ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Дивак М.П., Пукас А.В., Порплиця Н.П., Мельник А.М.

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ СТРУКТУРНОЇ ТА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ

Монографія

Тернопіль
2021

УДК 519.87
П 75

Рекомендовано до друку вченою радою
Західноукраїнського національного університету
(протокол № 3 від 16 листопада 2021 р.)

Рецензенти:

Гребеннік Ігор Валерійович, д. т. н., професор, завідувач кафедри системотехніки Харківського національного університету радіоелектроніки

Мороз Борис Іванович, д. т. н., професор кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»

Юзефович Роман Михайлович, д. т. н., старший науковий співробітник, завідувач відділу методів та засобів відбору й обробки діагностичних сигналів Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка Національної академії наук України

Дивак М.П., Пукас А.В., Порплиця Н.П. Мельник А.М. Прикладні задачі
П 75 структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей складних об'єктів : монографія. Тернопіль: ВПЦ «Університетська думка», 2021. 212 с.

ISBN 978-966-654-652-7

У монографії розглянуто задачі моделювання статичних та динамічних систем, характеристики яких представлено у вигляді числових інтервалів, які називають інтервальними даними. Ці системи відносять до складних об'єктів, оскільки вони мають складну структуру. Тому для представлення їх поведінки використовують макромоделі, тобто моделі типу «чорної скриньки». Сформульовано задачі структурної та параметричної ідентифікації моделей статичних та дискретних динамічних об'єктів у вигляді складних оптимізаційних задач з нелінійною дискретною функцією мети та лінійними і дискретними обмеженнями. Для розв'язування цих задач запропоновано низку методів, які грунтуються на поведінкових моделях і алгоритмах штучної бджолиної колонії та на аналізі інтервальних даних. Результати ідентифікації для статичних об'єктів представлено у вигляді інтервальних моделей, які є інтервальними алгебричними рівняннями, а для динамічних об'єктів отримано інтервальні дискретні моделі у вигляді дискретних аналогів диференціальних рівнянь. Показано спільну базу побудови обчислювальних методів для ідентифікації обох типів моделей.

Авторами монографії систематизовано результати, які отримано протягом останніх п'яти років при створенні низки високоефективних обчислювальних методів, програмного середовища для структурної та параметричної ідентифікації математичних моделей обох типів, а також при створенні цілої низки інтервальних моделей для підтримки прийняття рішень в галузях охорони навколишнього середовища, медицини, енергетики та технологічних галузей.

Монографія буде корисною для науковців, здобувачів наукових ступенів і для практиків, які займаються математичним моделюванням та прийняттям рішень в умовах неточних даних, або ж створюють відповідні програмні інструментації для моделювання.

ISBN 978-966-654-652-7

© Дивак М.П., Пукас А.В.,
Порплиця Н.П. Мельник А.М. 2021
© ЗУНУ, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП 6

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ, МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ РОЗРОБКИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ 9

1.1. Особливості побудови систем, орієнтованих на моделі та дані 10

1.2. Параметрична ідентифікація інтервальних моделей статичних систем 16

1.3. Методи структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів у випадку аналізу інтервальних даних 23

1.3.1. Еліпсоїдні методи оцінювання в задачах параметричної ідентифікації 25

1.3.2. Методи оцінювання області розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку на основі процедури оптимального планування експерименту 28

1.3.3. Структурна ідентифікація інтервальних моделей статичних об'єктів 32

1.4. Методи аналізу інтервальних даних та їх застосування до задач структурної та параметричної ідентифікації динамічних моделей 36

1.4.1. Інтервальні дискретні моделі на основі різницевих рівнянь та методи їх параметричної ідентифікації 36

1.4.2. Методи структурної ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей 43

Висновки до розділу 1 46

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ 47

2.1. Постановка задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів..... 47

2.2. Теоретичні підстави методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів..... 49

2.3. Метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії 55

2.4. Метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів 59

2.5. Алгоритм реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей складних об'єктів 67

2.6. Дослідження обчислювальної складності реалізації методу.... 73

Висновки до розділу 2 81

РОЗДІЛ 3. МЕТОД СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ 83

3.1. Постановка задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів та теоретичні підстави її розв'язування 84

3.2. Метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії 89

3.3. Метод структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів 97

3.4. Алгоритм реалізації методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів 105

3.5. Дослідження обчислювальної складності реалізації методу...109

Висновки до розділу 3 116

РОЗДІЛ 4. ОНТОЛОГІЯ ІНТЕРВАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХОБ'ЄКТІВ,- ЯК ОСНОВА РОЗРОБКИ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ 118

4.1 Онтологія інтервального моделювання складних об'єктів..... 119

4.2. Архітектура програмного середовища для моделювання статичних та динамічних систем 128

4.3. Реалізація сервіс-орієнтованого програмного забезпечення для організації взаємодії з інформаційними системами досліджуваних предметних областей..... 143

Висновки до розділу 4 148

РОЗДІЛ 5. ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ СТРУКТУРНОЇ ТА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ 149

5.1 Інтервальна модель для виявлення положення зворотного гортанного нерва на області хірургічного втручання при проведенні операції на щитоподібній залозі 150

5.2 Інтервальна модель генерованої електроенергії малою гідроелектростанцією 154

5.3. Інтервальна модель процесу анаеробного мікробіолог ічного бродіння в біогазових установках..... 158

5.4Побудова інтервальної моделі ефективності функціонування інформаційних веб-ресурсів 165

5.5 Ідентифікація математичної моделі прогнозування динаміки концентрацій діоксиду азоту у заданій точці міста 168

5.6 Моделювання динаміки забруднень шкідливих викидів автотранспорту із застосуванням процедури автоматизованого формування структурних елементів моделі..... 170

Висновки до розділу 5 179

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 181

ВСТУП

У теорії систем клас об’єктів визначає спосіб представлення математичної моделі. Для представлення статичних систем, тобто безінерційних, або таких де можна зігнорувати перехідними процесами переважно використовують алгебричні рівняння. У випадку моделювання динаміки використовують диференціальні рівняння, або їх різницеві аналоги. Проблемою моделювання у цьому випадку є вибір адекватних методів побудови цих моделей. Математичне моделювання систем у випадку використання результатів експерименту практично завжди пов’язане із ідентифікацією цих моделей. У теорії ідентифікації математичних моделей розрізняють структурну та параметричну ідентифікацію. В результаті структурної ідентифікації отримують загальний вигляд моделі, а в результаті параметричної налаштовують її параметри. В обох випадках необхідно отримати результати експерименту. Проблемою такого підходу є невизначеність, яка притаманна як методологічному підходу так і самим результатам експерименту. На даний час зроблено спроби класифікувати невизначеність, або, по просту кажучи, у якийсь спосіб представити результати експерименту із урахуванням цієї невизначеності. Найчастіше припускають, що результати експерименту містять випадкові похибки. Для такого випадку слід дослідити ймовірнісні характеристики отриманих результатів і урахувати ці дослідження при побудові математичної моделі об’єкта. Проте, це можливо тільки у випадку достатньої вибірки даних і бажано при незмінних умовах експерименту. Інший спосіб опису неточності в результатах експерименту, це представлення цих результатів у вигляді числових інтервалів для модельованої характеристики при слабко змінних умовах експерименту. Такі дані називають інтервальними. При чому, чим ширші числові інтервали, тим більша невизначеність. Такий підхід має під собою хорошу основу, оскільки дає можливість реалізувати основну концепцію в моделюванні на основі даних: точність результатів моделювання повинна бути співставленою із точністю даних на яких побудовано модель. Тобто, не має сенсу будувати точну модель на неточних даних, бо саме поняття точності моделі означає деяку кількісну оцінку на основі співставлення

результатів моделювання з результатами експерименту. Методи моделювання в цьому випадку ґрунтуються на аналізі інтервальних даних.

Іншою проблемою моделювання є вибір адекватного методу розв'язування задачі ідентифікації. Задачу ідентифікації (структурної та параметричної) математичної моделі розглядають як оптимізаційну задачу, в якій функція мети є критерієм узгодження результатів моделювання із результатами експерименту. При використанні інтервального аналізу даних, критерій формулюють у такий спосіб: результати спостережень у вигляді числових інтервалів повинні включати результати моделювання для фіксованих умов. Суть оптимізації в цих випадках полягає в пошуку таких розв'язків, тобто структури і параметрів моделі, які забезпечують цю умову. Варто зазначити, що вищеозначений клас задач відносять до задач NP –повної складності, для яких не існує строгих методів розв'язування, окрім повного перебору. Тому актуальною є задача зменшення цього перебору, за рахунок використання методів самоорганізації та саморегуляції, які притаманні поведінковим алгоритмам штучним роям. Авторами, за достатньо короткий час, розроблено ряд високоефективних методів структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей із використанням алгоритмів та поведінкових моделей штучної бджолиної колонії, які широко представлено у цій монографії.

Монографія складається із п'яти розділів. У першому розділі здійснено аналіз методів та засобів побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів, розглянуто методи аналізу інтервальних даних та їх застосування до задач структурної та параметричної ідентифікації математичних моделей. Здійснено ряд постановок задач структурноїта параметричної ідентифікації моделей статичних та динамічних об'єктів. У другому розділі розглянуто методи параметричної ідентифікації характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії. Показано ефективність запропонованих методів у порівнянні з існуючими на прикладах моделювання процесу поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці внаслідок рівномірного руху транспортного потоку з постійною потужністю викидів та моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках.

У третьому розділі розглянуто новітні методи структурної ідентифікації моделей характеристик статичних та динамічних об’єктів. Наведено оцінки їх ефективності. У четвертому розділі описано онтологію математичного моделювання на основі інтервальних даних і на цій основі розроблену авторами програмну систему для побудови інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об’єктів. П’ятий, завершальний розділ вміщує цілу низку, побудованих авторами, інтервальних моделей, а також їх застосування при розв’язуванні прикладних задач в галузі охорони довкілля, медицини, енергетики,технологічній галузі та при моделюванні інформаційних веб ресурсів.

Особливістю монографії є її практична зорієнтованість на вирішення складнощей, з якими може мати справу як фахівець з математичного моделювання на основі інтервальних даних, так і практик, який використовує інтервальні моделі для прийняття рішень.

Маємо надію, монографія буде корисною для науковців, здобувачів наукових ступенів і для практиків, які займаються математичним моделюванням та прийняттям рішень в умовах неточних даних, а також для осіб, які створюють програмні системи, як інструментальні засоби для математичного моделювання.

РОЗДІЛ 1.
АНАЛІЗ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ, МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ РОЗРОБКИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ

Одними із прикладних аспектів застосування математичних моделей є інформаційні системи, які збирають та обробляють великі масиви даних, та використовуються для підтримки вибору певних управлінських рішень. Одним з прикладів таких систем є системи підтримки рішень (англ. Decision Support System, DSS). За їх допомогою може проводитись вибір рішень у певних неструктурованих і слабко структурованих задачах, у тому числі й тих, що мають багато критеріїв. Конструкція таких інформаційних систем суттєво залежить від типу задач, для розв'язання яких вона розробляється, доступних даних, інформації та знань, а також від користувачів системи.

Розглянемо існуючу класифікацію таких систем. На концептуальному рівні [10, 88-89] системи підтримки рішень (СПР) класифікуються на: СПР, що керуються повідомленнями (Communication-Driven DSS), СПР, що керуються даними (Data-Driven DSS), СПР, що керуються документами (Document-Driven DSS), СПР, що керуються знаннями (Knowledge-Driven DSS), СПР, що керуються моделями (Model-Driven DSS) та СПР, що керуються веб (WebbasedDSS). Керована повідомленнями (Communication-Driven DSS) (раніше групова СППР – GDSS) СПР підтримує групу користувачів, що працюють над виконанням спільної задачі. СПР, котрими керують документи (Document-Driven DSS), керують, здійснюють пошук та маніпулюють неструктурованою інформацією, заданою у різних форматах. СПР, котрими керують знання (Knowledge-Driven DSS), забезпечують розв'язання задач у вигляді фактів, правил та процедур [90].

СПР, що керуються моделями, характеризуються здебільшого доступом і маніпуляціями із різними математичними моделями. СПР, керовані даними (Data-Driven DSS) або СПР, орієнтовані на роботу з даними (Data-oriented DSS), здебільшого орієнтуються на доступ і маніпуляції з даними.

Ефективність та швидкодія двох останніх типів систем суттєво залежить від математичних моделей, які закладені в основу їх роботи, а також від швидкості їх ідентифікації та точності.

Розглянемо детальніше принципи побудови систем підтримки рішень, що керуються даними або моделями.

1.1. Особливості побудови систем, орієнтованих на моделі та дані

Як пояснює сама назва, система підтримки рішень, що керуються моделями (MDSS), використовує модель для вирішення проблем або допомоги у прийнятті рішень. Модель може бути статистичною, фінансовою, математичною, аналітичною, імітаційною або оптимізаційною. DSS, керована моделлю, може використовувати одну модель або комбінацію двох або більше моделей, залежно від конкретних потреб користувачів. Прості моделі забезпечують базову функціональність, тоді як поєднання двох або більше моделей дозволяє користувачам аналізувати складні дані.

MDSS, як правило, не потребують даних. Вони скоріше використовують параметри, введені особами, які приймають рішення, і допомагають їм аналізувати ситуацію. Вони генерують оптимальні рішення, які відповідають обмеженням часу та ресурсів. Сфера MDSS величезна і може бути розширена за рахунок інтеграції веб-програм.

Розробляючи власну MDSS, важливо розуміти інструменти моделювання та аналітики, їх роботу та сферу застосування. Побудова DSS на основі моделей вимагає значного рівня знань. Менеджери та аналітики DSS повинні тісно співпрацювати над розробкою ефективної системи, яка є масштабованою, універсальною та простою для інтеграції та використання.

Кожен MDSS має чітку мету та конкретне призначення. Він використовує модель. Отже, багато роздумів йде над вирішенням того, які моделі повинні бути включені в MDSS. Однак користувачі повинні пам'ятати, що система не приймає рішення. Вона створює лише альтернативи, які повинні бути проаналізовані та оцінені особами, які приймають рішення.

Найважливішим аспектом MDSS є модель, яку вона використовує для прийняття рішень. Це означає, що вибір моделі є найважливішим кроком у побудові MDSS. Він хронологічно проходить наступні етапи, починаючи з виявлення проблеми, формування припущень та отримання прогнозу.

Припущення – це передбачення або найкращі здогадки. Кожна модель має певні припущення щодо часу та ризику, пов'язаного з конкретною ситуацією. Ці результати перевіряються на основі чутливості або аналізу «що-якщо».

Припущення відіграють важливу роль у визначенні проблеми і виявленні та боротьбі з невизначеністю. Особи, що приймають рішення, формують гіпотезу і намагаються передбачити результати. На основі результату гіпотеза приймається або відхиляється. MDSS розроблені з урахуванням певного аналізу – статичного та динамічного.

Який аналіз потрібно провести, залежить від ситуації. Особи, що приймають рішення, та аналітики DSS повинні визначити, чи доречно припустити впевненість, невизначеність чи ризик у ситуації.

1) Впевненість – коли доступна адекватна інформація про ситуацію; моделі, засновані на достовірності / статичному аналізі, як правило, дають оптимальні рішення.
2) Невизначеність – коли інформація є неясною, непередбачуваною або ненадійною; важливо отримати більше інформації, щоб знайти відповідну модель.
3) Ризик – коли інформація відсутня.

Як уже згадувалося раніше, кожна MDSS, працює на якійсь моделі або на комбінації моделей. Тому знання про різні моделі важливі. DSS використовує одну або комбінацію моделей:

Пояснювальна / описова модель: описує та пояснює, чому щось є таким, яке воно є, і чому, і як воно працює.

Споглядальна модель: прогнозування результатів, які можуть бути отримані на основі певного набору параметрів.

Алгебрична модель: Високорівнева система моделювання для розв'язування складних рівнянь. Вона використовується для оптимізації змінної або рівняння. Найкраще те, що вона може обробляти кілька одночасних рівнянь.

Після моделювання важливо перевірити вибрану модель, переконатися, що вона працює добре і дає відповідні результати. Перевірка моделі здійснюється шляхом порівняння результатів роботи моделі та фактичної поведінки події.

Розглянемо також особливості керованої даними DSS.

Керована даними DSS – це тип DSS, який робить акцент на доступі до часових рядів внутрішніх даних компанії, а іноді і зовнішніх даних, та маніпуляціях ними. Прості файлові системи, до яких доступні інструменти запитів та пошуку, забезпечують найпростіший рівень функціональності. Системи зберігання даних, які дозволяють обробляти дані за допомогою комп'ютеризованих інструментів, пристосованих до конкретного завдання та налаштування, або за допомогою більш загальних інструментів та операторів надають додаткові функціональні можливості. Керована даними DSS з онлайновою аналітичною обробкою (OLAP) забезпечує найвищий рівень функціональності та підтримки прийняття рішень, пов'язаний з аналізом великих колекцій історичних даних. Виконавчі інформаційні системи (EIS) та Географічні інформаційні системи (GIS) – це спеціальні цільові DSS.

Сховище даних – це база даних, призначена для підтримки прийняття рішень в організаціях. Воно пакетно оновлюється та структуроване для швидких онлайн-запитів та управлінських резюме. Сховища даних містять великі обсяги даних. Сховище даних – це предметно-орієнтований, інтегрований, часовий варіант, енергонезалежний збір даних на підтримку процесу прийняття рішень керівництвом.

Програмне забезпечення он-лайн аналітичної обробки (OLAP) використовується для обробки даних з різних джерел, які зберігаються у статичному сховищі даних. Програмне забезпечення може створювати різні подання даних. Щоб програмний продукт вважався додатком OLAP, він повинен містити три ключові особливості: 1 – багатовимірні подання даних; 2 – складні розрахунки; та 3 – орієнтовані на час можливості обробки. Потужним середовищем для роботи з багатовимірним поданням даних є Matlab [4, 52, 97, 105,146].

Для систем підтримки рішень на основі моделей доступні численні пакети програм. Однак потрібно ретельно підбирати

пакет. Потрібно переконатися, що він відповідає усім конкретним потребам. Поважні пакети дозволяють створювати власні моделі та маніпулювати існуючими.

Проте, з проведеного аналізу можна зробити висновок, що для підтримки рішень у різних предметних областях, зокрема енергетиці, медицині, екології, особливо за умов невизначеності, необхідно створювати специфічні математичні моделі, які є невід'ємною компонентою таких систем.

Говорячи про різні галузі використання моделей, варто зазначити, що з точки зору теорії систем, використовують класифікацію цих об'єктів на статичні та динамічні. Статичні системи переважно описують алгебричними рівняннями, а динамічні – диференціальними чи їх різницевими аналогами. Саме такі типи об'єктів окреслено у монографії. Називаємо їх складними об'єктами, тому, що в переважній більшості випадків не можемо моделювати їх із урахуванням внутрішньої структури та побудови, через високу їх складність. Лишень маємо можливість спостерігати за їхніми входами та виходами. Такі моделі називають ще макромоделями, або ж моделями типу «чорної скриньки».

Розглянемо особливості розробки математичних моделей цих об'єктів, які будуються за умов невизначеності в даних.

Переважно такі моделі грунтуються на спостереженнях за результатами деякого експерименту. В спрощеному представленні об'єкта виділяють три типи взаємодій із зовнішнім середовищем: контрольовані, неконтрольовані та завади, шуми тощо. Контрольовані ще називають вхідними, а неконтрольовані вихідними. Невизначеність даних – цемодель представлення вхідних та вихідних даних. У дисертаційній роботі обмежимося представленням невизначеності тільки у вихідних даних.

У загальному вигляді модель об'єкта має вигляд деякого математичного виразу у вигляді алгебричного чи диференціального рівняння

$$y = \Phi(\vec{x}, \vec{p}), \tag{1.1}$$

де y- означає вихідну характеристику; $\vec{x}$ - означає набір вхідних змінних; $\vec{p}$ - набір неврахованих, невизначених факторів, шумів,

похибок; Φ - деякий оператор (алебричний чи диференціальний), який перетворює набір вхідних змінних та набір невизначених факторів у результат спостереження за вихідною змінною.

Такий підхід найчастіше застосовується в теорії систем та в теорії ідентифікації моделей статичних та динамічних об'єктів.

Наприклад, у випадку, коли Φ - деякий алгебричний, лінійний за невідомими коефіцієнтами – параметрами моделі оператор, то вираз для математичної моделі матиме такий вигляд:

$$\hat{y} = \phi_i \varphi_1(\vec{x}) + ... + \phi_m \varphi_m(\vec{x}), \tag{1.2}$$

де $\hat{y}$ - означає результат моделювання, тобто значення вихідної характеристики об'єкта; $\phi_i,...,\phi_m$ - параметри (коефіцієнти, які необхідно налаштовувати для конкретного випадку моделювання) моделі; $\varphi_1(\vec{x}),...\varphi_m(\vec{x})$ - базисні функції для вхідних змінних.

Тут варто зазначити, що існує 2 випадки в теорії ідентифікації моделей систем [51, 56, 70, 195, 196, 200, 201, 238, 248, 250]: 1 – параметрична ідентифікація, а 2 – структурна. У випадку параметричної ідентифікації вигляд усіх базисних функцій $\varphi_1(\vec{x}),...\varphi_m(\vec{x})$ є відомим. Невідомими є тільки параметри $\phi_i,...,\phi_m$. Коли ж мова йде про структурну ідентифікацію, то невідомими є і базисні функції і параметри моделі.

В обох випадках, налаштування в процесі ідентифікації здійснюють на основі результатів експерименту. Результати експерименту представляють у такому матричному вигляді:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \cdots x_{1n} \\ \vdots \\ x_{i1} \cdots x_{in} \\ \vdots \\ x_{N1} \cdots x_{Nn} \end{pmatrix}; \; ;\vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}. \tag{1.3}$$

Або із застосуванням перетворення у вигляді матричі значень базисних функцій для заданих агрументів (вхідних змінних):

$$F = \begin{pmatrix} \varphi_1(\vec{x}_1)\cdots\varphi_m(\vec{x}_1) \\ \vdots \\ \varphi_1(\vec{x}_i)\cdots\varphi_m(\vec{x}_i) \\ \vdots \\ \varphi_1(\vec{x}_N)\cdots\varphi_m(\vec{x}_N) \end{pmatrix}; \vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Варто зазначити, що представлення у вигляді (1.4) можливе тільки у випадку задачі параметричної ідентифікації, коли є $\varphi_1(\vec{x}),...\varphi_m(\vec{x})$ базисні функції для вхідних змінних відомими. Для такого випадку ці базисні функції обирають виходячи із фізичних міркувань.

Зазначимо, що наведений приклад побудови моделі стосується тільки статичного об'єкта, оскільки вираз (1.2) є алгебричним. Проте, у випадку розробки математичної моделі динамічного об'єкта розглянута вище схема залишається незмінною.

У вище наведеному розгляді опустили урахування в операторі $\Phi\,\vec{p}$ - набору неврахованих, невизначених факторів, шумів, похибок. У даному випадку, будемо вважати, що ці фактори «спотворюють» спостережувану вихідну характеристику об'єкта. Такий підхід є обгрунтованим в теорії систем та теорії ідентифікації. При цьому виділяють різні моделі представлення невизначеності у вихідних змінних [102, 110, 120, 144, 180, 249, 257, 258]: стохастичну, нечітку чи інтервальну.

Стохастична модель невизначеності передбачає представлення за вихідною змінною у вигляді

$$y = y_0 + e, \text{ або } y = y_0 e, \quad (1.5)$$

де y , y_0 - відповідно, спостережуване та істинне невідоме значення для вихідної характеристики об'єкта; e – випадкова похибка, яка моделює невизначеність через дію випадкових чинників $\vec{p}$.

У випадку інтервальної невизначеності використовують умови

$$y_{0i} \in [y_i^-, y_i^+] \ \forall i = 1,..., N \quad (1.6)$$

де $[y_i^-, y_i^+]\ i = 1,..., N$ – межі числових значень вихідної характеристики у різних спостереженнях за виходом об'єкта.

У випадку нечіткого представлення вихідної характеристики, додатково, до її спостережуваного значення додають характеристику «впевненості», значення якої обчислюють в межах від 0 до 1. Цю характеристику визначають як функцію належності $\mu(y)$:

$$y_{0i}^{\mu(y)} \in [y_i^-, y_i^+]\ \forall i = 1,..., N\,. \qquad (1.7)$$

Як бачимо, розглянуті випадки вимагають додаткової інформації про об'єкт, який є предметом для побудови математичної моделі в системах орієнтованих на дані чи моделі. Спираючись на описи невизначеності у вигляді (1.5) – (1.7), констатуємо, що найбільш придатним способом опису невизначеності у випадку обмеженої інформації про об'єкт є інтервальне представлення даних, яке також може доповнюватися першим і третім варіантами представлення моделі невизначеності.

Саме для знання-орієнтованих систем та систем, орієнтованих на дані і моделі, цей спосіб є найбільш прийнятним у випадку обмеженої інформації, оскільки дає можливість побудувати математичні моделі статичних та динамічних об'єктів з гарантованими у межах спостережень прогностичними властивостями [1, 2, 72-75, 100, 103, 118, 119, 124, 133-141, 169, 185, 197, 254, 261-265, 267, 269].

1.2. Параметрична ідентифікація інтервальних моделей статичних систем

Розглянемо особливості методів параметричної ідентифікації моделей статичних систем за результатами аналізу інтервальних даних [13, 21, 63, 64, 66, 104, 113, 115, 125, 158, 160, 161, 192, 193, 197, 198]. Зазвичай, результати експериментальних досліджень подають матрицею значень вхідних змінних X та вектора з інтервалами числових значень для вихідної характеристики $[\vec{Y}]$:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \cdots x_{1n} \\ \vdots \\ x_{i1} \cdots x_{in} \\ \vdots \\ x_{N1} \cdots x_{Nn} \end{pmatrix}; \left[\vec{Y}\right] = \begin{pmatrix} \left[y_1^-; y_1^+\right] \\ \vdots \\ \left[y_i^-; y_i^+\right] \\ \vdots \\ \left[y_N^-; y_N^+\right] \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Залежність між цими змінними для об'єкта в статичному режимі подають у вигляді алгебричного виразу:

$$y_0 = \beta_i \varphi_1(\vec{x}) + ... + \beta_m \varphi_m(\vec{x}). \quad (1.9)$$

У формулі (1.9), позначено y_0 як істинне невідоме значення вихідної характеристики статичного об'єкта.

Як і у випадку побудови регресії для виразу (1.9) вважають, що базисні функції $\varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x})$ є відомі, а оцінки параметрів $\beta_1,...,\beta_m$ для моделі у вигляді регресії є невідомими.

У випадку інтервального аналізу даних припускають, що для довільного *i*-того спостереження істинне невідоме значення виходу $y_{oi} = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\beta}$ належить відомому інтервалу $[y_i^-, y_i^+]$. Таке припущення призводить до вимоги виконання умов:

$$y_i^- \le y_{oi} \le y_i^+, \; i=1,...,N. \quad (1.10)$$

Далі формулюють завдання аналізу інтервальних даних [133-137, 147]. Суть його полягає в оцінюванні невідомого вектора $\vec{\beta}$ у такий спосіб, щоб значення, обчислене за виразом $y = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}$ для даних кожної умови (1.10) належали відповідним інтервалам $[y_i^-, y_i^+]$. У випадку сумісності цих умов, оцінка $\vec{b}$ вектора $\vec{\beta}$ існує і її можна обчислити. Тоді, одержаний вираз $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$ з відомими оцінками $\vec{b}$ називають інтервальною моделлю статичної системи [158, 169].

Для отримання оцінок параметрів, необхідно, підставити вираз (1.9) в умови (1.10) з даними у формі (1.8) для кожного спостереження. Ці умови обчислення значень компонент вектора $\vec{b}$ записують у вигляді системи з *N* нерівностей із *m* невідомими

[67, 158,169]:

$$\begin{cases} y_1^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_1) \le y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_N) \le y_N^+. \end{cases} \quad (1.11)$$

Оскільки кожна *i*-та двохстороння нерівність у системі (1.11) забезпечує належність значення, обчисленого із виразу для $\hat{y}(\vec{x})$ з *i* тими даними із (1.8) до відповідного *i*-того числового інтервалу у векторі із (1.8), то одночасне виконання умов, означає існування розв'язку задачі.

Відомо [67, 133, 158,169], що вираз (1.11) є системою *N* лінійних нерівностей відносно *m* невідомих $b_1,\ldots,b_m$. На практиці її називають інтервальною системою лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР). Розв'язок ІСЛАР (1.11) доволі часто представляють, спираючись на матричне її представлення:

$$\vec{Y}^- \le F \cdot \vec{b} \le \vec{Y}^+, \quad (1.12)$$

де $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i = 1,\ldots,N\}$, $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i = 1,\ldots,N\}$ – вектори, нижніх та верхніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, відповідно; *F*– матриця значень базисних функцій, задана в експерименті виразом (1.4).

ІСЛАР (1.12) можебути несумісною, але переважно у випадку сумісності має багато розв'язків [158,169]. Множину цих розв'язків позначають так:

$$\Omega = \left\{ \vec{b} \in R^m \,\middle|\, \vec{Y}^- \le F \cdot \vec{b} \le \vec{Y}^+ \right\}. \quad (1.13)$$

У просторі розв'язків графічно область **Ω** є опуклим многогранником. Довільний розв'язок $\vec{b} \in \Omega$ цієї системи дає можливість означити відповідну інтервальну модель характеристики $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$ статичного об'єкта і є математичним виразом, що пов'язує інтервальні оцінки вихідної змінної з вхідними змінними.

Множина усіх розв'язків **Ω** задачі параметричної ідентифікації

дає можливість визначити множину рівнозначних інтервальних моделей статичного об'єкта (IMCO), що належать коридору:

$$[\hat{y}(x)] = [\hat{y}^{-}(x); \hat{y}^{+}(x)], \tag{1.14}$$

з межами, які є функціями (переважно кусковими):

$$\hat{y}^{-}(\vec{x}) = \min_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^{T}(\vec{x})\cdot\vec{b}\right) \tag{1.15}$$

$$\hat{y}^{+}(\vec{x}) = \max_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^{T}(\vec{x})\cdot\vec{b}\right). \tag{1.16}$$

Одну із інтервальних моделей переважно обчислюють із використанням певної внутрішньої точки $\vec{\vec{b}}$ області розв'язків ІСЛАР, наприклад за формулою [125, 192]:

$$\vec{\vec{b}} = 0,5\cdot\left(\vec{b}_p + \vec{b}_s\right), \tag{1.17}$$

де $\vec{b}_p, \vec{b}_s$ – найбільш віддалені за евклідовою нормою точки многогранника Ω.

Похибку прогнозування із застосуванням інтервальної моделі статичної системи оцінюють у такому вигляді [63, 64, 66, 193, 197]:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^{T}(\vec{x})\cdot\vec{b}\right) - \min_{\vec{b}\in\Omega}\left(\vec{\varphi}^{T}(\vec{x})\cdot\vec{b}\right). \tag{1.18}$$

Це означає, що для класичного випадку визначення похибки прогнозування $\Delta_{y(\vec{x})}$ для одного набору вхідних змінних $\vec{x}_i$ необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування

$$\vec{\varphi}^{T}(\vec{x}_i)\cdot\vec{b} \xrightarrow{\vec{b}\in\Omega} \min, \vec{\varphi}^{T}(\vec{x}_i)\cdot\vec{b} \xrightarrow{\vec{b}\in\Omega} \max, \tag{1.19}$$

розв'язки яких знаходяться у вершинах многогранника Ω.

Із урахуванням викладеного, вираз для знаходження похибки прогнозування $\Delta_{y(\vec{x})}$ у фіксованій точці $\vec{x}$ набуває такого вигляду:

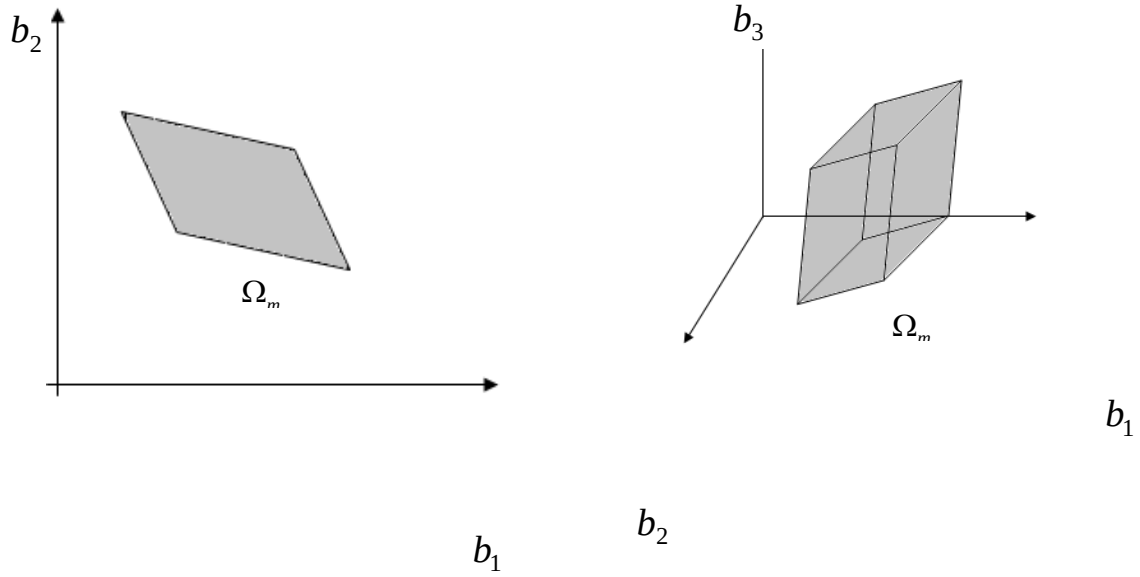
$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (\vec{b}_p - \vec{b}_s)), \vec{x} \in \chi, \qquad (1.20)$$

де $\vec{b}_p, \vec{b}_s$ – вершини опуклого многогранника (області) **Ω**.

Варто зазначити, що саме ця детермінована функція забезпечує гарантовані прогностичні властивості такого типу моделей.

У літературі з інтервального аналізу особливе місце займає випадок побудови інтервальних моделей, коли кількість невідомих параметрів моделі статичного об'єкта дорівнює кількості експериментальних інтервальних даних: $N=m$. Такий випадок називають насиченим експериментом [67, 117, 142, 167, 168, 174, 175, 202, 205, 206, 225].

У насиченому експерименті, матриця FІСЛАР (1.11) буде квадратною F_m. У випадку сумісності системи, визначник матриці не дорівнює нулю, і відповідно існує матриця F_m^{-1} - обернена до F_m. У такому випадку існують розв'язки Ω_m ІСЛАР (1.11), у якій $N=m$ [202, 205, 206]. Розв'язки ІСЛАР для зазначеного випадку проілюстровано на рис. 1.1 а, б.



а) $N=m=2$ б) $N=m=3$

Рисунок 1.1 – Розв'язки ІСЛАР для випадку насиченого плану експерименту

Цей випадок розглядаємо детально, оскільки він дає широкі можливості для спрощення процедур розв'язування ІСЛАР, чи знаходження наближених розв'язків цієї ІСЛАР.

Як бачимо з рис. 1.1, у випадку насиченого плану експерименту, область розв'язків Ω_m ІСЛАР геометрично є фігурою–паралелотопом[165, 202]. Вершини паралелотопа Ω_m обчислюють із застосуванням формул, наведених в аналітичному вигляді у праці [158]:

$$F \cdot \vec{b}_s = \vec{Y}_s, \tag{1.21}$$

де $\vec{Y}_s$ – вектори, компоненти яких є різними комбінаціями межових значень інтервалів$[y_i^-, y_i^+]$.

Цей випадок є важливим тим, що формування коридору (1.14)-(1.16) інтервальних моделей у цьому випадку, з обчислювальної точки зору, суттєво спрощується.

