифри різні.

21. Кидають три гральні кубики. Знайти імовірність того, що сума очок на гранях, що випали, буде не менша 8 і не більша 12.

22. Куб, всі грані якого зафарбовані, розпиляли на 64 кубики однакового розміру, які потім змішали. Знайти імовірність того, що навмання взятий кубик матиме зафарбованих граней: а) одну; б) дві; в) три; г) чотири; д) не матиме жодної.

23. Серед 20 видів акцій будівельних організацій 9 стали прибутковими, 5 — збитковими, а 6 залишилися без змін. Яка імовірність того, що серед п'яти навмання придбаних акцій різних видів прибутковими виявляться три?

24. Цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 написані на однакових картках, які ретельно перемішані. Тричі навмання беруть по одній картці і кладуть їх зліва направо. Знайти імовірність того, що утворене тризначне число виявиться: а) парним; б) кратним трьом; в) кратним 5.

25. У шухляді є вісім однотипних деталей, три з яких браковані (решта — стандартні). Навмання із шухляди беруть три деталі. Знайти імовірність подій A_i, де i — число бракованих деталей серед взятих ($i = 0, 1, 2, 3$).

26. До контролера поступила партія однотипних виробів кількістю 16 шт. Серед них є п'ять бракованих, але про це йому невідомо. Контролер навмання бере чотири вироби для перевірки. Якщо всі відібрані вироби виявляться доброякісними, то партія пропускається. Знайти імовірність того, що партія буде пропущена контролером.

27. В кіоску на початок зміни було 5 упаковок кави «Jacobs», 6 — «Nescafe», 8 — «Галка». Попит на кожний із цих видів кави був однаковий. За зміну було продано п'ять упаковок. Яка імовірність того, що вся кава «Jacobs» залишилася в кіоску?

28. У касовому апараті є 8 25-копійкових монет, 10 — вартістю по 50 коп. і 12 — по 5 коп. Знайти імовірність того, що серед п'яти навмання взятих монет не виявиться жодної вартістю 50 коп.

29. Першість області по баскетболу виборюють 18 команд, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 9 команд в кожній. 5 команд зазвичай займають перші місця. Яка імовірність попадання всіх лідируючих команд в

одну групу? Яка імовірність попадання двох лідируючих команд в одну групу і трьох — в іншу?

30. Ольга і Сергій домовилися зустрічати Новий рік в компанії чисельністю 8 чоловік. Вони обоє дуже хотіли сидіти за святковим столом поруч. Яка імовірність виконання їх бажання, якщо серед їх друзів є звичай розподіляти місця жеребкуванням.

31. Із шести літер розрізної абетки складено слово «книжка». Неграмотний хлопчик змішав літери, а потім навмання їх зібрав. Яка імовірність того, що він знову отримає те ж саме слово?

32. На п'яти картках написано по одній цифрі із набору 1, 2, 3, 4 і 5. Навмання вибираються одна за одною дві картки. Яка імовірність того, що цифра на другій картці виявиться більшою, ніж на першій?

33. В контейнері є 20 деталей, серед яких 6 нестандартних. Знайти імовірність того, що число нестандартних деталей серед п'яти навмання взятих деталей виявиться рівним: а) 0; б) 2; в) 5.

34. Замок містить на спільній осі 4 диски, кожний із яких розподілений на 6 секторів, відмічених цифрами. Замок відкривається тільки в тому випадку, якщо всі диски займають визначене положення відносно корпусу замка (їх цифри утворюють певне число, яке сладає «секрет» замка). Яка імовірність відкрити замок, набравши довільний набір цифр?

35. Студент підготував на залік 30 питань із 40. Знайти імовірність того, що він складе залік за першим разом, якщо для цього достатньо правильно відповісти на три навмання витягнуті питання (кожне із 40 питань надруковане на окремій картці).

36. В касовому апараті є 8 монет по 5 коп., 6 монет по 10 коп., 4 монети по 25 коп. і 3 монети по 50 коп. Навмання беруться 5 монет. Яка імовірність того, що в сумі виявиться не менше однієї гривні?

37. Знайти імовірність того, що власник однієї картки спортлото «6 із 40» закреслить числа виграшних номерів: а) три; б) п'ять; в) шість.

38. Серед 20 телевізорів, що продаються, 6 вимагають додаткового регулювання. Знайти імовірність того, що з п'яти куплених телевізорів три потребують додаткового регулювання.

39. З двадцяти пісень, трансльованих на радіо-FM, 12 є англомовними. Яка імовірність того, що слухач передачі з перших п'яти прослуханих пісень мав нагоду чути тільки англійську мову?

40. Банк протягом місяця мав видати в кредит позику дванадцяти клієнтам першого району і восьми клієнтам другого району. Ця операція здійснюється поетапно. Знайти імовірність того, що за перший тиждень кредити

отримають два клієнти першого району і три клієнти другого, якщо всі клієнти мають однакові можливості отримати позику.

41. Президент фірми хоче створити команду дизайнерів для розробки нової моделі виробу у складі двох інженерів і трьох маркетологів. Яка імовірність того, що команда такого складу буде створена, якщо з групи 9 інженерів і шести маркетологів вибрати навмання 5 осіб?

42. При складанні заліку студент навмання витягнув 5 питань із 80, з яких він знає 60. Якщо він знатиме хоча б 4 із п'яти, то отримає залік. Знайти імовірність успішної здачі заліку.

43. Серед 20 телевізорів фірми «Електрон» 12 апаратів мають систему дистанційного керування. Яка імовірність того, що серед п'яти випадково відібраних апаратів три телевізори будуть мати цю систему.

44. Продавець радіодеталей має в коробці 18 транзисторів, серед яких 11 — типу КТ315А і 7 — типу КТ315В, які мало відрізняються за зовнішнім виглядом. Знайти імовірність того, що з п'яти навмання відібраних транзисторів число типу КТ315В виявилось рівним: а) 3; б) 5; в) 0.

45. На восьми сторінках газети поміщені рекламні оголошення, 7 сторінок присвячені соціально-політичним проблемам, 3 — спортивним новинам. Використали 4 сторінки з цієї газети. Яка імовірність того, що серед них немає сторінок із спортивними новинами?

46. У ящику пива є 9 пляшок із зеленого скла, 7 — коричневого і 4 — прозорого. Продавець вибирає навмання 5 пляшок. Яка імовірність того, що серед них відсутнє пиво у прозорих пляшках?

47. У папці є 4 відомості, сформовані одним бухгалтером, і 5 відомостей — другим. Навмання вибирається три відомості. Знайти імовірність того, що: 1) всі три відомості сформовані другим бухгалтером; 2) відомостей, сформованих другим бухгалтером, виявиться більше, ніж першим.

48. У продавця канцтоварів у шухляді є 8 ручок українського виробництва, 6 — угорського і 4 — китайського. Знайти імовірність того, що серед випадково вибраних п'яти ручок три ручки виявляться імпортного виробництва.

49. Гросмейстер демонструє сеанс одночасної гри на 14 дошках з аматорами, серед яких 8 надають перевагу захисту Альохіна, 3 — «Каро-Кан» і троє — індійській обороні. Яка імовірність того, що на перших п'яти шахівницях буде розіграно захист Альохіна?

50. На паркінгу автомобілів є десять марок «Жигулі», 5 — закордонного виробництва і 9 — «Таврій». Через снігопад 6 автомобілів не виїхали із паркінгу. Яка імовірність того, що серед них немає жодного автомобіля іноземного виробництва?

З а в д а н н я № 2
«ТЕОРЕМИ МНОЖЕННЯ І ДОДАВАННЯ ІМОВІРНОСТЕЙ ТА ЇХ НАСЛІДКИ»

1. Однотипні деталі, виготовлені трьома станками, скидаються на спільний конвейєр. Продукція І-го станка складає 40%, а ІІ-го і ІІІ-го – 50% і 10% відповідно. Із конвейєра навмання взято дві деталі. Яка імовірність того, що: а) одна із них виготовлена ІІ-м станком; б) обидві виготовлені одним станком?

2. В шухляді є 15 карток розрізної абетки: 6 карток з літерою “а”, 3 – з літерою “б”, 4 – з літерою “н” і 2 – “с”. Навмання витягуються шість карток і розкладаються зліва направо. Яка імовірність того, що в результаті отримається слово “ананас”?

3. Два гравці почергово кидають гральний кубик. Виграє той, в кого першим випаде грань із п’ятьма очками. Яка імовірність виграшу для гравця, котрий починає кидати другим?

4. Основний і додатковий час кубкового матчу з футболу завершився внічию. Статистичні імовірності вдало пробитих пенальті для гравців обох команд також рівні і дорівнюють 0,8. Знайти імовірність виграшу команди, яка першою пробиває пенальті, якщо перед цим обидві команди вдало виконали по чотири спроби.

5. Статистична імовірність попадання в мішень при кожному пострілі для І-го лучника дорівнює 0,6, а для ІІ-го – 0,8. Обидва вони, починаючи з І-го, почергово стріляють по мішені, але виконують не більше двох пострілів. Знайти імовірність того, що в мішені виявиться: а) дві стріли; б) три.

6. В магазині продаються 20 телевізорів одного класу, 4 з яких вимагають тривалого додаткового регулювання. Яка імовірність того, що покупець придбає телевізор, якщо для вибору апарату без дефектів він здійснить не більше трьох спроб?

7. Стандартна продукція підприємства складає 96%. Брак виробів внаслідок наявності дефекту D1 складає 7%, а внаслідок дефектів D2 та D3 - 12% та 20% відповідно. Знайти імовірність того, що: 1) серед продукції без дефекту D1 зустрінуться дефекти D2 та D3; 2) серед забракованих за ознакою D1 продукції буде встановлено наявність дефекту D2 і відсутність D3.

8. Серед 30 механічних годинників, які надійшли в ремонт, 6 вимагають загальної чистки механізму. Знайти імовірність того, що серед навмання взятих п’яти годинників принаймні два вимагатимуть загальної чистки механізму.

9. Вищу кваліфікацію мають 3 аудитори із дев'яти і 4 програмісти із шести. У відрядження потрібно відправити групу із трьох аудиторів і двох програмістів. Кожний із п'ятнадцяти працівників фірми має однакові можливості поїхати у відрядження. Яка імовірність того, що у складі групи виявиться хоча б один аудитор вищої кваліфікації і щонайменше один програміст вищої кваліфікації?

10. Імовірність безвідмовної роботи блока на протязі певного часу дорівнює 0,8. Цей блок входить у систему, решта елементів якої вважаються безвідмовними. Для збільшення надійності роботи системи встановлюються ще два блоки, які будуть знаходитися у резерві і вмикатимуться почергово у випадку виходу з ладу своїх "попередників". Знайти імовірність безвідмовної роботи системи на протязі вказаного проміжку часу із врахуванням резервних блоків.

11. Кожна із трьох урн містить білі та чорні кульки: в І-й 7 білих і 3 чорних, в ІІ-й 4 білих і 6 чорних, в ІІІ-й 15 білих і 5 чорних. Кидається гральний кубик. Якщо на грані, що випала, число очок кратне двом, то навмання береться дві кулі з І-ої урни, якщо кратне п'яти, то з ІІ-ої урни, а в решті випадків – із ІІІ-ої урни. Знайти імовірність появи двох: а) білих кульок, б) чорних кульок.

12. Прилад складається із двох незалежно працюючих елементів, кожний з яких необхідний для роботи приладу в цілому. Імовірність безвідмовної роботи на протязі часу Т для першого елементу дорівнює 0,9, а для другого – 0,7. За вказаний проміжок часу прилад вийшов з ладу через поломку одного із елементів. Знайти імовірність того, що з ладу вийшов перший елемент.

13. На посаду менеджера претендує 60% жінок і 40% чоловіків. Серед жінок 35% мають класичну університетську освіту, а серед чоловіків – 55%. Знайти імовірність того, що навмання вибрана заява буде від: а) чоловіка без університетської освіти; б) жінки з університетською освітою.

14. В урні є 8 білих і 2 чорні кулі. Два гравці по черзі випадковим чином витягують кулі з урни, повертаючи кожного разу взяту кулю в урну і перемішуючи її вмістиме. Виграє той, хто першим дістане чорну кулю. Знайти імовірність виграшу для кожного гравця.

15. Магазин отримав товар від трьох постачальників: 40% від першого постачальника, 25% - від другого, 35% - від третього. Знайти імовірність того, що три навмання відібрані одиниці товару виготовлені: 1) одним і тим же постачальником; 2) різними постачальниками.

16. У папці 10 акцій І-го виду і 8 — ІІ-го. Навмання беруть дві акції. Знайти імовірність того, що вони будуть одного виду.

17. До контролера поступила партія однотипних виробів в кількості 20 шт. Серед них є 5 бракованих, але про це йому невідомо. Контролер навмання бере три вироби для перевірки. Якщо хоча б один із них виявиться

бракованим, тоді вся партія бракується. Знайти імовірність того, що партія забракується.

18. Імовірність покращення спортсменом особистого досягнення по стрибках у висоту дорівнює 0,1. Чому дорівнює імовірність того, що він покращить свій результат, якщо йому надана можливість зробити три спроби.

19. Імовірність одного попадання в ціль при одному залпі з двох рушниць дорівнює 0,38. Знайти імовірність попадання в ціль при одному пострілі з першої гвинтівки, якщо відомо, що для другої ця імовірність дорівнює 0,7.

20. В аудиторії серед 15 комп'ютерів 12 справних. Знайти імовірність того, що з двох навмання вибраних комп'ютерів хоча б один виявиться несправним.

21. Імовірність своєчасної сплати податків для першого підприємства дорівнює 0,8, для другого 0,7, а для третього — корінь рівняння $2p^2 - 3p + 1 = 0$. Знайти імовірність вчасної сплати податків не більш ніж одним підприємством.

22. Знайти імовірність виграшу для картки спортлото «6 із 40», якщо для цього потрібно закреслити не менше трьох виграшних номерів.

23. У зв'язці є 7 різних ключів, з яких тільки одним можна відкрити замок. Навмання вибирається ключ і робиться спроба відкрити ним замок. Ключ, що не підійшов, більше не випробовується. Знайти імовірність того, що замок буде відкрито до четвертої спроби.

24. В урні знаходиться 15 білих і 25 чорних куль, однакових за розмірами і на дотик. Знайти імовірність того, що з трьох навмання витягнутих куль виявиться хоча б одна біла.

25. Три спортсмени одночасно вистрілили з далекої відстані по повітряній кулі. Імовірності влучання для кожного із них відповідно рівні 0,6; 0,7; 0,5. Знайти імовірність знищення кулі.

26. Гральний кубик кидається доти, поки двічі підряд на верхній грані не випаде 5 очок. Знайти імовірність того, що дослід закінчиться до шостого кидання.

27. Студент знає 50 із 60 питань програми. Знайти імовірність того, що із трьох навмання витягнутих питань він знатиме: а) хоча б одне; б) тільки одне; в) не більше одного.

28. Підприємство отримує сировину від трьох постачальників і не виконує контракт по виготовленню продукції, якщо хоча б один із постачальників зриває поставку сировини. Імовірності вчасної поставки сировини для постачальників відповідно рівні 0,97; 0,95; 0,99. Знайти імовірність виконання контракту підприємством-виробником.