Окрім зазначених переваг використання насиченого плану експерименту, найбільш важливими, які можливо використати в задачах побудови моделей для систем орієнтованих на дані, є властивості означені теоремою [158]:

«Навколо області Ω_m можна описати еліпсоїд:

$$Q_m = \{\vec{b} \in R^m \left| (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = m\right\}, \tag{1.22}$$

оболонці якого належать усі її вершини».

У формулі (1.22) використовують такі позначення:

$$\vec{\bar{b}} = \frac{1}{2^m} \sum_{s=1}^{2^m} \vec{b}_s = F^{-1} \cdot \vec{\bar{Y}} \tag{1.23}$$

центр еліпсоїда Q_m; $E = diag(\Delta_1, ..., \Delta_i, ..., \Delta_m)$ – діагональна матриця інтервальних похибок, які є різницями меж інтервалів характеристики об'єкта для різних спостережень; $\vec{\bar{Y}}$ – вектор, компоненти якого є середні інтервальні значення $\overline{y}_i = \left(y_i^+ + y_i^-\right)/2$, i=1,...,m. У векторному вигляді це матиме представлення:

$$\vec{\bar{Y}} = \frac{1}{2^m}\left(\sum_{s=1}^{2^m}\vec{Y}_s\right) = (\bar{y}_1,...,\bar{y}_m)^T \quad .$$

Важливі властивості, які є отримані на підставі розглянутої теореми, полягають у тому, що наближено коридор інтервальних моделей представляють на базі еліпсоїдної оцінки множини розв'язків ІСЛАР у такому вигляді:

$$[\hat{y}(\vec{x})]\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} - \frac{1}{2}\cdot\Delta_{\bar{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m}; \vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} + \frac{1}{2}\cdot\Delta_{\bar{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m}], \quad (1.24)$$

де $\Delta_{\bar{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m}$ – похибка прогнозування для цього випадку еліпсоїдної оцінки.

Функція похибки прогнозування у цьому випадку матиме такий вигляд [12, 45, 65, 121, 159, 160, 165, 170, 259]:

$$\Delta_{y(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = 2\cdot\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot(F^T\cdot E^{-2}\cdot F)^{-1}\cdot\vec{\varphi}(\vec{x})\cdot m}\,. \quad (1.25)$$

Також, спираючись на теорему із праці [158], у випадку застосування насиченого плану експерименту, доцільно використовувати оптимальну (найбільшого розміру) допустиму (вписану в паралелотоп Ω_m) еліпсоїдну оцінку області Ω_m параметрів інтервальних моделей:

$$Q_m = \{\vec{b}\in R^m \Big| (\vec{b}-\vec{\bar{b}})^T\cdot F_m^T\cdot E^{-2}\cdot F_m\cdot(\vec{b}-\vec{\bar{b}}) = 1\}. \quad (1.26)$$

У цьому випадку функція похибки прогнозування (ширина функціонального коридору) матиме такий вигляд:

$$\Delta_{y(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q_m} = 2\cdot\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot(F^T\cdot E^{-2}\cdot F)^{-1}\cdot\vec{\varphi}(\vec{x})}\,. \quad (1.27)$$

Як бачимо з виразів (1.24), (1.25) та (1.27), функції похибки прогнозування та функції меж коридору прогнозування для даного випадку також забезпечують гарантовані прогностичні властивості моделі, хоча і дещо з більшою похибкою. Також ці функції меж

коридору є неперервними та не кусковими, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу для вихідної характеристики статичного об'єкта при заданому наборі значень вхідних змінних.

1.3. Методи структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів у випадку аналізу інтервальних даних

Як бачимо з попереднього підрозділу, інтервальні моделі є найбільш придатними для опису властивостей статичної системи в умовах обмежених за числовими значеннями похибок спостережень. Проте, основною проблемою при побудові інтервальних моделей є складність форми представлення області розв'язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області) і як результат – складність оперування моделлю. Зокрема, пов'язану з тим, що в загальному випадку для обчислення меж інтервальної оцінки вихідної характеристики статичної системи для одного набору вхідних змінних $\vec{x}_i$ необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування (1.19).

Тому, для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи.

У працях [13, 21, 63, 64, 104, 125, 158, 160, 161, 192, 193, 197, 198], залежно від постановки технічної задачі, вказано, що існують методи знаходження зовнішньої та внутрішньої оцінки розв'язків. З геометричної точки зору це означає, що область розв'язків у вигляді многогранника описують деякою геометричною фігурою, чи вписують деяку геометричну фігуру, щоб представлення оцінок параметрів спрощувало обчислювальні процедури при оперуванні побудованою моделлю.

На сьогоднішній день відомо такі методи наближення області розв'язків ІСЛАР: інтервальні [104, 125], еліпсоїдні [45, 65, 121, 159, 160, 161] та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР [21, 37, 165, 170]. Разом із тим, у попередньому підрозділі розглянуто метод еліпсоїдного оцінювання, який визначено найбільш перспективним для розвитку.

Як відомо, найпростіший метод полягає в отримані інтервальних оцінок коефіцієнтів $[\vec{b}]$ ІМСО у такому вигляді:

$$\Pi^+ = \{\vec{b} \,|\, b_j^- \le b_j \le b_j^+, \, j = 1,...,m\}. \qquad (1.28)$$

На рис. 1.2 проілюстровано графічну інтерпретацію такого способу наближення області розв'язків задачі параметричної ідентифікації.

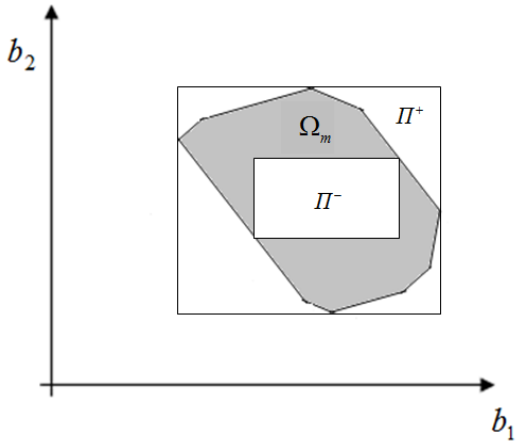


Рисунок 1.2 – Ілюстрація «зовнішнього» та «внутрішнього» інтервального оцінювання області розв'язків ІСЛАР (прямокутним паралелепіпедом) (m=2, N=4).

Для локалізації «зовнішніх» (їх ще називають гарантованими) інтервальних оцінок необхідно розв'язати $2m$ задач лінійного програмування за обмежень заданих системою (1.12):

$$b_j^- = \min_{\vec{b} \in \Omega} b_j, \;\; b_j^+ = \max_{\vec{b} \in \Omega} b_j, \quad j = 1,...,m. \qquad (1.29)$$

Тоді коридор інтервальних моделей набуває такого вигляду [121]:

$$[\hat{y}(\vec{x})]\Big|_{\vec{b} \in [\vec{b}]} = [\min_{\vec{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^{m} \varphi_j(\vec{x}) \cdot b_j; \max_{\vec{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^{m} \varphi_j(\vec{x}) \cdot b_j]. \qquad (1.30)$$

Задача знаходження «внутрішніх» (їх називають допусковими) інтервальних оцінок параметрів є складною задачею нелінійної оптимізації [12, 30, 33, 190].

Цей метод є дуже корисним у випадку підбору набору базисних функцій, тобто для розв'язування задачі структурної ідентифікації, про що ми розглянемо нижче. Проте, зазначений метод локалізації розв'язків ІСЛАР має суттєві недоліки, хоча і повсяк час його використовують в інтервальному аналізі в цілому. Найбільша вада цього методу, що отримані інтервальні оцінки є надзвичайно не точними, особливо у випадку витягнутої області Ω у напрямку, що не співпадає із напрямком жодної з осей координат простору параметрів. Також отримані інтервальні оцінки не завжди є придатними для побудови коридору інтервальних моделей із заданими властивостями його функціональних меж. Наприклад, як показано у праці [158], функціональні межі коридору інтервальних моделей у випадку інтервальної локалізації її параметрів переважно є кусковими, що ускладнює використання таких інтервальних моделей в системах, орієнтованих на дані та моделі.

Разом із тим цей метод придатний і практично є єдиним при розв'язуванні задач структурної ідентифікації.

Як вже зазначалося вище, у випадку параметричної ідентифікації моделей більш перспективними є методи оцінювання області розв'язків ІСЛАР багатовимірними еліпсоїдами.

1.3.1. Еліпсоїдні методи оцінювання в задачах параметричної ідентифікації

Найбільш поширеними методами локалізації розв'язків системи (1.12) є методи еліпсоїдів [45, 65, 121, 159, 160, 161, 192, 193, 259, 260]. Ця ідея була започаткована в роботах Черноусько, Куржанського, Кунцевича та Бакана. Основна ідея цих методів полягає у побудові багатовимірних еліпсоїдів, до яких гарантовано належить область Ω розв'язків ІСЛАР. Розглядають також випадок побудови допустимих еліпсоїдних оцінок. Обидва випадки геометрично проілюстровано на рис. 1.3.

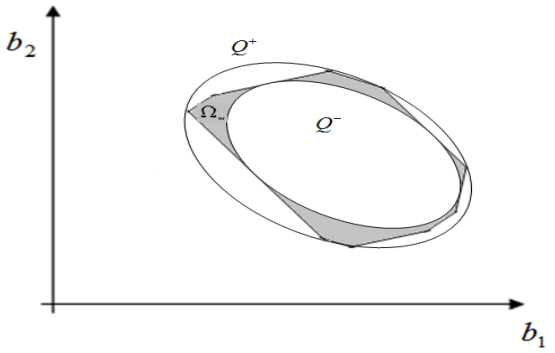


Рисунок 1.3 – Геометричне представлення гарантованих та допускових еліпсоїдних оцінок розв'язків ІСЛАР для двовимірного випадку.

У випадку реалізації процедури локалізації (гарантованого оцінювання), на кожному *k*-тому кроці розв'язують задачу отримання апостеріорної еліпсоїдної оцінки *Q(k)* – результату перетину апостеріорної оцінки (*k*-1)-го кроку та «гіперсмуги» $\breve{\Omega}(k)$ за умови виконання належності розв'язків до множини оцінок

$$Q(k) \supseteq Q(k-1) \cap \breve{\Omega}(k), \tag{1.31}$$

Та за умови забезпечення «мінімального» розв'язку оцінки на кожному кроці:

$$V(Q(k)) \le V(Q(k-1)), \tag{1.32}$$

де $V(\cdot)$ – об'єм еліпсоїдної оцінки на послідовності кроків.

Умова (1.32) забезпечує збіжність алгоритму. У працях [45, 159, 160, 161] умова збіжності замінена більш складнішою, яка забезпечує знаходження локалізаційної еліпсоїдної оцінки із мінімальним розміром (об'ємом). Основні розрахункові формули, наведені у цих працях, дають можливість оцінити обчислювальну складність алгоритмів реалізації методу. В загальному випадку для ітераційних схем еліпсоїдного оцінювання використовують такі співвідношення[159, 168]:

$$Q(k) = \{\vec{b} \in R^m \,\big|\, (\vec{b} - \vec{\bar{b}}_k)^T \cdot H_k \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}_k) \le \chi(\eta_k)\}, \tag{1.33}$$

де $\vec{\bar{b}}_k$ – центр еліпсоїда

$$\vec{\bar{b}}_k = \vec{\bar{b}}_{k-1} + \frac{\eta_{k-1}}{1+\eta_{k-1}\cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}\vec{x}_k}\cdot (y - \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1})\cdot H_{k-1}\cdot \vec{x}_k;$$

H_{k-1} – симетрична, додатньоозначена матриця, яка задає його конфігурацію. Її обчислюють за такою формулою:

$$H_k = \chi(\eta_k)\cdot[H_{k-1} + \frac{\eta_{\text{k-1}}}{1+\eta_{\text{k-1}}\cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}\vec{x}_k}\cdot H_{k-1}\cdot \vec{x}_k \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}]; \qquad (1.34)$$

$$\chi(\eta_k) = 1+\eta_k\cdot(\Delta^2 - \frac{y_k - \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1}}{1+\eta_{\text{k-1}}\cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}\vec{x}_k}\cdot H_{k-1}\cdot \vec{x}_k \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1});$$

$\Delta = 0.5\cdot(y_i^+ - y_i^-)$ – інтервальна похибка, однакова для усіх спостережень; η_k – параметр алгоритму.

Для забезпечення мінімального об'єму локалізаційного еліпсоїда, параметр η_k вибирають як додатній корінь такого квадратного рівняння [158]:

$$(m-1)\cdot\Delta^2\cdot\eta_{k-1}^2\cdot\vec{x}_k^T\cdot H_{k-1}\cdot\vec{x}_k + [(2\cdot m-1)\cdot\Delta^2\cdot\vec{x}_k^T\cdot H_{k-1}\cdot\vec{x}_k - (\vec{x}_k^T\cdot H_{k-1}\cdot\vec{x}_k -$$
$$-(y_k - \vec{x}_k^T\cdot\vec{\bar{b}}_{k-1}))\cdot\vec{x}_k^T\cdot H_{k-1}\cdot\vec{x}_k]\cdot\eta_k + m\cdot(\Delta^2 - y_k + \vec{x}_k^T\cdot\vec{\bar{b}}_{k-1}) - \vec{x}_k^T\cdot H_{k-1}\cdot\vec{x}_k = 0.$$

Як бачимо для знаходження гарантованої еліпсоїдної оцінки розв'язків ІСЛАР використовують ітераційну процедуру. Вадами такої процедури є висока її складність, що означає непридатність для задач високої розмірності.

Також зазначені процедури у випадку похибок заокруглень характеризуються можливими втратами властивості «гарантованості». До того ж контроль та забезпечення цієї властивості вимагає додаткових обчислювальних витрат. Проте переваги такого методу оцінювання в отриманні коридору для інтервальних моделей:

$$[\hat{y}(\vec{x})]\Big|_{\vec{b}\in Q(k)} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} - \frac{1}{2}\cdot\Delta_{\bar{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q(k)}; \vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot\vec{\bar{b}} + \frac{1}{2}\cdot\Delta_{\bar{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q(k)}], \qquad (1.35)$$

з представленими в аналітичному вигляді та неперервними функціональними межами.

Ця властивість є достатньо вагомою на користь застосування еліпсоїдних методів локалізації.

У формулі (1.35) $\Delta_{\tilde{y}(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q(k)}$ – функція похибки прогнозування, яку обчислюють за формулою:

$$\Delta_{y(\vec{x})}\Big|_{\vec{b}\in Q(k)} = 2\cdot\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})\cdot H^{-1}\cdot\vec{\varphi}(\vec{x})\cdot\chi(\eta_k)}\,. \qquad (1.36)$$

Як зазначалося, властивість гарантованих прогностичних властивостей інтервальних моделей у даному випадку залишається, хоча ціна забезпечення цієї властивості полягає у суттєвому зростанні обчислювальної складності методу.

1.3.2. Методи оцінювання області розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку на основі процедури оптимального планування експерименту

Вище розглянуто випадок [21, 37, 165, 170], коли область розв'язків ІСЛАР представляють паралелотопами. Як було відзначено, такі оцінки розв'язків отримують обранням найбільш «інформативних» m базових інтервальних рівнянь із ІСЛАР, кількість яких дорівнює кількості невідомих параметрів. Властивості цього випадку описано вище. Далі , згідно з [21, 37], на основі цих обраних базових рівнянь конструюють локалізаційну область розв'язків усієї ІСЛАР.

Властивості області розв'язків ІСЛАР чи їх локалізації визначають властивості функціонального коридору інтервальних моделей. Зокрема, у підрозділі 1.2 показано, якщо використати локалізацію області розв'язків ІСЛАР (1.11) у вигляді «насиченого» блоку, то вона матиме вигляд паралелотопа, який, як відомо, є геометричною фігурою з 2^m вершинами і m-попарно паралельними гранями [170]. У підрозділі 1.2 зазначено й інші переваги методу представлення області розв'язків задачі параметричної ідентифікації з виділенням «насиченого» блоку. Зокрема, можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки цієї області у вигляді (1.22) чи (1.26) та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей

(1.24) з аналітично заданими неперервними та некусковими межами. Все це забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, і одночасно гарантовані прогностичні властивості інтервальних моделей. Ця властивість є достатньо вагомою на користь детального розгляду цього методу.

Геометрична інтерпретація застосування зазначеного методу локалізації, наведено на рис. 1.4.

Розглянемо детально суть зазначеного методу. Зауважимо, що усі вирази для реалізації обчислювальної схеми методу вперше отримано у праці [158].

Для отримання локалізаційної області розв'язків ІСЛАР, необхідно здійснити п'ять основних ітерацій.

1. Вибір із ІСЛАР (1.11) m базових інтервальних рівнянь («насиченого» блоку), що утворюють сумісну систему. Розв'язком такої системи є область Ω_m, яка має вигляд паралелотопа, з вершинами (1.21). Задача формування набору базових інтервальних рівнянь у цій послідовності обчислень, побудована по аналогії із задачею плануванняI_D-оптимального насиченого плану експерименту на дискретній множині значень вектора$\vec{x}_i$, i=1,...,N:

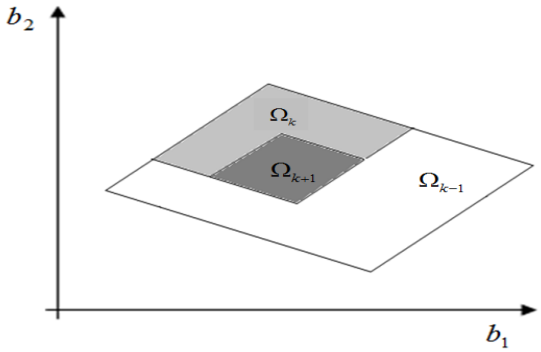


Рисунок 1.4 – Графічне зображення процедури локалізації розв'язків ІСЛАР на основі виділення її «насиченого» блоку (m=2, k=N-m)

$$\left(\prod_{i=1}^{m}(y_i^+ - y_i^-)^2\right)\cdot \det(F_m \cdot F_m^{\,T})^{-1} \xrightarrow{F_m} \min, \vec{x}_i, i=1,...,N \qquad (1.37)$$

де $F_m = \{\vec{\varphi}^T(\vec{x}_i), i=1,...,m\}$, $\vec{x}_i$, i=1,...,N–стовпчик матриці X.

2. Обчислення деяких скалярних функцій$L_s(k)$ $(L_s'(k))$ для усіх вершин області локалізації:

$$L_s(k) = y_{k+1}^{-} - \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k), \tag{1.38}$$

$$L_s'(k) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k) - y_{k+1}^{+} = -L_s(k) - \Delta_{k+1}, \tag{1.39}$$

де $\vec{x}_{k+1}$ – вектор значень вхідних змінних *k+1*-го інтервального рівняння в ІСЛАР (1.11), яке не увійшло до вибраного «насиченого» блоку; y_{k+1}^{-}, y_{k+1}^{+} – нижня та верхня межі інтервалу для значень вихідної змінної в *k+1* інтервальному рівнянні ІСЛАР (1.11); $\Delta_{k+1} = y_{k+1}^{+} - y_{k+1}^{-}$.

3. Обчислення значень $\delta_i^{-}(k+1)$ та $\delta_i^{+}(k+1)$, відповідно:

$$\delta_i^{-}(k+1) = \begin{cases} \min\limits_{s=1,\dots,2^{m-1}} \{L_s(k) / \left|\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i\right|\}, \textit{якщо } (L_s(k) > 0, s = 1\dots, 2^{m-1}) \\ \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L_s(k) < 0, s = 1,\dots,2^m); \\ 0, \ \textit{якщо } L_s(k) \leq 0, \end{cases} \tag{1.40}$$

$$\delta_i^{+}(k+1) = \begin{cases} \min\limits_{s=1,\dots,2^{m-1}} \{L_s'(k) / \left|\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i\right|\}, \textit{якщо } (L_s'(k) > 0, s = 1\dots, 2^{m-1}) \\ \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L_s'(k) < 0, s = 1,\dots,2^m); \\ 0, \ \textit{якщо } L_s'(k) \leq 0. \end{cases} \tag{1.41}$$

4. Обчислення меж інтервалу $[y_i^{-}(k+1); y_i^{+}(k+1)]$ значень вихідної змінної у базових інтервальних рівняннях «насиченого» блоку на *k+1*-й (*k=1,...,N-m*) ітерації:

$$y_i^{-}(k+1) = y_i^{-}(k) + \delta_i^{-}(k+1), \ y_i^{+}(k+1) = y_i^{+}(k) - \delta_i^{+}(k+1), \ i = 1,\dots,m. \tag{1.42}$$

5. Якщо $k \leq N - m$, то перехід на крок2. У протилежному випадку завершення процедури.

Як бачимо із наведеного алгоритму, на кожній *k+1*-й ітерації послідовності із п'яти кроків, здійснюємо редукцію інтервальних рівнянь ІСЛАР, залишаючи тільки модифіковані за формулою (1.41) інтервальні рівняння «насиченого» блоку. Варто зазначити, що розглянутий обчислювальний метод придатний тільки у

випадку, коли ІСЛАР є сумісною. Практика застосування цього методу у випадках несумісності ІСЛАР показала, що він дає некоректний результат локалізації.

Наведена за допомогою формул (1.38) – (1.42) послідовність обчислень для локалізації розв'язків ІСЛАР на основі виділення її «насиченого» блоку в цілому не є складною з обчислювальної точки зору і може бути реалізована у вигляді паралельної схеми [12, 170]. Разом з тим, в розглянутому методі локалізації області розв'язків ІСЛАР, достатньо складним є перший крок формування «насиченого» блоку із розв'язування оптимізаційної задачі (1.37). Задача, сформульована виразом (1.37) є оптимізаційною задачею з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності ІСЛАР буде містити велику кількість локальних мінімумів. Більше того, за обчислювальною складністю така задача суттєво перевищує складність обчислень за формулами(1.38)-(1.42).

З іншого боку, довільний вибір «насиченого» блоку (базових інтервальних рівнянь для локалізації) призводить до втрати змісту в цілому процедури локалізації. За цих умов, застосування для розв'язування прикладних задач методу локалізації області розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку можливе тільки у випадку заміни процедури оптимізації за виразом (1.44) деякою простішою процедурою з одночасним забезпеченням умов високої точності інтервальної моделі. З іншого боку, використання на першому кроці реалізації методу процедури формування «насиченого» блоку на основі планування I_D-оптимального насиченого експерименту не гарантує оптимальних прогностичних властивостей інтервальної моделі.

Вищезазначене вимагає створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

Різноманіття методів, відсутність програмних середовищ і відсутність єдиного підходу до побудови статичних та динамічних моделей стримує застосування описаних методів для побудови систем, керованих моделями та систем, орієнтованих на дані.

1.3.3. Структурна ідентифікація інтервальних моделей статичних об'єктів

Як вже зазначалося для розв'язування задачі структурної ідентифікації, необхідно спочатку визначити базисні функції, а потім обчислити оцінки параметрів. Базовим методом у випадку оцінювання параметрів у цьому випадку є інтервальне оцінювання параметрів, оскільки цей метод є найпростішим з обчислювальної точки зору. Саме він є основою для реалізації

методу редукції структури математичної моделі. Вказаний метод базується на заданні початкової структури математичної моделі з подальшим послідовним вилученням її незначущих елементів [200]. Математичну модель досліджують на можливістьї спрощення шляхом вилучення її окремих структурних елементів [200]. Для того, щоб виявити незначущі структурні елементиматематичної моделі, використовують деякі критерії [200]. В інтервальному аналізі це означає, що інтервальні оцінки параметрів включають нульове значення. Незначущі структурні елементи моделі означають такі елементи, вилучення яких призведе до зменшення значення функції мети (1.20). При цьому, кожен раз при вилученні незначущих параметрів необхідно проводити параметричну ідентифікацію інтервальної моделі статичногооб'єкта. Процедуру редукції здійснюють до тих пір, поки усі інтервали оцінок параметрів $b_j^- = \min\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, $b_j^+ = \max\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, не включатимуть нуль. При застосуванні методу редукції математичної моделі адекватною вважають таку модель, для якої ІСЛАР виявиться сумісною.

Однак, метод редукції характеризується рядом недоліків, оскільки не забезпечує знаходження єдиної структури і часто не збігається при виборі неправильної початкової структури. Особливо неефективним цей метод виявляється у випадку нелінійної за параметрами функції (1.9). В цьому випадку не можливо застосувати метод отримання інтервальних оцінок, бо оптимізаційні задачі $b_j^- = \min\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, $b_j^+ = \max\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, будуть нелінійними.

Аналогічні вади має м*етод «нарощування» структури математичної моделі.* Вказаний метод базується на формуванні початкової структури математичної моделі в простому вигляді [147]. Зазвичай, структуру математичної моделі задають у вигляді

алгебричного рівняння, яке містить структурні елементи не вище другого степеня. Далі структуру математичної моделі ускладнюють у спосіб додавання нових структурних елементів, проводячи ідентифікацію параметрів. Здійснення такого ускладнення структури математичної моделі повторюють доти, поки усі інтервали оцінок параметрів $b_j^- = \min\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, $b_j^+ = \max\limits_{\vec{b}\in\Omega} b_j$, не включатимуть нуль, а сама ІСЛАР буде сумісною. До недоліків такого підходу також можна віднести значне ускладнення структури такої моделі з причини неможливості виявлення важливих структурних елементів [64] та високу обчислювальну складність його реалізації.

Метод групового урахування аргументів (МГУА).Автором методу є український вчений О.Г. Івахненко. МГУА [107-109, 178-184, 191, 208-209, 237, 244-247] відноситься також до класу методів індуктивного моделювання, тобто є методом структурної та параметричної ідентифікації на основі даних експерименту. Він є одним з найефективніших методів структурно-параметричної ідентифікації математичних моделей [182]. В основу МГУА покладено генерування та багаторядна селекція моделей-претендентів за допомогою зовнішніх критеріїв – длястуктурної ідентифікації та налаштування їх параметрів на основі внутрішніх критеріїв.

Також в методі передбачено для застосування зовнішніх критеріїв поділ вибірки даних на дві або більше частин. Якщо вибірка розділена на дві частини, то на основі першої – здійснюютьпошук параметрів моделі, а на основі другої – вибір «кращої»структури моделі-претендента [108].

Проте, у вищенаведеній постановці задачі, оскількиМГУА ґрунтується на критерії мінімізації середньоквадратичного відхилення між прогнозованими та експериментальними даними, то зазначений метод не забезпечує можливість розробки математичних моделей об'єктів із гарантованими прогностичними властивостями.

Якщо ж розв'язувати задачу ідентифікації математичної моделі з гарантованими прогностичними властивостями із використанням схеми реалізації МГУА (наприклад багаторядної селекції), то це своєю чергою призведе до необхідності розв'язування ІСЛАР (1.11) набагато більше раз, ніж у методі редукції чи нарощування

структури. З огляду на це, метод структурної ідентифікації, побудований на МГУА, непридатний для задач структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів.

Генетичні алгоритми. Іншими відомими методами та алгоритмами для розв'язування вказаної задачі, є методи на базі генетичних алгоритмів [130, 132, 157, 256], які ґрунтуються на еволюційних принципах спадковості, мінливості і природного відбору. Генетичний алгоритм працює з популяцією особин,вхромосомі (генотип) кожної з яких закодовано можливий розв'язок задачі (фенотип). У нашому випадку, популяція особин це моделі-претенденти.В контексті задачі структурної ідентифікації інтервальної моделі терміни у генетичних алгоритмах означають наступне: ген – структурний елемент (базисна функція); хромосома – поточна структура інтервальної моделі- претендента; популяція – множина структур чи моделей-претендентів на поточній ітерації генетичного алгоритму [130]. При цьому застосовують основні оператори [130]: селекції (за певним критерієм); схрещування та мутація – для внесення випадкових змін в особини.

Основним недоліком генетичних алгоритмів при розв'язуванні задачі структурної ідентифікації інтервальної моделі є висока обчислювальна складність, яка спричинена лінійністю покриття простору розв'язків-наборів можливих структур та відповідних моделей-претендентів.

Останнім часом для розв'язування задач структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів застосовують методи та алгоритми, які ґрунтуються на основі самоорганізації мультиагентних систем. Одним з таких методів є метод, який базується на поведінковій моделі бджолиної колонії (ПМБК) [6, 58, 59, 99]. Тому, аналіз цих методів та виявлення можливості їх впершого застосування для розв'язування задачі структурної ідентифікації моделей статичних систем є важливим завданням.

Метод структурної ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей на основі поведінкової моделі бджолиної колонії [27, 85-87, 214-216]. Бджоли – це високоорганізований вид комах. Цьому виду властиві спільна організація для пошуку їжі, житла тощо. Відомо, що колонія

медоносних бджіл функціонує за принципом розподілу обов'язків відповідно до приналежності особини до певної групи в колонії.

Розглянемо особливості функціонування цієї поведінкової моделі у спрощеному вигляді. Для пошуку їжі, спочатку з вулика вилітають бджоли-розвідники для пошуку нових джерел нектару. У цій спрощеній моделі передбачають, що напрям польоту кожної бджоли – випадковий. Після повернення бджоли-розвідники «інформують» дорослих робочих бджіл у вулику про виявлені ними джерела нектару, напрям та відстань до цього джерела їжі, а також про кількість знайденого нектару. Потім бджоли оцінюють нові джерела нектару за відстанню від вулика та якістю їжі з іншими джерелами нектару. На наступних етапах це слугуватиме критерієм для прийняття рішень: чим якісніше джерело їжі, тим більше бджіл туди полетить. Важливо зазначити, що нові бджоли дістаються не точно до раніше встановленого джерела, а лишень в його окіл. Далі бджоли застосовують інший спосіб пошуку [58, 59, 99].

Після знаходження бджолами розташування джерела їжі, вони збирають нектар та повертаються до вулика, де передають інформацію іншим бджолам. А саме, ділянки з вичерпаними джерелами нектару медоносні бджоли покидають. Тоді бджоли-розвідники знову летять у пошуку нових джерел їжі. Далі алгоритм функціонування колонії повторюється.

На основі короткого біологічного підґрунтя організації пошуку та забезпечення їжею в колонії медоносних бджіл виділяють основні компоненти поведінкової моделі та зв'язки між ними.

У цій моделі, усіх бджіл колонії, які виконують функції пошуку джерел їжі, поділяють на три групи: *робочі бджоли* – проводять пошук їжі в околі вже відомих джерел нектару та інформують бджіл-дослідників про якість досліджуваних джерел; *бджоли-дослідники* –отримують інформацію від робочих бджіл, після чого вилітають для пошуків нектару в окіл знайдених робочими бджолами джерел; *бджоли-розвідники* – здійснюють пошук нових джерел нектару із застосуванням процедур випадкового пошуку. Також у тій моделі використовують механізм прийняття рішення робочою бджолою про те, чи досліджуване нею джерело є вичерпаним. Цей механізм реалізується процедурою виявлення вичерпаних джерел нектару. Якщо джерело ще не

вичерпане, то викликаємо процедуру дослідження околу відомого джерела нектару. Ця процедура реалізовує політ бджоли в окіл відомого джерела нектару із подальшим викликом процедури визначення та запам'ятовування його якості й координат. Процедура вибору відомого джерела нектару бджолами-дослідниками означає те, що вони летять в окіл відомого джерела нектару, обраного на основі інформації, отриманої від робочих бджіл.

Насправді, біологічні механізми, якими бджола-дослідник керується при виборі тої робочої бджоли, за якою полетить, досліджені недостатньо. Однак, припускають, що кількість «завербованих» бджіл-дослідників завжди є функцією від якості джерела нектару. Тобто, в окіл «кращих» джерел нектару летить більше бджіл-дослідників, а в окіл «найгірших» не полетить жодна.

Процедура випадкового пошуку нового джерела нектару, реалізовує політ бджіл-розвідників у випадковому напрямку та на випадкову відстань для пошуку нових джерел нектару. Процедура запам'ятовування координат та якості джерела нектару для робочих бджіл означає механізм прийняття рішення про те місцезнаходження, якого із джерел нектару потрібно запам'ятати – знайденого в околі чи відомого.

Таким чином, розглянутий механізм дії поведінкової моделі бджолиної колонії, який з успіхом застосовується для задач структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів, може бути застосований для розробки більш ефективного, у порівнянні із вище розглянутими методами структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів.

1.4. Методи аналізу інтервальних даних та їх застосування до задач структурної та параметричної ідентифікації динамічних моделей

1.4.1. Інтервальні дискретні моделі на основі різницевих рівнянь та методи їх параметричної ідентифікації

Методи аналізу інтервальних даних в достатній мірі описані у працях наукових шкіл таких вчених як В. М. Кунцевич, М. М. Личак, Ю. І. Шокін, С. П. Шарий, М.П. Дивакта ін. [16, 17, 26, 40, 62, 78, 103, 104, 172, 188, 189, 192, 197, 198, 229, 230, 240, 243, 260-

265, 267].

Математичні моделі у вигляді диференціальних рівнянь є достатньо складними для налаштування, характеризуються великими значеннями похибок при довгостроковому прогнозі та вимагають складних обчислювальних процедур для їх розв'язування. Тому, доцільно використовувати їх різницеві аналоги, побудовані на основі експериментальних даних. Варто зазначити, що точність таких даних може бути низькою. У задачах прийняття рішення часто достатньо побудувати математичну модель із точністю, яка відповідає точності вимірювального експерименту. При цьому, дані експерименту доцільно представляти у вигляді інтервалів [157, 172] можливих значень характеристики, що моделюється:

$$[z_k^-; z_k^+],\ k = 1,...,K, \tag{1.43}$$

де z_k^-, z_k^+ – нижня та верхня межі інтервалу можливих значень виміряної концентрації шкідливих речовин в момент часу $k = 1,...,K$, відповідно.

Математичну модель у загальному випадку представляють у вигляді такого різницевого рівняння (РР)[130, 131, 153, 155, 157, 255]:

$$v_k = F(v_{k-d},...,v_{k-1},\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}\cdot\vec{g}),\ k = d,...,K, \tag{1.44}$$

де $F(\bullet)$ – деяке нелінійне перетворення; v_k – модельована характеристика в момент (період) часу $k = d,...,K$; $\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}$ – відомий вектор вхідних змінних (керувань) з порядковим номером p =1,…,P в момент (період) часу $k = d,...,K$; d – порядок різницевого рівняння; $\vec{g}$ – невідомий вектор параметрів різницевого рівняння.

Вираз для лінійного за параметрами різницевого рівняння матиме такий вигляд [130, 155, 157]:

$$v_k = \vec{f}^T(v_{k-d},...,v_{k-1},\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k})\cdot\vec{g},\ k = d,...,K \tag{1.45}$$

де $\vec{f}^{\,T}(\bullet)$ – вектор базисних функцій, у загальному випадку нелінійних, за допомогою яких виконують перетворення значень модельованої характеристики, а також вхідних змінних у дискретні моменти (періоди) часу.

Таким чином, суть основного підходу до побудови дискретної динамічної моделі полягає у використанні теорії індуктивного моделювання, розкритої у працях Івахненка О.Г. [178-184]. Її основна ідея полягає у визначенні деякої різницевої схеми шляхом її налаштування у спосіб узгодження з даними експерименту. Саму різницеву схему, яка, фактично, перетворює значення вхідних змінних у значення вихідних, називають різницевим рівнянням, а процес налаштування цієї схеми – структурно-параметричною ідентифікацією [157].

У результаті виконання процедури структурної ідентифікації встановлюють різницеву обчислювальну схему, зокрема: вектор базисних функцій $\vec{f}^{\,T}(\bullet)$; набори та розмірність векторів вхідних змінних (керувань) $\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}$; порядок різницевої схеми, який, як відомо, є еквівалентним порядку диференціального рівняння – аналогу різницевої схеми. Для реалізації різницевої схеми також необхідно встановити значення компонент вектора параметрів $\vec{g}$ і задати початкові умови, тобто значення кожного елементу із набору $v_{k-d},...,v_{k-1},\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}$ для певних дискрет, як правило – початкових. Для задачі параметричної ідентифікації структуру різницевого рівняння вважають відомою.