29. В урні є 6 чорних і 8 білих куль. Знайти імовірність того, що три навмання

витягнуті кулі виявляться білими, якщо: 1) першу і другу кулі повертають в урну і перемішують кулі; 2) повертають тільки першу кулю; 3) кулі не повертають.

30. У лотереї, присвяченій презентації нової продукції фірми, розігрується 1000 білетів, з яких виграшними є 4 речових вартістю 40, 60, 70 і 100 грн. і 5 грошових по 30 грн. кожний. Знайти імовірність того, що учасник лотереї, маючи три білети, виграє на суму, не меншу 40 грн.

31. Протипожежний пристрій складається із трьох незалежно працюючих сигналізаторів, які спрацьовують у випадку пожежі з імовірностями, що відповідно дорівнюють 0,95; 0,9; 0,98. Знайти імовірність того, що при пожежі спрацюють: а) тільки один сигналізатор; б) принаймні один; в) тільки два; г) хоча б два.

32. Знайти імовірність невиграшу для однієї картки спортлото «5 із 36», якщо вона виявляється такою, коли число вгаданих чисел буде меншим трьох.

33. Бібліотечка складається із десяти різних книжок, причому ціна п'яти з них по 4 грн., трьох по 5 грн., двох — по 3 грн. Знайти імовірність того, що сумарна вартість двох навмання взятих книжок складає 8 грн.

34. Робітник при складанні механізму встановлює дві однакові деталі. Бере він їх випадковим чином із дванадцяти штук, серед яких три деталі меншого розміру. Механізм не буде працювати, якщо обидві встановлені деталі мають менший розмір. Знайти імовірність того, що механізм буде працювати.

35. В конверті знаходиться 5 акцій, останні цифри номерів яких відповідно 1, 2, 3, 4, 5. Навмання витягують дві акції. Знайти імовірність того, що сума останніх цифр номерів витягнутих акцій буде не менша трьох.

36. В пачці 20 фотокарток, серед яких три шукані. Навмання відібрано 5 карток. Яка імовірність того, що серед них виявиться хоча б дві шукані.

37. У контейнері є пряжа в мотках, серед якої 40% блакитної, решта — білої. Знайти імовірність того, що два навмання взяті мотки матимуть однаковий колір.

38. Для вчасного збирання врожаю пшениці достатньо, щоб у полі працювало два комбайни. Знайти імовірність того, що пшениця буде вчасно зібрана, якщо господарство має три комбайни, імовірності справної роботи яких відповідно рівні 0,4; 0,9; 0,8.

39. Імовірність промаху при полюванні на лисицю дорівнює 0,6 і зростає з кожним пострілом на 0,1. Знайти імовірність того, що після трьох пострілів лисиця все-таки втече.

40. Три лучники випустили по одній стрілі у спільну мішень. Імовірності влучання для кожного із них відповідно рівні 0,8; 0,6; 0,7. Знайти імовірності

того, що в мішені виявиться: а) дві стріли; б) хоча б дві стріли.

41. Імовірність банкрутства для першої фірми — розв’язок рівняння $4p^2 - 3p = 0$, а для другої фірми ця імовірність на 20% більша. Знайти імовірність того, що хоча б одна із цих фірм збанкрутує.

42. В трьох урах міститься відповідно: 10 куль (7 червоних і 3 білі), 8 (2 червоні і 6 білих), 6 (4 червоні і 2 білі). З кожної із них навмання береться по одній кулі. Знайти імовірність того, що вони матимуть однаковий колір.

43. Відомо, що випадкові події A та B незалежні, причому Знайти $P(A) + P(B)$ і з’ясувати питання: події A та B сумісні чи ні.

44. Двері відкриваються одним із 4-х ключів, які знаходяться у зв’язці. В темряві господар навмання вибирає ключ і, якщо двері не відкриваються, бере наступний. Знайти імовірність того, що двері будуть відкриті за три спроби.

45. В пакеті є 30 акцій, серед яких 3 шукані. Навмання беруться 3 акції. Знайти імовірність того, що серед них виявиться хоча б дві шукані.

46. В урні є 4 червоних, 6 синіх і 5 зелених куль. Тричі підряд навмання витягується по одній кулі, не повертаючи в урну. Знайти імовірність того, що всі вони виявляться: а) різних кольорів; б) одного кольору.

47. Для виготовлення деталі робітнику потрібно виконати чотири незалежні технологічні операції. Імовірність допустити брак при виготовленні кожної з них відповідно дорівнює 0,004; 0,005; 0,008; 0,001. Знайти імовірність того, що виготовлена робітником деталь виявиться бракованою.

48. Імовірності вчасної сплати податків для кожного із трьох підприємств відповідно рівні 0,4; 0,8; 0,6. Знайти імовірність вчасної сплати податків не більш, ніж двома підприємствами.

49. Імовірність повного розрахунку за енергоносії для першого підприємства є коренем рівняння $6 - p = 5p^2$, а для другого на 20% вища. Знайти імовірність того, що повністю розрахуються за енергоносії: а) тільки одне підприємство; б) не більше одного; в) хоча б одне.

50. Групі студентів для проходження виробничої практики виділено 30 місць: 15 — у Хмельницькому, 8 — у Львові, 7 — у Луцьку. Ці місця розподіляються між студентами випадковим чином. Знайти імовірність того, що студент і студентка, які незабаром збираються одружитися, будуть направлені для проходження практики в одне і те ж місто.

Завдання №3

«*ФОРМУЛА ПОВНОЇ ІМОВІРНОСТІ*»

1. На гуртову базу надходять телевізори від трьох постачальників у співвідношенні a:b:c – 2:5:3. Статистичні дані показали, що телевізори від І-

го постачальника не вимагають ремонту на протязі гарантійного терміну у 97%, а для II-го та III-го – у 92% та 95% відповідно. 1) Знайти імовірність того, що навмання відібраний телевізор не вимагатиме ремонту на протязі гарантійного терміну. 2) Проданий телевізор зламався до завершення гарантійного терміну. Від якого постачальника імовірніше всього надійшов цей телевізор?

2. Статистично встановлено, що 90% продукції підприємства є стандартною. Використання спрощеної системи контролю якості показано, що вона визнає виріб стандартним з імовірністю 0,95, якщо цей виріб справді стандартний і з імовірністю 0,06, якщо він бракований. 1) Знайти імовірність того, що навмання відібраний виріб буде визнано стандартним згідно цієї спрощеної системи контролю. 2) Навмання взятий виріб пройшов за спрощеною системою. Яка імовірність того, що цей виріб стандартний?

3. Страхова компанія розподіляє застрахованих по чотирьом класам ризику: I клас – малий ризик, II клас – середній, III клас – великий ризик, IV – дуже великий. Серед клієнтів компаній 40% - I-го класу, 30% - II-го, 25% - III-го і 5% - IV-го. Імовірність необхідності виплати страхового відшкодування для кожного із цих класів ризику становить відповідно 0,009; 0,02; 0,04; 0,12. Знайти імовірність того, що: а) застрахований отримає страхове відшкодування за період страхування; б) клієнт, який отримав страхове відшкодування, належить до групи малого ризику.

4. Виготовлена продукція перевіряється двома автоматами-контролерами, які визначають, має прилад вищу категорію якості, чи ні. Статистично встановлено, що 25% продукції задовольняють вимогам вищої категорії якості, а контролери роблять помилкові висновки стосовно якості приладу відповідно у 1% і 4% випадків. Випадковим чином один і той самий прилад був перевірений обома автоматами, при цьому перший визначив вищу категорію якості, а другий – ні. Якому із цих висновків вірити?

5. Магазин отримує продукцію від двох виробників у співвідношенні 2:3. Імовірність продажу виробів першого постачальника дорівнює 0,95, а другого – 0,85. Знайти імовірність того, що навмання вибраний виріб не буде реалізовано.

6. Виробник комп'ютерів отримує комплектуючі деталі від чотирьох постачальників, частки яких складають відповідно 15%, 25%, 50%, 10%. Деталі першого постачальника мають 0,8% браку, другого – 1%, третього – 1,5%, четвертого – 0,9%. 1) Яка імовірність того, що навмання відібрана деталь виявилася бракованою? 2) Випадковим чином взята деталь виявилася стандартною. Імовірніше всього яким постачальником вона виготовлена?

7. Три заводи виготовляють однакові вироби, причому перший завод випускає 50%, другий — 20%, третій — 30% всієї продукції. Відсотки браку для кожного із них складають відповідно 1, 6, 3. Навмання відібраний виріб

виявляється бракованим. Знайти імовірність того, що він був виготовлений на другому заводі.

8. Два мисливці одночасно стріляють однаковими кулями у дика. В результаті дик був убитий однією кулею. Яким чином мисливці повинні поділити м'ясо вбитого дика, якщо відомо, що імовірність влучання для першого мисливця дорівнює 0,3, для другого — 0,6.

9. Імовірність того, що деякий товар знаходиться на складі, дорівнює p, причому він може знаходитися в довільній із восьми секцій складу з однаковою імовірністю. Перевірка семи секцій показала, що там він відсутній. Знайти імовірність того, що товар знаходиться у восьмій секції складу.

10. При збиранні телевізорів використовуються мікросхеми двох постачальників, відсотковий склад яких становить відповідно 70% та 30%. Бракована продукція складає для кожного постачальника відповідно 2% та 3%. Знайти імовірність того, що взята навмання мікросхема виявиться стандартною.

11. На підприємстві виготовляються однотипні вироби на трьох поточних лініях. На першій лінії виготовляється 20% виробів від усього обсягу їх виробництва, на другій — 30%, на третій — 50%. Кожна із ліній характеризується відповідно такими відсотками стандартних виробів: 97%, 98% і 95%. Знайти імовірність того, що навмання взятий виріб, виготовлений на підприємстві, виявиться бракованим, а також імовірності того, що цей бракований виріб виготовлений на: а) першій лінії; б) другій; в) третій.

12. Два станки виготовляють однотипні деталі, які потрапляють на спільний конвейєр. З кожних 100 деталей першого станка одна нестандартна, а з кожної тисячі другого — 8 нестандартних. Продуктивність другого станка на 20% більша від першого. Знайти імовірність того, що навмання взята з конвейєра деталь виявиться стандартною.

13. У телевізійному ательє знаходиться чотири кінескопи. Імовірність того, що кожний з них витримає подвійний гарантійний термін, дорівнює відповідно 0,7; 0,9; 0,85; 0,8. Знайти імовірність того, що навмання взятий кінескоп витримає подвійний гарантійний термін.

14. В двох контейнерах є по 20 деталей, причому в першому — 5 бракованих, а в другому — 3 браковані деталі. З першого контейнера навмання береться одна деталь і перекладається в другий. Знайти імовірність того, що навмання взята після цього з другого контейнера деталь виявиться стандартною.

15. Два автомати штампують однорідні деталі, які потрапляють на спільний конвейєр. Продуктивність першого автомату втричі більша, ніж продуктивність другого. Відсоток браку для кожного із них відповідно дорівнює 0,4 та 0,5. Яка імовірність того, що навмання взята з конвейєра

деталь буде стандартною?

16. На складі телеательє знаходяться три комплекти однотипних деталей: в першому — 100 деталей, з яких дві браковані, в другому — 200, відсоток браку складає 2; в третьому — 1500, всі стандартні. Знайти імовірність того, що навмання взята деталь із випадково вибраного комплекту виявиться стандартною.

17. В першій шухляді є чотири стандартні і дві браковані деталі, в другій — п'ять стандартних і три браковані, третя — порожня. З першої шухляди навмання взято дві деталі, з другої — одну, і все це перекладають у третю. Знайти імовірність того, що навмання взята з третьої шухляди деталь виявиться стандартною.

18. Деталь може надійти для обробки на перший автомат з імовірністю 0,3, на другий — з імовірністю 0,2, а на третій — з імовірністю 0,5. При обробці на першому верстаті імовірність браку складає 0,01, на другому — 0,03, а на третьому — 0,08. Вибрана навмання деталь виявилася бракованою. Яка імовірність того, що її виготовлено на другому автоматі?

19. Клапани, виготовлені цехом заводу, перевіряють три контролери. З кожної сотні клапанів, що поступають на перевірку, 20 потрапляють до першого контролера, 50 — до другого і 30 — до третього. Імовірність того, що бракована деталь не буде виявлена першим контролером, дорівнює 0,01, другим — 0,09 і третім — 0,02. Під час контрольної перевірки незабракованих контролерами клапанів один виявився бракованим. Яка імовірність того, що цей клапан перевіряв другий контролер?

20. Дві стріли залишилися в мішені після пострілу трьох лучників по ній. Імовірності влучання для кожного із лучників відповідно дорівнюють 0,5; 0,6; 0,4. Знайти імовірність того, що у мішені була стріла: а) третього лучника; б) першого і третього лучників.

21. У кінці потокової лінії по виготовленню приладів встановлено два автомати-контролери, які визначають, належить чи не належить прилад до вищої категорії якості. Статистично встановлено, що 30% приладів задовольняють вимогам вищої категорії якості, а контролери роблять помилкові висновки щодо якості приладу відповідно у 2% і 8% випадків. Випадково один і той самий прилад був перевірений обома автоматами: перший визначив вищу категорію якості, другий — ні. Якому з висновків вірити?

22. В урні знаходиться 13 куль, з яких п'ять — білі. Знайти імовірність того, що навмання витягнута з урни куля виявиться білою, якщо перед цим навмання було взято: а) дві кулі; б) три кулі.

23. Із 16 баскетболістів чотири влучають у кошик із штрафного кидка з імовірністю 0,9, сім — з імовірністю 0,8, три — з імовірністю 0,7 і два — з імовірністю 0,6. 1). Яка імовірність того, що навмання відібраний спортсмен

влучить у кошик із штрафного? 2). Довільно відібраний баскетболіст виконав один штрафний кидок і не влучив у кошик. До якої групи імовірніше всього він належить?

24. Для формування інститутської команди з I-го курсу виділено 5 студентів, з II-го — 7, з III-го — 8, з IV-го — 6. Імовірність того, що будь-який студент кожного з курсів буде включений до складу збірної інституту, відповідно дорівнює 0,6; 0,4; 0,8; 0,45. Навмання відібраний учасник змагань потрапив до складу збірної. На якому курсі імовірніше всього він навчається?

25. При заповненні певного документу перший бухгалтер помиляється з імовірністю 0,05, а другий — 0,1. За певний час перший бухгалтер заповнив 80 таких документів, а другий — 120. Всі ці документи в порядку їх заповнення складалися в одну папку. Навмання витягнутий із цієї папки документ виявився з помилкою. Що більш імовірніше: помилку допустив перший чи другий бухгалтер?

26. У товарному поїзді 50 вагонів, завантажених вугіллям двох сортів: 25 вагонів містять 70% вугілля першого сорту, 15 вагонів — 60% і 10 вагонів — 85% вугілля другого сорту. Випадково взятий для аналізу шматок вугілля виявився другого сорту. Знайти імовірність того, що він взятий із вагону другої групи.