На основі вимоги забезпечення точності математичної моделі в межах точності вимірювального експерименту – умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (1.43), із даними, отриманими на основі математичної моделі у вигляді РР (1.45), формулюють у такому вигляді:

$$v_k \subset [z_k^-; z_k^+],\ \forall k = 1,...,K. \qquad (1.46)$$

Умови (1.46) забезпечують отримання модельованої характеристики процесу в межах інтервалів можливих значень характеристики, отриманих експериментально.

Припускають, що вектор оцінок $\vec{\hat{g}}$ параметрів $\vec{g}$ у різницевому рівнянні (1.45) отримано на основі аналізу інтервальних даних. Підставляючи вектор оцінок параметрів $\vec{\hat{g}}$ різницевого рівняння замість вектора їх істинних значень $\vec{g}$ у вираз (1.45) разом із заданими початковими інтервальними значеннями кожного елементу із набору $[\hat{v}_0],...,[\hat{v}_{k-1}]$ та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}$, отримують інтервальну оцінку модельованої характеристики $[\hat{v}_k]$ у момент (період) часу$k=d,\ldots,K$:

$$[\hat{v}_k]=[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]=\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k})\cdot\vec{g},\ k=d,...,K, \qquad (1.47)$$

де $[\hat{v}_k]$ – інтервальні оцінки модельованої характеристики на всіх часових дискретах $k=d,\ldots,K$.

Отже, інтервалу модель динамічного об'єкта описують інтервальним різницевим рівнянням у загальному вигляді (1.47), тобто інтервальною дискретною динамічною моделлю (ІДДМ).

Тепер можна математично сформулювати задачу параметричної ідентифікації ІДДМ на основі аналізу інтервальних даних.

Умови узгодження інтервальних даних (1.46) із результатами моделювання, отриманими на основі моделі у вигляді ІДДМ (1.47), формулюють у такому вигляді:

$$[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]\subset[z_k^-;z_k^+],\ \forall k=1,...,K. \qquad (1.48)$$

Умови (1.48) забезпечують отримання інтервальних оцінок модельованої характеристики процесу в межах похибок вимірювань, тобто, в межах числових інтервалів, отриманих експериментально. Саме цими умовами і забезпечуються гарантовані прогностичні властивості інтервальної моделі динамічного об'єкта.

Підстановкою (1.47) в умови (1.48) замість інтервальних оцінок $[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]$ із урахуванням заданих початкових числових інтервалів кожного елементу із набору

$$[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]\subseteq[z_0^-;z_0^+],...,[\hat{v}_{k-d}^-;\hat{v}_{k-d}^+]\subseteq[z_{k-d}^-;z_{k-d}^+] \qquad (1.49)$$

та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}$, отримуємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР):

$$\begin{cases} [\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]\subseteq[z_0^-;z_0^+],...,[\hat{v}_{k-d}^-;\hat{v}_{k-d}^+]\subseteq[z_{k-d}^-;z_{k-d}^+]; \\ z_k^- \le \vec{f}^T([\hat{v}_{k-1}^-;\hat{v}_{k-1}^+],...,[\hat{v}_{k-d}^-;\hat{v}_{k-1}^+],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k})\cdot\hat{\bar{g}} \le z_k^+; \\ k=d,...,K. \end{cases} \quad (1.50)$$

Звідси, задача ідентифікації параметрів ІДДМ (1.47) за умов (1.48) є задачею розв'язування ІСНАР у вигляді (1.50).

Варто зазначити, що ІСНАР (1.50) побудована рекурентно із застосуванням послідовного нелінійного перетворення базисними функціями на дискретній сітці їх аргументів:

$$z_k^- \le \vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}^-;\hat{v}_{k-d}^+],...,[\hat{v}_{k-d}^-;\hat{v}_{k-d}^+],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k})\cdot\hat{\bar{g}} \le z_k^+. \quad (1.51)$$

Загальна кількість інтервальних алгебричних рівнянь дорівнює кількості часових дискрет *K*. Як бачимо з (1.51), отримане інтервальне рівняння (двостороння нерівність) є нелінійним відносно вектора $\hat{\bar{g}}$ параметрів ІДДМ. Складність розв'язання такої системи залежить як від кількості параметрів, так і від кількості дискрет.

За своєю суттю, така задача є NP-складною. Тому, для її розв'язування (задачі параметричної ідентифікації моделі у вигляді ІДДМ) використовують методи випадкового пошуку хоча б одного розв'язку ІСНАР, найпростішою схемою якого є така [12, 26].

Крок 1. Задання початкових умов у вигляді (1.49).

Крок 2. Задання початкової $\hat{\bar{g}}_0$ чи формування випадковим чином поточної $\hat{\bar{g}}_l$ оцінки вектора параметрів РР:

$$\hat{\bar{g}}_l = \hat{\bar{g}}_{l-1} + r\cdot\vec{\xi}_l, \quad (1.52)$$

згенеровані відповідно до певного закону розподілу випадкових чисел на інтервалі [-1;1].

Крок 3. Обчислення інтервальних оцінок модельованої характеристики $[\hat{v}_k]$ в часових дискретах $k=d,\ldots,K$ із застосуванням рекурентної схеми (1.51).

Крок 4. Перевірка «якості» $\delta(\bar{\bar{g}}_l)$ поточного наближення оцінки вектора параметрів $\bar{\bar{g}}$ ІДДМ.

На цьому кроці приймають, що «якість» наближення буде тим вищою, чим ближче буде прогнозований на основі інтервальної моделі коридор до отриманого експериментально. Якість наближення у відомих методах визначають у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли ці інтервали не перетинаються. Таку оцінку називають «грубою». Якщо ж прогнозований та експериментальний інтервали для усіх дискрет перетинаються, то якість наближення параметрів ІДДМ визначають найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів. Таку оцінку параметрів називають уточненою. Формально обидві умови записують у такому вигляді, відповідно:

$$\delta(\hat{\bar{\bar{g}}}_l) = \max_{k=d,\ldots,K} \{|mid([\hat{v}_k]) - mid([z_k])|\}, \text{якщо } [\hat{v}_k] \cap [z_k] = \varnothing, \exists k = d,\ldots,K; \quad (1.53)$$

$$\delta(\hat{\bar{\bar{g}}}_l) = \max_{k=d,\ldots,K} \{wid([\hat{v}_k]) - wid([\hat{v}_k] \cap [z_k])\}, \text{якщо } [\hat{v}_k] \cap [z_k] \neq \varnothing, \forall k = d,\ldots,K, \quad (1.54)$$

де $mid(\bullet)$ та $wid(\bullet)$ – операції визначення центру та ширини інтервалу.

Якщо обчислене значення «якості» $\delta(\bar{\bar{g}}_l)$ поточного наближення оцінки $\bar{\bar{g}}_l$ вектора параметрів ІДДМ на поточній ітерації рівне нулю ($\delta(\bar{\bar{g}}_l)=0$), то процедура вважається завершеною, інакше – переходимо до кроку 2.

Застосування процедури випадкового пошуку для розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІДДМ у вигляді задачі мінімізації функції мети

$$\delta(\bar{\bar{g}}) \xrightarrow{\bar{\bar{g}}} \min \quad (1.55)$$

забезпечує знаходження послідовності оцінок параметрів $\hat{\bar{g}}_1$, $\hat{\bar{g}}_2,\ldots,\hat{\bar{g}}_l$ і відповідної послідовності значень функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_1)$, $\delta(\hat{\bar{g}}_2),\ldots,\delta(\hat{\bar{g}}_l)$, обчислених за виразом (1.53) або (1.54). При цьому, процедуру випадкового пошуку необхідно організувати у такий спосіб, щоб забезпечити умови зменшення значень функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_1)>\delta(\hat{\bar{g}}_2)>\ldots>\delta(\hat{\bar{g}}_l)>\ldots>\delta(\hat{\bar{g}}_{l=L}=\hat{\bar{g}}\in\Omega)$ за скінченну та якомога меншу кількість ітерацій $l=L$.

Для розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІДДМ у вигляді задачі з функцією мети (1.55) у праці [172] розглянуто різні процедури формування поточного вектора параметрів на кроці 2: випадковий пошук із лінійною тактикою; випадковий пошук по найкращій спробі; випадковий пошук із використанням направляючого конуса; випадковий пошук із адаптацією розподілу випадкового кроку.

У працях [157, 172] обґрунтовано, що найбільш ефективним з точки зору обчислювальної складності є випадковий пошук із використанням направляючого конуса.

Варто зазначити, що наведена постановка задачі для ідентифікації динамічних обєктів, може з успіхом бути перенесена на обєкти з розподіленими параметрами, які представляють дискретними аналогами різницевих диференціальних рівнянь.

Підсумовуючи проведений аналіз методів параметричної ідентифікації ІДДМ у формі різницевих рівнянь, варто зазначити, що ці методи є складними для реалізації, а їх ефективність є невисокою без застосування самоорганізації та самоадаптації. Тому спираючись на проведений аналіз поведінкових моделей бджолинної колонії, доцільно в альтернативу методу структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів на основі відомих процедур випадкового пошуку, розглянути можливість застосування для розробки цього методу поведінкових моделей бджолинної колонії, які, до речі, з успіхом застосовуються для розв'язування задач структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів та обєктів з розподіленими параметрами.

1.4.2. Методи структурної ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей

Для розкриття суті постановки задачі структурної ідентифікації ІДДМ, використано такі позначення:

$$\lambda_s = \{ f_1^s(\bullet) \cdot g_1^s; f_2^s(\bullet) \cdot g_2^s; \ldots; f_{m_s}^s(\bullet) \cdot g_{m_s}^s \}, \qquad (1.56)$$

де λ_s – набір елементів поточної структури ІДДМ; $\vec{f}^s = \{ f_1^s(\bullet); f_2^s(\bullet); \ldots; f_{m_s}^s(\bullet) \} \subset F$ – набір структурних елементів, що задає поточну s-ту структуру ІДДМ.

Позначено за: $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ – кількість елементів у поточній структурі λ_s; F – множина усіх структурних елементів, $F = \{ f_1(\bullet); \ldots; f_l(\bullet); \ldots; f_L(\bullet) \}$, де $|F| = L$ – потужність множини F; $\vec{g}^s = \{ g_1^s; g_2^s; \ldots, g_{m_s}^s \}$ – вектор невідомих значень параметрів поточної структури.

Розв'язок задачі структурної ідентифікації полягає в отриманні такого набору елементів λ_0, щоб для них можна було сформувати структуру ІДДМ

$$[v_k(\lambda_0)] = [f_1^0(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^0 + [f_2^0(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^0 + \ldots + [f_{m_0}^0(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_0}^0, \qquad (1.57)$$

для якої виконувалисяб умови (1.54). Тобто, було б забезпечено належність інтервальних оцінок прогнозованих значень до інтервалів значень, отриманих з експерименту для усіх дискрет.

Для оцінки якості поточної структури ІДДМ використано значення показника $\delta(\lambda_s)$, який кількісно виражає наближеність поточної структури до задовільної в сенсі забезпечення умов (1.48). Показник $\delta(\lambda_s)$ називають функцією мети оптимізаційної задачі структурної ідентифікації ІДДМ.

Значення функції мети $\delta(\lambda_s)$ для поточної структури ІДДМ λ_s обчислюють з таких виразів:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{k=d,...,K} \{\left| mid(\vec{f}_s^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}) \cdot \hat{\vec{g}}^s) - mid([z_k]) \right|\}, \quad (1.58)$$

якщо $[\hat{v}_k] \cap [z_k] = \varnothing \ \exists k = d,...,K$;

$$\delta(\lambda_s) = \max_{k=d,...,K} \{wid(\vec{f}_s^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}) \cdot \hat{\vec{g}}^s) - wid((\vec{f}_s^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_{p,0},...,\vec{u}_{p,k}) \cdot \hat{\vec{g}}^s) \cap [z_k])\}, \quad (1.59)$$

якщо $[\hat{v}_k] \cap [z_k] \neq \varnothing \ \forall k = d,...,K$;

Отже, задачу структурної ідентифікації ІДДМ сформулюємо у вигляді задачі знаходження мінімуму функції мети $\delta(\lambda_s)$:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\hat{\vec{g}}^s, \vec{f}_s(\bullet)} \min, m_s \in [I_{\min}; I_{\max}], \ \vec{f}_s(\bullet) \in F. \quad (1.60)$$

Важливо зазначити, що задача структурної ідентифікації ІДДМ полягає у багаторазовому формуванні набору структурних елементів та розв'язуванні задачі параметричної ідентифікації, тобто, розв'язуванні ІСНАР (1.50).

Для розв'язування цієї задачі можуть застосовуватися методи структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, такі як *метод редукції структури математичної моделі; метод «нарощування» структури математичної моделі; метод групового урахування аргументів; методи на основі генетичних алгоритмів.* Проте, в цьому випадку, зазначені методи є ще менш ефективні ніж у випадку структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем. Найбільш ефективним у цьому випадку є метод, який грунтується на поведінкових моделях бджолиної колонії.

У працях [85-86] встановлено аналогії між поведінковою моделлю і основними процедурами методу структурної ідентифікації математичних моделей у вигляді ІДДМ. Зокрема, у контексті задачі структурної ідентифікації ІДДМ, *поведінка бджоли* при виборі місцезнаходження джерела нектару безпосередньо реалізує сам алгоритм синтезу поточної структури ІДДМ; *область пошуку нектару* – множина всіх можливих

структур ІДДМ з відомими оцінками компонентів вектора параметрів $\hat{\bar{g}}$; *окіл джерела нектару* – множина структур ІДДМ, що можуть бути згенеровані на основі поточної шляхом часткової заміни її структурних елементів; *координати джерела нектару* – поточна структура ІДДМ λ_s; *якість джерела нектару* визначається значенням функції мети $\delta(\lambda_s)$ для поточної структури ІДДМ λ_s, яке задає точність математичної моделі, побудованої на основі поточної структури λ_s.

Спираючись на ці аналогії, авторами праць [58, 59, 85, 86] розроблено ряд ефективних алгоритмів для пошуку оптимальних структур ІДДМ. Для цього задачу структурної ідентифікації сформульовано як деяку оптимізаційну задачу (1.60), формально представлену у працях [85-86], у якій розв'язком є набір структурних елементів ІДДМ. Розв'язок цієї задачі знаходять на основі маніпулювання координатами джерел нектару, які відображають структурні елементи ІДДМ. Процеси маніпулювання з джерелами нектару (структурними елементами) здійснюють за допомогою уведених математичних перетворень, які побудовані за аналогією з поведінкою бджіл при виборі місцезнаходження джерела нектару.

Разом з тим, уведена послідовність математичних перетворень, які реалізують зазначений метод та його обчислювальна схема відзначаються рядом недоліків, основним із яких є висока обчислювальна складність, причини якої досліджено слабко. Метод також дуже чутливий до якості та повноти сформованої початкової множини структурних елементів, на основі яких будують структуру ІДДМ. При вичерпанні можливостей поточних структур (вичерпання джерел нектару) щодо знаходження адекватної моделі, відома обчислювальна схеми призводить до зациклювання.

Усі зазначені недоліки спонукають до ґрунтовного дослідження часових характеристик методу структурної ідентифікації ІДДМ, який ґрунтується на поведінковій моделі бджолиної колонії, та до його удосконалення.

Підсумовуючи проведений аналіз методів структурної ідентифікації ІДДМ у формі різницевих рівнянь, варто зазначити, що ці методи є складними для реалізації користувачем, містять

складні процедури параметричної ідентифікації і вимагають створення інформаційної технології для комп'ютерного моделювання, яка б інтегрувала як методи й засоби отримання даних, їх попереднього аналізу, так і методи й засоби структурної та параметричної ідентифікації для побудови адекватних ІДДМ.

Висновки до розділу 1

1. Проведено аналіз методів та засобів побудови інтервальних моделей статичних та динамічних систем. Зокрема, описано особливості побудови знання-орієнтованих систем, здійснено аналіз дедуктивного та індуктивного підходів до математичного моделювання складних систем, розглянуто методи аналізу інтервальних даних та їх застосування до задач структурної та параметричної ідентифікації, методи оцінювання області розв'язків задачі параметричної ідентифікації у випадку аналізу інтервальних даних.

2. Встановлено недоліки існуючих методів та алгоритмів структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів з умовами забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних і на цій основі сформульовано подальші задачі для дослідження та розгляду зазначених методів.

3. Виходячи з вище проведеного аналізу, для даного класу методів існує проблема зниження обчислювальної складності процесів побудови математичних моделей характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності з одночасним забезпеченням гарантованої точності цих моделей в межах необхідних для розв'язування задач прийняття рішень в системах орієнтованих на дані та моделі.

РОЗДІЛ 2.
МЕТОДИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ

Розглянуті методи параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, які забезпечують побудову коридору інтервальних моделей, не завжди придатні у випадку, коли необхідно розв'язувати нелінійну задачу параметричної ідентифікації. Разом з тим, на практиці часто достатньо знайти хоча б одну математичну модель із коридору.

У цьому розділі розглядається простіший метод параметричної ідентифікації, придатний для розв'язування як лінійної так і нелінійної задач та побудований на поведінкових моделях бджолиної колонії. Також наведено його модифікацію для випадку отримання коридору інтервальних моделей.

У наступній частині розділу розглянуто задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей як статичних так і динамічних об'єктів та запропоновано метод її розв'язування на основі поведінкових моделей штучної бджолиної колонії. Попередньо показано подібність математичного формулювання задач структурної та параметричної ідентифікації, особливо у випадку нелінійності останньої. На цій основі запропоновано спільний підхід до розв'язування задач параметричної та структурної ідентифікації.

2.1. Постановка задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів

Як було зазначено у попередніх підрозділах задача параметричної ідентифікації, полягає у знаходженні розв'язків ІСЛАР. Разом з тим, це є частковий випадок, коли ця задача лінійна за невідомими параметрами. Розглянемо детально цю постановку.

Спочатку робимо припущення, що вихідна характеристика y_0 статичного об'єкта має вигляд алгебричного виразу

$$y_0 = g_i\varphi_1(\vec{x}) + \ldots + g_m\varphi_m(\vec{x}), \qquad (2.1)$$

а результати експерименту отримано в інтервальному вигляді:

$$x_{i1} \cdots x_{in} \longrightarrow \left[y_i^-; y_i^+ \right], i = 1,..., N . \qquad (2.2)$$

Тоді задача параметричної ідентифікації (при відомих базисних функціях) полягає у знаходженні розв'язків такої ІСЛАР:

$$\begin{cases} y_1^- \le g_1\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + g_m\varphi_m(\vec{x}_1) \le y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \le g_1\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + g_m\varphi_m(\vec{x}_N) \le y_N^+. \end{cases} \qquad (2.3)$$

Проте для складніших об'єктів, математична модель у вигляді алгебричного виразу (2.1) може виявитися достатньо складною. Тобто вираз може містити значну кількість елементів чи складних базисних функцій. Також може бути випадок, коли взагалі не можливо отримати модель статичного об'єкта із використанням лінійного за невідомими параметрами виразу (2.1). У цих випадках вихідну характеристику y_0 статичного об'єкта можемо представити у вигляді нелінійного алгебричного виразу

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1\left(\vec{x}\right) + ... + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m\left(\vec{x}\right). \qquad (2.4)$$

Як бачимо з виразу (3.4), базисні функції $\varphi_{m+1}(\vec{g}),...,\varphi_{2m}(\vec{g})$ стосуються невідомих параметрів моделі. Зважаючи на результати (2.2) експерименту, які отримано в інтервальному вигляді, задачу параметричної ідентифікації в цьому випадку, за аналогією із лінійним випадком моделі, отримаємо у такому вигляді:

$$\begin{cases} y_1^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_1) \le y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_N) \le y_N^+. \end{cases} . \qquad (2.5)$$

Таким чином, у цьому випадку отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей

статичних об'єктів у вигляді інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР).

Очевидною є складність розв'язування цієї задачі у порівнянні із задачами розв'язування ІСЛАР. Застосування методів розглянутих у першому розділі монографії є проблемним, а у більшості випадків взагалі неможливим. В цих умовах розглянемо метод, який дає можливість розв'язувати як задачі параметричної ідентифікації у першому випадку (лінійної) так і для загального випадку задачі (нелінійної). Такий єдиний підхід до розв'язування цих обох задач дає можливість створити також єдиний інструментарій та спростити процес побудови цих моделей для користувачів-практиків, які не є детально обізнані з тонкощами розробки таких математичних моделей. Основою для побудови такого методу слугують поведінкові моделі штучної бджолиної колонії. Зазначимо, що у цьому випадку метод параметричної ідентифікації набуває властивостей самоорганізації та самоадаптації.

2.2. Теоретичні підстави методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів

Отже, як випливає з вище зазначеного, в загальному випадку задача параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів є задачею знаходження розв'язків інтервальної системи (2.5). Зважаючи на складність розв'язування цієї системи, спочатку розглянемо можливість знаходження її хоча б одного розв'язку.

По-перше, враховуючи, що зазначена задача не може бути розв'язана для загального випадку в аналітичному вигляді, потрібно розробити деяку ітераційну процедуру знаходження розв'язку ІСНАР. Одним із підходів, може бути метод повного перебору, який очевидно, що є неефективним. По- друге, доцільно детально проаналізувати випадок, коли ІСНАР (2.5) стає сумісною і на цій основі розробити метод параметричної ідентифікації та процедури його реалізації.

Отже, що означатиме сумісність ІСНАР (2.5)?

Покажемо це, спираючись на аналогії із випадком лінійної задачі параметричної ідентифікації, який розглянуто у першому та другому розділах.

Спочатку припустимо, що у якийсь спосіб отримано розв'язок ІСНАР (2.5) у вигляді оцінок $\hat{g}_1,...,\hat{g}_m$ значень параметрів моделі. Підставимо отримані оцінки $\hat{g}_1,...,\hat{g}_m$ у вираз (2.4) одночасно із зафіксованими значеннями вхідної змінної $\vec{x}_i$ (у точках експерименту). Отримаємо:

$$\hat{y}(\vec{x}_i) = \varphi_{m+1}(\hat{\vec{g}})\varphi_1(\vec{x}_i) + ... + \varphi_{2m}(\hat{\vec{g}})\varphi_m(\vec{x}_i). \qquad (2.6)$$

Якщо ж оцінки параметрів подати у вигляді деяких інтервалів $[\hat{g}_1^-;\hat{g}_1^+],...,[\hat{g}_m^-;\hat{g}_m^+]$- як множину розв'язків ІСНАР (2.5), то тоді отримаємо оцінку вихідної характеристики у вигляді інтервалів:

$$[\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)] = \varphi_{m+1}([\hat{\vec{g}}^-;\hat{\vec{g}}^+])\varphi_1(\vec{x}_i) + ... + \varphi_{2m}([\hat{\vec{g}}^-;\hat{\vec{g}}^+])\varphi_m(\vec{x}_i). \qquad (2.7)$$

Таким чином, сумісність ІСНАР (2.5) означатиме належність інтервалів значень прогнозованої характеристики $[\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)]$ у точках експерименту $\vec{x}_i$, до інтервалів $\left[y_i^-;y_i^+\right], i=1,...,N$, отриманих експериментально у тих же самих точках експерименту, тобто, коли виконуються такі умови:

$$[\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)] \subset \left[y_i^-;y_i^+\right], i=1,...,N \qquad (2.8)$$

Тепер можемо стверджувати, що ітераційна процедура для методу оцінювання розв'язку ІСНАР (2.5) повинна ґрунтуватися на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки параметрів математичної моделі, представленої алгебричним виразом (2.6) чи (2.7). Наскільки якісною виявиться оцінка параметрів на кожній l-тій ітерації можемо задати величиною $\delta([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])$ у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Спираючись на умови (2.8), вираз для функції $\delta([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])$, для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді:

$$\delta([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]) = \max_{i=1,...,N}\left\{\left| mid([\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)]) - mid(\left[y_i^-;y_i^+\right]) \right|\right\},$$

якщо $[\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^-;y_i^+\right]=\varnothing,\exists i=1,...,N$ (2.9)

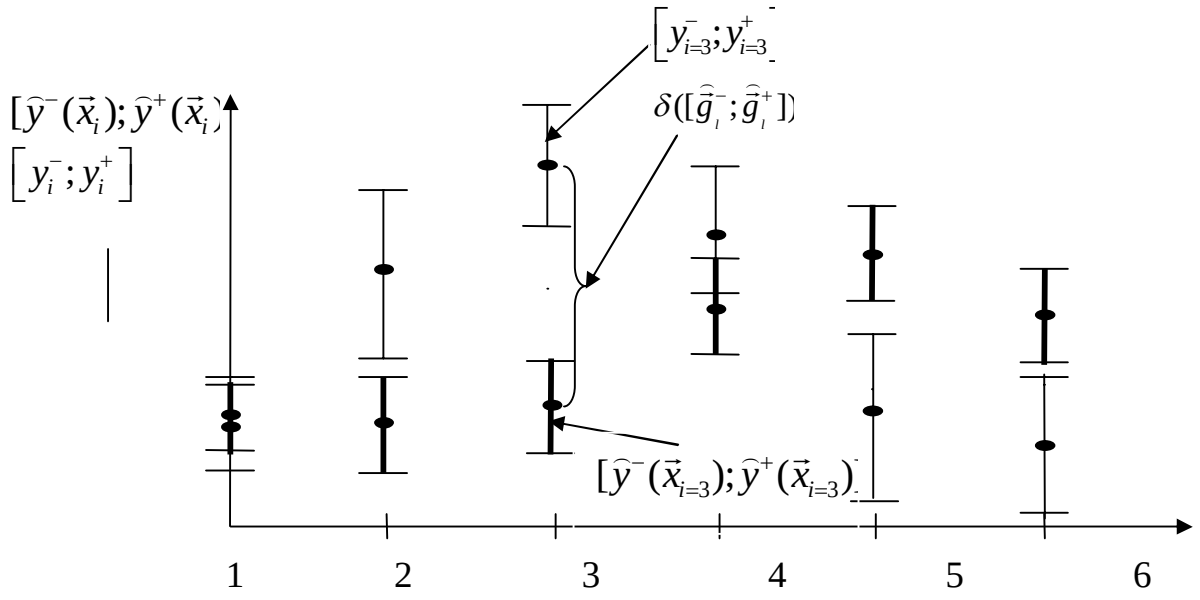
$$\delta([\hat{\bar{g}}_l^-;\hat{\bar{g}}_l^+])=\max_{i=1,...,N}\left\{wid([\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)])-wid([\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^-;y_i^+\right])\right\},$$

якщо $[\hat{y}^-(\vec{x}_i);\hat{y}^+(\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^-;y_i^+\right]\neq\varnothing,\forall i=1,...,N$ (2.10)

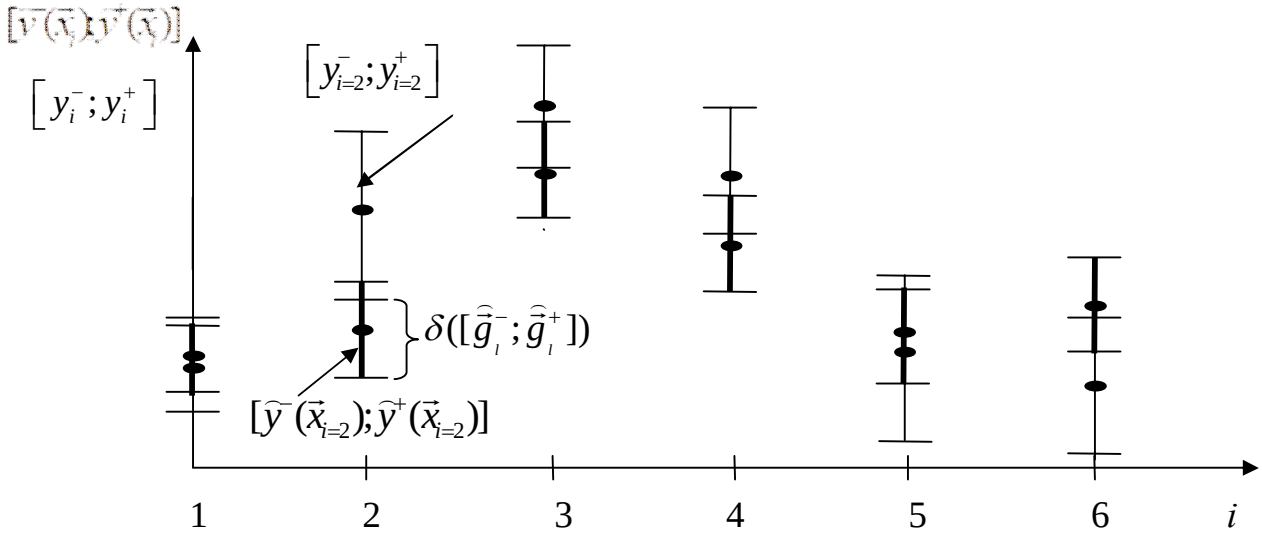
де *mid*(•), та *wid*(•) - операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

На рис. 2.1 проілюстровано спосіб обчислення значень цієї функції $\delta([\hat{\bar{g}}_l^-;\hat{\bar{g}}_l^+])$ для обох випадків.

Як бачимо із рис 2.1 а), у першому випадку (обчислення функції за формулою (2.9)) інтервальні оцінки прогнозованої характеристики та отримані із експерименту для шести спостереженьсуттєво відмінні одна від одної. Найбільше відхилення спостерігається між центрами інтервалів $[\hat{y}^-(\vec{x}_{i=3});\hat{y}^+(\vec{x}_{i=3})]$та $\left[y_{i=3}^-;y_{i=3}^+\right]$, тобто для третього спостереження. Модуль відхилення центрів цих інтервалів і є значенням функції $\delta([\hat{\bar{g}}_l^-;\hat{\bar{g}}_l^+])$.



а)



б)

Рисунок 2.1 – Приклади обчислення функції $\delta([\hat{\bar{g}}_l^-;\hat{\bar{g}}_l^+])$:
а)- випадок використання формули (2.9); б)- випадок використання формули (2.10), пов'язаний із уточненням інтервальних оцінок параметрів

Можна припустити, що у цьому випадку інтервальні оцінки прогнозованої характеристики отримані за наявності достатньо неточних інтервальних $[\hat{g}_1^-;\hat{g}_1^+],...,[\hat{g}_m^-;\hat{g}_m^+]$оцінок параметрів моделі, які не є розв'язками ІСНАР (2.5). У випадку, якщо отримані оцінки параметрів $\hat{g}_1,...,\hat{g}_m$для математичної моделі характеристики статичного об'єкта у вигляді (2.6), то у цьому випадку формула (2.9) набуває такого вигляду:

$$\delta(\hat{\bar{g}}_l)=\max_{i=1,...,N}\left\{\left|\hat{y}^-(\vec{x}_i)-mid\left(\left[y_i^-;y_i^+\right]\right)\right|\right\},\text{ якщо }\hat{y}(\vec{x}_i)\notin\left[y_i^-;y_i^+\right],\exists i=1,...,N \quad (2.11)$$

Варто зауважити, як тільки

$$\hat{y}(\vec{x}_i)\in\left[y_i^-;y_i^+\right],\forall i=1,...,N, \quad (2.12)$$

то процедуру ідентифікації завершуємо. Тобто в цьому випадку функція, яка задає якість оцінок параметрів набуває простішого вигляду і взамін формули (2.10) використовуємо умови (2.12). Проте, зазначений випадок виникає не часто, оскільки через наявні

похибки заокруглень при обчисленнях за наведеними вище виразами, використовуємо правила інтервальної арифметики.

Як тільки інтервальні оцінки параметрів моделі в процесі ітераційної процедури уточняються, то інтервали значень прогнозованої характеристики та інтервали значень цієї ж характеристики, які отримано за результатами експерименту, перетинаються для кожного фіксованого вектора вхідних змінних $\vec{x}_i$. Вказаний приклад наведено на рис. 2.1 б). У цьому випадку функцію $\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])$ обчислюємо за формулою (2.10). Із рис. 2.1 б) випливає, що найбільшим є відхилення між інтервалами $[\widehat{y}^{-}(\vec{x}_{i=2});\widehat{y}^{+}(\vec{x}_{i=2})]$ та $\left[y_{i=2}^{-};y_{i=2}^{+}\right]$, тобто для другого спостереження. Формула (2.9) представляє саме це відхилення.

Застосування двох формул для розрахунку функції якості поточного наближення параметрів моделі статичного об'єкта, дещо ускладнює побудову, проте, такий підхід є обґрунтованим, оскільки прискорює пошук оптимальних оцінок вектора параметрів, через простоту обчислювальної реалізації формули (2.9).

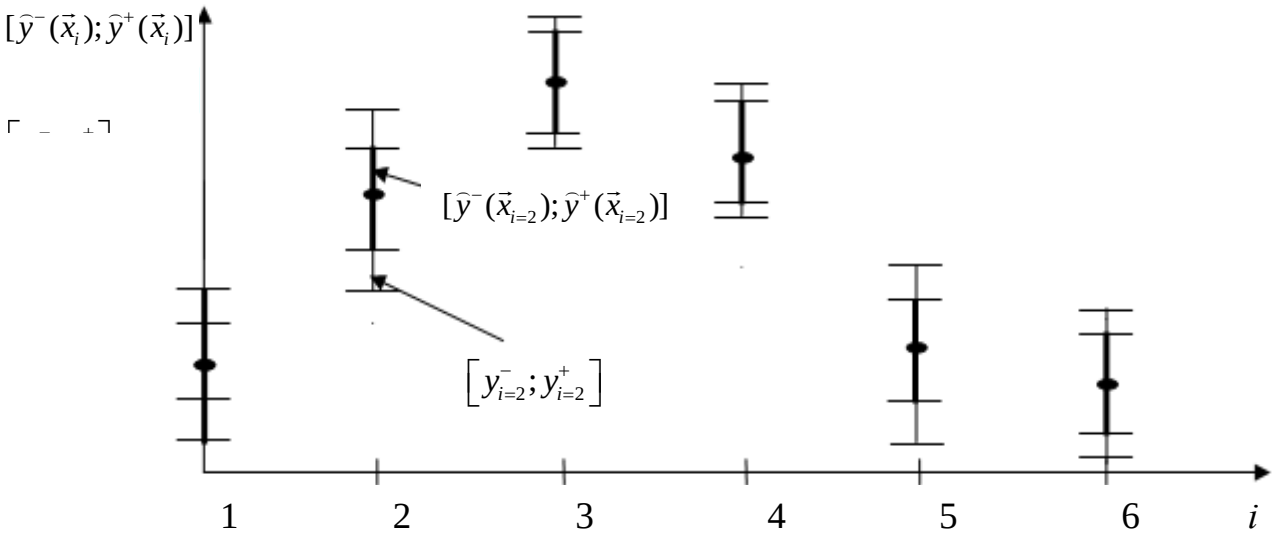


Рисунок 2.2 – Приклад обчислення функції якості параметрів за формулою (2.10), для випадку $\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])=0$ (завершення процедури пошуку розв'язків ІСНАР (2.5)

В результаті виконання скінченної послідовності процедур (якщо ІСНАР (2.5) сумісна), отримаємо нульове значення функції якості оцінок параметрів, тобто

$$\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])=0, \qquad (2.13)$$

а отримані оцінки параметрів будуть розв'язками ІСНАР (2.5). Варто зазначити, що отримане нульове значення функції $\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])$ є її мінімальним значенням. Зазначений випадок наведено на рис. 2.2.

Для подальшого використання формул (2.9) та (2.10) з метою обчислення значень функції $\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])$ якості параметрів, перепишемо їх у розгорнутому вигляді. Для цього підставимо замість інтервалу прогнозованих значень характеристики $[\widehat{y}^{-}(\vec{x}_i);\widehat{y}^{+}(\vec{x}_i)]$ у цих формулах, вираз (2.7) з якого обчислюється зазначений інтервал. Отримаємо:

$$\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])=\max_{i=1,\dots,N}\left\{\left|mid(\varphi_{m+1}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi_{2m}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_m(\vec{x}_i))-mid([y_i^{-};y_i^{+}])\right|\right\},$$

$$\text{якщо } [\widehat{y}^{-}(\vec{x}_i);\widehat{y}^{+}(\vec{x}_i)]\cap[y_i^{-};y_i^{+}]=\varnothing,\exists i=1,\dots,N \qquad (2.14)$$

$$\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])=\max_{i=1,\dots,N}\left\{wid(\varphi_{m+1}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi_{2m}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_m(\vec{x}_i))-\right.$$

$$\left.wid(\varphi_{m+1}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi_{2m}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi_m(\vec{x}_i))\cap[y_i^{-};y_i^{+}]\right\},$$

$$\text{якщо } [\widehat{y}^{-}(\vec{x}_i);\widehat{y}^{+}(\vec{x}_i)]\cap[y_i^{-};y_i^{+}]\neq\varnothing,\forall i=1,\dots,N. \qquad (2.15)$$

Тепер важливим питанням залишається, як оптимальним чином організувати ітераційну процедуру обчислення послідовності інтервальних оцінок компонент векторів параметрів $[\widehat{\vec{g}}_1^{-};\widehat{\vec{g}}_1^{+}]$, $[\widehat{\vec{g}}_2^{-};\widehat{\vec{g}}_2^{+}],\dots,[\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}],\dots$ у такий спосіб, щоб забезпечити таку послідовність оцінювання значень функції, яка визначає їх якість $\delta([\widehat{\vec{g}}_1^{-};\widehat{\vec{g}}_1^{+}])$, $\delta([\widehat{\vec{g}}_2^{-};\widehat{\vec{g}}_2^{+}]),\dots,\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}]),\dots$, обчислених за виразом (3.14), або (3.15), яка призводить до виконання таких умов:

$$\delta([\widehat{\vec{g}}_1^{-};\widehat{\vec{g}}_1^{+}])>\delta([\widehat{\vec{g}}_2^{-};\widehat{\vec{g}}_2^{+}])>,\dots,>\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}]),\dots,>\delta([\widehat{\vec{g}}_{l=L}^{-};\widehat{\vec{g}}_{l=L}^{+}]\subset\Omega), \qquad (2.16)$$

де Ω - область розв'язків ІСНАР (2.5).

Задачу організації цієї ітераційної процедуридля обчислення послідовності інтервальних оцінок векторів параметрів, розглянуто у наступному параграфі.

2.3. Метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

Опираючись на викладене в параграфі 2.2, задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичного об'єкта, сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta([\widehat{\bar{g}}_l^-;\widehat{\bar{g}}_l^+]) \xrightarrow{[\widehat{\bar{g}}_l^-;\widehat{\bar{g}}_l^+]} \min, [\widehat{g}_{jl}^-;\widehat{g}_{jl}^+] \subset [g_{jl}^{low};g_{jl}^{up}],\ j=1,...,m,\ l=1,...,S, \quad (2.17)$$

де g_{jl}^{low}, g_{jl}^{up} - найменше та найбільше значення кожного параметра моделі, а значення функції мети $\delta([\widehat{\bar{g}}_l^-;\widehat{\bar{g}}_l^+])$ обчислюватимемо за формулою (2.14) чи (2.15).

Як було показано у першому розділі, поведінкові моделі бджолиної колонії, формально представлені АБК, є одним із найефективніших інструментів організації розв'язування оптимізаційних задач за рахунок елементів самоорганізації та адаптації. Особливо це може бути ефективним у випадку використання такої складної та дискретної функції мети, що задана формулою (2.14) чи (2.15).

Алгоритм штучної бджолиної колонії (АБК) – є евристичним алгоритмом, який ґрунтується на принципах ройового інтелекту. Основна ідея АБК полягає у реалізації поведінки колонії медоносних бджіл у процесі пошуку їжі (нектару).

У контексті поведінки бджолиної колонії, спочатку із вулика вилітають бджоли-розвідники, які шукають джерела нектару у випадковому напрямку. Цю фазу бджіл називатимемо *фазою ініціалізації*. Цінність джерела нектару залежить від деякої кількісної характеристики, яка залежить від кількості нектару та відстані від вулика до цього джерела.

Коли бджоли повертаються до вулика, то повідомляють інших особин колонії про виявлені джерела нектару та їх якість. На основі отриманої інформації, у якій вказано кількість знайденого нектару, напрямку до джерела та відстані від вулика, бджоли із вулика обирають джерело нектару, до якого полетять. Тоді наступає *фаза робочих бджіл*. Ці робочі бджоли також мають дослідників джерел

нектару. Ця фаза стосується *бджіл дослідників*. Чим якісніше джерело їжі, тим більше бджіл із вулика до нього полетить. Далі процес повторюється. Якщо джерела нектару вичерпуються, то наступає *фаза бджіл–дослідників*. Бджоли-дослідники (їх невелика кількість) випадковим чином шукають інші джерела нектару. Далі процес знову повторюється.

Тепер вище викладені механізми розглянемо при побудові методу розв'язування оптимізаційної задачі (2.17), тобто задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів.

Фаза ініціалізації. Вектори, які визначають координати джерел нектару позначаємо за $\hat{\bar{g}}_l$. Отже це і є вектори параметрів моделі в контексті розв'язування задачі (2.17). Кожен вектор координат джерела нектару відповідає одній *l*-тій бджолі, яка його досліджує. Позначимо чисельність усієї популяції за *S*. Всі вектори популяції ініціалізуються (l = 1,...,*S*) бджолами- розвідниками. Кожен вектор параметрів містить m змінних $g_{jl}, j = 1,...,m,$ які слід оптимізувати, щоб мінімізувати цільову функцію у задачі (2.17).

На цій фазі для ініціалізації випадковим чином початкових джерел нектару використовуємо таку формулу:

$$[\hat{g}_{jl}^{-}; \hat{g}_{jl}^{+}] = [g_{jl}^{low}] + rand(0,1) * (g_{jl}^{up} - g_{jl}^{low}),\ j = 1,...,m, l = 1,...,S, \qquad (2.18)$$

де $[g_{jl}^{low}] = [g_{jl}^{low-}; g_{jl}^{low+}]$ - означає деякий початковий інтервал значень параметрів на стадії ініціалізації (для спрощення в подальшому розгляді будемо використовувати саме таке позначення інтервалів); $rand(0,1)$ - випадкове дійсне число із діапазону [0;1], яке згенеровано відповідно до рівномірного закону розподілу.

Зауважимо, що для випадку пошуку точкових оцінок параметрів, інтервал $[g_{jl}^{low}]$ вироджується до деякого числового значення.

Варто зазначити, що на цій фазі також налаштовуємо усі параметри алгоритму, такі як *mcn* =0 – поточний номер ітерації та *MCN* – загальна кількість ітерацій, *LIMIT* – число, яке визначає вичерпність джерела, та його поточне значення *limit* =0.

Фаза робочих бджіл

Робочі бджоли шукають нові джерела, які містять більше нектару. В контексті оптимізаційної задачі (2.17) це означає пошук нових розв'язків з меншими значеннями функції мети (2.14) чи (2.15). Отже, вони (робочі бджоли) шукають сусідні, по відношенню до поточних, джерела нектару та оцінюють їх «якість». Для обчислення сусідніх джерел нектару використовуємо такі формули:

$$[\hat{g}_{jl}^{mcn}] = [\hat{g}_{jl}] + \Phi_{jl} * (\hat{g}_{jl} - \hat{g}_{jp}),\ j = 1,...,m,\ p \neq l = 1,...,S, \qquad (2.19)$$

де $[\hat{g}_{jl}^{mcn}]$- інтервал координати джерела нектару на поточній ітерації;

$\vec{g}_p$ - випадково обраний вектор координат джерела нектару із $p \neq l = 1,...,S$;

$j = 1,...,m$ - випадково обраний індекс параметра;

Φ_{jl} - випадкове число із діапазону [-1,1].

В контексті оптимізаційної задачі (2.16), вибір формули (2.19) важливий, оскільки при наближені до локального чи глобального мінімуму функції мети, крок пошуку буде зменшуватися за рахунок використання у цій формулі різниці $\hat{g}_{jl} - \hat{g}_{jp}$ - як довжини кроку.

Після обчислення координат нових джерел нектару $\vec{g}_l^{mcn}$ проводиться попарна селекція між існуючими та поточними із застосуванням функції мети (3.14) чи (3.15):

$$[\hat{\vec{g}}_l] = \left\{ [\hat{\vec{g}}_l],\ якщо\ \delta([\hat{\vec{g}}_l]) \le \delta\left(\left[\hat{\vec{g}}_l^{mcn}\right]\right) \right\}$$

або

$$[\hat{\vec{g}}_l] = \left\{ [\hat{\vec{g}}_l^{mcn}],\ якщо\ \delta([\hat{\vec{g}}_l]) > \delta\left(\left[\hat{\vec{g}}_l^{mcn}\right]\right) \right\}. \qquad (2.20)$$

Фаза бджіл дослідників. Згідно з поведінковою моделлю бджолиної колонії, неробочі бджоли складаються з двох груп: дослідників та розвідників. Робочі бджоли прилітають до вулика і діляться своєю інформацією про джерела нектару з бджолами дослідниками цих джерел, які чекають їх у вулику. Останні вибирають (за ймовірністю) джерела нектару, залежно від отриманої інформації.

Для цього для кожного поточного джерела нектару розраховуємо ймовірність P_l його вибору бджолами дослідниками:

$$P_l = \frac{1-\delta([\hat{\bar{g}}_l])}{\sum_{l=1}^{S}(1-\delta([\hat{\bar{g}}_l]))}. \qquad (2.21).$$

На підставі розрахованих імовірностей, бджоли розвідники обирають окіл певних джерел нектару $\hat{\bar{g}}_l$, який складається з m_l точок, координати яких обчислені як центри інтервалів, обчислених за формулою (2.19). При цьому, кількість точок околу для кожного джерела обчислюємо за формулою:

$$m_l = P_l \cdot S,\ l = 1,...,S,\ m_{l=1} = 0. \qquad (2.22)$$

В контексті розв'язування оптимізаційної задачі, такий підхід дає можливість більш детально досліджувати ділянки простору розв'язків цієї задачі, де більш ймовірно може знаходитися глобальний мінімум.

Далі для кожного згенерованого джерела нектару обчислюємо функцію мети (2.14) чи (2.15) і знову проводимо попарну селекцію між існуючими та поточними джерелами нектару на основі виразу (2.20).

Фаза бджіл розвідників. Це фаза бджіл, які обирають нові джерела нектару випадковим чином. Тобто це означає, що на цій фазі параметри моделі обчислюємо із застосуванням виразу (2.18). Ця процедура відбувається наступним чином. Робочі бджоли, які продукують нові розв'язки задачі оптимізації, стають бджолами розвідниками, якщо ці розв'язки не покращуються протягом багатьох ітерацій. В контексті поведінкової моделі бджолиної колонії це означає вичерпання поточних джерел нектару, коли лічильник *limit*перевищує його межове значення *LIMIT*.

В контексті розв'язування задачі параметричної ідентифікації (2.17) цей механізм означає можливість виходити із локальних мінімумів. Варто зазначити, що таких бджіл розвідників на цій фазі є дуже мало, усього декілька відсотків від усіх робочих бджіл.

2.4. Метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів

Тепер розглянемо задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів. Як і у попередньому випадку, спочатку зробимо припущення щодо структури математичної моделі. Спираючись на результати у першому розділі, для моделювання динамічних об'єктів використовуємо диференціальні рівняння, а в нашому випадку їх дискретні аналоги, тобто різницеві рівняння.

Отже, розглянемо математичну модель об'єкта у вигляді такого різницевого рівняння:

$$v_k = \vec{f}^T(v_{k-d},...,v_{k-1}\,\vec{u}_0,...,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\vec{g},\ k=d,...,K, \qquad (2.23)$$

де v_k – модельована характеристика динамічного об'єкта на часовій дискреті $k=d,...,K$;

$\vec{u}_0,...,\vec{u}_k$ - вектори вхідних змінних (управлінь);

d – порядок дискретної динамічної моделі (ДДМ);

$\vec{g}$ – вектор невідомих параметрів моделі;

$\vec{f}^T(\bullet)$ - вектор відомих базисних функцій.

Виразом (2.23) подано лінійне за параметрами різницеве рівняння. В цілому, не порушуючи загальності розгляду, можемо припустити, що рівняння може бути і нелінійним. Як буде показано нижче, в цілому, математична задача ідентифікації параметрів моделі динамічного об'єкта залишається незмінною, як для випадку лінійних параметрів, так і для нелінійності параметрів.

Результати експерименту подаємо у вигляді інтервалів можливих значень характеристики об'єкта:

$$[z_k^-; z_k^+],\ k=0,...,K,$$

де z_k^-, z_k^+ - відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень характеристики, встановлених за результатами спостережень, у часових дискретах $k=0,...,K$.

Як було показано у першому розділі, виконання вимог забезпечення точності математичної моделі в межах точності інтервальних даних призводить до отримання такої інтервальної системи:

$$\begin{cases} [\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]\subseteq[z_0^-;z_0^+],...,[\hat{v}_{d-1}^-;\hat{v}_{d-1}^+]\subseteq[z_{d-1}^-;z_{d-1}^+]; \\ \\ z_k^- \le \vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)\cdot\hat{\vec{g}} \le z_k^+, k=d,...,K. \end{cases}, \qquad (2.24)$$

у якій перша стрічка – початкові умови, а наступні – умови узгодження експериментальних даних та прогнозованих, які будемо обчислювати на основі математичної моделі, параметри якої потрібно обчислити із системи (2.24). Спираючись на загальне представлення моделі об'єкта у вигляді різницевого рівняння (2.23), зазначену математичну модель, коли вже обчислено оцінки параметрів, подаємо таким виразом:

$$[\hat{v}_k]=[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]=\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],...,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_0,...,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\hat{\vec{g}},\ k=d,...,K., \qquad (2.25)$$

де $[\hat{v}_k]$ – інтервальна оцінка модельованої характеристики динамічного об'єкта на часових дискретах $k=d,...,K$;

$\hat{\vec{g}}$ – вектор оцінок параметрів моделі.

Усі обчислення, як при побудові моделі (2.25), так і при її застосуванні проводимо із застосуванням інтервальної арифметики. Тому такі моделі називаємо інтервальними дискретними моделями динамічних об'єктів (ІДМДО).

Як показано у першому розділі, отримана інтервальна система (2.24) є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь – ІСНАР. Також очевидним є, що у випадку нелінійності параметрів моделі, ІСНАР (2.24) залишатиметься нелінійною.

Як бачимо, як і у випадку параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, маємо справу з однаковою математичною задачею, суть якої полягає у розв'язуванні або знаходженні хоча б одного розв'язку ІСНАР.

Проте, у випадку динамічних об'єктів є певні особливості. Розглянемо їх детальніше.

Так як і у випадку зі статичними об'єктами, необхідно дослідити умови, коли ІСНАР (2.24) стає сумісною і на цій основі розробити метод параметричної ідентифікації та процедуру його обчислювальної реалізації.

Як показано у попередніх параграфах, сумісність ІСНАР (2.24) по аналогії із ІСНАР (2.5) означатиме належність інтервалів значень прогнозованої характеристики $[\hat{v}_k]$ динамічного об'єктана часових дискретах $k = 0,...,K$ до інтервалів $[z_k^-; z_k^+]$, отриманих експериментально у тих же самих дискретах, тобто, коли виконуються такі умови:

$$[\hat{v}_k] \subset \left[z_k^-; z_k^+ \right], k = 0,...,K \tag{2.26}$$

Отже, ітераційна процедура для методу оцінювання розв'язку ІСНАР (2.24) повинна ґрунтуватися на досліджені на кожній ітерації «якості» оцінки параметрів математичної моделі, представленої різницевим рівнянням (2.25). Якість оцінки параметрів на кожнійl-тій ітерації, по аналогії із випадком побудови моделі статичної системи, задаємо величиною $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою, модельованого, на основі різницевої схеми (2.25), та експериментального інтервалів $[z_k^-; z_k^+]$ для кожної дискрети – у випадку, коли ці інтервали не перетинаються. У випадку перетину цих інтервалів, функцію $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ визначатимемо найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів. Вираз для функції $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$, для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді, відповідно:

$$\delta(\hat{\bar{g}}) = \max_{i=1,...,N} \left\{ \left| mid([\hat{v}_k]) - mid([z_k^-; z_k^+]) \right| \right\}, \text{якщо } [\hat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+] = \varnothing, \exists k = 0,...,K \tag{2.27}$$

$$\delta(\hat{\bar{g}}) = \max_{i=1,...,N} \left\{ wid([\hat{v}_k]) - wid([\hat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+]) \right\},$$

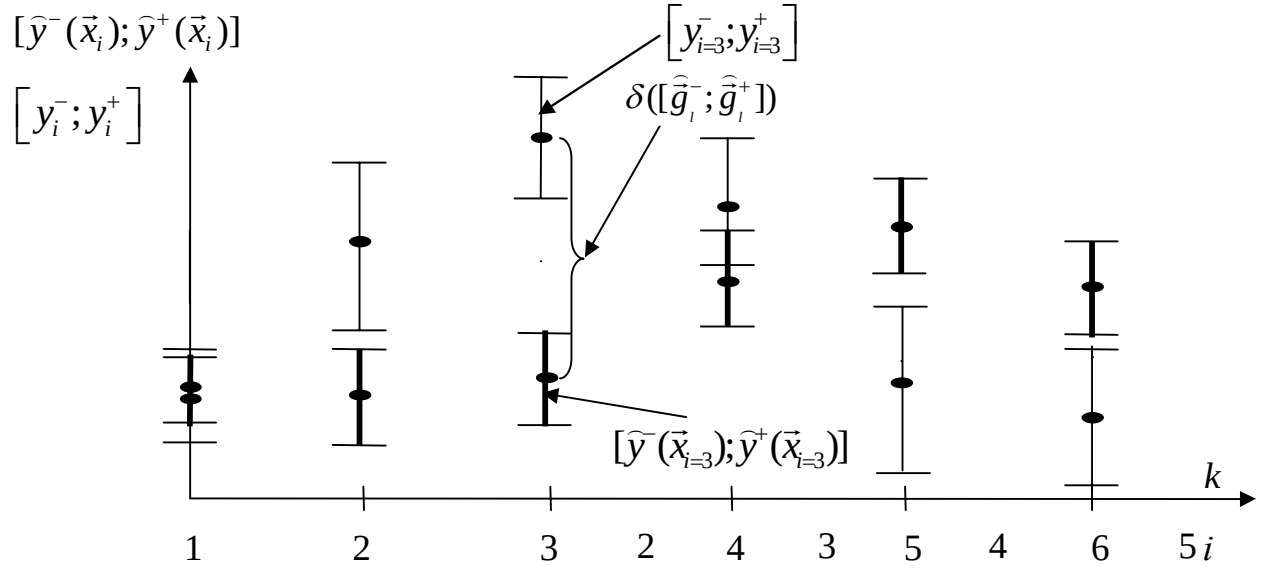
$$\text{якщо } [\hat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+] \neq \varnothing, \forall k = 0,...,K \tag{2.28}$$

Зауважимо, ІСНАР (2.24), на відміну від ІСНАР (2.5) хоч також містить нелінійні інтервальні рівняння, проте є суттєво складнішою, оскільки кожне рівняння формується рекурентно.

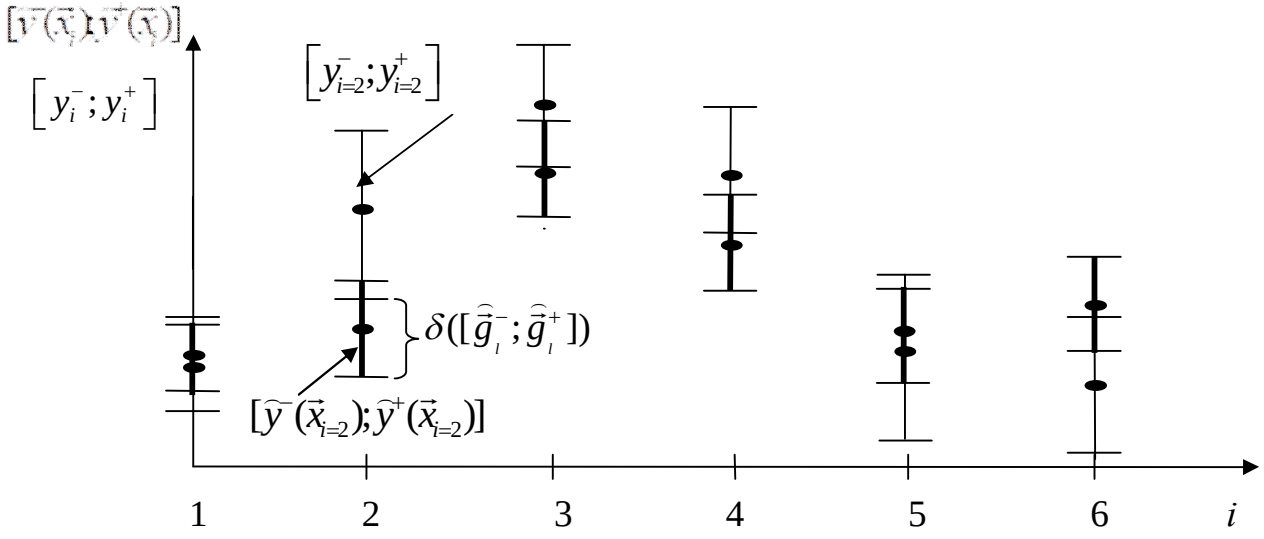
Тому, у випадку розробки ІДМДО, задача буде полягати в обчисленні тільки одного розв'язку ІСНАР (2.24). Оскільки знаходження множини розв'язків у цьому випадку практично неможлива, через високу (комбінаторну) NP обчислювальну складність задачі. Тому вираз для функції $\delta(\hat{\vec{g}}_l)$ не містить інтервальних оцінок параметрів.

На рис. 2.3 проілюстровано спосіб обчислення значень цієї функції $\delta(\hat{\vec{g}}_l)$ для обох випадків для заданих дискрет.

Як бачимо із рис 2.3 а), у першому випадку (обчислення функції за формулою (2.27)) інтервальні оцінки прогнозованої характеристики та отримані із експерименту для шести дискретсуттєво відмінні одна від одної. Найбільше відхилення спостерігається між центрами інтервалів $[\hat{v}_{k=2}]$та $\left[z^-_{k=2}; z^+_{k=2}\right]$, тобто для дискрети з номером 2. Модуль відхилення центрів цих інтервалів і є значенням функції $\delta(\hat{\vec{g}}_l)$.



а)



б)

Рисунок 2.3 – Приклади обчислення функції $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$: а) випадок використання формули (2.27); б) випадок використання формули (2.28), пов'язаний із уточненням оцінок параметрів

Для другого випадку, обчислення значення функції $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ проілюстровано на дискреті з номером 2, оскільки для усіх інших дискрет відхилення між прогнозованими та експериментальними інтервалами є менші.

Варто зауважити, що умови (2.26) завершення ітераційної процедури, своєю чергою, забезпечують виконання такої умови:

$$\delta(\hat{\bar{g}}_l)=0. \tag{2.29}$$

Для використання формул (2.27) та (2.28) в обчислювальних процедурах з метою обчислення значень функції $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$, перепишемо їх у розгорнутому вигляді:

$$\delta(\hat{\bar{g}}_l)=\max_{i=1,\dots,N}\left\{\left|mid(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],\dots,[\hat{v}_{k-1}],\ \vec{u}_0,\dots,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\hat{\bar{g}})-mid(\left[z_k^-;z_k^+\right])\ \right|\right\},$$
$$\text{якщо } [\hat{v}_k]\cap[z_k^-;z_k^+]=\varnothing,\exists k=0,\dots,K \tag{2.30}$$

$$\delta([\hat{\bar{g}}_l^-;\hat{\bar{g}}_l^+])=\max_{i=1,\dots,N}\left\{wid(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],\dots,[\hat{v}_{k-1}],\ \vec{u}_0,\dots,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\hat{\bar{g}})-\right.$$
$$\left.-wid(\vec{f}^T([\hat{v}_{k-d}],\dots,[\hat{v}_{k-1}],\ \vec{u}_0,\dots,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\hat{\bar{g}})\cap\left[z_k^-;z_k^+\right]\right\},$$

якщо $[\widehat{v}_k] \cap [z_k^-; z_k^+] \neq \varnothing, \forall k = 0,..., K$. (2.31)

Як і у випадку побудови математичної моделі для статичного об'єкта, важливим питанням залишається, як оптимальним чином організувати ітераційну процедуру обчислення послідовності інтервальних оцінок компонент векторів параметрів $\widehat{\vec{g}}_1, \widehat{\vec{g}}_2, ..., \widehat{\vec{g}}_l, ...$? Очевидно, що для забезпечення збіжності ітераційної процедури, необхідно забезпечити таку послідовність оцінювання значень функції $\delta(\widehat{\vec{g}}_1)$, $\delta(\widehat{\vec{g}}_2), ..., \delta(\widehat{\vec{g}}_l), ...$, обчислених за виразом (2.30), або (2.31), яка призводить до виконання таких умов:

$$\delta(\widehat{\vec{g}}_1) > \delta(\widehat{\vec{g}}_2) >, ..., > \delta(\widehat{\vec{g}}_l), ..., > \delta(\widehat{\vec{g}}_{l=L} \subset \Omega), \quad (2.32)$$

де Ω - у даному випадку позначає область розв'язків ІСНАР (2.32).

Очевидно, обидві задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів та інтервальних моделей динамічних об'єктів є настільки подібними, що для їх розв'язування можемо використати спільний метод.

Отже, задачу параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічного об'єкта, сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta(\widehat{\vec{g}}_l) \xrightarrow{\widehat{\vec{g}}_l} \min,\ \widehat{g}_{jl} \in [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}],\ j = 1,..., m,\ l = 1,..., S, \quad (2.33)$$

де значення функції мети $\delta(\widehat{\vec{g}}_l)$ обчислюватимемо за формулою (2.30), чи (2.31).

Спираючись на еквівалентність зазначених задач, для побудови методу параметричної ідентифікації використаємо принципи, поведінкових моделей бджолиної колонії.

Фаза ініціалізації. Вектори, які визначають можливі точки мінімуму функції мети із (2.33) – вектори оцінок параметрів позначаємо за $\widehat{\vec{g}}_l$. У контексті поведінкової моделі бджолиної колонії це означає, що кожен вектор координат джерела нектару відповідає одній *l*–тій бджолі, яка його досліджує, при цьому чисельність усієї популяції дорівнює значенню *S*. На цій фазі для

ініціалізації випадковим чином початкових джерел нектару використовуємо таку формулу:

$$\hat{g}_{jl} = g_{jl}^{low} + rand(0,1) * (g_{jl}^{up} - g_{jl}^{low}), j = 1,...,m, l = 1,...,S, \quad (2.34)$$

де g_{jl}^{low}, g_{jl}^{low} - означає нижню у верхню межу значень параметрів на стадії ініціалізації.

Зауважимо, що для випадку пошуку точкових оцінок параметрів, на відміну від випадку ідентифікації інтервальних оцінок параметрів моделі статичного об'єкта, інтервал $[g_{jl}^{low}]$ вироджується до деякого числового значення g_{jl}^{low}.

Варто зазначити, що на цій фазі також налаштовуємо усі параметри алгоритму.

Фаза робочих бджіл.

В контексті оптимізаційної задачі фаза робочих бджіл означає пошук нових оцінок розв'язків з меншими значеннями функції мети (2.30) чи (2.31). Для обчислення можливих точок локального мінімуму функції мети, використовуємо такі формули:

$$\hat{g}_{jl}^{mcn} = \hat{g}_{jl} + \Phi_{jl} * (\hat{g}_{jl} - \hat{g}_{jp}), j = 1,...,m, p \neq l = 1,...,S. \quad (2.35)$$

Після обчислення координат можливих точок мінімуму $\vec{g}_l^{mcn}$ проводиться попарне порівняння існуючих та поточних значень оцінок параметрів із застосуванням функції мети (2.30) чи (2.31):

$$\hat{\bar{g}}_l = \left\{ \hat{\bar{g}}_l, \text{ якщо } \delta(\hat{\bar{g}}_l) \le \delta(\left(\hat{\bar{g}}_l^{mcn} \right) \right\}$$

або

$$\hat{\bar{g}}_l = \left\{ \hat{\bar{g}}_l^{mcn}, \text{ якщо } \delta(\hat{\bar{g}}_l) > \delta\left(\hat{\bar{g}}_l^{mcn} \right) \right\}. \quad (2.36)$$

Фаза бджіл дослідників. В контексті оптимізаційної задачі, на цій стадії визначаємо найбільш ймовірні точки (вектори значень параметрів), в околі яких необхідно проводити детальне дослідження функції мети. Саме ці точки претендують на забезпечення локальних мінімумів функції мети. Для цих цілей

використовуємо ймовірнісний підхід, а саме - обчислюємо ймовірності доцільності дослідження, кожної конкретної точки (заданої вектором значень параметрів), із раніше встановлених. Вираз для обчислення зазначеної ймовірності має такий вигляд:

$$P_l = \frac{1-\delta(\bar{\bar{g}}_l)}{\sum_{l=1}^{S}(1-\delta(\bar{\bar{g}}_l))}. \qquad (2.37)$$

Варто зазначити, що у випадку значної розбіжності між значеннями функції мети $\delta(\bar{\bar{g}}_l)$, обчислених для різних точок (векторів значень параметрів), необхідно формулу (2.37) переписати із урахуванням нормування значень цієї функції. У цьому випадку, формула (2.27) набуває такого вигляду:

$$P_l = \frac{1}{\delta(\bar{\bar{g}}_l)\sum_{l=1}^{S}\frac{1}{\delta(\bar{\bar{g}}_l)}}. \qquad (2.38)$$

На підставі розрахованих імовірностей, визначаємо кількість точок для дослідження околу можливих локальних мінімумів функції мети із задачі (2.33) за формулою (2.22). Проте, зважаючи, що значення m_l у цій формулі повинно бути цілим, оскільки визначає кількість точок в околі досліджуваної точки на предмет знаходження мінімуму функції мети, формулу (2.22) перепишемо у такому вигляді:

$$m_l = ToInt(P_l \cdot S),\ l = 1,...,S,\ m_{l=1} = 0.. \qquad (2.39)$$

де $ToInt(\cdot)$ - оператор виділення цілої частини з числа.

Далі процедура повторюється щодо визначення точок, де досягається найменше значення функції мети.

Для уникнення зациклення на локальних мінімумах функції мети, використовуємо фазу бджіл розвідників.

Фаза бджіл розвідників. Це фаза, де знову випадковим чином продукують нові розв'язки задачі оптимізації. Для цього використовуємо формулу (2.34). Як зазначалося вище, в контексті

поведінкової моделі бджолиної колонії це означає вичерпання поточних джерел нектару.

Кожна ітерація обчислень передбачає отримання нової кількості точок в додаток до поточних. В кінці кожної ітерації маємо 2Sточок – претендентів на дослідження. Тому на завершення ітерації проводимо групову селекцію точок з найменшим значенням функції мети $\delta(\vec{\hat{g}}_l)$, щоб їх кількість дорівнювала значенню S. Ця процедура називається груповою селекцією.

На завершення можемо констатувати, що розглянуті методи розв'язування задач параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів є абсолютно подібними, що створює можливості для використання єдиного іструментарію для їх розв'язування на основі спільного алгоритму. Це суттєвим чином спрощує застосування методу у прикладних задачах, де необхідним є розробка, зазначених вище, моделей.

2.5. Алгоритм реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей складних об'єктів

Спочатку, для кращого розуміння ітераційної процедури обчислення вектора оцінок параметрів, розглянемо графічну інтерпретацію обчислювальної процедури для розв'язування оптимізаційної задачі (2.33) на основі вище розглянутих методів. Для цього використаємо двовимірний випадок m=2 аргументів функції мети із задачі (2.33). Тобто, ілюстрація буде на площині, де здійснюється пошук розв'язків оптимізаційної задачі (2.33).

На рисунку 2.4 наведено ілюстрацію *етапу ініціалізації*S точок з використанням виразу (2.34). Як бачимо, в нашому випадку S = 8.

Варто зазначити, що у контексті розв'язування задачі параметричної ідентифікації інтервальних оцінок параметрів моделі характеристики статичних об'єктів, для ініціалізації використовуємо вираз (2.18), а зображені точки будуть «розмиті», тобто представлені початковими інтервалами $[g_{jl}^{low}]$.

На наступній *фазі робочих бджіл* обчислюємо наступні S точок із використанням виразу (2.35). На рисунку 2.5 проілюстровано цей етап. Далі проводиться попарна селекція

отриманих точок із використанням формул (2.36) – порівнюється кожна пара точок і обирається одна, у якої менше значення $\delta(\widehat{\bar{g}}_l)$.

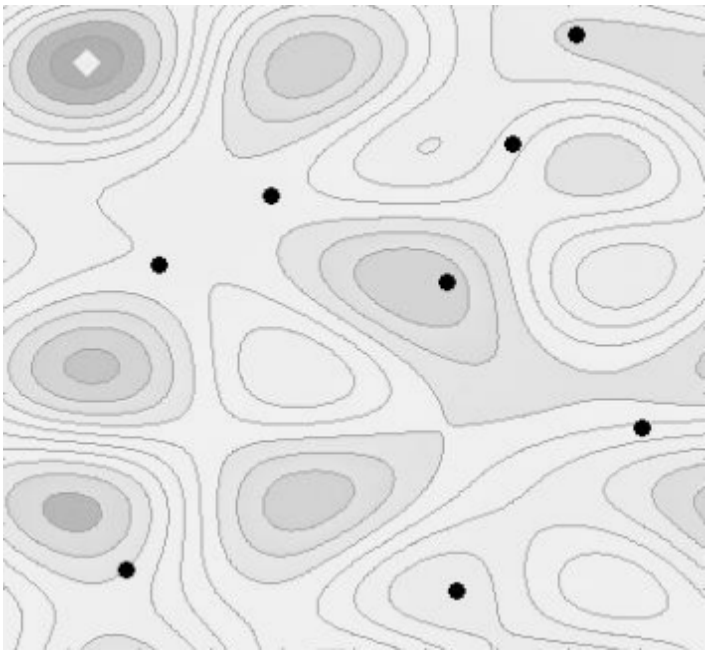


Рисунок 2.4 – Ілюстрація фази ініціалізації перших S точок

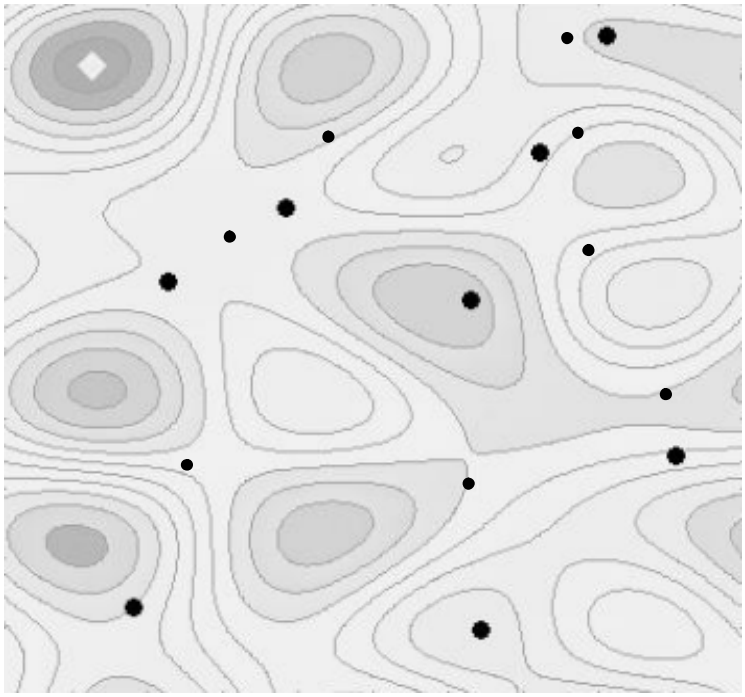


Рисунок 2.5 – Ілюстрація фази робочих бджіл: згенеровано нових S точок.