27. В першій урні є 4 білих і 6 чорних куль, у другій — 7 білих і 3 чорні куль. Із першої урни навмання витягнута куля перекладається у другу, і вмістиме її перемішується. Знайти імовірність того, що взята після цього із другої урни куля виявиться білою.

28. У першому комплекті міститься 20 деталей, 6 з яких нестандартні; в другому — 10, 3 з яких нестандартні. З кожного комплекту навмання виймають по одній деталі, а потім із цих двох деталей навмання вибирають одну. Знайти імовірність того, що ця деталь виявиться стандартною.

29. У першому контейнері є 30 деталей, з яких 4 браковані, у другому відповідно 20 і 3. Навмання взята деталь із випадковим чином вибраного контейнера виявилась стандартною. Яка імовірність того, що деталь була взята із першого контейнера?

30. В магазині є 30 телевізорів фірми α і 20 — фірми β. Статистичні дані свідчать, що телевізор фірми α витримує подвійний гарантійний термін з імовірністю 0,7, а другої — з імовірністю 0,9. Навмання вибраний апарат витримує подвійний гарантійний термін. Що більш імовірніше: він виготовлений фірмою α чи β?

31. На конвейєр надходять деталі, які виготовляються двома автоматами. Імовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі дорівнює 0,05, на другому — 0,07. Продуктивність другого автомата на 60% вища, ніж

першого. Знайти імовірність того, що навмання взята з конвейєра деталь виявиться нестандартною.

32. У піраміді знаходиться 20 гвинтівок, 6 з яких обладнані оптичним прицілом. Імовірність влучення із гвинтівки з оптичним прицілом дорівнює 0,9, без оптичного прицілу — 0,6 (для певного стрільця). Цей стрілець із навмання взятої гвинтівки виконав постріл і влучив у ціль. Що імовірніше: стрілець стріляв із гвинтівки з оптичним прицілом чи із гвинтівки без оптичного прицілу?

33. У першій урні є 80 куль, з яких 30 червоного кольору, в другій 120, 60% яких червоного кольору. Навмання взята куля із навмання вибраної урни виявилась червоною. Яка імовірність того, що вона була взята із другої урни?

34. Два студенти незалежно один від другого здійснили постріл по спільній мішені. Імовірність влучання в мішень для першого студента дорівнює 0,8, а для другого — 0,6. Після залпу в мішені виявлена одна пробоїна. Знайти імовірність того, що у мішень влучив другий студент.

35. Відомо, що для деякої вікової групи k_1 відсотків всіх чоловіків і k_2 відсотків всіх жінок хворіють на серцево-судинні захворювання. Чисельність чоловіків для цієї групи менша на 5% від чисельності жінок. У навмання відібраної особи було виявлено ішемічну хворобу серця. Яка імовірність того, що це була жінка?

36. На ткацьку фабрику «ТЕКСТЕРНО» надходить пряжа, виготовлена двома цехами прядильної фабрики, причому 30% пряжі — це продукція цеху № 1, а решта — цеху № 2. Продукція цеху № 1 містить 80% пряжі вищої якості, а цеху № 2 — 60%. Знайти імовірність того, що навмання взята шпуля матиме пряжу вищої якості.

37. Імовірність того, що двокамерний холодильник «NORD» не зіпсується протягом гарантійного терміну, дорівнює 0,8, а для однокамерного ця імовірність на 10% більша. Знайти імовірність того, що навмання куплений холодильник із шести двокамерних і десяти однокамерних не зіпсується протягом гарантійного терміну.

38. На ринку продаються акції чотирьох фірм. Їх кількість відносно загальної кількості всіх чотирьох становить відповідно 25, 30, 15 і 30 відсотків. Але серед них є фальшиві і відсотковий склад таких відповідно рівний 10, 4, 1 і 3. Знайти імовірність того, що навмання придбана акція є фальшивою.

39. Виріб перевіряється на стандартність одним із товарознавців. Імовірність того, що виріб попаде до першого товарознавця, дорівнює 0,65, а до другого — 0,35. Імовірність того, що стандартний виріб буде підтверджений стандартним першим товарознавцем, дорівнює 0,9, а другим — 0,98. Стандартний виріб при перевірці було підтверджено стандартним. Знайти імовірність того, що цей виріб перевірив другий товарознавець.

40. Два із трьох незалежно працюючих елементів обчислювального пристрою

вийшли з ладу. Знайти імовірність того, що з ладу вийшли перший і другий елементи, якщо імовірності виходу з ладу для кожного з них відповідно рівні 0,2; 0,4; 0,1.

41. Монітор до комп'ютера може належати одній із чотирьох партій з імовірностями 0,4; 0,1; 0,2 і 0,3 відповідно. Імовірність того, що монітор відпрацює подвійний гарантійний термін, дорівнює відповідно для кожної партії 0,7; 0,8; 0,6; 0,9. Знайти імовірність того, що навмання вибраний монітор буде працювати подвійний гарантійний термін.

42. В продаж поступили дискети трьох кольорів: чорного, синього і червоного. Чорних і червоних дискет порівну, а синіх у два рази менше, ніж чорних. Серед дискет чорного кольору 2% бракованих, червоного — 1%, синього — 0,5%. Знайти імовірність того, що навмання придбана дискета виявиться якісною.

43. - 50. Три верстати-автомати штампують однотипні деталі, що потрапляють на спільний конвейєр. Продуктивності автоматів визначаються відношенням $a : b : c$. Відсотки браку для кожного автомату дорівнюють відповідно d, e, f. 1). Яка імовірність того, що навмання взята з конвейєра деталь виявиться бракованою? 2). Навмання взята деталь виявилась бракованою. Знайти імовірність того, що вона була виготовлена на k-му верстаті.

Номер задачі	a	b	c	d	e	f	k
43.	2	1	3	2	0,5	4	1
44.	3	2	4	3	1,5	3,5	2
45.	5	4	6	2	1,5	2,5	3
46.	4	5	1	2	3	0,5	2
47.	3	2	1	4	2	0,5	1
48.	4	3	2	3,5	3	1,5	2
49.	6	5	4	2,5	2	3	3
50.	1	4	5	0,5	2	1,5	2

Завдання №4

«*ПОВТОРНІ НЕЗАЛЕЖНІ ВИПРОБУВАННЯ*»

1. Статистично встановлено, що 70% продукції складають вироби вищої категорії якості. Підприємство отримало замовлення на термінову поставку на експорт 560 виробів вищої категорії якості. Вся продукція користується високим попитом на внутрішньому ринку, тому на момент отримання замовлення продукції на складі не було. Скільки потрібно виготовити всіх виробів, щоб з імовірністю, не меншою від 0,999, виконати термінове замовлення?

2. Три станки з програмним управлінням виготовляють однотипні деталі, які подаються на спільний конвейєр. Їх продуктивності відносяться як 2:5:3, причому перший виготовляє 83% деталей вищої якості, якими

комплектуються вироби на експорт, другий – 84%, а третій – 88%. Знайти імовірність того, що з 800 навмання відібраних з конвейєра деталей вищої якості виявиться: а) 675; б) хоча б 675.

3. Цех отримав замовлення на термінове виготовлення 37 виробів. Кожні два вироби із десяти виготовлених вимагають тривалої доводки і тому не можуть бути включені у партію виробів термінового замовлення. 1) Скільки потрібно виготовити цеху виробів, щоб 37 було найімовірнішим числом? 2) Яка імовірність виконання замовлення в такій постановці задачі?

4. Оцінити імовірність p появи події A в кожному із 59 незалежних випробувань, якщо найімовірніше число появи події A в цих випробуваннях дорівнює 35.

5. Для нормальної роботи гуртової бази на лінії має бути не менше 4 вантажних бусів, а їх є 7. Імовірність для кожного з них не вийти на лінію дорівнює 0,05. Знайти імовірність того, що найближчого дня гуртова база буде працювати нормально.

6. Завод відправив на гуртову базу 30000 стандартних виробів. Відсоток пошкоджених при транспортуванні виробів за цим маршрутом складає 0,02%. Знайти імовірність того, що замовник отримає виробів: 1) хоча б 2 пошкоджених; 2) хоча б 29997 неушкоджених.

7. За результатами перевірок податковою інспекцією встановлено, що в середньому одне мале підприємство із чотирьох має порушення фінансової дисципліни. Знайти імовірність того, що з 520 зареєстрованих в регіоні малих підприємств мають порушення фінансової дисципліни: а) найімовірніше число підприємств; б) не менше 135.

8. Імовірність того, що мале підприємство за проміжок часу Т збанкрутує, дорівнює 0,3. Знайти імовірність того, що із десяти малих підприємств за час Т: а) збанкрутує більше двох; б) продовжать свою діяльність щонайменше три.

9. Страхова компанія виплачує страхову суму в середньому по 9% укладених угод. Знайти найімовірніше число настання страхового випадку із виплатою страхової суми, якщо укладено 450 угод. Яка імовірність цього числа виплат страхової суми?

10. Наклад виданого посібника складає 15000 екземплярів. Імовірність того, що навмання взятий посібник виявиться неправильно зброшурованим, дорівнює 0,0002. Знайти імовірність того, що: 1) хоча б 14997 книг будуть зброшуровані правильно; 2) наклад містить чотири браковані книжки.

11. Імовірність того, що пасажир запізниться до відправлення поїзда, дорівнює 0,01. Для 760 пасажирів поїзда знайти імовірність найбільш імовірного числа тих пасажирів, які запізняться.

12. Імовірність появи події в кожному із 300 незалежних випробувань дорівнює 0,9. Знайти таке додатнє число ε, щоб з імовірністю 0,96 абсолютна величина відхилення відносної частоти появи події від її імовірності 0,9 не перевищила ε.

13. Відомо, що серед готівкової маси 0,5% купюр є непридатними до наступного використання. Знайти імовірність того, що серед 2400 купюр виручки магазину непридатними для наступного використання є хоча б дві купюри.

14. У середньому 30% акцій видавничих фірм протягом року стають збитковими. Яка імовірність того, що серед 120 акцій цих фірм збитковими будуть менше 40?

15. Проводиться порівняння зон покриття мобільного зв’язку двох основних операторів. Для цього було залучено 620 телефонів першого оператора і 650 – другого. Відомо, що зв’язок першого оператора підтримується у 90% зони, а другого – 85%. Знайти найімовірнішу кількість телефонів кожного оператора, які мали зв’язок, а також імовірність таких кількостей.

16. Обленерго обслуговує 1200 найпотужніших споживачів електроенергії. Перебої у подачі енергії на протязі доби виникають з імовірністю 0,0025. Знайти імовірність того, що протягом доби надійде не менше п’яти, але не більше восьми повідомлень про перебої. Порівняти знайдену імовірність із імовірністю, що відповідає найімовірнішому числу повідомлень про перебої за добу.

17. Імовірність того, що випадково відібраний із партії прилад вимагає додаткового регулювання, дорівнює 0,05. Якщо при вибірковій перевірці партії приладів виявиться, що не менше 6% відібраних приладів вимагають регулювання, тоді вся партія повертається для доробки. Знайти імовірність того, що партія буде повернена, якщо для контролю із партії відібрали 500 приладів.

18. Скільки потрібно відібрати деталей, щоб з імовірністю 0,95 можна було стверджувати, що відносна частота бракованих деталей буде відрізнятися від імовірності їх появи не більше, ніж на 0,01 (за абсолютноб величиною). Використати нерівність $pq \le 0{,}25$.

19. Прядильниця обслуговує 1000 веретен. Імовірність обриву нитки на одному верстаті протягом 1 хв. дорівнює 0,002. Знайти імовірність того, що протягом 1 хв. обрив відбудеться більш ніж трьох веретен.

20. Імовірність того, що навмання взята електрична лампочка відпрацює передбачений стандартом термін, дорівнює 0,95. Знайти імовірність того, що з 400 придбаних лампочок хоча б 370 відпрацюють передбачений стандартом час, а також найімовірніше число таких лампочок.

21. Імовірність того, що стодоларова купюра фальшива, дорівнює 0,002.

1). Знайти найімовірніше число фальшивих купюр серед 400, а також імовірність такої кількості купюр. 2). Знайти імовірність того, що з 400 купюр хоча б одна виявиться фальшивою.

22. Деяка компанія володіє мережею ділерів на біржі. Імовірність того, що ділер буде грати вдало, становить 0,8. Знайти імовірність того, що з шести ділерів у збитках виявиться: а) два; б) хоча б два.

23. Встановлено, що 5% імпортних телевізорів виходять з ладу через перепади напруги електромережі. Яка імовірність того, що з п'яти придбаних телевізорів хоча б три не вийдуть з ладу?

24. Текст із 2000 літер передається по телеграфу. При передачі однієї літери можлива помилка з імовірністю 0,003. Знайти імовірність того, що при передачі цього тексту виявиться не менше двох помилок.

44. 25. Відомо, що в технологічному процесі виготовлення мікросхем забезпечується 98% продукції, яка відповідає технологічним вимогам. Яка імовірність того, що з 200 мікросхем бракованих виявиться не менше трьох.

45. 26. На дорогах СНД лише 80% автомобільних шин витримують гарантійний термін. Знайти найімовірніше число шин, що не витримують гарантійного терміну, з партії 500 шин, а також імовірність такої кількості шин.

27. Два рівносильні партнери грають в шахи. Знайти, що імовірніше для одного з них: виграти не менше двох партій з чотирьох чи не менше трьох партій із п'яти. Партії, які завершилися внічию, до уваги не беруться.

28. Імовірність того, що навмання взятий кінескоп задовільняє вимогам вищого гатунку, становить 0,8. За місяць ВТК телевізійного заводу повинен перевірити 400 кінескопів. Яка імовірність того, що серед них виявиться хоча б 350 кінескопів вищого гатунку?

29. Мартенівський цех металургійного заводу одержав спеціальне замовлення на виплавку 180 плавок. Оскільки одна плавка з кожних десяти не задовільняє вимогам спецзамовлення, то керівництво цеху пішло на збільшення планових показників: вирішило виплавити 200 плавок. Яка імовірність того, що замовлення буде повністю виконане? Дати економічну оцінку одержаної імовірності.

30. Для студентського гуртожитку закуплено 6 телевізорів. Імовірність того, що будь-який із них витримає гарантійний термін, дорівнює 0,9. Знайти імовірність того, що протягом гарантійного терміну з ладу вийдуть: а) два телевізори; б) принаймні два. Знайти найімовірніше число телевізорів, що витримають гарантійний термін.

31. Імовірність того, що навмання взята деталь виявиться першосортною, дорівнює 0,8. Скільки потрібно перевірити деталей, щоб з імовірністю 0,3 можна було стверджувати, що 160 з них виявляються першосортними?

32. Два лучники виконують залп по одній мішені. Імовірність влучання для першого дорівнює 0,8, а для другого — 0,5. Виконано шість таких залпів. Знайти найімовірніше число таких залпів, що після кожного з них у мішені буде одна стріла, а також імовірність такої кількості залпів.

33. Відділом технічного контролю заводу встановлено, що в середньому 4 вироби із 100 є бракованими. Знайти межі в яких з імовірністю 0,95 буде знаходитись число m бракованих виробів серед 485 виготовлених.

34. Технологічний процес підприємства дозволяє одержати 90% виробів вищого гатунку. Знайти найімовірніше число виробів вищого гатунку серед 300 виготовлених підприємством виробів, а також імовірність появи цього числа виробів.