Далі із виділених в результаті попарної селекції точок, формується нова група із S точок в околі найперспективніших точок з

точки зору знаходження мінімуму функції мети, розміщення яких визначається *фазою бджіл дослідників* на основі формул (2.38) та (2.39) та виразом (2.35) *фази робочих бджіл*. Після цього проводиться групова селекція серед найкращих згенерованих та поточних точок. У цьому випадку порівнюється уся група із 2S точок та обирається S – точок, з найменшим значенням функції $\delta(\bar{\tilde{g}}_l)$.

Графічну ілюстрацію цього етапу наведено на рисунку 2.6. На рисунку 2.6 сірим відтінком позначено ті точки, які забезпечують більше значення функції мети $\delta(\bar{\tilde{g}}_l)$ у порівнянні з іншими, що приймали участь у груповій селекції. Відповідно, вони будуть вилучені з подальшого обстеження на області розв'язків оптимізаційної задачі (2.33).

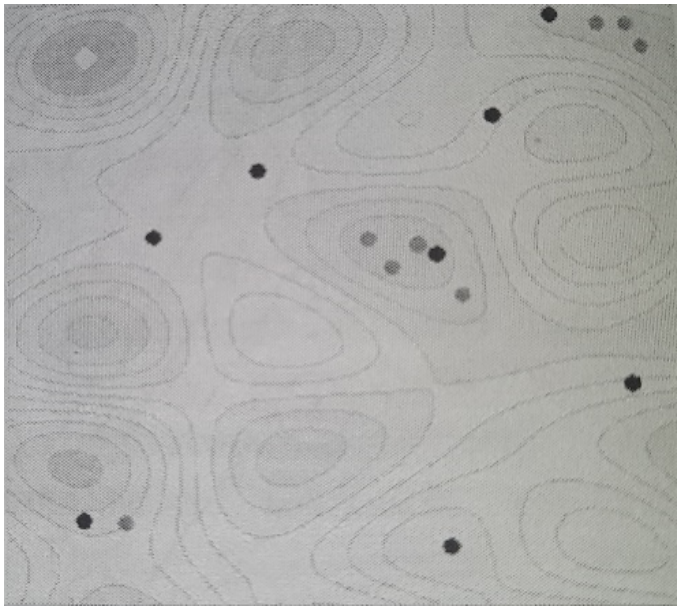


Рисунок 2.6 – Ілюстрація фази робочих бджіл та фази бджіл дослідників: визначення нових (S точок) в околі найбільш ймовірних точок мінімуму, та попарна селекція.

В процесі пошуку точки мінімуму функції $\delta(\bar{\tilde{g}}_l)$, для кожної із уже існуючих точок в їхньому околі генеруються та досліджуються нові точки на основі виразів (2.35), (2.36), (2.38) та (2.39).

У процесі цих досліджень області розв'язків, може виникати ситуація, коли поточна точка не є перспективною, з точки зору можливості знаходження в її околі мінімуму функції $\delta(\bar{\tilde{g}}_l)$. У контексті поведінкової моделі бджолиної колонії, це означає

вичерпаність поточного джерела нектару. У такому випадку потрібно реалізувати процедуру виходу із локальних мінімумів, тобто, потрібно замінити поточну точку новою, обчисленою на основі виразу (2.34). На рисунку 2.7 проілюстровано саме процес виходу із локальних мінімумів. На рис. 2.7 точки, обведені колами, означають локальні мінімуми, а точки затемнені та обведені еліпсами – нові точки для обстеження. Лінії зі стрілками ілюструють процес «переходу».

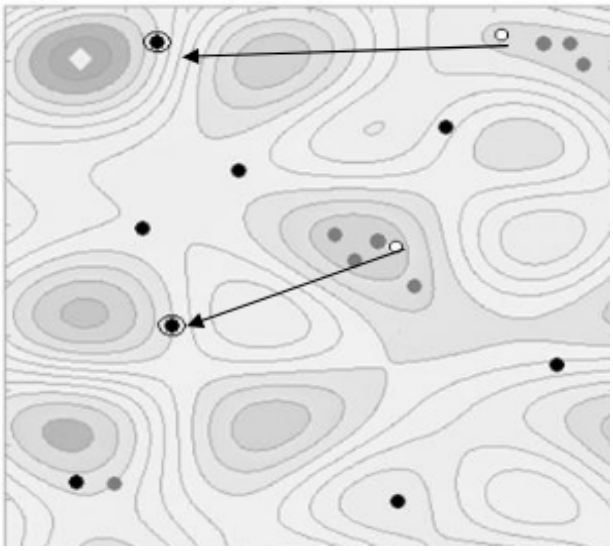


Рисунок 2.7 – Ілюстрація виходу із локальних мінімумів (фаза бджіл розвідників).

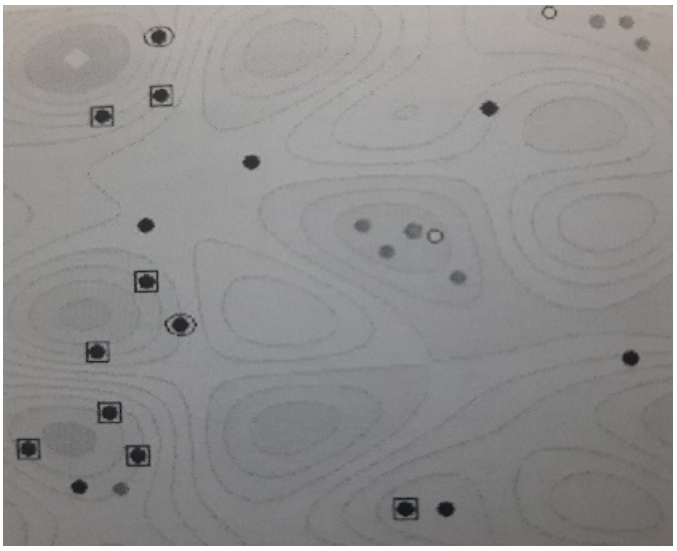


Рисунок 2.8 – Результат виконання повної обчислювальної ітерації методу: групова селекція точок в процесі пошуку.

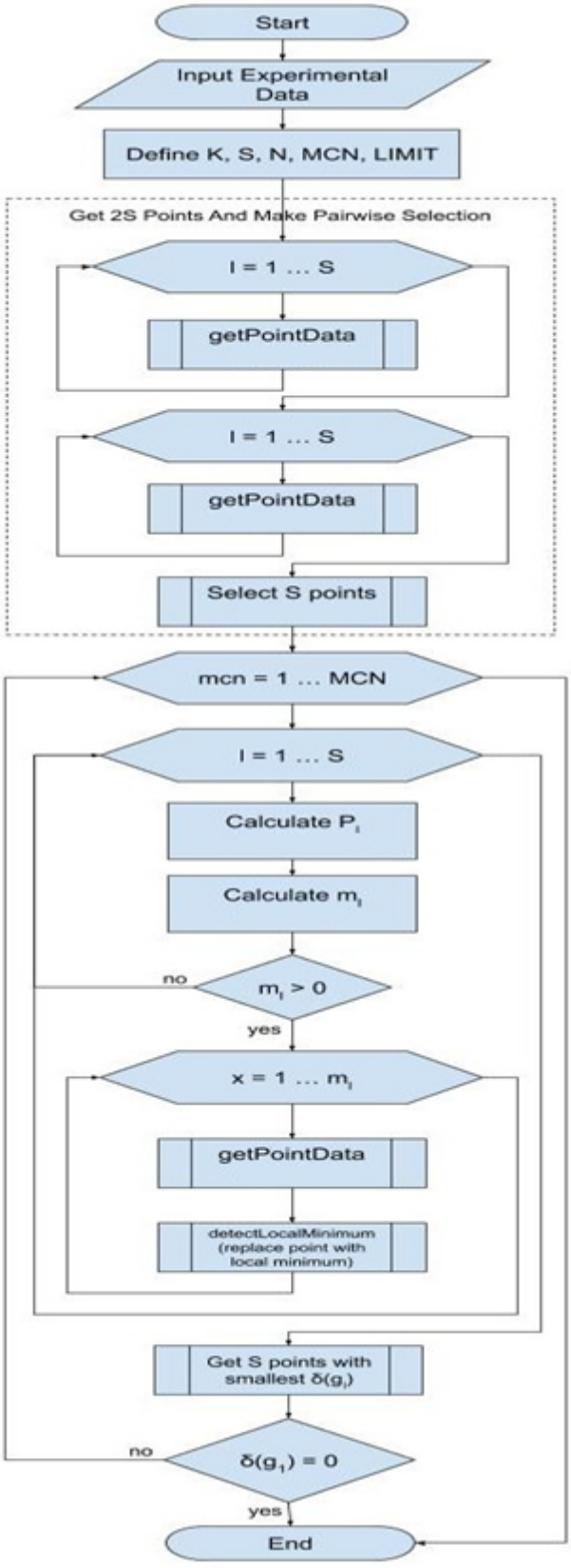


Рисунок 2.9 - Блок-схема алгоритму параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів.

На кожній ітерації обчислень отримуємо певну кількість нових точок і додаємо до поточних. В кінці кожної ітерації із стеку потрібно відібрати S точок, з найменшим значенням функції мети $\delta(\bar{\bar{g}}_l)$. Ця процедура називається груповою селекцією. На рисунку 2.8 такі точки виділені квадратами.

Тепер, представимо вище наведений алгоритм за допомогою блок-схеми. Блок-схема усього алгоритму, наведена на рис. 2.9.

На блок-схемі рис.2.9, процедура getPointData призначена для вибору випадковим чином точку з використанням виразів (2.33) або (2.35) - в залежності від контексту. Після цього, за допомогою виразу (2.25) для математичної моделі, обчислюємо інтервальні оцінки модельованої характеристики динамічного об'єкта на часових дискретах $k = d,...,K$ і за допомогою формули (2.30) або (2.31) обчислюємо значення функції мети $\delta(\bar{\bar{g}}_l)$.

Детально, ця процедура представлена блок-схемою на рисунку 2.10.

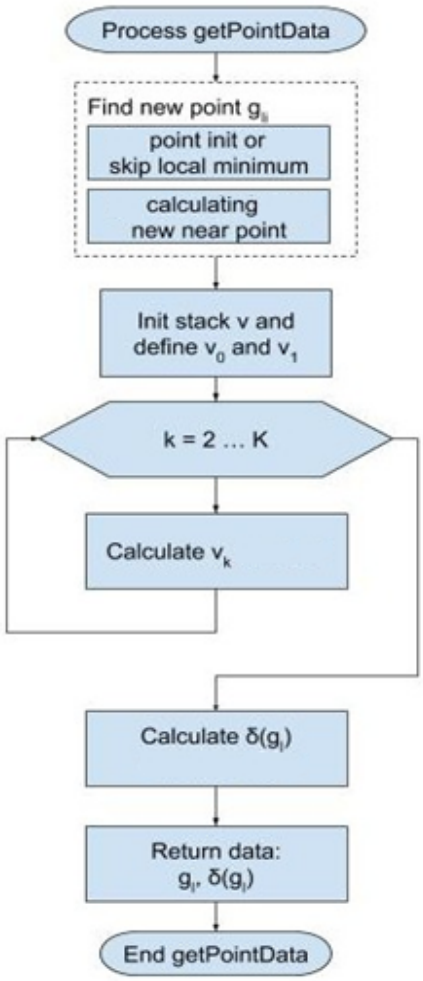


Рисунок 2.10 – Блок-схема реалізації процедури getPointData.

На блок-схемі рис. 2.9, яка представляє хід обчислень усього методу, процедура detectLocalMinimum, своєю чергою, призначена для виходу із локальних мінімумів функції мети. Детально блок-схема для реалізації цієї процедури, наведена на рисунку 2.11.

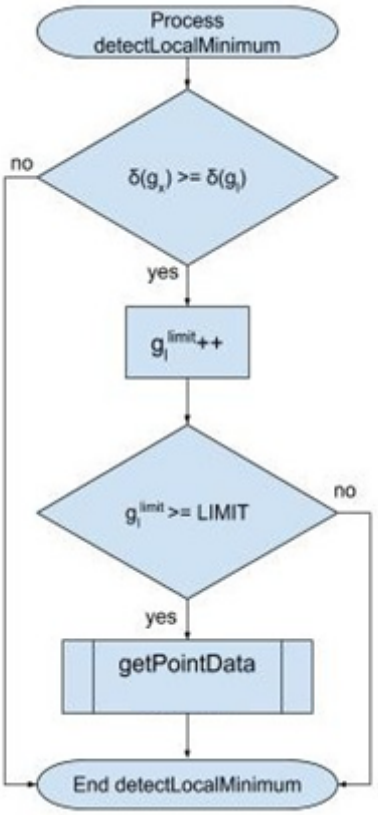


Рисунок 2.11 – Блок-схема процедури detectLocalMinimum
(для виходу із локальних мінімумів

Як було зазначено вище, ця процедура реалізує *фазу бджіл розвідників*.

2.6. Дослідження обчислювальної складності реалізації методу

Як вже зазначалося вище, задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів відносяться до задач комбінаторної складності. Тому дослідження ефективності (обчислювальної складності) методів їх розв'язування можна оцінити на конкретних прикладах.

Як зазначено у першому розділі, у ряді робіт [231-233] запропоновано методи параметричної ідентифікації, які

ґрунтуються на стохастичному пошуку, найбільш ефективний з яких є метод напрямного конуса Растригіна. Разом з тим у запропонованих схемах відсутні елементи самоорганізації та самоадаптації. Тому дослідження цього методу будемо проводити на основі його порівняння із добре відомими, описаними у перщому розділі. Серед таких методів виділимо: методи випадкового пошуку, серед яких: метод випадкового пошуку із лінійною тактикою; випадкового пошуку по найкращій спробі; випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку та із застосуванням стохастичного пошуку на основі напрямного конуса Растригіна.

Як відомо, переважні витрати для кожної ітерації таких методів визначаються обчисленням значення функції мети, в нашому випадку, за формулами (2.30) чи (2.31) Цей показник будемо позначимо за N_F.

Враховуючи складність поверхні, яку задано функцією мети $\delta(\bar{\bar{g}})$ в задачі (2.33) параметричної ідентифікації ІДМДО, цей вплив можна дослідити виключно на конкретних прикладах. За основу таких досліджень було обрано два приклади.

Приклад 1. Параметрична ідентифікація математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці внаслідок рівномірного руху транспортного потоку з постійною потужністю викидів [3, 8, 46-48, 55, 57, 76, 77, 79, 81, 83, 112, 177, 203, 207, 241]. Вказаний процес описано різницевим рівнянням у такому загальному вигляді [157]:

$$v_k = g_1 \cdot v_{k-1} + g_2 \cdot (v_{k-2} - v_{k-1}), k = 2,..., K. \qquad (2.40)$$

Як бачимо, дискретна модель описує концентрацію окису вуглецю в залежності від однієї дискретної координати *k*. Лінійна дискретна модель у вигляді виразу (2.40) є моделлю другого порядку.

Для ідентифікації ІДМДО проведено вимірювання концентрацій окису вуглецю з відносною похибкою 10% перпендикулярно до дороги на відстані від 0 до 100 метрів із дискретою Δx =10м. Результати вимірювань наведено в таблиці 2.1, яку сформовано на основі даних праці [157].

Таблиця 2.1 - Інтервальні дані вимірювань концентрацій окису вуглецю [157]

№ дискети	Відстань від дороги	Виміряна концентрація *CO*	Інтервальні значення концентрації *CO*
k	x_k, м	z_k, мг/м^3	$[v_k]=[v_k^-;v_k^+]$, мг/м^3
0	0	55	[49,5;60,5]
1	10	47	[42,3;51,7]
2	20	43	[38,7;47,3]
3	30	37	[33,3;40,7]
4	40	32	[28,8;35,2]
5	50	30	[27,0;33,0]
6	60	26	[23,4;28,6]
7	70	23	[20,7;25,3]
8	80	20	[18,0;22,0]
9	90	18	[16,2;19,8]
10	100	16	[14,4;17,6]

Спираючись на загальний вигляд різницевого рівняння (2.40) та інтервальні дані таблиці 3.1 сформульовано оптимізаційну задачу у вигляді (2.33). В результаті розв'язування цієї задачі за допомогою запропонованого методу отримано ІДМДО у такому вигляді:

$$[\hat{v}_j^-;\hat{v}_j^+]=\hat{g}_1\cdot[\hat{v}_{k-1}^-;\hat{v}_{k-1}^+]+\hat{g}_2\cdot([\hat{v}_{k-2}^-;\hat{v}_{k-2}^+]-[\hat{v}_{k-1}^-;\hat{v}_{k-1}^+]),k=2,...,10, \quad (2.41)$$

де $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]\subset[52{,}25;57{,}75],[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+]\subset[44{,}65;49{,}35]$, $\hat{g}_1=0{,}8897;\hat{g}_2=-0{,}0261$

У таблиці 2.2 наведено результати оцінювання обчислювальної складності з допомогою N_F кількості обчислень значення функції мети під час реалізації методу параметричної ідентифікації вищезазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням запропонованого методу на основі ПМБК.

Як бачимо, найбільш ефективним для зазначеної задачі із заданою інтервальною дискретною моделлю другого порядку (2.40), є метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК.

Обчислювальна складність для цього прикладу знижується у порівнянні із найкращим серед методів випадкового пошуку (із використанням направляючого конуса). Якщо обчислювальну складність, найкращого методу серед випадкового пошуку прийняти за 1, то для розглянутої задачі, застосування методу на основі ПМБК забезпечує зниження обчислювальної складності у 13389/8784= 1,52 раз.

Таблиця 2.2 - Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю

Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	Ідентифікація на основі ПМБК
Номер методу на діаграмі рис. 3.12				
1	2	3	4	5
N_F	N_F	N_F	N_F	N_F
21456	15763	13389	15987	8784

Приклад 2. Параметрична ідентифікація математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках.

Суть задачі полягає у параметричній ідентифікації макромоделі процесуанаеробного мікробіологічного бродіння твердих органічних побутових відходів в біогазових установках із використанням мезофільних бактерій [148]. Як відомо [215], в процесі такого бродіння утворюється біогаз та відброджений субстрат.

Динаміку залишкової маси v_k органічних відходів в реакторі біогазової установки в процесі бродіння опишемо нелінійною дискретною моделлю другого порядку:

$$v_k = v_{k-1} - h \cdot g_1 \cdot v_{k-1} \cdot (1 + h \cdot (g_2 \cdot v_{k-2} - g_3))/(g_4 + v_{k-1}). \quad (2.42)$$

У формулі, яка задає загальний вигляд дискретної моделі (2.42), h –означає крок дискретизації.

Процес бродіння спостерігався впродовж 57 днів з кількістю дискрет $k = 0,...,19$. Результати спостережень за даним процесом наведено в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 - Оцінки виміряних концентрацій маси органічних побутових відходів

Номер дискрети,k	Доба,t	z_k^-	z_k^+
0	0	9,3	10,7
1	3	9,225	10,613
2	6	9,130	10,505
3	9	9.0131	10.37
4	12	8,868	10,204
5	15	8,690	9,999
6	18	8,473	9,749
7	21	8,210	9,447
8	24	7,895	9,084
9	27	7,521	8,654
10	30	7,084	8,151
11	33	6,582	7,573
12	36	6,015	6,921
13	39	5,389	6,201
14	42	4,714	5,424
15	45	4,004	4,608
16	48	3,278	3,773
17	51	2,558	2,943
18	54	1,862	2,143
19	57	1,219	1,404

В таблиці 2.3 прийнято такі позначення: t - означає часову дискрету з інтервалом 3 дні; $[z_k]=[z_k^-;z_k^+]$ - інтервальні оцінки виміряної із 7% похибкою концентрації органічних побутових відходів у реакторі, приведеної до одиниці об'єму.

Користуючись даними таблиці 2.3 та загальним виглядом дискретної моделі (2.42) сформулюємо оптимізаційну задачу у вигляді (2.33). При цьому за початкові умови покладемо інтервальні оцінки з відхиленнями в межах $\pm$ 1 % маси завантажених в реактор органічних побутових відходів $[\hat{v}_{k=0}]$ та $[\hat{v}_{k=1}]$, обрані згідно з даними таблиці 2.3 (перші дві стрічки для k=0 та k=1).

В результаті розв'язування цієї задачі різними методами параметричної ідентифікації на основі випадкового пошуку та на основі ПМБК, отримано нелінійну ІДМДО у такому вигляді:

$$[\hat{v}_k]=[\hat{v}_{k-1}]-h\cdot\hat{g}_1\cdot[\hat{v}_{k-1}]\cdot(1+h\cdot(\hat{g}_2\cdot[\hat{v}_{k-2}]-\hat{g}_3))/(\hat{g}_4+[\hat{v}_{k-1}]),\ k=2,\ldots,19, \quad (2.43)$$

де

$[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]=[((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}3;10{,}7];$

$[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+]=[((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}42;10{,}41];$

h=0,2; $\hat{g}_1$= 9,798; $\hat{g}_2$=-1,049; $\hat{g}_3$=-6,036; $\hat{g}_4$=7,420,

$[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]$ - інтервальна оцінка динаміки залишкової маси органічних відходів.

У таблиці 2.4 наведено результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації вище зазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням методу на основі ПМБК.

Очевидно, що в цілому обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМДО для розглянутої складнішої задачі вища ніж для першої задачі. Проте як і у першому випадку зберігаються виявлені тенденції щодо обчислювальної складності. Зокрема, найбільш ефективним (в сенсі обчислювальної складності) для зазначеної моделі, заданої нелінійним різницевим оператором другого порядку (2.42), є метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК.

При цьому виграш у порівнянні із найкращим серед методів випадкового пошуку (із використанням направляючого конуса) складає 1460261/621388= 2,35 раз.

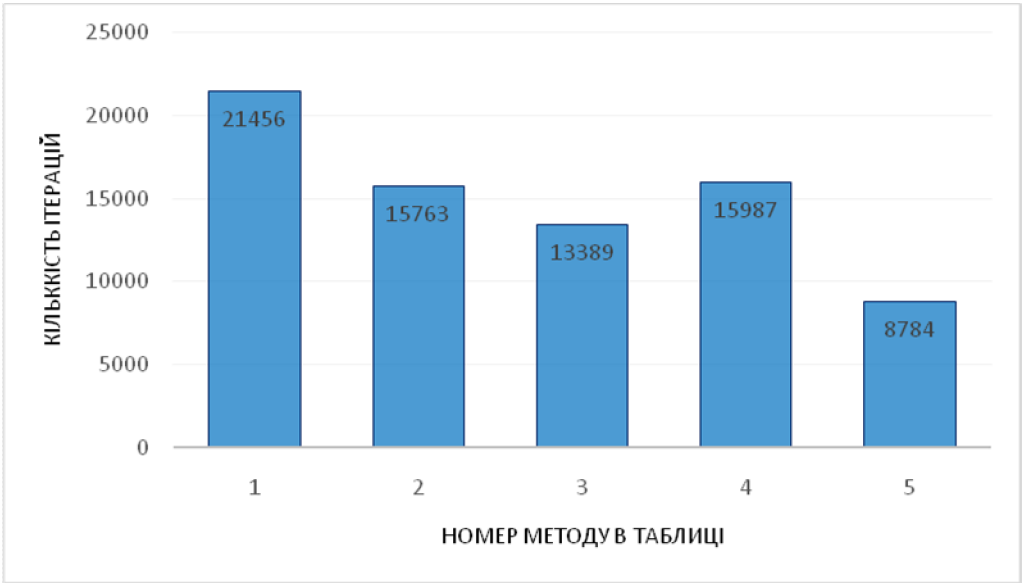
Результати дослідження методу на основі ПМБК, проілюстровано діаграмами на рисунку 2.12.

Таблиця 2.4 - Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках

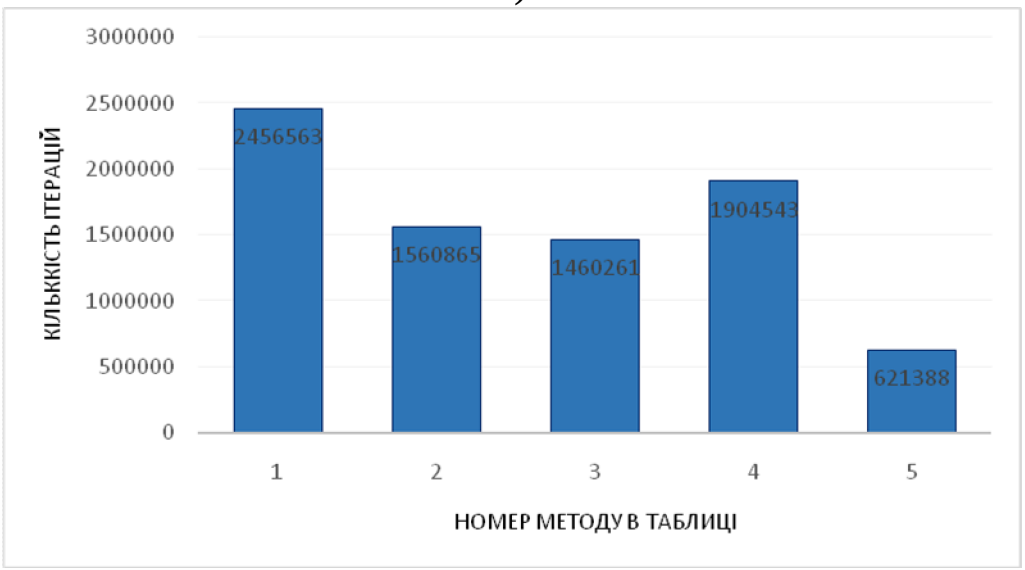
Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	Ідентифікація на основі ПМБК
Номер методу на діаграмі рис. 3.12				
1	2	3	4	5
N_F	N_F	N_F	N_F	N_F
2456563	1560865	1460261	1904543	621388

Як бачимо, для обох задач (рис. 2.12 а) та рис. 2.12 б)) найнижчою обчислювальною складністю відзначається реалізація запропонованого методу параметричної ідентифікації ІДМДО на основі ПМБК. Кількість ітерацій (звертань до процедури обчислення функції мети) у порівнянні із відомим найефективнішим методом (на основі напрямного конуса Растригіна) знижується від 1,51 раз до 2,35 рази, залежно від досліджених прикладів.

Отримані результати дають підстави стверджувати, що не залежно від розмірності математичної моделі у вигляді нелінійного алгебричного рівняння, чи у вигляді різницевого рівняння та кількості інтервальних даних в наборі для реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів доцільно застосовувати метод на основі ПМБК.



а)



б)

Рисунок 2.12 – Діаграми обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації із процедурами випадкового пошуку та на основі ПМБК а) для прикладу 1; б) для прикладу 2

Підсумовуючи результати цього розділу, варто зазначити, що метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з обчислювальними процедурами самоорганізації та самоадаптації за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії, дає можливість: створити єдиний підхід до побудови таких моделей з гарантованими прогностичними властивостями; знизити

часову складність процедур побудови цих моделей і у цілому спростити процес їх побудови.

Висновки до розділу 2

1.Розглянуто задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів. Показано, що обидві в загальному випадку математично є задачами розв'язування інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь. На цій основі розглянуто спільний підхід до побудови методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів.

2. Сформульовано задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів, як задачі пошуку розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь, у вигляді оптимізаційних задач з нелінійною та дискретною функцією мети та лінійними обмеженнями на неперервній множині.

3. Наведенометод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії, що знижує часову складність процедур побудови цих моделей і у цілому спрощує процес їх побудови.

4. Розглянуто алгоритм реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів. Відображено основну суть окремих процедур та особливості їх можливої реалізації.

5. Наведено результати порівняльного аналізуобчислювальної складності методу параметричної ідентифікації на основі ПМБКна прикладах побудови інтервальних моделей динамічних об'єктів. За показник обчислювальної складності реалізації методів обрано кількість обчислень значень функції мети оптимізаційної задачі. Для розглянутих прикладів побудови інтервальної моделі найнижчою обчислювальною складністю відзначається реалізація методу на основі ПМБК. Кількість ітерацій (звертань до процедури

обчислення функції мети) у порівнянні із найефективнішим методом випадкового пошуку(на основі напрямного конуса Растригіна) знижується від 1,51 раз до 2,35 рази, залежно від досліджених прикладів.

Отримані результати дають підстави стверджувати, що не залежно від розмірності математичної моделі у вигляді нелінійного алгебричного рівняння, чи у вигляді різницевого рівняння та кількості інтервальних даних в наборі для реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів доцільно застосовувати метод на основі ПМБК.

РОЗДІЛ 3.
МЕТОД СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ

У попередньому розділі наведено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, який забезпечує побудову коридору інтервальних моделей. При цьому зроблено припущення, що в обох випадках є відомими структури моделей. Разом з тим, для забезпечення простоти моделі, доводиться будувати її структуру, яка б забезпечила адекватність моделі у прикладній задачі. Розглянуті у першому розділі методи структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів є абсолютно різними, тобто побудовані на різних обчислювальних схемах. Так, для моделей статичних об'єктів, використовують методи редукції елементів, або нарощування структури. Розроблені алгоритми реалізації, вимагають налаштувань багатьох параметрів алгоритмів, залежно від конкретної задачі. Найбільш ефективні методи структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів, побудовані на процедурах самоадаптації та самоорганізації за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії. Для цього розв'язують складні оптимізаційні задачі. З досвіду використання відомих алгоритмів реалізації методів структурної ідентифікації, можна зробити висновок, що вони достатньо складні з обчислювальної точки зору. Також в основі цих методів є обчислювальні процедури параметричної ідентифікації, які побудовані на алгоритмах випадкового пошуку, що також суттєво знижує їх ефективність.

На початку цього розділу поставлено задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, та розглянуто метод її розв'язування на основі ПМБК. Далі, здійснено постановку задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів і показано еквівалентність задач структурної ідентифікації інтервальних моделей для випадку статичних та

динамічних об'єктів, що дало можливість окреслити спільний метод для їх розв'язування.

У завершальній частині розділу проведено дослідження ефективності наведеного методу.

3.1. Постановка задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів та теоретичні підстави її розв'язування

Як було зазначено у попередніх підрозділах задача структурної ідентифікації, полягає у редукції, чи нарощуванні структури інтервальної моделі. Кожен етап редукції чи нарощування супроводжується аналізом значущості параметрів моделі на основі оцінювання розв'язків ІСЛАР. Разом з тим, такий підхід окреслює частковий випадок, коли структура моделі містить лінійні за параметрами елементи. Проте для складніших об'єктів, математична модель у вигляді алгебричного виразу (2.1) може виявитися занадто простою, що не можливо отримати модель статичного об'єкта із використанням лінійного за невідомими параметрами виразу (2.1). Тоді вихідну характеристику y_0 статичного об'єкта будемо знаходити у вигляді нелінійного алгебричного виразу (2.4)

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + ... + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}),$$

де невідомі базисні функції $\varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x}), \varphi_{m+1}(g_1),...,\varphi_{2m}(g_m)$, причому базисні функції $\varphi_{m+1}(g_1),...,\varphi_{2m}(g_m)$, стосуються невідомих параметрів моделі.

Спираючись на означений вище вираз (2.4) для представлення математичної моделі характеристики статичного об'єкта, уведемо поняття множини структурних елементів:

$$\lambda_s = \{\varphi_1^s(\vec{x}),...,\varphi_m^s(\vec{x}),\varphi_{m+1}^s(\vec{g}),...,\varphi_{2m}^s(\vec{g})\}, \qquad (3.1)$$

де s – означає певний набір структурних елементів, на основі якого будуємо s – ту модель у вигляді (2.4), тобто як згортку цього набору елементів.

В подальшому розгляді, позначення λ_s означатиме *s*– ту структуру, оскільки усі моделі на основі зазначеного набору, будуємо на основі згортки цих елементів.

Для визначення структури λ_s (набору елементів), які забезпечать розробку адекватної моделі характеристики статичного об'єкта, необхідно розв'язувати задачу структурної ідентифікації із застосування результатів експерименту у вигляді інтервальних даних (2.2)

$$x_{i1} \cdots x_{in} \longrightarrow \left[y_i^-; y_i^+ \right], i = 1,..., N .$$

Математичні моделі, які розглядатимемо в процесі структурної ідентифікації, назвемо моделі – претенденти, а представлення їх структури із урахуванням зазначених вище позначень, матиме такий вигляд:

$$y_0(\lambda_s) = \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s\left(\vec{x}\right) + ... + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s\left(\vec{x}\right). \qquad (3.2)$$

Задаємо умови узгодженості моделі-претендента із експериментальними інтервальними даними, як це прийнято в інтервальному аналізі:

$$y_0(\lambda_s, \vec{x}_i) \in \left[y_i^-; y_i^+ \right], \ \forall i = 1,..., N , \qquad (3.3)$$

де $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$ - означає істинне значення вихідної характеристики для фіксованого набору структурних елементів λ_s і для фіксованих значень вхідних змінних $\vec{x}_i$.

Невідомими в цьому випадку залишаються тільки значення параметрів $g_1,...,g_m$ моделі. Приймаючи до уваги умови (3.3) із заміною в них замість $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$ на вираз (3.2) для фіксованих значень вхідних змінних $\vec{x}_i$, отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} y_1^- \le \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_1) + \ldots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_1) \le y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \le \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_N) + \ldots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_N) \le y_N^+. \end{cases} . \qquad (3.4)$$

Таким чином, отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів у вигляді ІСНАР для окремої *s*– тої моделі-претендента. Як відомо із попереднього розділу, розв'язки цієї системи отримуємо внаслідок реалізації ітераційної процедури, на кожній*l*-тій ітерації якої, обчислюємо функцію $\delta([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])$ «якості» оцінки параметрів математичної моделі. Проте, у випадку структурної ідентифікації, ІСНАР (3.4) може виявитися несумісною для поточної структури λ_s математичної моделі. Тому кожен раз, коли структура λ_s виявиться такою, що ІСНАР (3.4) виявиться несумісною, доводиться формувати нову структуру, а на її основі – нову ІСНАР (3.4) і знову перевіряти сумісність останньої. Отже, задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі. При цьому необхідно забезпечити напрямлений перебір окресленої множини структур у такий спосіб, щоб цей перебір був оптимальним з обчислювальної точки зору.

Припустимо, що на якійсь ітерації напрямленого перебору структур λ_s, ІСНАР (3.4) виявилась сумісною. Тобто отримано її розв'язок у вигляді деяких інтервалів значень оцінок параметрів $[\widehat{g}_1^{-};\widehat{g}_1^{+}],...,[\widehat{g}_m^{-};\widehat{g}_m^{+}]$моделі. Підставимо отримані інтервальні оцінки $[\widehat{g}_1^{-};\widehat{g}_1^{+}],...,[\widehat{g}_m^{-};\widehat{g}_m^{+}]$ у вираз (3.2) одночасно із зафіксованими значеннями вхідної змінної $\vec{x}_i$ (у точках експерименту). В результаті цих підстановок, отримаємо оцінки вихідної характеристики у вигляді інтервалів:

$$[\widehat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\widehat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]=\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+...+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}_l^{-};\widehat{\vec{g}}_l^{+}])\varphi^s_m(\vec{x}_i),i=1,...,N.\quad(3.5)$$

Таким чином, сумісність ІСНАР (3.4) означає належність інтервалів значень $[\widehat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\widehat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]$ прогнозованої характеристики у точках експерименту $\vec{x}_i$, до інтервалів $\left[y_i^{-};y_i^{+}\right],i=1,...,N$, отриманих експериментально, тобто за виконання таких умов:

$$[\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]\subset\left[y_i^{-};y_i^{+}\right],i=1,...,N. \quad (3.6)$$

По аналогії із методом параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних да динамічних об'єктів, який багаторазово використовується в методі структурної ідентифікації для кожної з фіксованих структур λ_s, можемо стверджувати, що ітераційна процедура для методу формування та оцінювання розв'язків поточної ІСНАР (3.4) повинна ґрунтуватися на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки структури та параметрів математичної моделі, представленої алгебричним виразом (3.2). Наскільки якісною виявиться оцінка параметрів на кожній*l*-тій ітерації можемо задати величиною $\delta(\lambda_s)$, по аналогії із задачею параметричної ідентифікації, у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного $[\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]$ та експериментального інтервалів $\left[y_i^{-};y_i^{+}\right]$– у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Вираз для функції $\delta(\lambda_s)$, для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді:

$$\delta(\lambda_s)=\max_{i=1,...,N}\left\{\left|mid([\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)])-mid(\left[y_i^{-};y_i^{+}\right])\right|\right\},$$
$$\text{якщо } [\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^{-};y_i^{+}\right]=\varnothing,\exists i=1,...,N \quad (3.7)$$

$$\delta(\lambda_s)=\max_{i=1,...,N}\left\{wid([\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)])-wid([\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^{-};y_i^{+}\right])\right\},$$
$$\text{якщо } [\hat{y}^{-}(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^{+}(\lambda_s,\vec{x}_i)]\cap\left[y_i^{-};y_i^{+}\right]\neq\varnothing,\forall i=1,...,N. \quad (3.8)$$

Очевидною є набагато вища складність розв'язування цієї задачі у порівнянні із задачами параметричної ідентифікації. В цих умовах необхідно розробити новий метод напрямленого перебору, попередньо окресленої множини структур у такий спосіб, щоб цей перебір був оптимальним з обчислювальної точки зору. З іншого боку метод повинен бути орієнтований на розв'язування задач структурної ідентифікації лінійної за параметрами моделі, взамін методів редукції та нарощування структури, так і для загального

випадку нелінійної моделі. Такий спільний підхід до розв'язування цих обох задач дасть можливість створити також єдиний інструментарій та спростити процес побудови цих моделей для користувачів-практиків.