35. Детектор неправди фіксує невірну відповідь з імовірністю 95%. Яка імовірність того, що на 10 поставлених питань неправильна відповідь буде зафіксована хоча б два рази?

36. Серед автомобілів, що ввозяться в Україну, 85% складають легківки. Протягом дня на митницю прибуло 10 автомобілів. Яка імовірність того, що не більше 9 з них легківки?

37. На презентації нової моделі телевізора розігрується лотерея з 2400 білетів, три з яких виграшні (телевізор нової моделі). Знайти імовірність того, що власник 200 білетів виграє хоча б один.

38. Для розвинутих країн Заходу частка тіньового бізнесу складає 1%. Яка імовірність того, що серед 200 зареєстрованих за рік фірм таким бізнесом займається хоча б дві?

39. У гуртожитку мешкає 60 відсотків студентів стаціонару. Яка імовірність того, що з 10 випадково вибраних студентів не більше 8 проживає у гуртожитку?

40. Два лучники одночасно стріляють по мішені. Імовірність влучання в мішень при кожному пострілі для першого лучника дорівнює 0,6, а для другого – 0,9. Ними виконано по 10 "залпів". Знайти найбільшу імовірність числа тих "залпів", коли в мішені виявиться: 1) по дві стріли; 2) по одній стрілі.

41. Кожний десятий пасажир громадського транспорту має документ про пільговий проїзд. Контролер перевіряє проїздні документи у п'яти навмання вибраних пасажирів. Яка імовірність того, що хоча б один із перевірених пасажирів має документ про пільговий проїзд?

42. Відомо, що три чверті населення міста користується послугами кабельного телебачення. Яка імовірність того, що серед 300 мешканців такими послугами користується хоча б 220?

43. Два товариші кидають монету по 4 рази. Знайти імовірність того, що число

випадання герба в кожного з них буде однаковим.

44. У середньому 60% студентів курсу здають залік з першої спроби. Знайти імовірність того, що з п’яти навмання взятих студентів цього курсу з першого разу здадуть не більше чотирьох.

45. Радіостанція протягом дня транслює 200 музичних програм. Яка імовірність того, що не менше 150 з них виконуються англійською мовою, якщо відомо, що англомовні програми складають 80% репертуару радіостанції?

46. Відомо, що лише 0,1% молюсків має перли ювелірної цінності. Яка імовірність того, що з 2000 виловлених за день молюсків дістануть хоча б три перлини?

47. Три з 20 000 квитків лотереї є виграшними. Серед працівників підприємства розповсюджено 400 квитків лотереї. Знайти імовірність того, що серед них виявиться: а) 2 виграшних квитки; б) хоча б 2 виграшних.

48. Знайти імовірність появи події в кожному із 100 незалежних випробувань, якщо найімовірніше число появи події під час випробувань складає 25.

49. Контролер перевіряє однотипні деталі на стандартність. Імовірність того, що деталь є стандартною, складає 0,8. Знайти межі, в яких з імовірністю 0,95 знаходиться число стандартних деталей серед 400 перевірених.

50. Відомо, що в партії однотипних деталей брак в середньому складає 5%. Скільки необхідно перевірити деталей, щоб з імовірністю 0,954 відхилення відносної частоти від імовірності браку не перебільшило 4%?

Завдання №5
«ДИСКРЕТНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ»

1. Знайти закон розподілу числа появ грані з п’ятьма очками в результаті п’яти кидань гральної кістки, а також числові характеристики цього числа.

2. В урні знаходиться п’ять однакових за розміром куль, з яких три — червоного кольору. Навмання відібрано три кулі. Записати закон розподілу числа куль червоного кольору серед відібраних. Знайти дисперсію цього числа куль.

3. Знайти математичне сподівання випадкової величини $Z = X + Y$, якщо X та Y незалежні і задані законами розподілу

$$\begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 3 & 4 \\ \hline P & 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 2 & 5 \\ \hline P & 0{,}4 & 0{,}6 \end{array}.$$

4. Із гвинтівки виконуються постріли по цілі до першого влучання. Імовірність попадання для кожного пострілу дорівнює 0,6. Скласти закон розподілу

випадкової величини X — числа витрачених набоїв. Знайти імовірність одного влучання в ціль, якщо в розпорядженні є тільки три набої.

5. Середнє число звернень, що надходять на АТС за 1 хв., дорівнює трьом. Знайти імовірність того, що за три хвилини надійде: 1) чотири виклики, 2) менше трьох викликів; 3) не менше трьох викликів.

6. Два бухгалтери виконують складні однотипні розрахунки. Імовірність помилки для першого у звітній відомості дорівнює 0,1, а для другого — 0,08. Скласти закон розподілу числа безпомилкових відомостей, якщо кожний із них заповнив по дві відомості. Знайти середнє число таких відомостей.

7. Імовірність того, що сумарні витрати електроенергії на підприємстві за один робочий день не перевищить M = 20 000 квт/год, дорівнює 0,9. Скласти закон розподілу числа робочих днів тижня (п'ятиденного), протягом кожного із яких витрати електроенергії не перевищуватимуть M. Знайти середнє число таких днів.

8. Знайти математичне сподівання величини $Z = X \cdot Y$, якщо відомо, що X та Y — незалежні випадкові величини, закон розподілу яких:

$$\begin{array}{c|cc} X & 2 & 3 \\ \hline P & \ldots & 0{,}3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|cc} Y & 1 & 1{,}5 \\ \hline P & 0{,}8 & \ldots \end{array}.$$

9. В урні знаходиться п'ять куль з номерами від 1 до 5. Навмання витягують дві кулі. Скласти закон розподілу випадкової величини X — суми номерів витягнутих куль. Знайти $\sigma(X)$.

10. Імовірність випуску бракованої деталі дорівнює 0,01. Контролер перевіряє якість партії деталей, навмання вибираючи деталь. Якщо вона бракована, то наступні випробування припиняються, а вся партія бракується. Якщо ця деталь стандартна, то контролер бере наступну деталь, тощо. Згідно з інструкцією контролер перевіряє не більше чотирьох деталей. Скласти закон розподілу числа перевірених деталей та знайти середнє число цих деталей.

11. Випадкові величини X та Y незалежні, а $Z = 2X - 5Y + 4$. Знайти $M(Z)$ і $\sigma(Z)$, якщо $M(X) = 3$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 1$, $D(Y) = 0{,}4$.

12. Відомі можливі значення дискретної випадкової величини X: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, а також $M(X) = 2{,}3$; $M(X^2) = 5{,}9$. Знайти закон розподілу величини X і середнє квадратичне відхилення X.

13. Спортсмен виконав шість серій пострілів по 10 пострілів в кожній. Імовірність влучання при кожному пострілі дорівнює 0,8. Знайти математичне сподівання дискретної випадкової величини X — числа серій пострілів, в кожній з яких виявиться рівно дев'ять влучань.

14. Імовірність того, що пасажир запізниться на поїзд, дорівнює 0,02. Знайти $\sigma(X)$, де X — кількість пасажирів, які запізнюються на поїзд, якщо відомо, що найімовірніше число пасажирів, які запізняться, дорівнює 35.

15. Випадкова величина X може набирати два можливих значення: x_1 з імовірністю 0,8 і x_2 — з імовірністю 0,2, при цьому $x_2 > x_1$. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо відомо, що $M(X) = 2{,}4$, $\sigma(X) = 0{,}8$.

16. У лотереї, присвяченій презентації фірми, на 2 000 білетів розігруються три речі, вартість яких відповідно становить 300, 500 та 700 грн. Скласти закон розподілу суми виграшу для особи, яка має два білети, а також середню величину виграшу.

17. Імовірність того, що лучник влучить в мішень при одному пострілі, дорівнює 0,8. Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X — числа влучних пострілів із трьох проведених, а також $M(X)$ та $\sigma(X)$.

18. В студентській групі (30 студентів, серед яких 12 дівчат і 18 юнаків) розігруються п'ять путівок на лижну базу в Карпатах. Скласти закон розподілу числа юнаків, яким дістануться путівки, а також математичне сподівання цього числа.

19. Кидаються два гральних кубики. Скласти закон розподілу випадкової величини X — суми очок на гранях, що випали. Знайти $M(X)$ та $D(X)$.

20. У зв'язці є шість ключів, тільки один із яких підходить до замка. Знайти $M(X)$ та $\sigma(X)$, де X — число ключів, що випробуються при відкриванні замка, якщо ключ, який був у випробуванні, в наступному випробуванні участі не бере.

21. Випадкова величина X — число підприємців із кожних десяти, які декларують не весь товар при перетині кордону, розподілена за таким законом: $\begin{array}{c|cccc} X & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 & \ldots \end{array}$. Знайти числові характеристики випадкової величини X.

22. Підприємство використовує чотири види сировини. Імовірність зриву поставок кожної із них відповідно дорівнює 0,1; 0,05; 0,01; 0,08. Скласти закон розподілу випадкової величини X — числа видів сировини, поставка яких буде зірвана. Знайти середнє число таких видів сировини, а також оцінити розкид можливих значень X.

23. Скласти закон розподілу випадкової величини X — числа вгаданих номерів в спортлото «6 із 45». Знайти $M(X)$ та $D(X)$.

24. Записати закон розподілу випадкової величини X — числа випадань грані із чотирма очками при п'яти киданнях грального кубика. Знайти $M(X)$ та $\sigma(X)$.

25. На дорогах СНД лише 70% автомобільних шин витримують гарантійний термін. Скласти закон розподілу числа шин, що витримають гарантійний термін, із п'яти придбаних. Оцінити середнє число таких шин та розкид можливих значень.

26. Маршрут руху вантажного бусу від фірми «Ровекс» до маркету пролягає через чотири перехрестя, які регулюються світлофорами, що з імовірностями відповідно 0,8, 0,5, 0,6, 0,4 дозволяють рух без зупинки. Знайти середнє число зупинок бусу на перехрестях по цьому маршруту, а також розкид можливих значень, якщо світлофори працюють незалежно один від одного.

27. Імовірності зростання вартості кожного із чотирьох видів сировини за прогнозний період складають відповідно 0,2, 0,8, 0,1, 0,5. Скласти закон розподілу випадкової величини X — числа видів сировини, для яких не відбудеться зростання ціни за цей період, а також знайти $M(X)$ та $\sigma(X)$.

28. При виробництві бракованого виробу підприємство зазнає збитків. Закон розподілу X (тис. грн.) прибутків за деякий період має такий вид:

X	–20	–10	10	30
P	0,1	0,2	0,6	...

. Знайти середню величину прибутку за цей період і оцінку розподілу значень прибутку довколо середньої в лінійних одиницях.

29. За даними відділу маркетингу підприємства з імовірностями 0,8, 0,6, 0,2 прогнозується підвищення попиту на кожний із трьох видів продукції. Скласти закон розподілу числа видів продукції, для яких прогнозується підвищення попиту, а також середнє число таких видів продукції.

30. При виробництві мікросхем 5% продукції складає брак. Знайти закон розподілу випадкової величини X — числа стандартних мікросхем серед п'яти навмання відібраних, а також $M(X)$ та $\sigma(X)$.

31. Відомо, що серед готівкової маси 0,5% купюр є непридатними до наступного використання. Скласти закон розподілу величини X — числа нестандартних купюр серед шести навмання взятих, а також знайти $M(X)$ та $\sigma(X)$.

32. Скласти закон розподілу випадкової величини X — числа вгаданих номерів в спортлото «5 із 36». Знайти $M(X)$ та $\sigma(X)$.

33. Випадкові величини X та Y незалежні і часткова інформація про їх закони розподілу має вид:

X	x_1	2
P	...	0,7

,

Y	–2	1
P	0,2	...

.

Математичне сподівання випадкової величини $Z = XY$ дорівнює 1,04. Знайти закони розподілу імовірностей X та Y, а також імовірність випадкової події $Z > 1$.

34. Три стрілки виконують по чотири постріли. Імовірність влучання для першого стрільця становить 0,8, для другого — 0,9, для третього — 0,7. Знайти математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення загального числа пробоїн у мішені.

35. Випробовується пристрій, який складається із п'яти незалежно працюючих ланок. Імовірність виходу з ладу для кожної з ланок відповідно дорівнює 0,1; 0,7; 0,3; 0,6; 0,5. Знайти математичне сподівання і квадратичне відхилення числа ланок, що вийдуть із ладу.

36. Знайти середнє квадратичне відхилення числа появ події в 200 повторних незалежних випробуваннях, якщо математичне сподівання числа появ цієї події у двох випробуваннях дорівнює 0,4.

37. Випадкові величини X та Y розподілені за такими законами:

$$\begin{array}{c|cc} X & 2 & x_2 \\ \hline P & 0{,}7 & \ldots \end{array}, \quad \begin{array}{c|cc} Y & -2 & 1 \\ \hline P & \ldots & 0{,}8 \end{array}.$$

Математичне сподівання випадкової величини $Z = X + Y$ дорівнює 3,6. Знайти закони розподілу імовірностей X та Y, а також імовірність випадкової події $3 \le Z \le 4$.

38. Знайти середнє квадратичне відхилення числа появ події в 400 повторних незалежних випробуваннях, якщо середнє квадратичне відхилення числа появ події у двох випробуваннях дорівнює $\sqrt{6}/4$.

39. Імовірність появи події в кожному із випробувань є коренем рівняння $5p^2 - 7p + 1{,}2 = 0$. Скласти закон розподілу випадкової величини X — числа появ події у трьох випробуваннях, а також знайти $\sigma(X)$.

40. Випадкова величина Y задана законом розподілу $\begin{array}{c|ccc} Y & -2 & 1 & 4 \\ \hline P & 0{,}2 & 0{,}5 & \ldots \end{array}$. Знайти $\sigma(Z)$, якщо $Z = 5X - 4Y + 8$, X та Y незалежні випадкові величини, $\sigma(X) = 2$.

41. У лотереї, яка проводиться на презентації фірми, серед 3000 білетів є п'ять виграшних вартістю 150, 400, 600, 900 та 1000 грн. відповідно. Кожний білет коштує 10 грн. 1) Знайти закон розподілу суми виграшу для особи, яка купила три білети. 2) Яка середня величина очікуваного виграшу?

42. В першій урні є 4 білих і 6 чорних куль, а в другій 7 білих і 3 чорних куль. Із першої урни навмання береться куля і перекладається до другої урни. Після цього вмістиме другої урни перемішується, потім навмання беруться дві кулі, які перекладаються до першої урни. Скласти закони розподілу імовірностей числа білих куль в кожній із урн після виконаних процедур.

43. Статистично встановлено, що в середньому два вироби із десяти вимагають додаткового регулювання. Контролер перевіряє якість партії виготовлених

виробів, навмання вибираючи виріб. Якщо він вимагає додаткового регулювання, то наступні випробування припиняються, а вся партія відправляється на доробку. Якщо ж виріб стандартний, то контролер бере наступний виріб і т.д. За інструкцією контролер повинен перебрати не більше шести виробів.

1) Скласти закон розподілу числа перевірених контролером виробів. 2) Знайти імовірність того, що перевірена партія виробів буде відправлена на доробку. 3) Скільки в середньому виробів доведеться перевірити контролерові?

44. Екзаменатор задає студенту додаткові питання до тих пір, поки той правильно відповідає. Як тільки число правильних відповідей досягне п'яти або студент дасть неправильну відповідь, тоді екзаменатор припиняє задавати питання. Імовірність правильної відповіді на кожне із додаткових питань дорівнює 0,75. Знайти середнє число додаткових питань, які задасть екзаменатор.

45. Єгерь, який має 5 набоїв із снодійною речовиною, стріляє по косулі. Імовірність влучання при першому пострілі дорівнює 0,9, а при кожному наступному зменшується на 0,15. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини – числа набоїв, використаних єгерем.

46. В магазин надійшла партія з 10 телевізорів, 6 з яких вимагають регулювання зображення. Майстер, шукаючи перший телевізор, що вимагає регулювання, перевіряє їх почергово, і, знайшовши такий апарат, припиняє наступний пошук. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини – числа перевірених телевізорів.

47. На двох конвейєрах виготовляються однакові вироби. Відомі закони розподілу числа стандартних виробів, виготовлених за одиницю часу на першому конвейєрі (X) та другому (Y):

X	0	1	2
P	0,05	0,15	0,8

,

Y	0	1	2
P	0,03	0,07	...

.

Потрібно:1) скласти закон розподілу загального числа вироблених за одиницю часу стандарних виробів; 2) середнє квадратичне відхилення цього числа виробів.

48. Випадкова величина X – дохід фірми в євро на прогнозований період, Y – курс євро відносно гривні на цей же період, при цьому X та Y незалежні випадкові величини і їх закони розподілу мають вид:

X	1500	2000
P	0,6	0,4

,

Y	6,3	6,4	6,5
P	0,3	0,5	0,2

.

Знайти: 1) імовірність того, що дохід в гривнях на прогнозний період виявиться не меншим від 11700; 2) середню величину очікуваного доходу в гривнях, а також дисперсію цієї величини.

49. Випадкова величина X набирає можливі значення k=1, 2, 3, 4, 5 з імовірностями $P(X=k)=ck^3$. Знайти: 1) сталу c; 2) імовірність події $|X-5|\le 3$; 3) середнє квадратичне відхилення X.

50. Статистично встановлено, що з кожних десяти проведених переговорів шість завершуються укладанням угод. Планується проведення п'яти переговорів. Скласти закон розподілу числа укладених угод, а також знайти середнє квадратичне відхилення цього числа.

Завдання №6
«НЕПЕРЕРВНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ»

В задачах 1-24 випадкова величина X задана густиною розподілу $f(x)$. Потрібно:

1) знайти функцію розподілу імовірностей;

2) обчислити середнє квадратичне відхилення величини X;

3) побудувати графіки функції розподілу імовірностей та густини розподілу;

4) знайти імовірність того, що в трьох випробуваннях випадкова величина X двічі набере значення з інтервалу (α, β).

1. $f(x)=\begin{cases}0{,}5\cos 0{,}5x, & x\in(0,\pi),\\ 0, & x\notin(0,\pi).\end{cases}$ $\alpha=0, \beta=4.$

2. $f(x)=\begin{cases}-2x+4, & x\in[1,2),\\ 0, & x\notin[1,2).\end{cases}$ $\alpha=-4, \beta=1{,}5.$

3. $f(x)=\begin{cases}x-2{,}5, & x\in(3,4],\\ 0, & x\notin(3,4].\end{cases}$ $\alpha=3{,}5, \beta=12.$

4. $f(x)=\begin{cases}2x-4, & x\in(2,3],\\ 0, & x\notin(2,3].\end{cases}$ $\alpha=2{,}5, \beta=4.$

5. $f(x)=\begin{cases}2x+2, & x\in(-1,0],\\ 0, & x\notin(-1,0].\end{cases}$ $\alpha=-0{,}6, \beta=0{,}5.$

6. $f(x)=\begin{cases}8x-8, & x\in(1,3/2],\\ 0, & x\notin(1,3/2].\end{cases}$ $\alpha=1{,}5, \beta=3{,}1.$

7. $f(x)=\begin{cases}2x-2, & x\in(1,2],\\ 0, & x\notin(1,2].\end{cases}$ $\alpha=1{,}5, \beta=6.$

8. $f(x)=\begin{cases}x/2+1, & x\in(-2,0],\\ 0, & x\notin(-2,0].\end{cases}$ $\alpha=-3, \beta=-1.$

$$f(x)=\begin{cases}1/4, & x\in(0,4],\\ 0, & x\notin(0,4].\end{cases}$$

9. $\alpha = 2, \beta = 5.$

$$f(x)=\begin{cases}2x/9, & x\in[0,3),\\ 0, & x\notin[0,3).\end{cases}$$

10. $\alpha = 2, \beta = 7.$

$$f(x)=\begin{cases}4x+3, & x\in(-0{,}5;0],\\ 0, & x\notin(-0{,}5;0].\end{cases}$$

11. $\alpha = -6, \beta = -0{,}3.$

$$f(x)=\begin{cases}2x/3+4/3, & x\in[-1{,}0),\\ 0, & x\notin[-1{,}0).\end{cases}$$

12. $\alpha = -13, \beta = -1.$

13.

$$f(x)=\begin{cases}-0{,}5\sin x, & x\in(\pi,2\pi],\\ 0, & x\notin(\pi,2\pi].\end{cases}$$

$\alpha = 3\pi/2, \beta = 3\pi.$

$$f(x)=\begin{cases}2(x-2), & x\in(2{,}3],\\ 0, & x\notin(2{,}3].\end{cases}$$

14. $\alpha = -4, \beta = 2{,}2.$

$$f(x)=\begin{cases}x/50, & x\in(0,10],\\ 0, & x\notin(0,10].\end{cases}$$

15. $\alpha = 7, \beta = 16.$

$$f(x)=\begin{cases}2x-6, & x\in(3{,}4],\\ 0, & x\notin(3{,}4].\end{cases}$$

16. $\alpha = 3{,}3, \beta = 8.$

$$f(x)=\begin{cases}2x-8, & x\in(4{,}5],\\ 0, & x\notin(4{,}5].\end{cases}$$

17. $\alpha = 5, \beta = 18.$

$$f(x)=\begin{cases}2x-10, & x\in(5{,}6],\\ 0, & x\notin(5{,}6].\end{cases}$$

18. $\alpha = 5{,}4, \beta = 10.$

$$f(x)=\begin{cases}2x-12, & x\in(6{,}7],\\ 0, & x\notin(6{,}7].\end{cases}$$

19. $\alpha = 2, \beta = 6{,}1.$

$$f(x)=\begin{cases}2x-16, & x\in(8{,}9],\\ 0, & x\notin(8{,}9].\end{cases}$$

20. $\alpha = 8{,}5, \beta = 10.$

$$f(x)=\begin{cases}2x+4, & x\in(-2,-1],\\ 0, & x\notin(-2,-1].\end{cases}$$

21. $\alpha = -7, \beta = -1{,}5.$

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x\in(0{,}1],\\ 0, & x\notin(0{,}1].\end{cases}$$

22. $\alpha = 0{,}4, \beta = 3.$

$$f(x)=\begin{cases}2x+8, & x\in(-4,-3],\\ 0, & x\notin(-4,-3].\end{cases}$$

23. $\alpha = -3{,}2, \beta = 8.$

$$f(x)=\begin{cases}2x+10, & x\in(-5,-4],\\ 0, & x\notin(-5,-4].\end{cases}$$

24. $\alpha = -4{,}5, \beta = 0.$

В задачах 25-40 задана функція $f(x)$. Потрібно:

1) знайти значення параметра a, при якому вона стає густиною розподілу деякої випадкової величини X;

2) знайти функцію розподілу імовірностей для X;

3) обчислити $\sigma(X)$;

4) побудувати графіки функції розподілу та густини розподілу.

25. $f(x)=\begin{cases} a(x-3), & x\in(3,4],\\ 0, & x\notin(3,4].\end{cases}$

26. $f(x)=\begin{cases} a(x-4), & x\in(4,5],\\ 0, & x\notin(4,5].\end{cases}$

27. $f(x)=\begin{cases} a\cos 0{,}5x, & x\in(0,\pi],\\ 0, & x\notin(0,\pi].\end{cases}$

28. $f(x)=\begin{cases} a(x-2), & x\in(1,2],\\ 0, & x\notin(1,2].\end{cases}$

29. $f(x)=\begin{cases} a(x-4), & x\in(4,5],\\ 0, & x\notin(4,5].\end{cases}$

30. $f(x)=\begin{cases} a(x-5), & x\in(5,6],\\ 0, & x\notin(5,6].\end{cases}$

31. $f(x)=\begin{cases} a(x-6), & x\in(6,7],\\ 0, & x\notin(6,7].\end{cases}$

32. $f(x)=\begin{cases} a(x+1), & x\in(-1,0],\\ 0, & x\notin(-1,0].\end{cases}$

33. $f(x)=\begin{cases} a(x-1), & x\in(1,3/2],\\ 0, & x\notin(1,3/2].\end{cases}$

34. $f(x)=\begin{cases} a(x-1), & x\in(1,2],\\ 0, & x\notin(1,2].\end{cases}$

35. $f(x)=\begin{cases} a(x+1/2), & x\in(-2,0],\\ 0, & x\notin(-2,0].\end{cases}$

36. $f(x)=\begin{cases} ax/9, & x\in[0,3),\\ 0, & x\notin[0,3).\end{cases}$

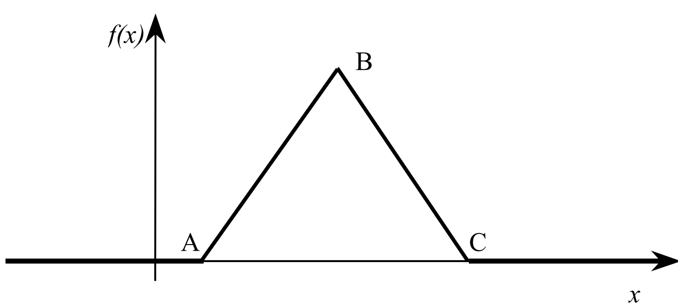
37. $f(x)=\begin{cases} a(x+2), & x\in[-1,0),\\ 0, & x\notin[-1,0).\end{cases}$

38. $f(x)=\begin{cases} a\sin x, & x\in(\pi,2\pi],\\ 0, & x\notin(\pi,2\pi].\end{cases}$

39. $f(x)=\begin{cases} a(x-2), & x\in(2,3],\\ 0, & x\notin(2,3].\end{cases}$

40. $f(x)=\begin{cases} ax^{-1/2}, & x\in(0,1],\\ 0, & x\notin(0,1].\end{cases}$

В задачах 41-55 графік густини розподілу неперервної випадкової величини X зображений на мал.6.1



Мал.6.1

На підставі інформації про координати точок A, B та C: 1) знайти аналітичні вирази густини розподілу та функції розподілу імовірностей цієї величини; 2) побудувати графік функції $F(x)$; 3) обчислити середнє квадратичне відхилення, моду та медіану.

Номер Задачі	Координати точок		
	A	***B***	***C***
41	(1;0)	(3;y)	(5;0)
42	(-1;0)	(2;y)	(4;0)
43	(1;0)	(4;y)	(6;0)
44	(1;0)	(3;y)	(4;0)
45	(2;0)	(3;y)	(5;0)
46	(2;0)	(4;y)	(5;0)
47	(-2;0)	(0;y)	(3;0)
48	(-1;0)	(3;y)	(5;0)
49	(1;0)	(3;y)	(6;0)
50	(2;0)	(4;y)	(6;0)

Завдання №7

«ОСНОВНІ ЗАКОНИ НЕПЕРЕРВНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН»

1. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з числовими характеристиками $M(X)$=10, $D(X)$=16. Знайти, при яких значеннях t виконується рівність
$$P\left[\left|X - M(X)\right| < t\sqrt{D(X)}\right] = 2P\left[\left|X - M(X)\right| \geq t\sqrt{D(X)}\right].$$

2. Ріст дорослого чоловіка задовільно описується нормальним законом розподілу. За статистичними даними середній ріст чоловіків складає 174 см, а середнє квадратичне відхилення дорівнює 6 см. Знайти імовірність того, що ріст навмання взятого чоловіка буде відрізнятись від середнього зросту не менше, ніж на 7 см.

3. Випадкова величина X розподілена за рівномірним законом на проміжку [-1; 1]. Знайти
$$P\left[\left|X - M(X)\right| < \sqrt{D(X)}\right].$$

4. Випадкова величина X розподілена за нормованим нормальним законом, а величина Y – за рівномірним законом на проміжку [0; 1]. Порівняти $P(0<X<1)$ та $P(0<Y<1)$.

5. Випадкова величина Y розподілена за показниковим законом із параметром λ=2. Знайти $P\left[\left|Y - M(Y)\right| < \sigma(Y)\right]$.

6. Випадкова величина розподілена за нормальним законом із середнім значенням 20. Знайти імовірність того, що при випробуванні ця величина набере значення з інтервалу (10;35), якщо імовірність попадання її можливого значення (при випробуванні) в інтервал (15; 25) дорівнює 0,4.

7. Встановлено, що середньорічна кількість опадів в певному регіоні становить 65 см. Оцінити імовірність того, що у вказаному регіоні в наступному році випаде не менше 85 см.

8. Швейне підприємство виготовляє на експорт костюми. Вважаючи, що ріст чоловіків певної вікової групи країни-імпортера є нормально розподіленою випадковою величиною X із параметрами a=172 см і σ=5 см, знайти:
1) густину розподілу імовірностей величини X;
2) частки костюмів третього росту (169-174 см) і четвертого росту (174-179 см), які потрібно передбачити в загальному обсязі виробництва для даної вікової групи.

9. Короткотермінова прогнозна ціна акції певного виду може бути змодельована з допомогою нормального закону розподілу з математичним сподіванням 30 гр.од. і середнім квадратичним відхиленням 0,8 гр.од. 1) Знайти імовірність того, що ціна акції виявиться: а) не вищою від 31,4 гр.од.; б) не нижчою від 31,8 гр.од.; в) в межах від 29,8 до 30,8. 2) Використовуючи правило трьох сигм, знайти межі, в яких буде знаходитися ціна акції.

10. Соняшникова олія “Олейна” розливається в пляшки автоматично, при цьому вага нетто в середньому дорівнює 920г. Відомо, що тільки 1,5% вмістиме пляшок має вагу, меншу від 915г. Припускаючи, що вага олії в пляшці розподілена за нормальним законом, знайти середнє квадратичне відхилення.

11. Ціна поділки шкали вимірювального приладу дорівнює 0,1. Покази приладу заокруглюють до найближчого цілого числа десятих. Покладаючи, що при вимірюванні помилка заокруглення розподілена за рівномірним законом, знайти: 1) математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення цієї випадкової величини, 2) імовірність того, що помилка заокруглення виявиться: а) меншою 0,04; б) більшою 0,06.

12. Густина розподілу випадкової величини X має такий вигляд: $f(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-(x-10)^2/32}$.

Знайти хоча б один інтервал, в який з імовірністю 0,975 потрапить при випробуванні можливе значення X.