Констатуючи той факт, що задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі, а отже з обчислювальної точки зору вона є NP складною, то необхідно розробити процедуру напрямленого перебору окресленої множини структур у такий спосіб, щоб мінімізувати кількість ітерацій формування ІСНАР (3.4). З цією метою необхідно математично сформулювати оптимізаційну задачу.

Перепишемо формули (3.7) та (3.8) для обчислення значень функції $\delta(\lambda_s)$, яка задає якість поточної структури у розгорнутому вигляді. Для цього підставимо замість інтервалу прогнозованих значень характеристики$[\widehat{y}^-(\lambda_s,\vec{x}_i);\widehat{y}^+(\lambda_s,\vec{x}_i)]$ у цих формулах, вираз (3.5), яким обчислюємо зазначений інтервал. Отримаємо:

$$\delta(\lambda_s)=\max_{i=1,\dots,N}\left\{\left|mid(\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_m(\vec{x}_i))-mid([y_i^-;y_i^+])\right|\right\},$$

якщо:

$$(\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_m(\vec{x}_i))\cap[y_i^-;y_i^+]=\varnothing,\exists i=1,\dots,N \qquad (3.9)$$

$$\delta(\lambda_s)=\max_{i=1,\dots,N}\{\ wid(\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_m(\vec{x}_i))-$$
$$-wid(\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_m(\vec{x}_i))\cap[y_i^-;y_i^+])\},$$

якщо:

$$(\varphi^s_{m+1}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_1(\vec{x}_i)+\dots+\varphi^s_{2m}([\widehat{\vec{g}}^-_l;\widehat{\vec{g}}^+_l])\varphi^s_m(\vec{x}_i))\cap[y_i^-;y_i^+]\neq\varnothing,\forall i=1,\dots,N \qquad (3.10)$$

Тепер важливим питанням залишається, як оптимальним чином організувати ітераційну процедуру обчислення послідовності структур $\lambda_{s=1}$, $\lambda_{s=2},\dots,\lambda_s,\dots$ у такий спосіб, щоб забезпечити таку послідовність оцінювання значень функції, яка визначає їх якість $\delta(\lambda_{s=1})$, $\delta(\lambda_{s=2}),\dots,\delta(\lambda_s),\dots$, обчислених за виразами (3.9), або (3.10), яка призводить до виконання таких умов:

$$\delta(\lambda_{s=1}) > \delta(\lambda_{s=2}) >,...,> \delta(\lambda_s),...,\delta(\lambda_{s=s_{opt}}) = \delta([\widehat{\bar{g}}_{l=L}^{-}; \widehat{\bar{g}}_{l=L}^{+}] \subset \Omega), \quad (3.11)$$

де s_{opt} - номер структури, для якої сформовано сумісну ІСНАР (3.4);

Ω - область розв'язків цієї ІСНАР (3.4).

Задачу організації цієї ітераційної процедуридля обчислення послідовності структур $\lambda_{s=1}$, $\lambda_{s=2}$,...,λ_s,..., розглянуто у наступному параграфі.

3.2. Метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

Спираючись на викладене в попередньому параграфі, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичного об'єкта сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\lambda_s=\{\varphi_1^s(\vec{x}),...,\varphi_m^s(\vec{x}),\varphi_{m+1}^s(\widehat{\bar{g}}),...,\varphi_{2m}^s(\widehat{\bar{g}})\},[\widehat{\bar{g}}_l^{-};\widehat{\bar{g}}_l^{+}]} \min, \quad (3.12)$$

$$(\ m_s \in [I_{\min}; I_{\max}],\ \varphi_1^s(\vec{x}),...,\varphi_m^s(\vec{x}),\varphi_{m+1}^s(\widehat{\bar{g}}),...,\varphi_{2m}^s(\widehat{\bar{g}}) \in F,$$

$$[\widehat{g}_{jl}^{-}; \widehat{g}_{jl}^{+}] \subset [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}],\ j=1,...,m,\ l=1,...,S \quad (3.13)$$

де $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ – кількість структурних елементів s-ї структури інтервальної моделі;

$F = \{\ \varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\widehat{\bar{g}}),...,\varphi_{2m}(\widehat{\bar{g}})\ \}$ - множина потенційних структурних елементів моделі;

$[\widehat{\bar{g}}_l^{-}; \widehat{\bar{g}}_l^{+}]$, $[\widehat{g}_{jl}^{-}; \widehat{g}_{jl}^{+}]$– інтервальний вектор параметрів s-ї структури моделі- претендента та його компоненти, відповідно;

g_{jl}^{low}, g_{jl}^{up} - найменше та найбільше значення кожного параметра моделі.

Тоді, чим менше значення $\delta(\lambda_s)$, тим «краща» поточна структура інтервальної моделі. Якщо ж виконується рівність $\delta(\lambda_s)$=0, то поточна структура дозволяє побудувати адекватну

інтервальну модель статичного об'єкта, для якої умови (3.6) виконуються на множині усіх спостережень $i = 1,...,N$.

Як було показано у першому розділі, а також продемонстровано на реалізації процедур параметричної ідентифікації у другому розділі, поведінкові моделі бджолиної колонії, є одним із найефективніших інструментів організації розв'язування складних оптимізаційних задач за рахунок елементів самоорганізації та адаптації. Тому цей підхід використано для побудови методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів.

Як вже зазначалося, алгоритм штучної бджолиної колонії, який є формальним представленням поведінкової моделі однойменної колонії, є евристичним алгоритмом, який ґрунтується на принципах ройового інтелекту. Його схема реалізації полягає у відображені поведінки колонії медоносних бджіл у процесі пошуку нектару.

При розгляді методу розв'язування оптимізаційної задачі (3.12), (3.13), встановимо аналогії між компонентами поведінкової моделі і поняттями, які використаємо при розробці методу структурної ідентифікації математичних моделей статичних об'єктів. Зокрема, *поведінка бджоли*, при виборі місцезнаходження джерела нектару, - реалізує спосіб синтезу поточної структури моделі; *область пошуку нектару* – означає множину усіх можливих структур моделей; *окіл джерела нектару* – означає набір структур, що можуть бути згенеровані на основі поточної, шляхом заміни її окремих структурних елементів; *місцезнаходження джерела нектару* – означає поточну структуру моделі λ_s; *якість джерела нектару* представлено значенням функції мети $\delta(\lambda_s)$ задачі (3.12), (3.13).

Тепер розглянемо за аналогією із задачею параметричної ідентифікації основні фази методу структурної ідентифікації.

Фаза ініціалізації.

На цій фазі задаємо основні параметри методу: *LIMIT*; *S*; $[I_{min};I_{max}]$; $mcn = 0$ – поточний номер ітерації; *MCN* – загальна кількість ітерацій та множину структурних елементів *F*, а також випадковим чином формуємо початкову множину Λ_0 (з потужністю *S*) структур λ_s із набору структурних елементів F.

Фаза робочих бджіл.

Для зручності оперування структурними елементами, множину всіх структурних елементів $F = \{\ \varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\vec{g}),...,\varphi_{2m}(\vec{g})\ \}$ пронумеруємо за допомогою десяткових чисел і подамо у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Кодування структурних елементів

№	Структурний елемент
1	$\varphi_1(\vec{x})$
2	$\varphi_2(\vec{x})$
…	…
m	$\varphi_m(\vec{x})$
m+1	$\varphi_{m+1}(\vec{g})$
…	…
2m	$\varphi_{2m}(\vec{g})$

Таким чином, кожному структурному елементу із множини *F* можна поставити у відповідність його десятковий код, представлений порядковим номером у таблиці 3.1. Для обчислювальних процедур поточну структуру λ_s представимо у вигляді набору $\{\ N_1, N_2,\ldots, N_{m_s}\ \}$, де N – номер структурного елемента із табл. 3.1.

Далі, для формування структур розглянемо ряд операторів. Зауважимо, що їх назви та призначення зберігаємо по аналогії із існуючим методом структурної ідентифікації, побудованим на основі АБК. Проте, процедури виконання обчислень цих операторів в більшості відрізняються повністю, або частково.

Отже, на *фазі робочих бджіл* використовуємо оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури інтервальної моделі у вигляді (3.2), відповідно до *процедури дослідження робочими бджолами околу відомого джерела нектару*. Це означає, що на поточній ітерації реалізації методу структурної ідентифікації, цей оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ на основі кожної з поточних структур λ_s математичної моделі формує по одній «новій» структурі λ_s' , яка є «околом». Це означає, що сформована

структура λ_s' дуже близька до поточної λ_s.

Таким чином, оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення множини Λ_{mcn} поточних структур λ_s, згенерованих на *mcn*- тій ітерації у множину Λ'_{mcn} структур λ_s'. При цьому, «нову» структуру λ_s' для кожної поточної формуємо у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури λ_s. При цьому, заміну проводимо також випадково обраними елементами із множини, на вибрані із множини $F = \{\ \varphi_1(\vec{x}),...,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\vec{g}),...,\varphi_{2m}(\vec{g})\ \}$. Тут важливим питанням є: скільки елементів у поточній структурі необхідно замінити? Для цього уводимо змінну цілого типу n_s, значення якої визначає кількість елементів у поточній структурі λ_s, яку необхідно замінити. Значення цієї змінної залежить від значення функції мети $\delta(\lambda_s)$ у задачі (3.12), (3.13), яке, своєю чергою, обчислюємо за формулами (3.9) чи (3.10). Чим більше це значення $\delta(\lambda_s)$ - тимгірша поточна структура λ_s, отже тим більше елементів потрібно в ній замінити. При обчисленні значення змінної n_s необхідно також враховувати загальну кількість елементів у поточній структурі, яка, як відомо з постановки оптимізаційної задачі (3.12), (3.13), може бути різною для різних структур, але задана в межах інтервалу $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$. Тому, при обчисленні кількості елементів n_s, які необхідно замінити в поточній структурі, слід враховувати як якість $\delta(\lambda_s)$ поточної структури λ_s, так і кількість її елементів m_s.

З урахуванням вище зазначеного, змінну n_s можемо обчислювати за такою формулою:

$$n_s = \begin{cases} \operatorname{int}\left(\left(1 - \dfrac{\min\{\delta(\lambda_s) | s = 1...S\}}{\delta(\lambda_s)}\right) \cdot m_s\right), \\ \quad if\ \delta(\lambda_s) \neq \min\{\delta(\lambda_s) | s = 1...S\}\ and\ n_s \neq 0; \\ 1, \quad if \quad \delta(\lambda_s) = \min\{\delta(\lambda_s) | s = 1...S\}\ or\ n_s = 0. \end{cases} \qquad (3.14)$$

Детальніше обґрунтування формули (3.14), наведено у праці [157]. Хоча, запропонований вираз вимагає також додаткових

досліджень з точки зору впливу отриманих з нього значень на часову складність реалізації методу структурної ідентифікації.

На цій же фазі проводимо попарну селекцію, для вибору кращої структури з поточної та згенерованої. Для цього використовуємо оператор попарної селекції «кращої» із пари структур λ_s, λ'_s:

$$D_1(\lambda_s,\lambda'_s):\lambda_s^1=\begin{cases}\lambda_s, якщо\ \delta(\lambda_s)\le\delta(\lambda'_s)\\ \lambda', якщо\ \delta(\lambda_s)>\delta(\lambda'_s)\end{cases} \quad (3.15)$$

Оператор $D_1(\lambda_s,\lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур $\Lambda^1{}_{mcn}$ із поточних множин Λ_{mcn}, Λ'_{mcn}. Таким чином, отримуємо множину структур першого ряду формування $\lambda_s^1\in\Lambda_{mcn}^1$, $s=1\ldots S$.

Фаза бджіл дослідників.

Бджоли-дослідники обирають (за ймовірністю) нові джерела нектару в околі поточних. В контексті задачі структурної ідентифікації це означає визначення кількості структур, які будуть згенеровані на основі λ_s^1 структури λ_s^1із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$, відповідно до *процедури вибору відомого джерела нектару* бджолами-дослідниками. Зазначений показник R_s у контексті поведінкової моделі бджолиної колонії означає кількість бджіл-дослідників, які обрали відоме джерело-нектару з координатами λ_s^1.

Його значення обчислюватимемо на основі такого припущення: кількість бджіл-дослідників, що летить в окіл джерела нектару, про яке повідомила робоча бджола, прямо пропорційно залежить від його якості.

В існуючому методі, значення цього показника обчислюють за такою формулою:

$$R_s=ToInt\left(\frac{S\cdot\left(2\cdot\max\left\{\delta\left(\lambda_1^1\right)\middle|s=1\ldots S\right\}-\delta\left(\lambda_s^1\right)-\delta\left(\lambda_{s-1}^1\right)\right)}{\sum_{s=1}^{S}\left(\max\left\{\delta\left(\lambda_1^1\right)\middle|s=1\ldots S\right\}-\delta\left(\lambda_s^1\right)\right)}-R_{s-1}\right),s=2\ldots S,\ R_1=0 \quad (3.16)$$

Проте, багаточисленні прикладні дослідження показали, що для обчислення значення R_s доцільно використати ймовірнісний

підхід, як було запропоновано у методі параметричної ідентифікації на цій фазі. Він базується на обчисленні ймовірності вибору бджолами-дослідниками певного джерела нектару із врахуванням специфіки оптимізаційної задачі (3.12), (3.13).

У цьому випадку пропонуємо використати формулу, яка ґрунтується на обчисленні для кожного поточного джерела нектару ймовірності того, що група бджіл-дослідників обере саме окіл *s*–того джерела нектару.

Отже, для обчислення ймовірної кількості новосформованих структур ІДДМ на основі поточної множини відомих будемо використовувати запропоновану формулу:

$$P_s(\lambda_s^1)=\frac{1-\delta\left(\lambda_s^1\right)}{\sum_{s=1}^{S}(1-\delta\left(\lambda_s^1\right))},s=1...S. \tag{3.17}$$

Тепер, на основі формули (3.17) отримаємо точні значення кількості новосформованих структур для кожної поточної структури ІДДМ із множини Λ^1_{mcn} за такою формулою:

$$R_s=ToInt(P_s(\lambda_s^1)\cdot S),\quad s=1...S. \tag{3.18}$$

Тепер, зупинимося детальніше на другому підході до обчислення значень змінної R_s. Він ґрунтується на основі класичних виразів для обчислення ймовірності того, що група бджіл-дослідників обере відоме джерело нектару, запропонованих у працях D. Karaboga [58, 59], але є дещо модифікованими з урахуванням особливостей саме оптимізаційної задачі структурної ідентифікації (3.12), (3.13).

Обчислювати ймовірність $P_s(\lambda_s^1)$синтезу на основі поточної структури *S* новосформованих будемо таким чином:

$$P_s(\lambda_s^1)=\frac{1}{\delta\left(\lambda_s^1\right)\cdot\sum_{s=1}^{S}\frac{1}{\delta\left(\lambda_s^1\right)}},s=1...S-1. \tag{3.19}$$

Далі знаходимо точні значення кількості «нових» структур моделей, які потрібно сформувати на основі кожної поточної (відомої) структури за такою формулою:

$$R_s = ToInt(P_{s-1}(\lambda^1_{s-1}) \cdot S), \quad s = 2...S, \quad R_1 = 0. \tag{3.20}$$

На цій фазі також використаємо оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури відповідно до *процедури дослідження околу відомого джерела нектару* бджолами-дослідниками, подібно як на *фазі робочих бджіл*. Тільки на відміну від зазначеної фази, де формувалася одна структура в околі поточної, в цьому випадку кількість структур навколо поточної визначається виразом (3.18) чи (3.20) (в залежності від використання для розрахунку формули (3.17) чи (3.19), відповідно.

Отже, оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ^1_s з множини структур $\lambda^1_s \in \Lambda^1_{mcn}$ першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму mcn, у множини структур Λ'_s (де $s = 1 \ldots S$). При цьому, по аналогії із фазою робочих бджіл, «нові» структури λ'_s (як зазначено вище, в цьому випадку кількість «нових» структур для поточної структури обчислюємо за формулами (3.18) чи (3.20)) для кожної поточної λ^1_s формуємо у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури λ^1_s. При цьому, заміну проводимо також випадково обраними елементами із множини $F = \{\ \varphi_1(\vec{x}), ..., \varphi_m(\vec{x}), \varphi_{m+1}(\vec{g}), ..., \varphi_{2m}(\vec{g})\ \}$. Кількість елементів для кожної структури, які потрібно замінити, визначаємо за формулою (3.14).

Далі на цій фазі проводимо групову селекцію $D_2(\lambda^1_s, \Lambda'_s)$ «кращої» структури із поточної λ^1_s та сформованої в її околі множини $\Lambda'_s = \{\lambda_1 \ldots \lambda_r \ldots \lambda_{Rs}\}$ за значеннями функції мети. Оператор групової селекції $D_2(\lambda^1_s, \Lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ $\Lambda^2{}_{mcn}$ із поточних множин Λ^1_{mcn} та Λ''_{mcn} у спосіб селекції структур λ^2_s за показниками якості, де $\Lambda''_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}, s = 1 \ldots S.$ Таким чином отримуємо множину структур ІДМ другого ряду формування $\Lambda^2{}_{mcn}$.

Для виходу із локальних мінімумів функції мети задачі (3.12), (3.13) запропоновано використовувати *фазу бджіл розвідників*.

Фаза бджіл розвідників. Це фаза бджіл, які обирають нові джерела нектару випадковим чином, тобто це означає, що на цій фазі необхідно випадковим чином сформувати нові структури у спосіб, описаний на *фазі ініціалізації*.

Для цього для кожної поточної структури λ_s уводимо лічильник $Limit_s$, який в контексті поведінкової моделі бджолиної колонії моделює процес зменшення кількості нектару відповідно до *процедури виявлення вичерпаних джерел нектару*.

Для розв'язування задачі виходу із локальних мінімумів функції мети оптимізаційної задачі (3.12), (3.13), значення лічильника $Limit_s$ збільшуємо на «1» кожного разу, якщо під час попарної чи погрупової селекції поточна структура не «оновилася», та обнуляємо - в іншому випадку. Збільшення значення лічильника $Limit_s$ імітує процес вичерпування джерела нектару. Водночас використаємо критерій, який дозволяє виявляти вичерпані джерела нектару. Для цього введено константу *LIMIT*, значення якої дослідник задає як один із параметрів методу структурної ідентифікації перед його застосуванням. Таким чином, кожна структура λ_s^2 моделі другого ряду формування, для якої виконується умова $Limit_s \geq LIMIT$, вважатиметься локальним мінімумом.

У такому випадку використовуємо оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, який випадковим чином генерує «нову» структуру λ_s^2 з множини F всіх структурних елементів, де кількість структурних елементів для цієї структури визначається випадково на інтервалі $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$. відповідно до *процедури випадкового пошуку нового джерела нектару*.

Оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ означає генерування випадковим чином структури λ_s^2 із множини усіх структурних елементів. Варто зазначити, що при формуванні «нової» структури ІДМ оператором $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ йому будуть доступні всі структурні елементи із множини F.

Варто зазначити, що таких структур, згенерованих на цій фазі, є усього декілька відсотків від значення S (усіх робочих бджіл).

3.3. Метод структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів

Тепер розглянемо задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів. Як і у попередньому випадку, спочатку зробимо припущення щодо структури математичної моделі. Спираючись на результати у першому розділі, для моделювання динамічних об'єктів використовуємо диференціальні рівняння, а в нашому випадку їх дискретні аналоги, тобто різницеві рівняння.

Отже, розглянемо математичну модель об'єкта у вигляді такого різницевого рівняння (2.23):

$$v_k = \vec{f}^T(v_{k-d},...,v_{k-1},\ \vec{u}_0,...,\vec{u}_{d-1},\vec{u}_k)\cdot\vec{g},\ k=d,...,K,$$

На відміну від випадку задачі параметричної ідентифікації, вектор відомих базисних функцій $\vec{f}^T(\bullet)$ в цьому випадку є невідомим.

Спираючись на означений вище вираз (2.23) для представлення математичної моделі характеристики динамічного об'єкта, уведемо поняття множини структурних елементів:

$$\lambda_s = \{ f_1^s(v_{k-d},..,v_{k-1},\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)\cdot g_1^s,\ f_2^s(v_{k-d},...,v_{k-1},\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)\cdot g_2^s,...,\ f_m^s(v_{k-d},..,v_{k-1},\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)\cdot g_m^s\} \quad (3.21)$$

Для спрощення подальшого розгляду, позначимо вектор

$$\vec{V} = (v_{k-d},..,v_{k-1},\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)^T, \quad (3.22)$$

і перепишемо вираз (4.21) із урахуванням уведеного позначення

$$\lambda_s = \{ f_1^s(\vec{V})\cdot g_1^s,\ f_2^s(\vec{V})\cdot g_2^s,...,\ f_m^s(\vec{V})\cdot g_m^s\}. \quad (3.23)$$

У виразі (3.23) s – означає певний набір структурних елементів, на основі якого будуємо s– ту модель у вигляді (2.23), тобто як згортку цього набору елементів. Як і для випадку

структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, позначення λ_s використовуватимемо для позначення *s*– тої структури.

Для визначення структури λ_s (набору елементів), які забезпечать розробку адекватної моделі характеристики динамічного об'єкта, необхідно розв'язувати задачу структурної ідентифікації із застосування результатів експерименту у вигляді інтервальних даних. У цьому випадку, результати експерименту подаємо у вигляді інтервалів можливих значень характеристики об'єкта:

$$[z_k^-; z_k^+],\ k=0,...,K, \tag{3.24}$$

де z_k^-, z_k^+ - відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень характеристики, встановлених за результатами спостережень, у часових дискретах $k=0,...,K$.

Математичні моделі – претенденти, які розглядатимемо в процесі структурної ідентифікації із урахуванням зазначених вище позначень, матимуть такий вигляд:

$$v_k(\lambda_s) = f_1^s(\vec{V})\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V})\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V})\cdot g_m^s,\ k=d,...,K. \tag{3.25}$$

Задаємо умови узгодженості моделі-претендента із експериментальними інтервальними даними:

$$v_k(\lambda_s, \vec{V}_k) \in \left[z_k^-; z_k^+ \right],\ \forall k = 0,...,d-1,d,...,K \quad , \tag{3.26}$$

де $v_k(\lambda_s, \vec{V}_k),\ k=0,...,K$ - означає істинне значення вихідної характеристики для фіксованого набору структурних елементів λ_s і для фіксованих значень вектора $\vec{V} = (v_{k-d},..,v_{k-1},\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)^T$, представленого (3.22) для усіх дискрет $k=0,...,K$.

Невідомими в цьому випадку залишаються тільки значення параметрів $g_1^s,...,g_m^s$ моделі- претендента. Приймаючи до уваги умови (3.26), отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} z_0^- \le f_1^s(\vec{V}_0)\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_0)\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V}_0)\cdot g_m^s \le z_0^+; \\ \vdots \\ z_{d-1}^- \le f_1^s(\vec{V}_{d-1})\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_{d-1})\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V}_{d-1})\cdot g_m^s \le z_{d-1}^+; \\ \\ z_d^- \le f_1^s(\vec{V}_d)\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_d)\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V}_d)\cdot g_m^s \le z_d^+; \\ \vdots \\ z_K^- \le f_1^s(\vec{V}_K)\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_K)\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V}_0)\cdot g_m^s \le z_K^+ \end{cases} . \quad (3.27)$$

Спираючись на той факт, що в отриманій ІСНАР перші *d*інтервальних рівнянь - це початкові умови, то перепишемо її у такому вигляді:

$$\begin{cases} [v_0^-; v_0^+] \subseteq [z_0^-; z_0^+], ..., [v_{d-1}^-; v_{d-1}^+] \subseteq [z_{d-1}^-; z_{d-1}^+]; \\ \vdots \\ z_k^- \le f_1^s(\vec{V}_k)\cdot g_1^s + f_2^s(\vec{V}_k)\cdot g_2^s + ... + f_m^s(\vec{V}_k)\cdot g_m^s \le z_k^+, k = d, ..., K \end{cases} . \quad (3.28)$$

у якій перша стрічка – початкові умови, а наступні – умови узгодження експериментальних даних та прогнозованих, які будемо обчислювати на основі математичної моделі, параметри якої потрібно обчислити із системи (3.28).

Таким чином, після проведених перетворень, отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів у вигляді ІСНАР для окремої *s*– тої моделі- претендента. Як відомо із розділу 3, системи отримуємо із реалізації ітераційної процедури. На кожній*l*-тій ітерації якої, обчислюємо функцію $\delta(\vec{\bar{g}}_l^s)$ «якості» оцінки параметрів математичної моделі. Якщо ж ІСНАР (3.28) виявиться несумісною для поточної структури λ_s математичної моделі, тоді формуємо нову структуру, а на її основі – нову ІСНАР (3.28) і знову перевіряємо сумісність останньої.

Спираючись на загальне представлення моделі об'єкта у вигляді різницевого рівняння (3.25), коли вже обчислено значення параметрів, зазначену математичну модель подаємо таким виразом:

$$[\hat{v}_k(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] = [\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]);\hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] = \\ = f_1^s([\vec{\hat{V}}_k])\cdot\hat{g}_1^s + f_2^s([\vec{\hat{V}}_k])\cdot\hat{g}_2^s + ... + f_m^s([\vec{\hat{V}}_k])\cdot\hat{g}_m^s, k = d,...,K, \quad (3.29)$$

де $[\hat{v}_k(\lambda_s,[\vec{V}_k])]$ – інтервальна оцінка модельованої характеристики динамічного об'єкта на часових дискретах $k = d,...,K$;

$\vec{\hat{g}}_l^s = (g_{1l}^s, \hat{g}_{2l}^s, ..., \hat{g}_{ml}^s)^T$ – вектор-стовпчик оцінок параметрів моделі-претендента зі структурою λ_s, обчислений на l –тій ітерації;

$[\vec{\hat{V}}_k] = ([\hat{v}_{k-d}],..,[\hat{v}_{k-1}],\vec{u}_0,...,\vec{u}_k)^T$ - вектор з інтервальними компонентами значень характеристики об'єкта, обчислених на попередніх дискретах із використанням виразу (3.29), причому $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+] \subseteq [z_0^-;z_0^+],...,[\hat{v}_{d-1}^-;\hat{v}_{d-1}^+] \subseteq [z_{d-1}^-;z_{d-1}^+]$.

Таким чином, сумісність ІСНАР (2.28) означає належність інтервалів значень $[\hat{v}_k(\lambda_s,[\vec{V}_k])]$ прогнозованої характеристики у всіх дискретах до інтервалів $\left[z_k^-;z_k^+\right]$, $\forall k = 0,...,d-1,d,...,K$, отриманих експериментально, тобто за виконання таких умов:

$$[\hat{v}_k(\lambda_s,[\vec{V}_k])] \subset \left[z_k^-;z_k^+\right],\ \forall k = 0,...,K \quad (3.30)$$

Отже, задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик динамічного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі, тобто ІСНАР (3.28). Як бачимо, вона повністю співпадає з математичною постановкою задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів. Тому напрямлений перебір окресленої множини структур, організуємо у такий спосіб, як і для розв'язування задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів. Проте, в цьому випадку вираз для функції $\delta(\lambda_s)$, що задає якість структури має такийвигляд:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,...,N}\left\{\left| mid([\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]);\hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])]) - mid(\left[z_k^-;z_k^+\right]) \right|\right\},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]);\hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] \cap \left[z_k^-;z_k^+\right] = \varnothing, \exists k = d,...,K \quad (3.31)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,...,N} \left\{ wid([\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])]) - wid([\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] \cap [z_k^-; z_k^+]) \right\}$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] \cap \left[z_k^-; z_k^+ \right] \neq \varnothing, \forall k = d,...,K. \qquad (3.32)$$

Перепишемо формули (3.31) та (3.32) для обчислення значень функції $\delta(\lambda_s)$, яка задає якість поточної структури, у розгорнутому вигляді (за аналогією, як це зроблено для цієї функції у випадку задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем у попередньому параграфі):

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,...,N} \left\{ \left| mid(f_1^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_1^s + f_2^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_2^s + ... + f_m^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_m^s) - mid(\left[z_k^-; z_k^+ \right]) \right| \right\},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] \cap \left[z_k^-; z_k^+ \right] = \varnothing, \exists k = d,...,K \qquad (3.33)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,...,N} \{ \; wid(f_1^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_1^s + f_2^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_2^s + ... + f_m^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_m^s)) -$$

$$- wid(f_1^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_1^s + f_2^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_2^s + ... + f_m^s([\vec{\hat{V}}_k]) \cdot \hat{g}_m^s) \cap \left[z_k^-; z_k^+ \right]) \; \},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_k^-(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k]); \hat{v}_k^+(\lambda_s,[\vec{\hat{V}}_k])] \cap \left[z_k^-; z_k^+ \right] \neq \varnothing, \forall k = d,...,K. \qquad (3.34)$$

Спираючись на вище проведені перетворення, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів сформулюємо у вигляді такої оптимізаційної задачі(за аналогією, як це представлено у випадку постановки задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем):

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\lambda_s = \{ f_1^s(\vec{V}) \cdot g_{l1}^s, f_2^s(\vec{V}) \cdot g_{l2}^s, ..., f_{m_s}^s(\vec{V}) \cdot g_{lm_s}^s \}} \min, \qquad (3.35)$$

$$(\; m_s \in [I_{\min}; I_{\max}], \; f_1^s(\vec{V}), f_2^s(\vec{V}), ..., f_{m_s}^s(\vec{V}) \in F,$$

$$\hat{g}_{jl}^s \in [g_{jl}^{low}; g_{jl}^{up}], j = 1,...,m, \; l = 1,...,S \qquad (3.36)$$

де $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ – кількість структурних елементів *s*-ї структури інтервальної моделі;

$F = \{ \; f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), ..., f_m(\vec{V}) \; \}$ - множина потенційних структурних елементів моделі.

Зважаючи на аналогію між математичним формулюванням задач структурної ідентифікації моделей статичних об'єктів та

динамічних об'єктів, розглянемо основні фази методу структурної ідентифікації моделей динамічних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії.

Фаза ініціалізації.

На цій фазі задаємо основні параметри методу: *LIMIT*; *S*; $[I_{min};I_{max}]$; *mcn* =0 – поточний номер ітерації; *MCN* – загальну кількість ітерацій та множину структурних елементів *F*, а також випадковим чином формуємо початкову множину Λ_0(з потужністю *S*) структур λ_s із набору структурних елементів F.

В цьому випадку, структурні елементи матимуть інший вигляд ніж у таблиці 3.1. Результати кодування структурних елементів для випадку розробки моделі характеристик динамічного об'єкта, наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Кодування структурних елементівдля моделі динамічних об'єктів

№	Структурний елемент
1	$f_1(\vec{V})$
2	$f_2(\vec{V})$
…	…
m	$f_m(\vec{V})$

Далі, для формування структур розглянемо ряд операторів. Зауважимо, що їх назви та призначення зберігаємо по аналогії із існуючим методом структурної ідентифікації, побудованим на основі АБК. Подальший опис методу дещо спрощуємо, оскільки, як зазначалося вище, методи структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів є подібними. Тому в подальшому розгляді сконцентруємо увагу на особливостях та на відмінностях.

Фаза робочих бджіл.

На *фазі робочих бджіл* використовуємо оператор $P(\Lambda_{mcn},F)$, який здійснює перетворення структури інтервальної моделі у вигляді (3.23). На поточній ітерації реалізації методу структурної ідентифікації, цей оператор $P(\Lambda_{mcn},F)$ формує, на основі кожної з поточних структур λ_s математичної моделі, по одній «новій» структурі λ_s', яка є близькою

до поточної. Отже, оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення множини Λ_{mcn} поточних структур λ_s, згенерованих на *mcn*-тійітерації, у множину Λ'_{mcn} структур λ'_s у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури λ_s, а саму заміну здійснюємо також випадково обраними елементами із множини, на обрані із множини $F = \{ f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), ..., f_m(\vec{V}) \}$. При цьому, кількість n_s елементів поточної структури, які необхідно замінити, обчислюємо за формулою (3.14). Обгрунтування формули для обчислення цієї змінної наведено у попередньому підрозділі. Очевидно, що у випадку застосування формули (3.14), значення функції мети $\delta(\lambda_s)$ обчислюємо за формулами (3.31) чи (3.32).

Як вже зазначалося, формула (3.14) і для випадку структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів, також вимагає детального дослідження під час проведення обчислень.

Далі на цій фазі за допомогою оператора $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ проводимо попарну селекцію, для вибору кращої структури з двох: поточної та згенерованої. Для цього використовуємо формулу (3.15). Зауважимо, що цей оператор реалізує отримання множини структур першого ряду формування $\lambda^1_s \in \Lambda^1_{mcn}$, $s = 1 \ldots S$. із поточних множин Λ_{mcn}, Λ'_{mcn} структур.

Фаза бджіл дослідників.

Як вже зазначалося, на цій фазі визначаємо кількість R_s структур, які будуть згенеровані на основі кожної λ^1_s структури із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$. Зазначений показник R_s обчислюємо за формулами (3.17) та (3.18) або парою формул (3.19) та (3.20). Обґрунтування цих формул наведено у попередньому підрозділі. Використання двох різних пар формул необхідно для проведення досліджень ефективності їх застосування для зменшення обчислювальної складності розв'язування задач структурної ідентифікації інтервальних моделей.

Далі, на цій фазі також використаємо оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення поточної структури у певну кількість R_s структур. При цьому, загальна кількість структур розподілених між поточними структурами, дорівнює *S*. Таким чином, $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ^1_s з множини структур $\lambda^1_s \in \Lambda^1_{mcn}$ першого ряду формування, згенерованих на ітерації

алгоритму mcn=0, у множини структур Λ'_s, $s=1\ldots S$. Заміна елементів кожної (або деяких структур) поточної структури здійснюється випадковим чином на основі розрахованого значення кількості n_s елементів поточної структури, які необхідно замінити, обчисленої за формулою (3.14). Зазначену заміну також проводимо випадково обраними елементами із множини $F=\{\ f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}),..., f_m(\vec{V})\ \}$.