13. Відомо, що середній час очікування чергового покупця, який підійде до каси, дорівнює 0,3 хвилини. Час чекання касиром чергового покупця можна вважати випадковою величиною, розподіленою за показниковим законом. Для заміни стрічки касового апарату потрібно 1,5 хвилини. Знайти імовірність того, що за час заміни стрічки не утвориться черга.

14. Випадкова величина рівномірно розподілена на інтервалі (-2;7). Знайти точку, в якій її функція розподілу імовірностей дорівнює 1/3.

15. Час X безвідмовної роботи станка має показниковий розподіл. Імовірність того, що станок не відмовить за 5 годин роботи, дорівнює 0,60653. Знайти $M(X)$, $D(X)$, $M(X^2)$.

16. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з числовими характеристиками $M(X)=15$; $D(X)=25$. Знайти, при яких значеннях $\varepsilon>0$ виконується рівність.

$$2P\left[\left|X-M(X)\right|<\varepsilon\sqrt{D(x)}\right]=P\left[\left|X-M(X)\right|\geq\varepsilon\sqrt{D(X)}\right].$$

17. Хвилинна стрілка електронного годинника переміщується стрибком через кожну хвилину. Дійсний час у фіксований момент часу буде випадковою величиною, що має рівномірний закон розподілу. Звіряється час за електронним годинником, заокруглюючи положення хвилинної стрілки до найближчої хвилинної поділки циферблата. Яка імовірність того, що похибка заокруглення часу не перевищить 15 с?

18. Густина розподілу випадкової величини X задана формулою

$$f(x)=\begin{cases}Cx, & \text{при } x\in[0,1],\\ 0, & \text{при } x\notin[0,1].\end{cases}$$

Знайти: а) сталу C; б) функцію розподілу $F(x)$; в) побудувати графіки функцій $f(x)$ та $F(x)$; г) знайти $P(X > 1/2)$ та $P(1/4 < X < 3/4)$.

19. Аналіз статистичних даних показав, що місячний дохід працюючих мешканців одного з регіонів має нормальний розподіл із середнім значенням 420 грн. і середнім квадратичним відхиленням 110 грн. Знайти імовірність того, що місячний дохід навмання взятого працюючого мешканця виявиться:
а) в межах 380 та 450; б) не меншим, ніж 350;
в) не більшим 500.

20. Припускається, що гранична міцність виготовленої партії стального дроту діаметром 1,4 мм є нормально розподіленою випадковою величиною X з математичним сподіванням 150 кг/мм^2 і середнім квадратичним відхиленням 6 кг/мм^2.
Потрібно: 1) знайти густину розподілу імовірностей випадкової величини X; 2) знайти імовірність того, що при випробуванні X набере значення з інтервалу (145; 160); 3) визначити, яке граничне відхилення в одну або іншу сторону границі міцності досліджуваного зразка дроту від математичного сподівання можна трактувати із імовірністю 0,9901.

21. Неперервна випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [1; 3]. Знайти: 1) функцію розподілу імовірностей і побудувати її графік; 2) $M(X)$ і $\sigma(X)$; 3) імовірність того, що X при випробуванні набере значення з інтервалу (1; 2).

22. Випадкова величина *X* задана функцією розподілу

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ 0{,}2x & \text{при } 0<x\le 5,\\ 1 & \text{при } x>5.\end{cases}$$

Потрібно знайти: а) густину розподілу $f(x)$ і побудувати графіки функцій $F(x)$ і $f(x)$; б) імовірність того, що при випробуванні випадкова величина X набере значення з інтервалу: 1) (0; 3); 2) (0; 5); 3) (1,4; 5); 4) (6; 10). Як називається розподіл цієї величини?

23. Жирність молока корів фермерських господарств району (у відсотках) є нормально розподіленою випадковою величиною з математичним сподіванням 3,9 і дисперсією 0,0225. Записати густину розподілу цієї величини. Знайти імовірність того, що найближча партія молока матиме жирність, не меншу від 4,1.

24. Відсоток вмісту золи у вугіллі є нормально розподіленою величиною з математичним сподіванням, рівним 15%, і середнім квадратичним, рівним 3%. Знайти імовірність того, що в навмання взятій пробі вугілля виявиться від 12 до 16% золи.

25. Довжина болтів, що виготовляються на станку-автоматі, є нормально-розподіленою випадковою величиною із математичним сподіванням $M(X) = 5{,}6$ см. Імовірність того, що навмання взятий болт має розмір з інтервалу (5,65; 5,67), дорівнює 0,2. Знайти $P(5{,}53 < X < 0{,}55)$.

26. Густина розподілу випадкової величини X має такий вид:

$$f(x)=\frac{1}{6\sqrt{2\pi}}e^{-(x-50)^2/72}.$$

Для можливих значень $x_1 = 45$, $x_2 = 62$ знайти кількість середніх квадратичних відхилень від математичного сподівання, а також $P(X < x_1)$ і $P(X > x_2)$.

27. Випадкова величина X задана густиною розподілу

$$f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-(x-10)^2/32}.$$

Знайдіть інтервал, в який з імовірністю 0,9876 потрапить при випробуванні можливе значення X.

28. Виріб вважається вищого гатунку, якщо відхилення його розмірів від номіналу не перебільшує за абсолютним значенням 2,37 мм. Випадкові відхилення розміру виробу від номіналу мають нормальний закон розподілу із $\sigma = 3$ мм, при цьому систематична похибка відсутня. Знайти середнє число виробів вищого гатунку серед десяти виготовлених.

29. Довжина X виготовленої верстатом-автоматом деталі є випадкова величина, що описується густиною розподілу

$$f(x) = \frac{1}{100\sqrt{2\pi}} e^{-(x-100)^2/8}.$$

Знайти: 1) імовірність браку відібраної деталі, якщо розмір допускають рівним $100 \pm 0{,}4$ (мм); 2) яку точність довжини деталі, виготовленої верстатом-автоматом, можна гарантувати із імовірністю 0,95.

30. Тролейбуси надходять на зупинку з інтервалом 4 хв. Припускаючи, що час чекання тролейбуса на зупинці має рівномірний закон розподілу, знайти: 1) функцію розподілу імовірностей; 2) імовірність того, що час чекання тролейбуса не перевищить 1 хв.

31. Випадкова величина X має показниковий закон розподілу з параметром λ. Знайти $P(X > a)$ та $P(a < X < 2a)$, де $a = \text{const} > 0$.

32. Середнє значення доходів робітників за рік складає 8 тис. грн., а дисперсія — 4 тис. грн.^{2}. Для навмання вибраного робітника знайти імовірність того, що він заробляє: а) не менше 7,6 тис. грн.; б) в межах від 8,5 до 9,4 тис. грн.

33 - 58. Верстат-автомат виготовляє деталі, які вважаються придатними, якщо відхилення X від проектного розміру за абсолютною величиною не перевищує ε мм. Вважаючи X нормально розподіленою випадковою величиною із середнім квадратичним відхиленням σ мм, знайти: 1) імовірність того, що навмання взята деталь виявиться придатною; 2) найімовірніше число придатних деталей із n перевірених; 3) інтервал, в який з імовірністю 0,9973 потрапляють можливі значення X.

Номер задачі	ε	σ	n	Номер задачі	ε	σ	n
33	0,5	0,1	200	42	1,6	0,5	300
34	0,6	0,2	100	43	0,5	0,2	400
35	0,7	0,3	300	44	0,6	0,15	350
36	0,8	0,4	400	45	0,8	0,3	450
37	0,4	0,1	200	46	1,1	0,4	500
38	1,2	0,6	150	47	1,3	0,5	150
39	0,9	0,5	250	48	1,4	0,4	200
40	1,4	0,2	300	49	1,2	0,3	250
41	1,6	0,4	400	50	0,9	0,2	400

Завдання № 8
«ЗАКОН ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ»

1. Відомо, що 90% виробів є вищого гатунку. Оцінити імовірність того, що відносна частота виробів вищого гатунку серед 10000 виготовлених відрізнятиметься від імовірності виготовлення виробу такої ж якості за абсолютною величиною не більше ніж на 0,01. Порівняти отриману оцінку із більш точною.

2. Для визначення міцності волокон бавовни в отриманій партії відібрали 1000 зразків і випробували їх на розрив. При цьому виявилось, що середня міцність зразків дорівнює 5,8г/мм^2. Оцінити імовірність того, що похибка при визначенні міцності волокон не перевищить 0,2г/мм^2, якщо відомо, що середнє квадратичне відхилення міцності зразків не перевищує 1,44г/мм^2.

3. При штампуванні 80% деталей виявляються першосортними. Користуючись нерівністю Чебишева, знайти, скільки треба взяти деталей, щоб з імовірністю, рівною 0,96, відносна частота деталей першого сорту серед них відрізнялася за модулем від імовірності отримання першосортної деталі не більше ніж на 0,04. Порівняти отриману кількість з уточненою.

4. Використовуючи нерівність Чебишева, оцінити імовірність того, що випадкова величина X відхилиться за модулем від свого математичного сподівання: а) не більше ніж чотири середніх квадратичних відхилення; б) більше, ніж на три середніх квадратичних відхилення.

5. Кількість води, яка використовується підприємством на протязі доби для технічних потреб, є випадковою величиною, математичне сподівання якої дорівнює 120м^3. Оцінити імовірність того, що найближчої доби витрати води підприємством виявляться: а) більшими від 140м^3; б) не більшими 150м^3.

6. Статистичні дані рекламної компанії показали, що адресна реклама дає дві заявки в 50 випадків. Компанія розіслала 2000 рекламних проспектів. З’ясувати, чи можна з допомогою нерівності Чебишева оцінити імовірність того, що число заявок виявиться не меншим 60 і не більшим 90. Якщо використання нерівності Чебишева виявиться неможливим, то змінити верхню межу таким чином, щоб використання нерівності Чебишева стало можливим, а також оцінити відповідну імовірність. Уточнити отриманий результат з допомогою інтегральної формули Лапласа.

7. На протязі певного періоду на біржі зберігався відносно стабільний курс долара США до євро. На підставі біржової статистики за цей період складено закон розподілу випадкової величини. X – зміна курсу долара до євро (у відсотках):

X	–0,5	–0,25	0	0,25	0,5
P	0,1	0,2	0,5	0,15	0,05

З допомогою нерівності Чебишева оцінити імовірність того, що відбудеться зміна курсу долара до євро не більше ніж на 0,03% за абсолютною величиною. Знайти уточнене значення шуканої імовірності.

8. Дисперсія кожної із 2000 незалежних випадкових величин, які мають один і той самий закон розподілу, дорівнює 12. Оцінити імовірність того, що відхилення середнього арифметичного цих величин від середнього арифметичного їх математичних сподівань, взяте за абсолютною величиною, не перевищить 0,3.

9. З якою імовірністю середнє арифметичне вимірів певної величини відповідає справжньому значенню цієї величини, якщо було здійснено 200 вимірювань із точністю 0,2 і при цьому середні квадратичні відхилення випадкових величин (результатів вимірювання) не перевищують 0,4?

10. Оцінити імовірність того, що відхилення довільної випадкової величини від її математичного сподівання буде не більшим трьох середніх квадратичних відхилень за абсолютною величиною. Знайти таку ж імовірність для рівномірного та показникового законів розподілу.

11. За статистичними даними в середньому 88% новонароджених доживають до 50 років. З допомогою нерівності Чебишева оцінити імовірність того, що з 1000 новонароджених частка тих, хто доживе до 50 років, буде відрізнятися від імовірності цієї ж події не більше ніж 0,04 за абсолютною величиною. Уточнити отриману оцінку.

12. Імовірність виготовлення автоматом стандартної деталі дорівнює 0,96. Оцінити з допомогою нерівності Чебишева імовірність того, що число бракованих серед 4000 виготовлених деталей знаходиться в межах від 140 до 180 включно. Уточнити оцінювану імовірність з допомогою інтегральної формули Лапласа.

13. Для визначення середньої тривалості горіння електричних лампочок в партії із 300 однакових ящиків було випадковим чином відібрано по одній лампочці з кожного ящика. Оцінити імовірність того, що середня тривалість горіння відібраних 300 лампочок відрізняється від середньої тривалості горіння ламп у всій партії не більше ніж на 6 год. за абсолютною величиною, якщо відомо, що середнє квадратичне відхилення тривалості горіння ламп в кожному ящику не перевищує 8 год.

14. Середня зміни курсу акції певної компанії на протязі одних біржових торгів складає 0,4%. Оцінити імовірність того, що на чергових торгах курс акції зміниться більше, ніж на 2%.

15. Для деякого регіону 8% працездатного населення складають безробітні. З допомогою нерівності Чебишева оцінити імовірність того, що рівень безробіття серед 40000 працездатних мешканців регіону буде міститися в межах від 6% до 10% включно.

16. Середнє значення довжини заготовки деталі складає 60см, а дисперсія 0,25см^2. Використовуючи нерівність Чебишева, оцінити імовірність того, що навмання взята заготовка виявиться по довжині в межах від 59,6 до 60,4 включно. Уточнити оцінювану імовірність, якщо відомо, що довжина навмання взятої заготовки має нормальний закон розподілу.

17. Розмір виплати кожному клієнту акціонерного банку випадковий. Статистично встановлено, що середня величина виплати одному клієнту складає 800грн., а середнє квадратичне відхилення цієї ж величини – 250грн.

Вважається, що виплати окремим клієнтам є незалежними. 1) Знайти величину готівки, яка повинна бути в банку, щоб з імовірністю, не меншою від 0,96, грошей вистачило б на обслуговування 50 клієнтів. 2) Знайти цю ж величину у додатковому припущенні, що значення абсолютного центрального момента третього порядку є незмінним для всіх клієнтів.

18. Кожна із 120 незалежних випадкових величин $X_1, X_2..., X_{120}$ має рівномірний розподіл на проміжку [0; 0,6]. Знайти: 1) наближений закон розподілу для випадкової величини $Y=\sum_{i=1}^{120} X_i$; 2) $P(Y>0,5)$.

19. Імовірність вчасної реалізації одиниці продукції дорівнює 0,4. Оцінити імовірність того, що серед 400 підготовлених для реалізації одиниць продукції відхилення відносної частоти реалізації від імовірності 2/5 за абсолютною величиною буде не більшим від 0,2 та порівняти оцінювану імовірність із точним значенням.

20. Відомо, що $P(|X-M(X)|<\varepsilon)\geq 0{,}9,\ \ \sigma(X)=0{,}2$. Використовуючи нерівність Чебишева знайти ε.

21. Середній дохід на душу населення розподілений за нормальним законом розподілу з параметрами a та σ. Оцінити за нерівністю Чебишева $P(|X-a|>2\sigma)$ та порівняти її з точним значенням.

22. Імовірність того, що телевізор витримає гарантійний термін роботи, дорівнює 0,9 для всіх 100 телевізорів, які обслуговує гарантійна майстерня. Оцінити імовірність того, що число телевізорів, які витримають гарантійний термін роботи, буде в межах [85; 95], а також знайти точніше значення цієї ж імовірності.

23. Кожна із 100 незалежних випадкових величин $X_1, X_2, ..., X_{100}$ розподілена за показниковим законом розподілу з параметром λ=10 для всіх X_i $i=\overline{1,100}$. Побудувати наближений закон розподілу випадкової величини $Y=\sum_{i=1}^{100} X_i$ та знайти $P(Y<5)$.

24. Випадкова величина $\overline{X}$ – середнє арифметичне 1000 незалежних випадкових величин, які мають один і той самий закон розподілу, при цьому середнє квадратичне відхилення кожної з них дорівнює 4. Яке максимальне відхилення величини $\overline{X}$ від її математичного сподівання можна очікувати з імовірністю 0,9732?

25-35. Відомо, що частка продукції вищого сорту серед всієї продукції дорівнює b. Оцінити імовірність того, що m виробів вищого сорту серед відібраних відрізнятиметься від математичного сподівання цього числа за абсолютною величиною не більше, ніж на ε штук, а також знайти точне значення цієї імовірності.

Номер задачі	b	m	ε
25	0,8	200000	2000
26	7/8	70000	700
27	4/5	100000	1000
28	5/8	90000	900
29	0,9	80000	800
30	0,7	250000	2500
31	0,9	300000	3000
32	3/4	150000	1500
33	0,8	200000	2000
34	4/5	100000	1000
35	0,6	40000	400

36-44. Послідовність незалежних випадкових величин $X_1, X_2..., X_n$ задана законом розподілу.

а) $\begin{array}{c|ccc} X_n & -k\sqrt{n} & 0 & k\sqrt{n} \\ \hline P & \dfrac{k}{n} & 1-\dfrac{2k}{n} & \dfrac{k}{n} \end{array}$, б) $\begin{array}{c|ccc} X_n & -k & 0 & k \\ \hline P & \dfrac{k}{n} & 1-\dfrac{2k}{n} & \dfrac{k}{n} \end{array}$,

де k – номер задачі (36, 37, ..., 44), n=1, 2, ..., n. Чи можна використати для цих величин теорему Чебишева?

45-50. Випробування розробленого пристрою показали, що причиною його виходу з ладу є відмова певного елемента. Дослідження ідентичних елементів дозволило встановити, що час безвідмовної роботи кожного з них розподілений за показниковим законом, а середній час роботи складає t год. Для збільшення надійності роботи пристрою його модернізували, обладнавши його k ідентичними елементами таким чином, що при виході з ладу одного елементу миттєво включається наступний тощо. Знайти наближену імовірність того, що пристрій після модернізації безвідмовно пропрацює не менше T год.

Номер задачі	45	46	47	48	49	50
t	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
k	100	110	120	130	140	150
T	35	26	21	18	17	13

ЧАСТИНА ДРУГА
МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Завдання № 1
«ВСТУП В МАТЕМАТИЧНУ СТАТИСТИКУ. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД»

Задачі №№ 1-50. На телефонній станції досліджувалася величина X — кількість неправильних з'єднань за хвилину. Спостереження протягом 80 хв дали такі результати:

5, 1, 4, 0, 2, 4, 3, 6, 7, 3, 5, 5, 2, 5, 6, 7, 4, 3, 1, 0,
3, 1, 7, 2, 5, 0, 1, 2, 4, 6, 0, 3, 1, 7, 6, 5, 2, 4, 0, 1,
2, 0, 2, 1, 3, 4, 7, 5, 6, 3, 1, 7, 5, 4, 0, 1, 1, 2, 6, 5,
1, 2, 6, 5, 0, 2, 7, 4, 3, 0, 2, 1, 7, 2, 3, 4, 5, 7, 6, 5,
1, 6, 1, 4, 5, 0, 6, 7, 6, 3, 3, 6, 3, 1, 6, 7, 2, 0, 7, 5.

В якості вибіркової сукупності для варіанту № k, де $k=\overline{1,50}$, відібрати підряд 40 варіант, починаючи з k-ої від початку. Для отриманої вибірки:

1) скласти статистичний розподіл частот та відносних частот;
2) побудувати полігон частот та відносних частот;
3) знайти емпіричну функцію розподілу та побудувати її графік;
4) з'ясувати питання, чи можна використати метод добутків для знаходження зведених числових характеристик; у випадку позитивної відповіді виконати розрахунки зведених характеристик в 5) цим методом;
5) обчислити вибіркові: середню, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, моду, медіану, розмах варіацій, коефіцієнт варіацій, коефіцієнт асиметрії та ексцес;
6) здійснити розбиття вибіркової сукупності на групи, що не перетинаються, з тим, щоб використати теореми 1.1 та 1.2 з п. 1.9 для обчислення $\overline{x}_в$ та $D_в$, співставивши отримані відповіді із результатами з 5).

Завдання № 2
Для інтервальних статистичних розподілів, наведених в умовах задач №№ 1-50, а) побудувати гістограми частот та відносних частот; б) знайти емпіричну функцію розподілу та побудувати її графік; в) методом добутків обчислити зведені характеристики вибірки, моду, медіану, а також зробити висновки про симетричність чи асиметричність вибіркового розподілу та його гостровершинність чи плосковершинність на підставі коефіцієнта асиметрії та ексцесу.

Задачі №№ 1-10.

Дані про вибіркову перевірку ниток на міцність наведені у таблицях, в першому рядку яких розташовані частинні інтервали міцності ниток (кг), а в другому — кількість ниток з відповідного інтервалу.

№ 1

$[x_i; x_{i+1})$	[1,4; 1,6)	[1,6; 1,8)	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8]
n_i	6	10	18	25	20	13	8

№ 2

$[x_i; x_{i+1})$	[1,6; 1,8)	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3]
n_i	2	7	13	38	22	11	7

№ 3

$[x_i; x_{i+1})$	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3)	[3; 3,2)	[3,2; 3,4]
n_i	7	12	21	35	13	8	4

№ 4

$[x_i; x_{i+1})$	[1,7; 2)	[2; 2,3)	[2,3; 2,6)	[2,6; 2,9)	[2,9; 3,2)	[3,2; 3,5)	[3,5; 3,8]
n_i	5	8	17	29	21	13	7

№ 5

$[x_i; x_{i+1})$	[1,5; 1,6)	[1,6; 1,7)	[1,7; 1,8)	[1,8; 1,9)	[1,9; 2)	[2; 2,1)	[2,1; 2,2]
n_i	6	9	18	29	20	12	6

№ 6

$[x_i; x_{i+1})$	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3)	[3; 3,2]
n_i	6	11	25	27	20	8	3

№ 7

$[x_i; x_{i+1})$	[2,1; 2,2)	[2,2; 2,3)	[2,3; 2,4)	[2,4; 2,5)	[2,5; 2,6)	[2,6; 2,7)	[2,7; 2,8]
n_i	6	13	17	27	19	10	8

№ 8

$[x_i; x_{i+1})$	[1,9; 2,1)	[2,1; 2,3)	[2,3; 2,5)	[2,5; 2,7)	[2,7; 2,9)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3]
n_i	5	10	18	28	20	13	6

№ 9

$[x_i; x_{i+1})$	[1,3; 1,5)	[1,5; 1,7)	[1,7; 1,9)	[1,9; 2,1)	[2,1; 2,3)	[2,3; 2,5)	[2,5; 2,7]
n_i	5	9	18	30	20	12	6

№ 10

$[x_i; x_{i+1})$	[1,7; 1,9)	[1,9; 2,1)	[2,1; 2,3)	[2,3; 2,5)	[2,5; 2,7)	[2,7; 2,9)	[2,9; 3,1]
n_i	6	10	18	25	20	13	8

Задачі №№ 11-20.

Результати вибіркового спостереження за часом обробки однієї деталі робітниками наведені в таблицях, в першому рядку яких розташовані частинні інтервали часу (у хв), а в другому — число робітників, час роботи яких потрапив у відповідний інтервал.

№ 11

$[x_i; x_{i+1})$	[4; 4,4)	[4,4; 4,8)	[4,8; 5,2)	[5,2; 5,6)	[5,6; 6)	[6; 6,4)	[6,4; 6,8]
n_i	3	8	21	31	19	14	4

№ 12

$[x_i; x_{i+1})$	[5; 5,4)	[5,4; 5,8)	[5,8; 6,2)	[6,2; 6,6)	[6,6; 7)	[7; 7,4)	[7,4; 7,8]
n_i	2	6	10	35	20	10	7

№ 13

$[x_i; x_{i+1})$	[3,8; 4)	[4; 4,2)	[4,2; 4,4)	[4,4; 4,6)	[4,6; 4,8)	[4,8; 5)	[5; 5,2]
n_i	2	8	25	34	20	8	3

№ 14

$[x_i; x_{i+1})$	[6; 6,4)	[6,4; 6,8)	[6,8; 7,2)	[7,2; 7,6)	[7,6; 8)	[8; 8,4)	[8,4; 8,8]
n_i	2	7	20	35	19	12	5

№ 15

$[x_i; x_{i+1})$	[7; 7,2)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8)	[8; 8,2)	[8,2; 8,4]
n_i	4	10	18	30	20	12	6

№ 16

$[x_i; x_{i+1})$	[4; 4,4)	[4,4; 4,8)	[4,8; 5,2)	[5,2; 5,6)	[5,6; 6)	[6; 6,4)	[6,4; 6,8]
n_i	6	12	17	33	20	10	2

№ 17

$[x_i; x_{i+1})$	[5,5; 5,9)	[5,9; 6,3)	[6,3; 6,7)	[6,7; 7,1)	[7,1; 7,5)	[7,5; 7,9)	[7,9; 8,3]
n_i	6	10	17	28	20	11	8

№ 18

$[x_i; x_{i+1})$	[6,5; 6,9)	[6,9; 7,3)	[7,3; 7,7)	[7,7; 8,1)	[8,1; 8,5)	[8,5; 8,9)	[8,9; 9,3]
n_i	3	10	20	32	16	12	7

№ 19

$[x_i; x_{i+1})$	[7,5; 7,9)	[7,9; 8,3)	[8,3; 8,7)	[8,7; 9,1)	[9,1; 9,5)	[9,5; 9,9)	[9,9; 10,3]
n_i	8	12	17	29	18	10	6

№ 20

$[x_i; x_{i+1})$	[5; 5,4)	[5,4; 5,8)	[5,8; 6,2)	[6,2; 6,6)	[6,6; 7)	[7; 7,4)	[7,4; 7,8]
n_i	4	10	18	33	17	12	6

Задачі №№ 21-30.

Дослідження тривалості роботи (в тис. год.) електричних лампочок наведені в таблицях.

№ 21

$[x_i; x_{i+1})$	[2,1; 2,2)	[2,2; 2,3)	[2,3; 2,4)	[2,4; 2,5)	[2,5; 2,6)	[2,6; 2,7)	[2,7; 2,8]
n_i	2	8	22	40	12	10	6

№ 22

$[x_i; x_{i+1})$	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3)	[3; 3,2]
n_i	4	9	21	35	18	8	5

№ 23

$[x_i; x_{i+1})$	[1,6; 1,8)	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3]
n_i	2	8	15	35	20	12	8

№ 24

$[x_i; x_{i+1})$	[1,5; 1,7)	[1,7; 1,9)	[1,9; 2,1)	[2,1; 2,3)	[2,3; 2,5)	[2,5; 2,7)	[2,7; 2,9]
n_i	4	11	18	30	21	10	6

№ 25

$[x_i; x_{i+1})$	[2; 2,1)	[2,1; 2,2)	[2,2; 2,3)	[2,3; 2,4)	[2,4; 2,5)	[2,5; 2,6)	[2,6; 2,7]
n_i	5	10	17	32	20	12	4

№ 26

$[x_i; x_{i+1})$	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3)	[3; 3,2)	[3,2; 3,4)	[3,4; 3,6)	[3,6; 3,8]
n_i	5	12	18	28	19	13	5

№ 27

$[x_i; x_{i+1})$	[2,3; 2,5)	[2,5; 2,7)	[2,7; 2,9)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7]
n_i	3	9	15	33	21	13	9

№ 28

$[x_i; x_{i+1})$	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8)	[2,8; 3)	[3; 3,2)	[3,2; 3,4]
n_i	2	9	16	34	22	12	5

№ 29

$[x_i; x_{i+1})$	[1,4; 1,6)	[1,6; 1,8)	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8]
n_i	4	12	18	33	19	11	3

№ 30

$[x_i; x_{i+1})$	[1,4; 1,6)	[1,6; 1,8)	[1,8; 2)	[2; 2,2)	[2,2; 2,4)	[2,4; 2,6)	[2,6; 2,8]
n_i	4	12	18	33	19	11	3

Задачі №№ 31-40.

Результати вибіркового вимірювання діаметрів валиків наведені у таблицях, перший рядок яких містить частинні інтервали діаметрів у мм, другий — число валиків, діаметри яких потрапили у відповідний інтервал.

№ 31

$[x_i; x_{i+1})$	[4,02; 4,04)	[4,04; 4,06)	[4,06; 4,08)	[4,08; 4,1)	[4,1; 4,12]
n_i	6	9	20	11	4

№ 32

$[x_i; x_{i+1})$	[2,06; 2,08)	[2,08; 2,1)	[2,1; 2,12)	[2,12; 2,14)	[2,14; 2,16]
n_i	5	8	22	11	4

№ 33

$[x_i; x_{i+1})$	[3,08; 3,1)	[3,1; 3,12)	[3,12; 3,14)	[3,14; 3,16)	[3,16; 3,18]
n_i	6	8	23	10	3

№ 34

$[x_i; x_{i+1})$	[3,12; 3,16)	[3,16; 3,2)	[3,2; 3,24)	[3,24; 3,28)	[3,28; 3,32]
n_i	4	7	25	9	5

№ 35

$[x_i; x_{i+1})$	[2,12; 2,16)	[2,16; 2,2)	[2,2; 2,24)	[2,24; 2,28)	[2,28; 2,32]
n_i	5	7	27	8	4

№ 36

$[x_i; x_{i+1})$	[3,28; 3,3)	[3,3; 3,32)	[3,32; 3,34)	[3,34; 3,36)	[3,36; 3,38]
n_i	2	9	28	10	1

№ 37

$[x_i; x_{i+1})$	[5,12; 5,16)	[5,16; 5,2)	[5,2; 5,24)	[5,24; 5,28)	[5,28; 5,32]
n_i	5	9	23	11	2

№ 38

$[x_i; x_{i+1})$	[4,92; 4,94)	[4,94; 4,96)	[4,96; 4,98)	[4,98; 5)	[5; 5,02]
n_i	5	9	21	11	4

№ 39

$[x_i; x_{i+1})$	[3,42; 3,46)	[3,46; 3,5)	[3,5; 3,54)	[3,54; 3,58)	[3,58; 3,62]
n_i	2	7	30	8	3

№ 40

$[x_i; x_{i+1})$	[4,56; 4,6)	[4,6; 4,64)	[4,64; 4,68)	[4,68; 4,72)	[4,72; 4,76]
n_i	5	11	24	9	1

Задачі №№ 41-50.

Результати випробувань на міцність стальних дротів однакової довжини наведені в таблицях, перший рядок яких містить частинні інтервали розривних зусиль (кг/мм²), другий — число дротів, розривні зусилля яких потрапили у відповідний інтервал.

№ 41

$[x_i;x_{i+1})$	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44]
n_i	6	11	18	29	19	12	5

.