Також на цій фазі проводимо групову селекцію $D_2(\lambda_s^1,\Lambda'_s)$ «кращої» структури із поточної λ_s^1 та сформованої в її околі множини $\Lambda'_s=\{\lambda_1\ldots\lambda_r\ldots\lambda_{Rs}\}$ за значеннями функції мети. Це оператор селекції, на відміну від оператора попарної селекції $D_1(\lambda_s,\lambda'_s)$ має такий вигляд:

$$D_1(\lambda_s^1,\Lambda'_s):\lambda_s^2=\begin{cases}\lambda_s^1, & if\ (R_s=0);\\ \lambda_s^1, & if\ ((\delta(\lambda_s^1)\le\delta(\lambda_r))\wedge(R_s\ne 0)),\\ & \forall\lambda_r\in\Lambda'_s, r=1\ldots R_s;\\ \lambda_r^s, & if\ ((\delta(\lambda_s^1)>\delta(\lambda_r))\wedge(R_s\ne 0)),\\ & \exists\lambda_r\in\Lambda'_s, r=1\ldots R_s.\end{cases} \qquad (3.37)$$

Оператор (3.37) реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ $\Lambda^2{}_{mcn}$ із поточних множин Λ^1_{mcn} та $\Lambda''_{mcn}=\{\Lambda'_1\cup\Lambda'_2\ldots\cup\ldots\Lambda'_s\ldots\cup\Lambda'_S\}, s=1\ldots S.$ у спосіб ранжування усіх структур за значеннями функції мети (3.31) чи (3.32) з подальшим обранням $s=1\ldots S$ структур λ_s^2 за найвищим значення функції мети оптимізаційної задачі (3.35), (3.36). Таким чином отримуємо множину структур інтервальних моделей другого ряду формування $\Lambda^2{}_{mcn}$.

Вихід із локальних мінімумів функції мети задачі (3.35), (3.36) здійснюємо на *фазі бджіл розвідників*

Фаза бджіл розвідників.

Для цього для кожної поточної структури λ_s уводимо лічильник $Limit_s$, який збільшуємо на «1» кожного разу, якщо під час попарної чи погрупової селекції поточна структура не «оновилася», та обнуляємо - в іншому випадку. Порівняння

значення цього лічильника з деякою, уведеною на фазі ініціалізації, константою *LIMIT* дає можливість прийняти рішення про те, чи поточна структура себе вичерпала. Якщо лічильник $Limit_s$ досягає значення *LIMIT*, то більше не доцільно модифікувати цю поточну структуру. Це означає знаходження в локальному мінімумі функції (3.35). Тоді, використовуємо оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, який випадковим чином генерує «нову» структуру λ_s^2 з множини *F* всіх структурних елементів випадковим чином, так як на фазі ініціалізації, тільки для однієї структури. Отже, таких структур буде тільки декілька відсотків від значення *S* (усіх робочих бджіл).

3.4. Алгоритм реалізації методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів

Реалізаціявище описаного методу структурної ідентифікації наведена на рис. 3.1у вигляді блок-схеми узагальненої обчислювальної послідовності перетворень структур. Зауважимо, що наведена схема є відображенням обчислювальних процесів задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей як статичних так і динамічних об'єктів.

Перейдемо до детального опису процесів обчислень.

«Блок 1» – передбачає реалізацію фази ініціалізації параметрів алгоритму. Зокрема, користувач повинен задати значення таких змінних: *LIMIT*, *S*, $[I_{\min}; I_{\max}]$ та множину структурних елементів $F = \{ f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), ..., f_m(\vec{V}) \}$. Далі формуємо початкову множину структур інтервальних моделей Λ_0 з потужністю *S*. Варто зазначити, що початкову множину структур Λ_0 формуємо випадковим чином із набору структурних елементів F. На цьому етапі важливим є розробка інтерфейсу користувача для уведення таблиці структурних елементів і їх одночасне кодування в десятковій системі числення.

«Блок 2» - відображає реалізацію *фази робочих бджіл*, тобто синтез множини поточних структур Λ'_{mcn}. Отже, здійснюємо перетворення

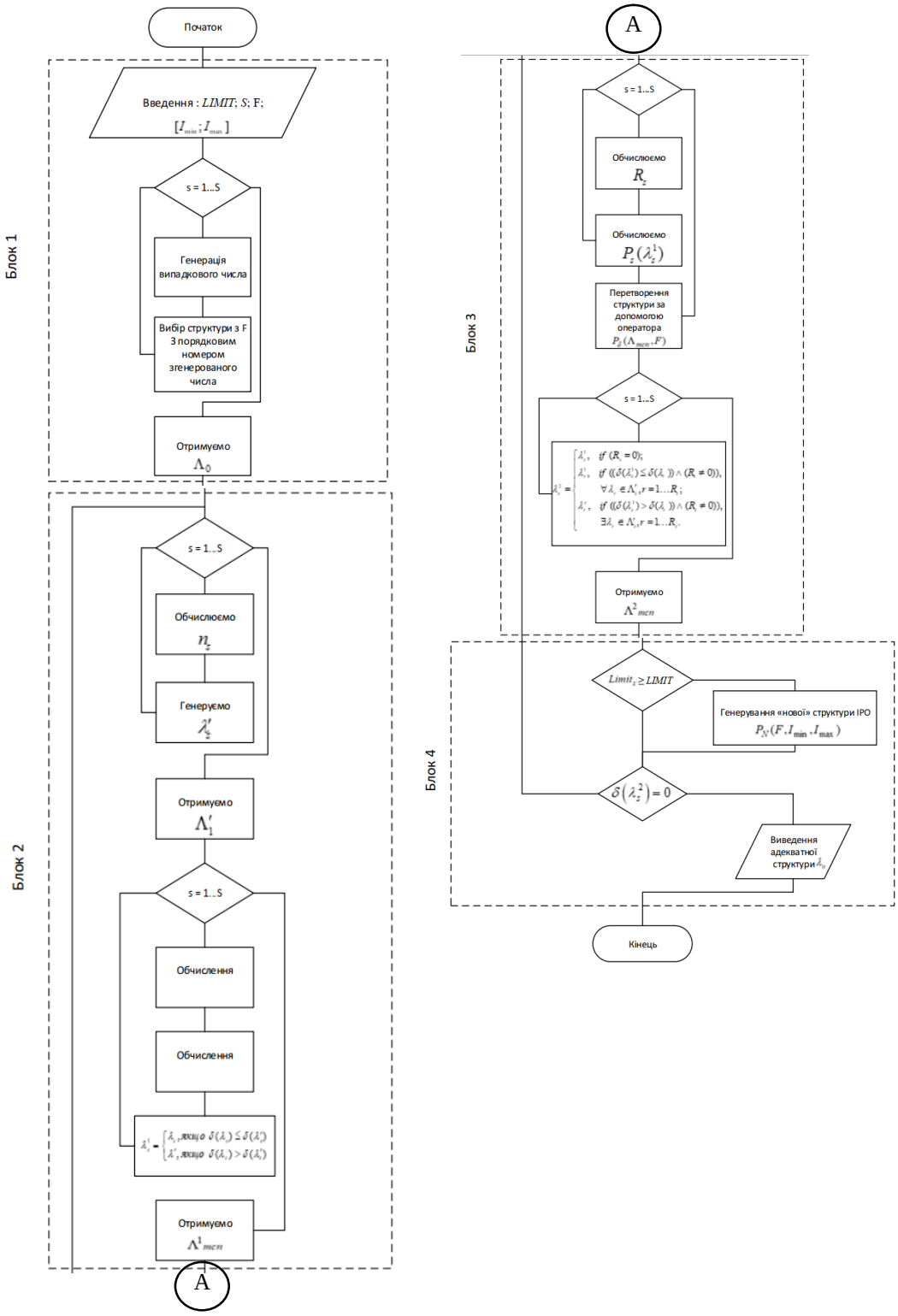


Рисунок3.1 – Узагальнена блок-схема перетворень структур моделей на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

множини структур Λ_{mcn} на поточній ітерації (mcn – номер поточної ітерації) у множину структур Λ'_{mcn} в околі поточних. Таке перетворення виконує програмно реалізований оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$.

Після виконання, вищезазначеного оператора, проводимо попарну селекцію структур інтервальних моделей із використанням обчислених значень функції мети для кожної пари структур λ_s, λ'_s із поточних множин Λ_{mcn}, Λ'_{mcn} структур

Цей оператор $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ формує множину «найкращих» структур $\Lambda^1{}_{mcn}$.

«Блок 3» – відображає реалізацію *фази бджіл-дослідників*, тобто зміну кожної структури λ^1_s із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$, у структури із множини Λ'_s ($s = 1 \ldots S$), у спосіб випадкової заміни елементів кожної поточної структури λ^1_s, випадковим чином вибраними елементами із набору $F = \{ \ f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), ..., f_m(\vec{V}) \ \}$. Тоді позначимо за Λ''_{mcn} таке об'єднання множин $\Lambda''_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}, s = 1 \ldots S.$ Ця процедура здійснюється чисельно реалізованим оператором $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ Далі проводимо погрупову селекцію поточних структур інтервальних моделей із поточних множин Λ^1_{mcn} і Λ''_{mcn} у спосіб застосування оператора погрупової селекції $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$. Результати селекції розміщуємо в наборі «найкращих» структур $\Lambda^2{}_{mcn}$

«Блок 4» – відображає реалізацію *фази бджіл-розвідників.* У цьому блоці здійснюється перевірка «вичерпаності» поточних структур. Усі структури $\lambda^2_s \in \Lambda^2{}_{mcn}$, для яких справджується умова переповнення лічильника «вичерпаності структур»: $Limit_s \geq LIMIT$, вважаємо не перспективними, з точки зору пошуку мінімуму функції мети. Якщо вище зазначена умова виконується, то цю структуру замінюємо «новою», яку формуємо чисельною реалізацією оператора $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$.

Якщо ж для поточних структур знайдеться хоча б одна, для якої $\delta\left(\lambda^2_s\right) = 0$, то завершуємо процедуру структурної ідентифікації інтервальної моделі, в протилежному випадку - повертаємося до «Блок 2».

Представлена на рис. 3.1 узагальнена схема реалізує перетворення структур моделей виконанням послідовності операторів $P(\Lambda_{mcn}, F)$, $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F), P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ та проведенням процедур селекції за допомогою операторів парної та погрупової

селекції, відповідно $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$, $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$ у такий спосіб, щоб забезпечити зменшення значень функції мети $\delta(\lambda_s)$ на кожній ітерації.

Виконання зазначених перетворень на кожній фазі полягає у формуванні ІСНАР з подальшим оцінюванням її сумісності на основі реалізації алгоритму для методу параметричної ідентифікації, який описано у третьому розділі.

Ітераційна схема реалізується до тих пір, доки серед набору не отримаємо хоча б однієї сумісної ІСНАР. Така ІСНАР відповідає набору структурних елементів для побудови адекватної математичної моделі з гарантованими прогностичними властивостями.

Варто зазначити, що виконання зазначеної послідовності перетворень забезпечує ряд переваг, у порівнянні з алгоритмами ройового інтелекту чи генетичними алгоритмами. Зокрема, таблиця усіх структурних елементів $F = \{ f_1(\vec{V}), f_2(\vec{V}), ..., f_m(\vec{V}) \}$ є початково сформована і її використовуємо на кожній ітерації перетворення поточних структур моделей. Очевидно, що потужність сформованої початково множини структурних елементів не впливає на обчислювальну складність реалізації методу. З іншого боку, постійне використання (на кожній ітерації перетворення структур) таблиці структурних елементів знижує ризик втрати значущих елементів структури математичної моделі в процесі виконання операторів $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$, $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$ попарної чи погрупової селекції, відповідно.

Якщо ж порівнювати розглянутий алгоритм синтезу структури із алгоритмами на основі генетичних алгоритмів, то в цьому алгоритмі формування «нових» варіантів структур інтервальних моделей здійснюється на основі однієї структури із заміною або частковою заміною її компонентів, що не вимагає розробки та реалізації складних та нестандартних операторів для «схрещування» двох структур. Це у цілому спрощує реалізацію методу структурної ідентифікації.

Ймовірнісний підхід до розподілу кількості «нових» структур, на *фазі активності бджіл-дослідників* означає, що для структур, функції мети яких характеризуються найменшими значеннями, ймовірніше, що дослідження проводяться інтенсивніше, оскільки існує достатньо велика ймовірність, що ці ділянки містять структури близькі до оптимальних чи можливо і оптимальні. Такий

механізм дає можливість швидше знайти розв'язок у вигляді оптимальної структури, або встановити факт зациклення процедури пошуку оптимальної структури на структурі, яка є локальним мінімумом функції мети.

Також застосування критерію «вичерпаності» дозволяє не тільки встановлювати факт зациклення процедури пошуку оптимальної структури на структурі, яка є локальним мінімумом функції мети, але і використовувати механізм на фазі *бджіл-розвідників* виходу із локального мінімуму, тобто здійснювати перехід на абсолютно іншу структуру.

Варто також відзначити, що у порівнянні із алгоритмами структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів, а також у порівнянні із існуючими методами на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, формальні перетворення структур в цьому методі, націлені на більш «глибоке» перетворення структур інтервальних моделей як статичних так і динамічних об'єктів з одночасним зменшенням кількості оцінювань значень функції мети. Це дає можливість зменшити кількість складних обчислювальних процедур оцінювання розв'язків ІСНАР. Разом з тим, поєднання розглянутого методу із методом параметричної ідентифікації інтервальних моделей, наведеним у розділі 2 (останній вмонтований в обчислювальну схему нового методу структурної ідентифікації), дає можливість підсилити виграш щодо зниження обчислювальної складності і спрощення процедур побудови зазначених моделей.

3.5. Дослідження обчислювальної складності реалізації методу

Як вже зазначалося вище, задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів, як і задачі параметричної ідентифікації моделей цих об'єктів, відносяться до задач комбінаторної складності. Тому дослідження обчислювальної складності методів їх розв'язування оцінюємо на застосуванні до розв'язування прикладних задач.

Метод структурної ідентифікації, на відміну від параметричної, суттєво складніший, оскільки полягає у багаторазовому формуванні та оцінюванні сумісності ІСНАР. В оглядовій частині дисертації відзначено, що переважні витрати для

кожної ітерації таких методів визначаються обчисленням значення функції мети, в нашому випадку за формулами (3.31) чи (3.32). Цей показник позначили за N_F. Проте, в нашому випадку можемо говорити про дослідження обчислювальної складності у кількості ітерацій методу, кожна з яких полягає у формуванні ІСНАР, не беручи до уваги обчислювальні витрати на оцінювання розв'язків цієї системи (обчислювальні витрати на розв'язування задачі параметричної ідентифікації).

Таким чином, цей показник не враховує зменшення обчислювальних витрат, за рахунок застосування у цьому методі структурної ідентифікації також нової схеми розв'язування задачі параметричної ідентифікації, яку представлено в другому розділі. Таким чином зможемо оцінити виграш тільки за рахунок введення нових формул (3.17) та (3.18) чи (3.19) та (3.20), взамін використання формули (3.16).

Для дослідження ефективності запропонованих інновацій щодо методу структурної ідентифікації, побудуємо модель динаміки концентрацій NO_2 [7, 9, 18, 82, 122, 123, 129, 145, 176, 187, 194, 199, 213, 226, 234, 242, 268] у контрольній точці м. Тернопіль. Тобто із використанням модифікованих операторів визначення «перспективних» джерел нектару (запропонованих у попередньому розділі виразів (3.18) та (3.20), взамін використання формули (3.16). Водночас, для обґрунтування потреби імплементації цих виразів з поміж (3.18) та (3.20) та вибору найефективнішого із них, побудуємо зазначену модель із використанням методу структурної ідентифікації, в якому використано вираз (3.16).

Під час процесу структурної ідентифікації математичних моделей динаміки концентрацій NO_2 у контрольній точці м. Тернопіль було використано експериментальні дані, виміряні на перехресті вулиць Чехова-За Рудкою. Крім того, було враховано інтенсивність транспортних потоків у цій же точці за контрольні періоди часу, тобто 20 хвилин. Для фіксації концентрації діоксиду азоту у контрольній точці було використано датчик DGS-NO2 968-037, похибка вимірювань якого складає 15% [106]. Інтенсивність транспортних потоків у контрольній точці фіксувалась безпомилковона основі обладнання [9, 71].

Таблиця 3.3 – Множина усіх потенційних структурних елементів моделі

№	Структурний	№	Структурний
1	v_{k-1}	27	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
2	v_{k-2}	28	$v_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
3	v_{k-3}	29	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
4	v_{k-4}	30	$v_{k-1} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
5	$v_{k-1} \cdot v_{k-2}$	31	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
6	$v_{k-1} \cdot v_{k-3}$	32	$v_{k-1} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
7	$v_{k-1} \cdot v_{k-4}$	33	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
8	$v_{k-2} \cdot v_{k-3}$	34	$v_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
9	$v_{k-2} \cdot v_{k-4}$	35	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
10	$v_{k-3} \cdot v_{k-4}$	36	$v_{k-2} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
11	v_{k-1}^2	37	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
12	v_{k-2}^2	38	$v_{k-2} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
13	v_{k-3}^2	39	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
14	v_{k-4}^2	40	$v_{k-3} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
15	v_{k-1} / v_{k-2}	41	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
16	v_{k-1} / v_{k-3}	42	$v_{k-3} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
17	v_{k-1} / v_{k-4}	43	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
18	v_{k-2} / v_{k-3}	44	$v_{k-3} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
19	v_{k-2} / v_{k-4}	45	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
20	v_{k-3} / v_{k-4}	46	$v_{k-4} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
21	v_{k-2} / v_{k-1}	47	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
22	v_{k-3} / v_{k-1}	48	$v_{k-4} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
23	v_{k-3} / v_{k-2}	49	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
24	v_{k-4} / v_{k-1}	50	$v_{k-4} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
25	v_{k-4} / v_{k-2}	51	v_{k-1}^3
26	v_{k-4} / v_{k-3}	52	v_{k-2}^3

У процесі досліджень було проведено п'ять серій

експериментів. Розглянемо детальніше одну із них. Згідно із обчислювальною схемою реалізації методу структурної ідентифікації моделі на початковій фазі потрібно сформувати множину усіх потенційних структурних елементів моделі та задати значення параметрів методу. Для усіх обчислювальних експериментів із серії було сформовано однакову множину структурних, подану у таблиці 3.3. При цьому, початкові параметри методу було задано, базуючись на попередньому досвіді застосування методу, наступним чином:

- $S_0 = 10$ (початкова кількість структур – «кількість робочих бджіл колонії»);
- $S_0 = 20$ (кількість структур згенерованих на основі оператора $P_\delta(\Lambda^1_{mcn}, F)$– «кількість бджіл-дослідників колонії»);

$LIMIT=5$, $[I_{\min}; I_{\max}]=[4;7]$, $MCN=10000$.

Таким чином, на першій ітерації реалізації методу було сформовано початкову множину ІДДМ у кількості $S_0 = 10$. Зазначена множина структур моделей була використана на першій ітерації усіх проведених обчислювальних експериментів із серії.

Таблиця 3.4 – Ймовірна кількість згенерованих структур для кожної поточної структури s на першій ітерації методу

s	«Якість моделі» $\delta(\lambda^1_s)$	R_s, Вираз (3.16)	R_s, Вираз (3.18)	R_s, Вираз (3.20)
1	0,903	0	0	0
2	0,899	0	0	1
3	0,821	1	1	1
4	0,78	1	1	1
5	0,734	2	2	1
6	0,707	2	2	2
7	0,645	3	3	2
8	0,624	3	3	3
9	0,582	4	4	4
10	0,506	4	4	5

Отримана множина структур моделей першого ряду формування та обчислені для них значення функції мети $\delta(\lambda^1_s)$ та змінної R_s(кількість структур, які будуть згенеровані на базі *s*-ї

структури із множини Λ^1_{mcn}) із використанням формул (3.16), (3.18) та (3.20) цієї операції наведено у таблиці 3.4.

Як видно із таблиці 3.4, обчислені значення змінної R_s із використанням виразів (3.16) та (3.18) є однаковими, а на основі виразу (3.20) – відрізняються інтенсивнішим дослідженням «більш якісних» структур моделі. Що в свою чергу відповідним чином також впливає і на результати застосування методів на подальших ітераціях його реалізації. Це наочно проілюстровано у таблицях 3.5 - 3.7.

На другій ітерації для усіх експериментів було отримано однакову множину структур Λ^1_{mcn}, подану у таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Ймовірна кількість згенерованих структур для кожної поточної структури s на другій ітерації методу

s	«Якість» моделі $\delta(\lambda^1_s)$	R_s, Вираз (3.16)	R_s, Вираз (3.18)	R_s, Вираз (3.20)
1	0,903	0	0	0
2	0,899	0	0	1
3	0,821	1	1	1
4	0,78	1	1	1
5	0,734	2	1	1
6	0,707	1	2	1
7	0,645	3	2	1
8	0,467	3	3	2
9	0,423	5	4	5
10	0,389	4	5	7

Із таблиці 3.5 очевидно, що розподіл новосформованих структур, отриманий із використанням виразу (3.16) є нераціональним (зокрема, для s=5,6, 9, 10). Такий характер отриманого розподілу пов'язаний із впливом використання лишків, отриманих під час операції заокруглення до найближчого цілого значення. Водночас, розподіл отриманий на основі виразів (3.16) та (3.18) є відносно однаковим, а на основі виразу (3.20) відрізняються інтенсивнішим дослідженням «більш якісних» структур.

На третій ітерації методу отримано різні множини структур Λ^1_{mcn}, подані у таблиці 3.6. Зокрема, у ході проведення експерименту

із використанням виразу (3.20), отримано частково іншу множину Λ^1_{mcn}, що пов'язано із тим, що за рахунок більш інтенсивного дослідження деяких структур, було виявлено одну «вичерпану». А у ході проведення експерименту із використанням виразу (3.18) більш інтенсивно досліджено структуру 9 на другій ітерації методу, тому для неї змінилося значення функції мети.

Таблиці 3.6 – Ймовірна кількість згенерованих структур для кожної поточної структури s на третій ітерації методу

s	Експеримент 1		Експеримент 2		Експеримент 3	
	«Якість» моделі $\delta(\lambda^1_s)$	R_s, Вираз (3.16)	«Якість» моделі $\delta(\lambda^1_s)$	R_s, Вираз (3.18)	«Якість» моделі $\delta(\lambda^1_s)$	R_s, Вираз (3.20)
1	0,888	0	0,888	0	0,888	0
2	0,871	0	0,871	0	0,871	1
3	0,821	1	0,821	1	0,821	1
4	0,78	1	0,78	1	0,78	1
5	0,734	1	0,734	1	0,734	1
6	0,645	2	0,645	2	0,645	2
7	0,521	3	0,521	2	0,521	2
8	0,467	4	0,467	3	0,502	3
9	0,401	4	0,401	4	0,467	4
10	0,389	4	0,367	5	0,321	5

Як видно із таблиці 3.6 вже на третій реалізації методів, хід їх проведення в напрямку зменшення значень функції мети $\delta(\lambda^1_s)$ відрізняється, що в подальшому впливає на показники обчислювальної складності методів.

Подальший розподіл кількості ново-сформованих структур на 4 ітерації реалізації методу наведено у таблиці 3.7.

Отримані на четвертій ітерації реалізації методів результати застосування операторів визначення «перспективних» джерел нектару є зовсім різними для усіх експериментів із серії. Це означає, що спосіб реалізації зазначеного оператора суттєво впливає на хід процесу розв'язування задачі структурної ідентифікації, а відповідно й на обчислювальну складність реалізації відповідного методу.

Таблиці 3.7 – Ймовірна кількість згенерованих структур для кожної поточної структури s на четвертій ітерації методу

s	Експеримент 1		Експеримент 2		Експеримент 3	
	«Якість» моделі $\delta(\lambda_s^1)$	R_s, Вираз (3.16)	«Якість» моделі $\delta(\lambda_s^1)$	R_s, Вираз (3.18)	«Якість» моделі $\delta(\lambda_s^1)$	R_s, Вираз (3.20)
1	0,885	0	0,888	0	0,888	0
2	0,871	0	0,871	0	0,871	1
3	0,715	1	0,820	1	0,821	1
4	0,700	1	0,780	1	0,777	1
5	0,698	1	0,732	1	0,752	1
6	0,604	2	0,640	2	0,492	2
7	0,578	3	0,5001	2	0,479	2
8	0,422	4	0,410	3	0,456	3
9	0,388	4	0,329	4	0,311	4
10	0,349	4	0,285	5	0,270	5

Під час проведення усіх експериментів із серії було отримано адекватні структури ІДДМ:

$$\hat{v}_k = 0,124 - 0,5764\hat{v}_{k-2} + 0,7078\hat{v}_{k-3} + \\ +0,0473\hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4} + 0,0159\hat{v}_{k-1}\hat{v}_{k-2} / \hat{v}_{k-1}, \text{ k=4,..,18} \quad (3.38)$$

$$\hat{v}_k = 0,0226 - 0,6114\hat{v}_{k-2} + 0,7781\hat{v}_{k-3} + \\ +0,037\hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4} + 0,0282\hat{v}_{k-1}\hat{v}_{k-4} / \hat{v}_{k-2}, \text{ k=4,..,18} \quad (3.39)$$

$$\hat{v}_k = 0,0149 - 0,5788\hat{v}_{k-2} + 0,7425\hat{v}_{k-3} + 0,046\hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4}, \text{ k=4,..,18} \quad (3.40)$$

Зокрема, структура (3.38) – отримана у ході першого експерименту із серії, (3.39) – другого експерименту та (3.40) – третього експерименту, відповідно.

Зафіксовані значення обчислювальної складності методу структурної ідентифікації, отримані у ході усіх обчислювальних експериментів відрізнялися. Зокрема, використання формули (3.18) чи (3.20) для визначення інтенсивності дослідження поточних структур, забезпечило зниження обчислювальної складності застосування методу в середньому на 8% (за результатами усіх проведених серій експериментів). Зауважимо, що отриманий результат не враховує зменшення обчислювальних витрат, за

рахунок застосування у цьому новому методі структурної ідентифікації також нової схеми розв'язування задачі параметричної ідентифікації, яку представлено в попередньому розділі.

Варто також зазначити, що запропонований метод також дозволив отримати інтервальну модель з простішою структурою. Так, із використанням формули (3.20), отримана структура містить на один елемент менше ніж, коли використовували формулу (3.16).

Підсумовуючи результати цього розділу, варто зазначити, що розглянутий метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних з обчислювальними процедурами самоорганізації та самоадаптації за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії, дає можливість: створити єдиний підхід до побудови таких моделей з гарантованими прогностичними властивостями; знизити обчислювальну складність процедур побудови цих моделей, а також отримувати моделі простіші у порівнянні із використанням методу без уведених іновацій у вигляді виразів (3.18) та (3.20).

Висновки до розділу 3

1.Розглянуто задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів. Обидві задачі на кожній ітерації є задачами формування на розв'язування інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь. На цій основі розглянуто спільний підхід до побудови методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів.

2. Сформульовано задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів, як задачі багаторазового пошуку розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь, у вигляді оптимізаційних задач з нелінійною, дискретною функцією мети та дискретними і нелінійними обмеженнями.

3. Розглянуто метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних та динамічних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії, що дало

можливість знизити обчислювальну складність ідентифікації структур моделей та отримати інтервальні моделі з простішими структурами у порівнянні із використанням методу без уведених іновацій.

4. Наведено результати порівняльного аналізу обчислювальної складності розглянутого методу структурної ідентифікації з відомими на прикладі побудови інтервальних моделей динаміки концентрацій NO_2 у контрольній точці. За показник обчислювальної складності реалізації методів обрано кількість ітерацій методу, кожна з яких полягає у формуванні ІСНАР, не беручи до уваги обчислювальні витрати на оцінювання розв'язків цієї системи (обчислювальні і витрати на розв'язування задачі параметричної ідентифікації). Таким чином, цей показник не враховує зменшення обчислювальних витрат, за рахунок застосування у розглянутому методі структурної ідентифікації також нової схеми розв'язування задачі параметричної ідентифікації.

Зафіксовані значення обчислювальної складності методу структурної ідентифікації, отримані у ході усіх обчислювальних експериментів відрізнялися, проте розглянутий метод забезпечив зниження обчислювальної складності застосування методу в середньому на 8% - без урахування виграшу за рахунок використання в методі нової схеми організації обчислень для параметричної ідентифікації (за результатами усіх проведених серій експериментів).

РОЗДІЛ 4.
ОНТОЛОГІЯ ІНТЕРВАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХОБ'ЄКТІВ,- ЯК ОСНОВА РОЗРОБКИ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ

Математичні знання - це термін, який часто використовується для опису різних складових математичної науки, таких як теореми, леми, аксіоми, доведення тощо. Під терміном «знання з математичного моделювання» розуміємо означення величезної кількості знань, які формалізовані як в рамках конкретної математичної моделі, так і в процесі її побудови, а також пов'язані з ними процедури практичного використання. Порівняно з іншими формами знань, такими як правила, дерева розв'язків, математичні знання є більш абстрактними та більш структурованими. На нашу думку, загальний онтологічний підхід до математичного моделювання з прикладної точки зору не дозволяє здійснювати управління процесами побудови математичних моделей, оскільки за його допомогою можна лише описати предметну область математичного моделювання. Виходячи з прикладної точки зору, більшість основних форм математичних знань або вбудовані у конкретних програмних засобах, таких як моделі роботи агрегату в імітаційному програмному середовищі, або мають бути формально інтерпритовані у більш загальний математичний інструмент, дотримуючись відповідних синтаксичних правил.

Більшість такого типу знань стосується конкретних завдань моделювання і чітко реалізовані за допомогою відповідних процедурних описів, а не декларативних представлень на відміну від філософського бачення математичного моделювання. Разом з тим застосування відомого інструментарію реалізованих програмних засобів недостатньо як для дослідників так і спеціалістів-практиків, оскільки сама онтологія процесу прихована в процедурах, модулях конкретного програмного продукту. Така функціональна специфіка суттєво звужує можливості практичного використання такого інструментарію дослідниками та практиками [16-20].

Виходячи із наведених вище аргументів, виникає необхідність побудови та реалізації онтологічних моделей для інтервального

моделювання складних об'єктів. Застосування такого типу онтологічних моделей дозволить значно розширити можливості використання існуючого інструментарію та побудови нового.

Цей розділ також присвячено питанням побудови та реалізації архітектури програмного забезпечення, яка грунтується на онтологічному описі сфери інтервального моделювання складних об'єктів,аналізі вимог та побудові варіантів використання. В розділі також описано специфіку реалізації сервіс-орієнтованої архітектури програмного забезпечення, як один із варіантів використання напрацьованої бази модельних експериментів для використання у різних предметних галузях.

4.1 Онтологія інтервального моделювання складних об'єктів

Потреба в автоматизованому, систематичному, багаторазовому використані математичних моделей, як середовища отримання, накопичення та багаторазового використання знань цілком виправдана в контексті великої кількості інформації про процес та продукцію знань, що генеруються та зберігаються. Тому метою цього підрозділу є представлення онтології математичного моделювання на основі інтервальних даних, яка б розширювала можливості дослідників об'єктів різної природи, дані з яких отримуємо в інтервальному виді, а також практиків при застосуванні для моделювання процесів в медицині, охороні довкілля, енергетиці та інших технологічних галузях.

У пропонованому онтологічному підході для представлення понять, методів та засобів математичного моделювання на основі інтервальних даних, а саме декларативної та процедурної частин, математичні знання відокремлені. Декларативна частина складається з інформації, яка необхідна для побудови моделі, інформації, отриманої з моделі та відповідних математичних виразів, що представляють модель. Процедурна частина складається з деталізованих частин моделі, відповідних методів та алгоритмів їх реалізації, процедур ініціалізації змінних та їх інтерпретації. Серед інструментів, які використовують для побудови та використання онтології, найчастіше використовуються Protege та OntoStudio. Ці засоби завдяки надійності, високій частоті використання, масштабованості та розширюваності можуть також використовуватися в процесі побудови відповідних онтологічних

моделей для представлення та управління знаннями, які накопичують в процесі математичного моделювання. Проте, зазначені засоби складно інтегрувати в програмно-апаратні комплекси, які, зокрема часто використовують в медицині, і де швидкість та якість прийняття управлінських рішень є першочерговим завданням. Тому в якості інструментарію для побудови онтології в даній роботі використовуються:

- засоби сучасних баз даних - для зберігання інформації;
- алгебра кортежів - для формалізованого представлення знань та подальшої їх програмної інтерпретації незалежно від вибраних програмних платформ для їх реалізації, а також з метою реалізації ефективних методів управління накопиченими знаннями ;
- Python та Java в якості мов програмування для відповідної інтрпретації запропонованих методів та засобів.

На рисунку 4.1 представлено схему взаємозв'язків між декларативною та процедурною частиною знань, які накопичуються в процесі математичного моделювання на основі інтервальних даних в рамках пропонованого онтологічного підходу.

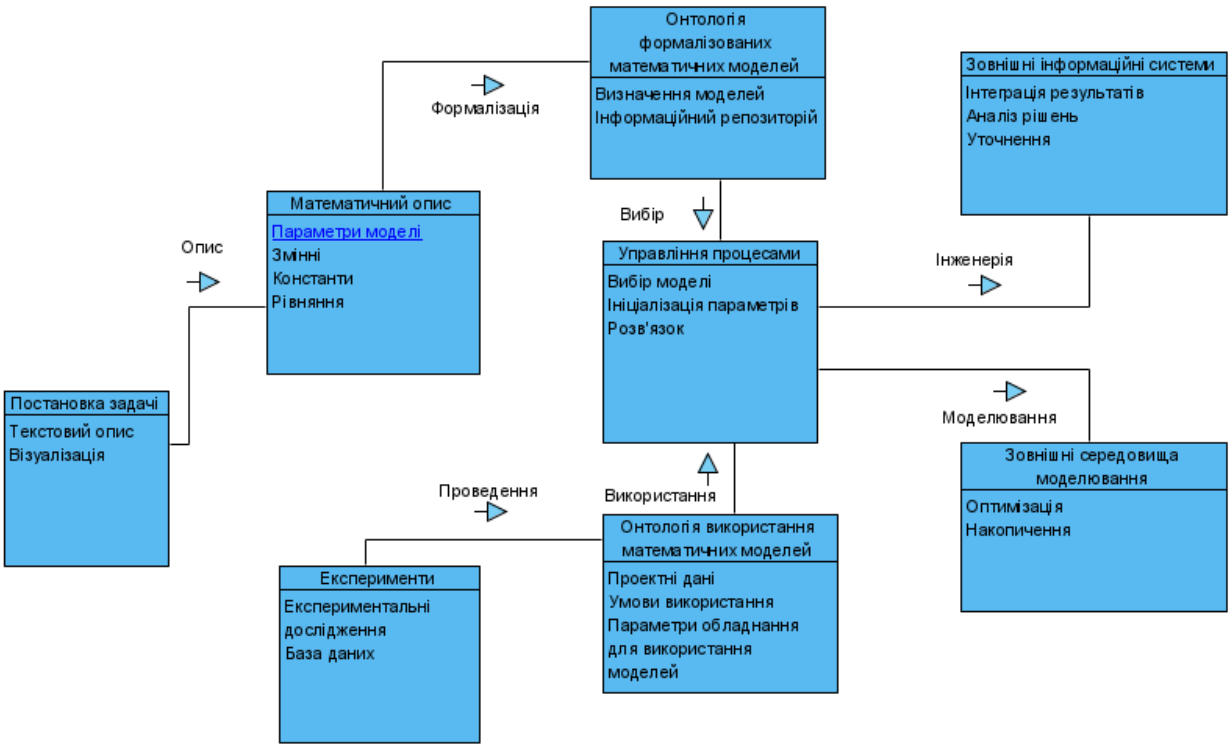


Рисунок 4.1 – Загальна схема реалізації онтологічного підходу для математичного моделювання на основі інтервальних даних

Декларативна частина отологічного підходу складається з онтології формалізованих математичних моделей (декларативна онтологія), яка містить визначення моделей та інформаційний репозиторій. Онтологія використання математичних моделей (операційна онтологія) містить проектні дані, умови експлуатації, параметри обладнання для використання моделей. Модельна онтологія складається з модельного класу, який має як атрибути та екземпляри.