№ 42

$[x_i;x_{i+1})$	[35; 38)	[38; 41)	[41; 44)	[44; 47)	[47; 50)	[50; 53)	[53; 56]
n_i	4	9	22	31	16	11	7

.

№ 43

$[x_i;x_{i+1})$	[27; 28,5)	[28,5; 30)	[30; 31,5)	[31,5; 33)	[33; 34,5)	[34,5; 36)	[36; 37,5]
n_i	3	12	24	35	18	6	2

.

№ 44

$[x_i;x_{i+1})$	[51; 55)	[55; 59)	[59; 63)	[63; 67)	[67; 71)	[71; 75)	[75; 79]
n_i	7	14	17	22	20	12	8

.

№ 45

$[x_i;x_{i+1})$	[42; 45,5)	[45,5; 49)	[49; 52,5)	[52,5; 56)	[56; 59,5)	[59,5; 63)	[63; 66,5]
n_i	2	14	22	34	18	15	5

.

№ 46

$[x_i;x_{i+1})$	[46; 49)	[49; 52)	[52; 55)	[55; 58)	[58; 61)	[61; 64)	[64; 67]
n_i	4	13	21	21	23	12	6

.

№ 47

$[x_i;x_{i+1})$	[26; 28,5)	[28,5; 31)	[31; 33,5)	[33,5; 36)	[36; 38,5)	[38,5; 41)	[41; 43,5]
n_i	3	8	17	44	18	6	4

.

№ 48

$[x_i;x_{i+1})$	[65; 69)	[69; 73)	[73; 77)	[77; 81)	[81; 85)	[85; 89)	[89; 93]
n_i	6	11	22	31	14	12	4

.

№ 49

$[x_i;x_{i+1})$	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[50; 52)	[52; 54]
n_i	7	13	19	24	21	10	6

.

№ 50

$[x_i;x_{i+1})$	[31; 33)	[33; 35)	[35; 37)	[37; 39)	[39; 41)	[41; 43)	[43; 45]
n_i	3	9	24	28	22	10	4

.

Завдання № 3
«СТАТИСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ»

Вхідною інформацією кожної із задач цього завдання є інтервальні статистичні розподіли, наведені у відповідному номері задачі **завдання № 2**.

Задачі №№ 1-10.

1) Знайти довірчу імовірність того, що середнє розривне зусилля ниток усієї партії 40000 шт. відрізняється від вибіркової середньої не більше, ніж на 0,4 кг (за абсолютною величиною).

2) Знайти довірчі інтервали, у які з імовірностями: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$ потрапить середнє розривне зусилля всіх ниток партії.

Задачі №№ 11-20.

1) Знайти довірчі інтервали, що з імовірностями: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}98$ покривають середній час обробки однієї деталі, якщо за зміну виготовлено 1500 таких деталей.

2) Знайти довірчу імовірність того, що середній час обробки однієї деталі з партії деталей, виготовлених за зміну, відхилиться від середньої вибіркової не більше, ніж на 0,3 хв. за абсолютною величиною.

Задачі №№ 21-30.

1) Знайти довірчу імовірність того, що середня тривалість роботи електричних лампочок усієї партії чисельністю 30000 шт. відхилиться від середньої вибіркової не більше, ніж на 0,6 тис. год. за абсолютною величиною.

2) Знайти довірчі інтервали, котрі з імовірностями: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$ покривають середню тривалість роботи однієї лампочки з усієї партії.

Задачі №№ 31-40.

1) Знайти довірчі інтервали, в які з імовірностями: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}98$ потрапляє середній діаметр валиків з усієї партії чисельністю 2500 шт.

2) Знайти довірчу імовірність того, що середній діаметр валиків усієї партії відхилиться за абсолютною величиною від середньої вибіркової не більше, ніж на 0,06 мм.

Задачі №№ 41-50.

1) Знайти довірчі інтервали, в які з імовірностями: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}98$ потрапляє середнє значення розривних зусилль стальних дротів із партії чисельністю 4000 шт.

2) Знайти довірчу імовірність того, що середня значення розривних зусиль стальних дротів усієї партії відхилиться за абсолютною величиною від середньої вибіркової не більше, ніж на 0,1 кг/мм^2.

Завдання № 4

Задачі №№ 1-50.

I. Партія виробів в кількості *a* шт. перевіряється на відповідність стандарту. В ході перевірки відібрано *b*% виробів, серед яких виявилося *c*% стандартних.

1) Знайти довірчу імовірність того, що відсоток таких виробів у всій партії відрізняється від відсотка їх у вибірці не більне, ніж на *d*% за абсолютною величиною, якщо вибірка: а) повторна; б) безповторна.

2) Знайти довірчий інтервал, який з надійністю 0,95 покриває частку стандартних виробів усієї партії.

II. Планується здійснення перевірки партії нових виробів чисельністю *e* штук. Визначити, якими повинні бути обсяги повторної і безповторної вибірок, щоб з імовірністю 0,95 частка стандартних виробів у всій партії відрізнялася від частки у вибірці не більше, ніж на *f* (за абсолютною величиною).

Числові дані наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1.

Номер задачі	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	10000	5	92	2	800	0,04
2	8000	10	95	1	1000	0,03
3	9000	6	91	3	500	0,01
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
4	15000	2	93	2	600	0,02
5	20000	1	89	3	700	0,03
6	12000	3	96	1	900	0,04
7	10000	4	91	2	700	0,03
8	9000	5	92	1	500	0,02
9	4000	3	90	4	400	0,01
10	5000	4	95	2	600	0,04
11	6000	2	89	3	500	0,02
12	8000	3	92	2	700	0,03
13	9000	4	94	1	300	0,04
14	7500	4	90	0,5	800	0,01
15	10000	1	89	2	1000	0,02
16	8000	2	88	3	300	0,03
17	9000	3	92	1	400	0,01
18	15000	1	91	4	500	0,02
19	12000	0,5	95	3	900	0,04
20	20000	0,4	93	2	600	0,03
21	6000	3	96	1	1000	0,01
22	5000	2	94	0,5	700	0,02

23	16000	0,5	91	4	800	0,04
24	12000	2	92	3	600	0,03
25	11000	2	95	2	300	0,01
26	9000	1	93	1	800	0,03
27	8000	5	92	0,5	400	0,02
28	7000	3	89	4	900	0,03
29	10000	2	88	2	500	0,05
30	3000	5	91	4	800	0,01
31	8000	6	96	3	600	0,02
32	11000	2	93	1	700	0,03
33	12000	1	94	2	1000	0,04
34	14000	0,5	89	1	500	0,01
35	10000	3	90	0,5	900	0,02
36	8000	4	88	4	600	0,04
37	6000	5	93	3	800	0,03
38	12000	5	95	1	700	0,01
39	14000	2	94	2	500	0,02
40	15000	1	93	2	600	0,03
41	18000	4	95	5	500	0,03
42	21000	3	97	2	800	0,04
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
43	13000	2	89	3	1100	0,06
44	17000	1,5	92	1,5	400	0,02
45	13000	2	94	1	800	0,01
46	6000	7	87	2	700	0,03
47	9000	2,5	97	3,5	500	0,02
48	14000	3	93	2	900	0,04
49	18000	4	96	0,5	700	0,01
50	16000	2	91	2,5	800	0,05

Завдання № 5

Задачі №№ 1-50.

При дослідженні часу (в год.) безвідмовної роботи електронних блоків в умовах постійних перепадів напруги отримано результати, наведені в табл. 2.2. В якості вибіркової сукупності для задачі № *k*, де $k=\overline{1,50},$ відібрати підряд 10 варіант, починаючи із *k*-ої від початку. Вважається, що досліджувана ознака *X* в усій партії виробів розподілена за нормальним законом.

I. Для отриманої вибірки (**малого** ! обсягу):

1) Знайти довірчу імовірність, з якою середня тривалість безвідмовної роботи блоків у всій партії відрізняється (за абсолютною величиною) від отриманої у вибірці, не більше, ніж на 0,4 год.

2) Знайти довірчі інтервали, які з надійністю 0,99 покривають: а) середню тривалість безвідмовної роботи блоків у всій партії $\left(M(X) = \bar{x}_{г}\right)$; б) середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*.

II. Виконати всі розрахунки частини I **без врахування малості вибірки**, співставити отримані результати, а також зробити висновки.

Таблиця 2.2.

10,75	8,26	7,1	11,28	9,82	10,11	5,90	8,56	7,55	10,12
9,36	7,18	6,58	10,39	10,52	11,20	6,12	9,42	9,49	11,5
10,24	8,32	7,93	11,42	9,12	10,38	7,05	8,49	8,52	10,36
8,26	7,93	11,45	9,52	10,26	5,92	8,9	7,65	10,27	9,36
7,48	6,17	10,48	11,41	6,36	9,66	8,49	10,05	8,29	11,12
9,56	7,85	11,32	7,53	9,62	10,14	7,17	8,36	9,81	8,67

Завдання № 6
«СТАТИСТИЧНА ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ»

Для інтервальних статистичних розподілів, наведених в завданні № 2, за критеріями Пірсона та Колмогорова для рівня значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу H_0 — кількісна ознака генеральної сукупності розподілена за нормальним законом.

Завдання № 7
«СТАТИСТИЧНА ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ»

Задачі №№ 1-50.

Результати спостережень ознак *X* та *Y* об'єктів генеральної сукупності дали результати, наведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_i	1	2,1	2,9	3,8	5,2	7,3	9,2	12,5	13,8	15,2	2,2	3,1	3,9	5,2	6,2
y_i	1	2,4	3,6	4,2	6,3	7,5	8,1	9,3	10,4	12,3	2,6	3,8	4,3	6,4	7,3
i	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
x_i	7,4	9,3	12,6	13,9	15,4	2,4	1,5	2,5	3	4,1	5,5	6,4	7	7,5	7,8
y_i	7,7	8,3	9,5	10,5	12,8	2,8	2,2	3,1	4,2	5,4	6,2	7,3	8,2	8,9	9,3
i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
x_i	8,2	9,3	9,8	10,4	11	11,5	13,2	5,2	7,4	9,3	12,7	2,2	0,5	1	1,3
y_i	9,8	10,5	11,1	12,2	13,1	10,4	14,3	6,5	8,2	8,9	14,2	2,9	1,4	2,1	2,4
i	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
x_i	1,5	2	2,5	3,1	5,2	6,4	7,3	8,5	4,7	6,9	5,7	4,1	3,3	2,5	2,1
y_i	2,8	3,1	3,9	4,4	7,1	8,5	9,4	10,6	7,9	6,3	5,7	4,6	2,7	1,6	1,3

Для задачі № k $(k = \overline{1{,}50})$ відібрати десять пар чисел (x_i, y_i), починаючи із $i = k$. На підставі цих даних:

1) скласти систему нормальних рівнянь і знайти коефіцієнти рівняння $\bar{y}_x = \alpha_1 x + a_0$ прямої регресії *Y* на *X*;

2) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції $r_в$;

3) перевірити правильність статистичної гіпотези $H_0 : r = 0$ для рівня значущості $\alpha = 0{,}05$;

4) якщо гіпотеза з 3) відхилена, тоді для рівня значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу $H_0 : r = r_в$ при конкуруючій гіпотезі $H_1 : r \neq r_в$;

5) побудувати довірчі інтервали для α_1, α_0, r для надійності $\gamma = 0{,}95$.

ДОДАТКИ

Д1. Зразок титульної сторінки робочого зошита

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

кафедра економіко-
математичних методів

Робочий зошит студента
для виконання
комплексного практичного індивідуального завдання
з теорії ймовірностей та математичної статистики

Виконав студент групи
____
(П.І.Б.)
Перевірив
____
____

Тернопіль 2019

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Єрьоменко В.О., Шинкарик М.І. Теорія ймовірностей. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. – Тернопіль: Економічна думка. - 2000. - 176 с.
2. Алілуйко А.М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посібник для студентів економічних спеціальностей/ А.М.Алілуйко, Н.В.Дзюбаносвька, В.О.Єрьоменко, О.М.Мартинюк, М.І.Шинкарик. –Тернопіль: Підручники і посібники, 2018. – 352с.
3. Єрьоменко В.О., Шинкарик М.І. Математична статистика. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. – Тернопіль: Економічна думка. – 2002. - 248 с.
4. Руденко В.М. Математична статистика. Навч.посібник. – К., Центр навчальної літератури, 2012. – 304 с.

5. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов; за ред. Г.О. Михаліна. — К: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.

6. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірності та математична статистика. Навч.-метод..посібник у 2-х част. Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.

7. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірності та математична статистика. Навч.-метод..посібник у 2-х част. Ч. 2 Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2003. – 316 с.

8. Зайцев Є.П. Теорія ймовірностей і математична статистика. Базовий курс з індивідуальними завданнями– К., Алерта, 2017. – 440 с.

9. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. – К., Ліра–К, 2008. – 536 с.

10. Єрьоменко В. О., Шинкарик М.І., Мартинюк О. М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Методичні вказівки до вивчення розділу «Теорія ймовірностей» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей, 2019. – 84 с.
11. Єрьоменко В. О., Шинкарик М.І., Мартинюк О. М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Методичні вказівки до вивчення розділу «Математична статистика» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей, 2019. – 116 с.
12. Єрьоменко В. О., Шинкарик М.І., Мартинюк О. М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей, 2019.– 62 с.
13. Y. Koshevnik. Probability and statistics for management and economics. Cognella, ITP 10th edition. – 2015. - 207 p.

14. R. Levin, D.S.Rulim, S. Rastogi, M.H. Sidigui. Statistics for Management (7th edition). – Dorling Kinderslay Pvt Ltd. – 2008. – 1026 p.
15. Bruse L., Bowerman, Richard T., O'Connel, J.B., Orris. Essentials of business statistics / Published by McGraw-Hill/Irwin/ - 2004. – 618p.
16. R. Gill, B.D. Ripley, S. Ross, M. Stein, D. Williams. Cambridge series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Exercises in Probability. – Cambridge university press. – 2003. – 253p.
17. J.L. Devore. Probability and statistics for engineering and science. California Polytechnic State University 8th edition. Brooks/Coll Cengage learning. – 2012. – 776 p.
18. D. Forsyth. Probability and statistics for computer Science. – Springer International Publishing. – 2018. – 367 p.
19. D. Rumsey. Probability for dummies. – Willey Publishing. – 2006. – 386 p.
20. W.J.DeCoursey. Statistics and probability for engineering publications. – Elsevir Science. – 2003. – 416 p.
21. Eremenko V.O., Plaskon S.A., Martynyuk O.M.Theory Probability and Mathematical Statistics for depth study (text of the lectures and examples for solving of the problems). – Ternopil: TNEU, 2019. - 192 p.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Кремер М.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИДАНА , 2002. - 543с.
2. Кибзун А.И., Коротков Е.Р., Наумов А.И., Сиротин А.Н. Теоря вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами / Учебн. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224с.
3. Малыхин В. И. Математика в экономике. Учебное пособие. — М. ИНФРА-М, 2002. — 352 с.
4. Павлова Л., Дітчук Р. Елементи комбінаторики і стохастики. — Тернопіль, Підручники і посібники, 2005. — 160 с.