Клас рівнянь, який позначає модельні рівняння (інтегральні рівняння, алгебраїчні рівняння або функції), параметри моделі, залежні та незалежні змінні, універсальні класи констант. Усі вищезазначені атрибути класу моделі по суті описують знання про модель інтуїтивно зрозумілим і явним чином, що робить модельне представлення більш систематичним, комп'ютерно-інтерпретованим та узагальненим за своєю суттю.

Особливість пропонованого підходу є те, що компоненти створеної таким чином моделі можуть повторно використовуватися. Тобто рівняння, змінні, припущення з однієї моделі можуть бути використані повторно під час створення іншої моделі, або сформована база математичних моделей може бути повторно використана в процесі інтерпретації в інших інформаційних системах. Таким чином, процес створення математичних моделей та їх практичне використання стає більш інтуїтивно зрозумілим та орієнтованим на користувача, який не дуже орієнтується в самому процесі моделювання. Кожна модель у цьому підході є конкретним екземпляром модельного класу онтології.

Онтологія формалізованих математичних моделей також містить функціональне представлення моделі у вигляді графічної інтерпретації для діагностики неточностей на основі вдосконаленої моделі.

На рисунку 4.2 представлено підмножину понять і відношень, які зафіксовані в загальній онтологійчній моделі.

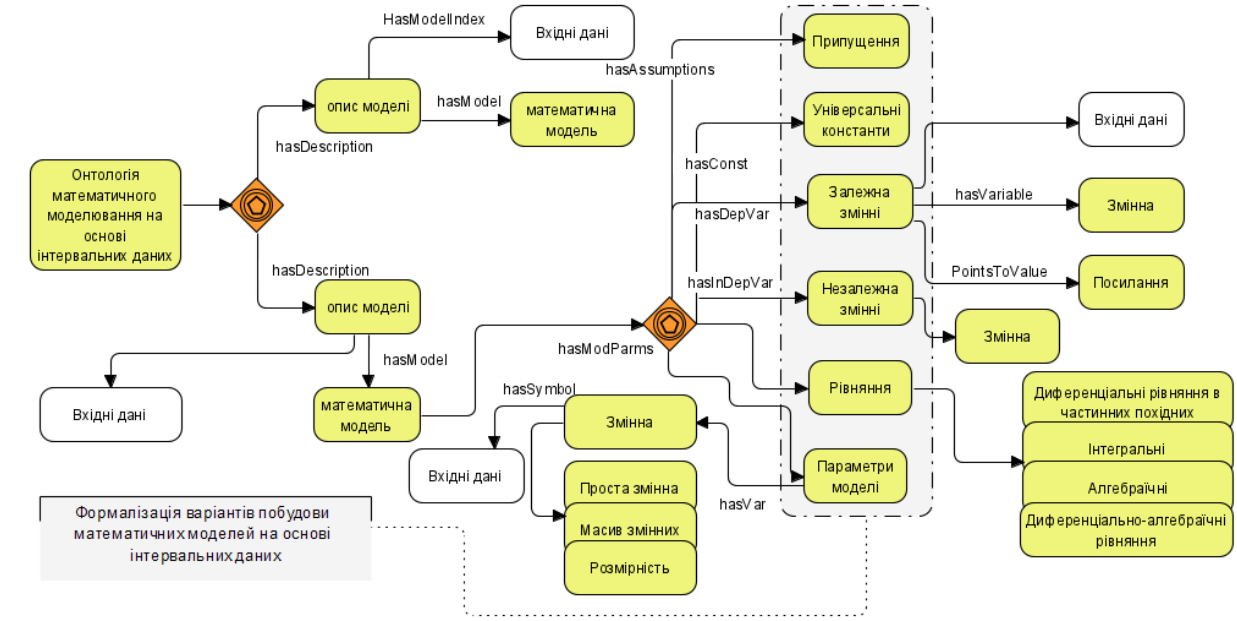


Рисунок 4.2 – Схема опису онтології математичних моделей на основі інтервальних даних

Онтологія математичної моделі складається з операційного класу, підкласами якого є різні операції, які виникають в процесі реалізації моделі, а також містять умови реалізації кожної з операцій. Ця онтологія також складається з класу результатів, у якому зберігається результати розв'язку моделі, а також результати проведення експериментів.

Процедурна частина онтологічного підходу складається з механізму побудови на основі методів аналізу даних відношень, які аналізують рівняння в онтологічній інтерпретації математичних моделей та переводять їх у вирази, які можна інтерпретувати в інші зовнішні програмні середовища. Загальна схема такого підходу представлена на рисунку 4.3.

Підсистема управління процесами вибору моделей створює оператори для ініціалізації параметрів моделі з відповідними значеннями, створює асоціації між змінними індексами та величини, для яких він позначається, ініціалізує універсальні константи, збирає фактичні команди розв'язку моделі та знаходить відповідний розв'язок множини рівнянь.

Такий програмно-інтерпретований онтологічний підхід надає користувачу низку додаткових можливостей у вигляді реалізованих функцій. Серед цих можливостей варто відзначити символьну обробку, яка безпосередньо аналізує рівняння у різних форматах та забезпечує їх інтерпритацію на різних мовах програмування.

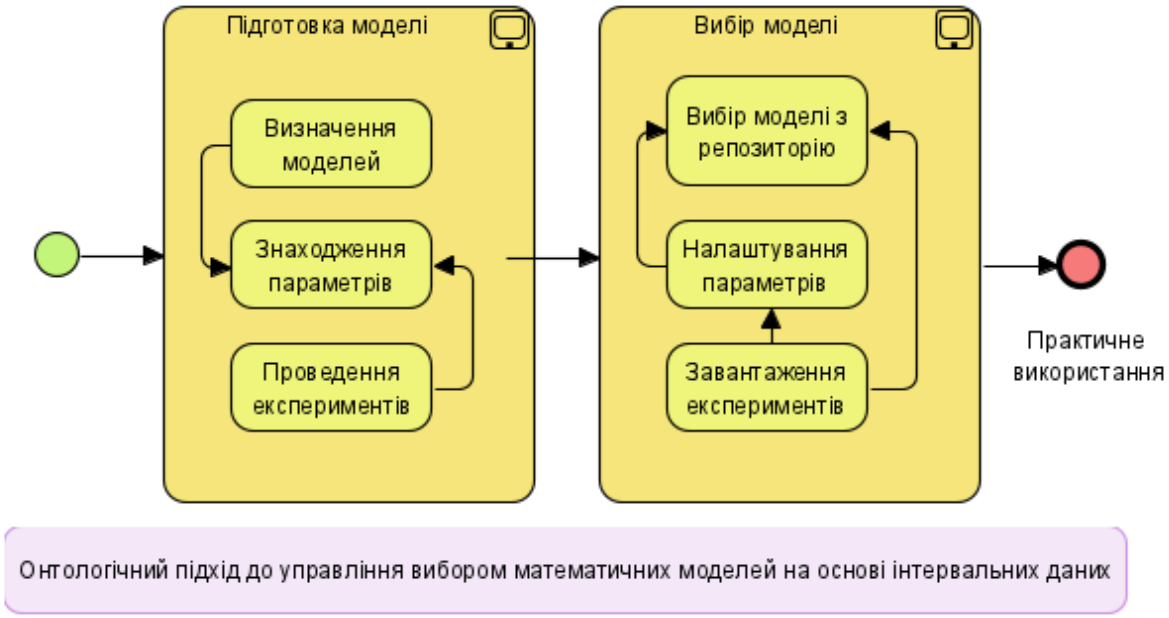


Рисунок 4.3 – Схема імплементації онтологічного підходу для математичного моделювання на основі інтервальних даних для практичного використання

Графічний інтерфейс користувача призначений для відображення результатів розв'язування (графіків або виразів) разом із збереженням повертається до онтології використання математичних моделей, а також використовується для вибору найкращого екземпляра моделі, яка найкраще підійде до використання в тій чи іншій прикладній галузі.

На основі аналізу структури інтервальних моделей, процесу моделювання та особливостей проведення експериментів, математичну модель з токи зору онтологічного підходу формалізуємо такими структурами:

$$Mm = \langle Ma, Mi, Mo, Par, Mr, Mc, SuMt_h, Mmt \rangle, \quad (4.1)$$

де Ma - предметна область, в межах якої будується, або використовується математична модель;. Mi - описи математичної моделі; Mo - множина об'єктів, де може бути використана модель; Par - множина параметрів; Mr - множина, яка описує результат побудови моделей об'єктів; Mc - множина характеристик перебігу експериментів; $SuMt_h$ - множина методів структурної ідентифікації

моделей; Mmt - множина методів ідентифікації параметрів моделей.

Своєю чергою предметну область описуємо кортежом

$$Ma = \langle IdMa, NmMa \rangle, \quad (4.2)$$

де $IdMa$ - ідентифікатор предметної області; $NmMa$ - предметна область.

Описи математичної моделі мають таку структуру:

$$Mi = \langle IdMi, NmMi, IdMa \rangle, \quad (4.3)$$

де $IdMi$ - ідентифікатор рівняння; $NmMi$ - формалізований опис рівнянь математичної моделі.

Структура опису множини об'єктів, де може бути використана модель має таке представлення:

$$Mo = \langle IdMo, NmMo, IdMa, IdMi \rangle, \quad (4.4)$$

де $IdMo$ - ідентифікатор об'єкта; $NmMo$ - інформація, що описує структуру об'єкта використання моделі.

Кортежний опис множини параметрів:

$$Par = \langle IdPar, PT, PV, IdMa, IdMi, IdMo \rangle, \quad (4.5)$$

де $IdPar$ - ідентифікатор параметра; PT - тип параметра; PV - значення параметрів моделі.

Представлення результатів побудови моделей об'єктів має такий вигляд:

$$Mr = \langle IdMr, RNm, IdMa, IdMi, IdMo \rangle, \quad (4.6)$$

де $IdMr$ - ідентифікатор результату; RNm твердження, які описують результат.

Характеристики перебігу експериментів представимо у такому вигляді:

$$Mc = \langle IdMc, MA, Dsc, IdMa, NA, IdMo, IdMi, IdPar \rangle, \quad (4.7)$$

де $IdMc$ - ідентифікатор ознак, які впливають на умови проведення експериментів; MA - основні характеристики; NA - альтернативні характеристики, Dsc - твердження, яке описує умови використання математичної моделі.

Кортеж для множини методів структурної ідентифікації моделей:

$$SuMt_k = \langle IdMmt, NmMt_k, Ac, IdMt_k \rangle \quad (4.8)$$

де $IdMmt$ - ідентифікатор методу; $NmMt_h$ - метод ідентифікації структури моделі; Ac - множина тверджень, яка описує метод, $IdMt_h$ - ідентифікатор методупараметричної ідентифікації.

Множину методів ідентифікації параметрів моделей представимо у такому вигляді.

$$Mt_h = (IdMt_h, NmMt_h, \quad Ac), \tag{4.9}$$

де $IdMt_h$ - ідентифікатор методу ідентифікації параметрів моделі;
На рисунку 4 представлено приклад реалізації онтологічного підходу для задачі візуалізації зворотнього гортанного нерва в процесі хірургічної операції на щитовидній залозі, особливості реалізації якої детально описано в роботах [63-65].

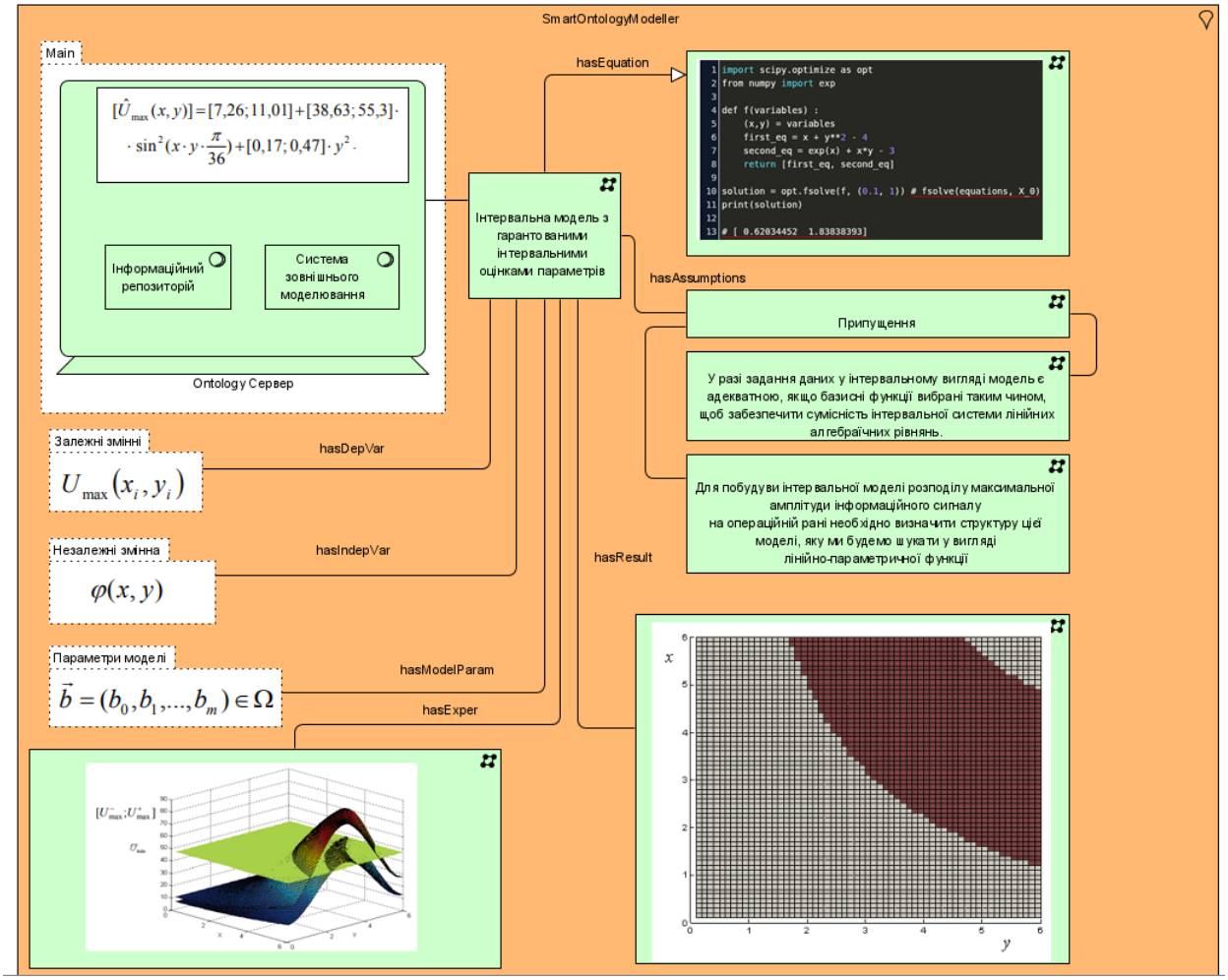


Рисунок 4.4 – Приклад реалізації онтології інтервальної моделі для задачі візуалізації зворотного гортанного нерва в процесі хірургічної операції на щитовидній залозі в середовищі SmartOntologyModeller

Схема формалізації математичної моделі за допомогою розробленого інструменту SmartOntologyModeller відображає основні структурні компоненти в рамках запропонованого онтологічного підходу. Як бачимо, інформаційний репозиторій з формалізованим описом моделей та зовнішнім середовищем моделювання, яке описує варіанти використання програмно-реалізованих моделей (в даному випадку інтервальна модель із гарантованими інтервальними оцінками параметрів) транслюється до індексного представлення та зберігається в атрибуті HasEquation. На схемі вказано залежні, незалежні змінні та параметри, якікомбінуються для представлення структури структури інтервальної моделі із гарантованими інтервальними оцінками параметрів. У правій частині схеми, формалізовано процес використання припущень для реалізації методів, умови проведення експериментів, рекомендації, щодо використання методів та візуалізація результатів моделювання.

Як варіант використання вищенаведеного онтологічного опису розглянемо метод вибору математичної моделі для моделювання на основі інтервальних даних.

Представимо цей метод у вигляді послідовності кроків.

1. Користувач обирає предметну область: $IdMa_c$. Позначення «_» означає префікс вибору, C – процедуру обрання.

Результатом є пропонований набір математичних моделей для набору обєктів Mi_c.

2. Обрання об'єкту моделювання.

Формальний опис цієї процедури такий:

$$Mo_C = \pi_{IdMo,NmMo}(\sigma_{Mo(IdMa)=IdMa_C \wedge Mo(IdMi=IdMi_C}(\tau(Mo))), \qquad (4.10)$$

де π - операції проекції алгебри кортежів, σ - операція вибірки з множини по заданих атрибутах, τ - операція впорядкування по значеннях відповідних атрибутів.

Результатом виконання операції є вибраний об'єкт з набором можливих моделей, у випадку наявності їх в репозитарії.

3. Обрання умов застосування моделі:

$$Mc_C = \pi_{IdMc,Dsc,IdPar}\left(\sigma_{\substack{Mc(IdMa)=IdMa_C \wedge Mc(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge Mc(IdMo)=IdMo_C}}\left(Mc\right)\right). \quad (4.11)$$

4. Обрання моделі.

Для цього випадку використовуємо таку процедуру:

$$Mi_C = \pi_{IdMi,IdMc,NmMi}(\sigma_{Mi(IdMa)=IdMa_C \wedge Mc(IdMc}(\tau(Mi))) \quad (4.12)$$

5. Для обрання у вигляді Mi_C та Mo_C формується множина, яка представляє результати побудови моделей об'єктів за допомогою такого опису:

$$Mr_C = \pi_{IdMr,RNm}\left(\sigma_{\substack{Mr(IdMa)=IdMa_C \wedge Mr(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge Mr(IdMo)=IdMo_C}}\left(\tau\left(Mr\right)\right)\right). \quad (4.13)$$

Якщо в репозитарії не має адекватних моделей для опису обєкта, то продовжуємо побудову моделей.

6. Обрання умов застосування моделі (характеристики перебігу експерименту):

$$Mc_C = \pi_{IdMc,Dsc,IdPar}\left(\sigma_{\substack{Mc(IdMa)=IdMa_C \wedge Mc(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge Mc(IdMo)=IdMo_C}}\left(Mc\right)\right). \quad (4.14)$$

7. Користувач обирає метод ідентифікації структури моделі

$$Mmt_C = \pi_{IdMmt,IdMth}\left(\sigma_{\substack{Mmt(IdMa)=IdMa_C \wedge Mmt(IdMi)= \\ =IdPi_C \wedge Mmt(IdMo)= \\ =IdMo_C \wedge Mmt(IdPar)=Par_C}}\left(Mmt\right)\right). \quad (4.15)$$

8. Визначення структури моделі та її параметрів

$$SuMth_C = \pi_{IdMmt,Ac,IdPar}\left(\sigma_{\substack{SuMth(IdMa)=IdMa_C \wedge SuMth(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge SuMth(IdMo)=IdMo_C \wedge \\ \wedge SuMth(IdMth)=IdPar_C}}\left(\tau\left(SuMth\right)\right)\right), \quad (4.16)$$

$$Par_C = \pi_{IdPar,Ac,}\left(\sigma_{\substack{Par(IdMa)=IdMa_C \wedge Par(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge Par(IdMo)=IdMo_C}}\left(\tau\left(Par\right)\right)\right). \quad (4.17)$$

Результатом виконання даної операції є множина моделей об'єкта.

9) Для визначених Mi та Mo формуєтьсямножина, яка описує результати побудови моделей:

$$Mr_C = \pi_{IdMr,RNm}\left(\sigma_{\substack{Mr(IdMa)=IdMa_C \wedge Mr(IdMi)= \\ =IdMi_C \wedge Mr(IdMo)=IdMo_C}}\left(\tau\left(Mr\right)\right)\right). \quad (4.18)$$

Виконання кроків 1- 5 дає можливість обрати адекватну для опису обєкта модель в репозитарії. Кроки 1, 2, 6- 9 використовуємо у випадку відсутніх моделей в репозитарії.

Наведений онтологічний опис дає можливість розробити середовище для моделювання на основі інтервальних даних.

4.2. Архітектура програмного середовища для моделювання статичних та динамічних систем

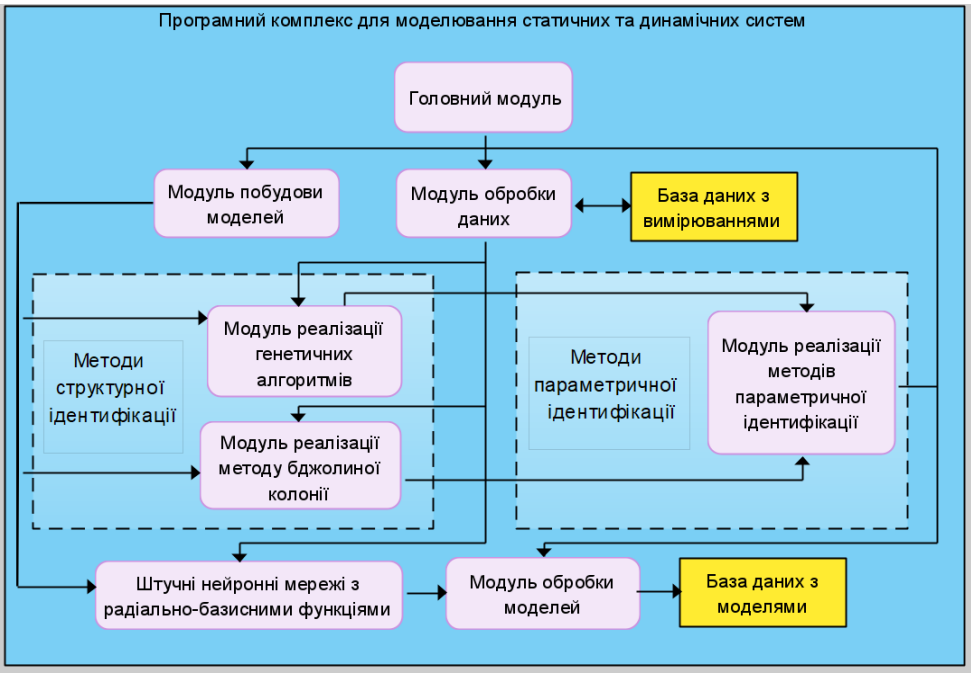


Рисунок 4.5 – Загальна архітектура системи

Авторами монографії створено програмний комплекс [49, 50], що інтегрує засоби моделювання об'єктів з розподіленими параметрами для вирішення задачі структурної та параметричної ідентифікації для статичних та для динамічних об'єктів [164].

Програмний продукт є об'єктно-орієнтованою системою [236, 251], розробленою за допомогою технології .NETна мові програмування C# [239, 266]. Загальну архітектуру системи представлено на рисунку 4.5.

На зображеній на рисунку 4.5 архітектурі, розробленого програмного комплексу, можна виділити декілька основних модулів: головний модуль, створення моделі, обробка даних, опрацювання моделі, методи для вирішення задачі структурної та параметричної ідентифікації.

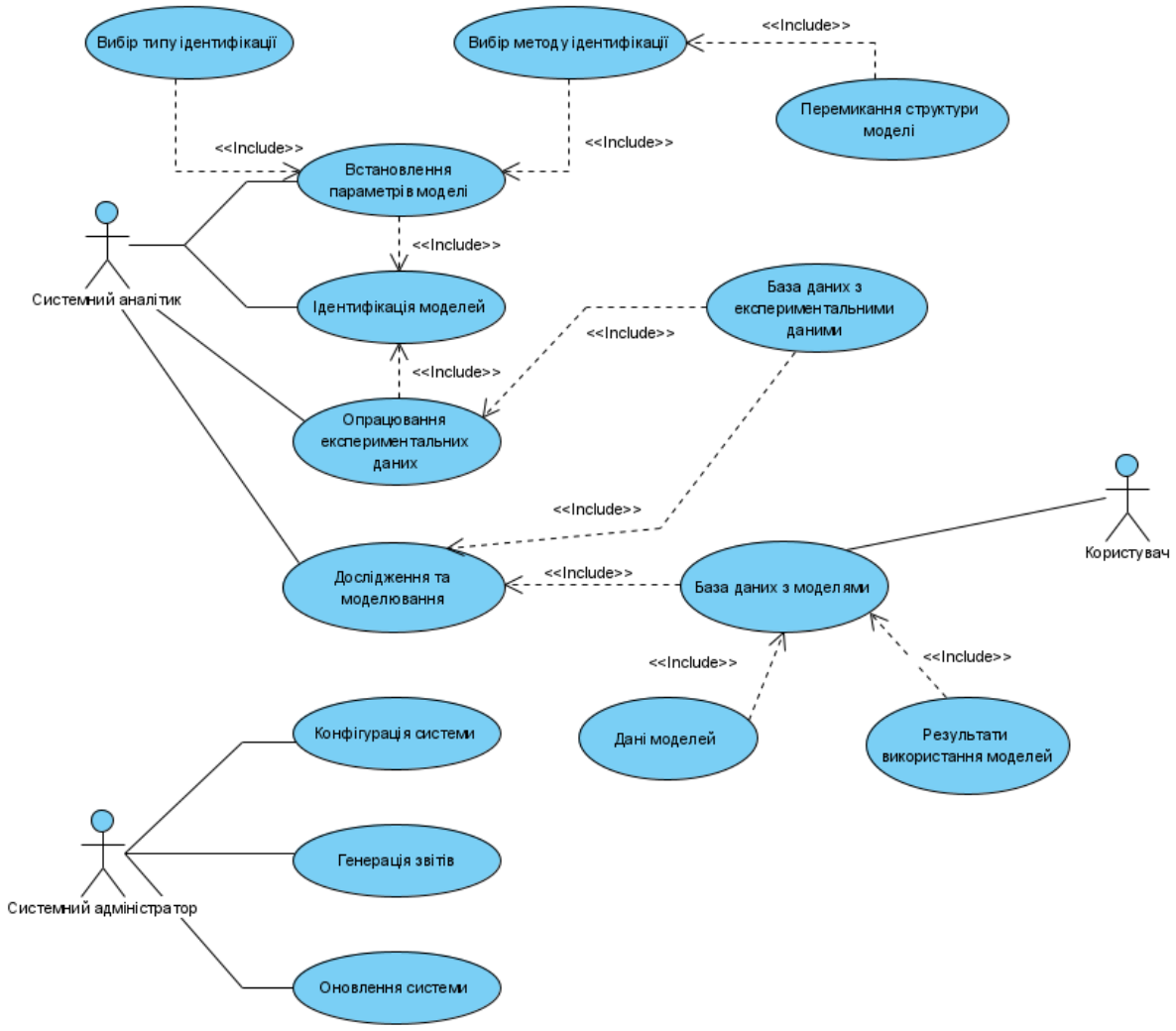


Рисунок 4.6 – Use-case діаграма

Окрім основних компонентів до програмної системи підключено два локальних сховища. Перше призначене для зберігання експериментальних даних, а друге – для збережених структур моделей. Спрощену UMLдіаграму варіантів використання [126, 252] наведено на рисунку 4.6.

Як показано на рисунку 4.6 системному аналітику надається можливість вибору типу ідентифікації між параметричною та структурною. Після вибору типу ідентифікації, є вибір методу ідентифікації в залежності від обраного варіанту. При виборі користувачем параметричної ідентифікації, надається вибір між різними методами випадкового пошуку.

Системний адміністратор має можливість здійснювати конфігурацію системи, генерувати різні форми звітів, а також здійснювати операції, які пов'язані із оновленням системних програмних модулів.

Користувач системи через використання різноманітних сервісів може працювати із базою даних напрацьованих моделей, яка також включає обробку даних, а також аналіз використання результатів моделювання.

Основним користувачем є системний аналітик, який займається реалізацією моделей, а також відповідними методами їх ідентифікації. Розглянемо структуру процесу підтримки вибору типу ідентифікації. Відповідна діаграма послідовності представлена на рисунку 4.7.

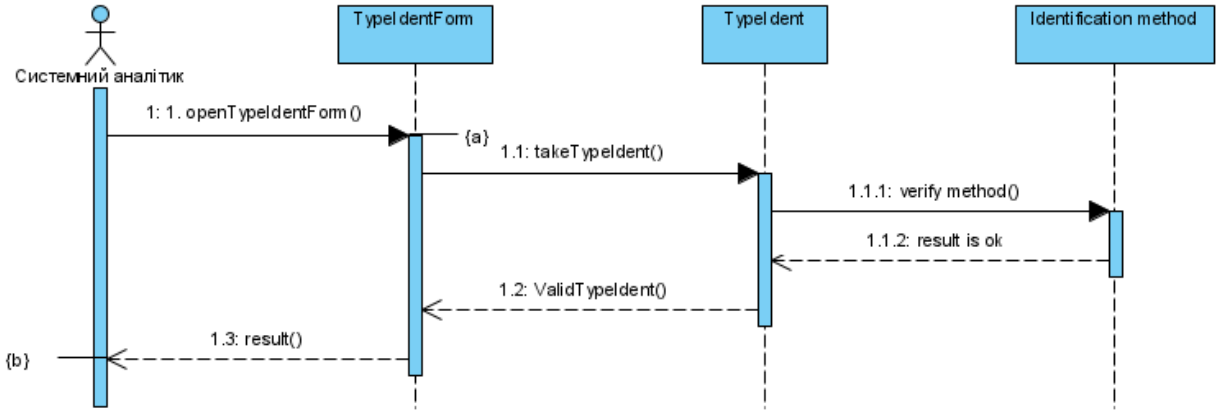


Рисунок 4.7 – Діаграма послідовності вибору типу ідентифікації

Вибір типу та відповідного методу ідентифікації здійснюється на основі його адаптації до відповідних подібних, побудованих раніше моделей. Використання відповідної форми для реалізації такого вибору та деякої модифікації дозволяє зосередитися на підборі відповідних параметрів без зміни програмної реалізації вибраних методів. Ключові елементи побудови типової моделі для деякої предметної області, а також вибір методу ідентифікації такої моделі представлено на рисунку 4.8 шляхом інтерпретації через відповідну діаграму послідовностей.

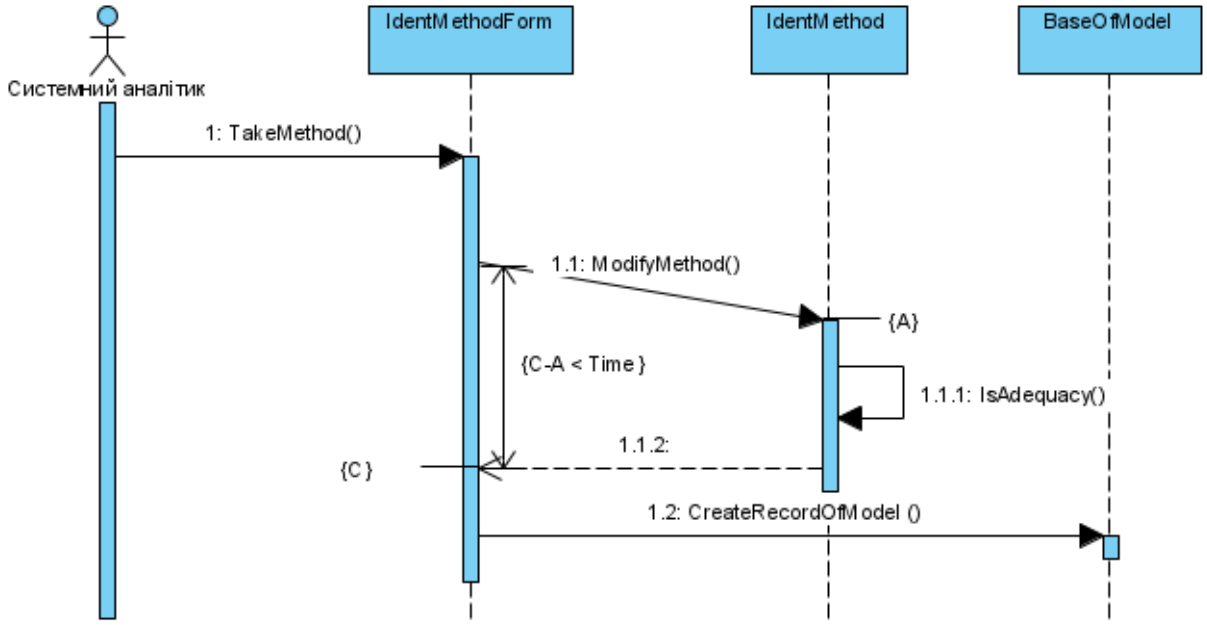


Рисунок 4.8 – Діаграма послідовності вибору та модифікації методу ідентифікації

Модифікація методу ідентифікації включає корекцію вхідних даних, якідозволяють визначити відповідні параметри. На основі напрацьованої бази моделей користувачі мають можливість їх використовувати для конкретних галузей дослідження або прикладних обастей через використання різноманітних сервісів.

Розглянемо детальніше процес побудови інформаційного забезпечення програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем. Система складається із двох великих компонент, які представлено на рисунку 5.6. Перша компонента є основою для формування інформаційного забезпечення, яке використовується в процесі реалізації методів параметричної

ідентифікації, а друга компонента слугує базою для реалізації методів структурної ідентифікації.

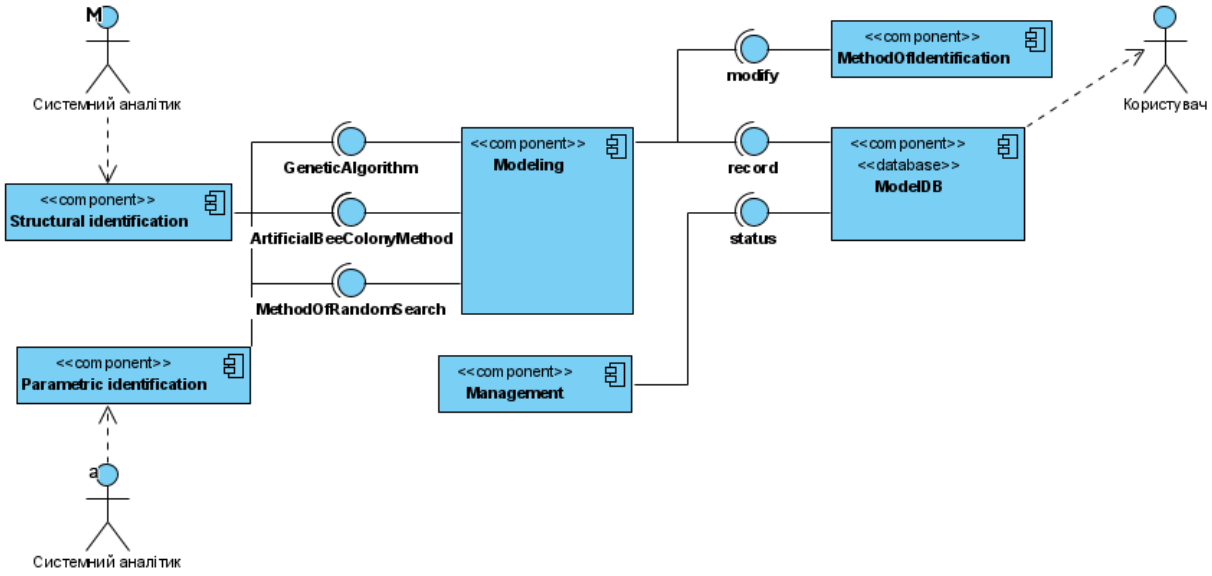


Рисунок 4.9 – Діаграма компонентів програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем

Ідентифікувавши ключові компоненти програмного комплексу, проаналізуємо його загальну систему класів, яка представленана рисунку 4.10.

Діаграма класів стосується підтримки побудови татестування програмних модулів методів ідентифікації та відповідних моделей а також для управління базою експериментальних досліджень.

Діаграма відображає деталізований опис як базових методів ідентифікації, так і ряду побудованих моделей для відповідних предметних галузей. Ключовою характеристикою моделі є набір параметрів, динаміка яких описується відповідним набором залежностей. Основу цього процесу забезпечує клас Model. Також важливою характеристикою є перелік методів, які використовуються для ідентифікації моделей, що реалізуєтьсяв класі Method.

Для управління базою даних експериментальних досліджень використовується функціонал, який описано в класах Data, DataType. Для управління експериментами слугує клас Experimentта кілька допоміжних класів – Type, Parameters, Reports.

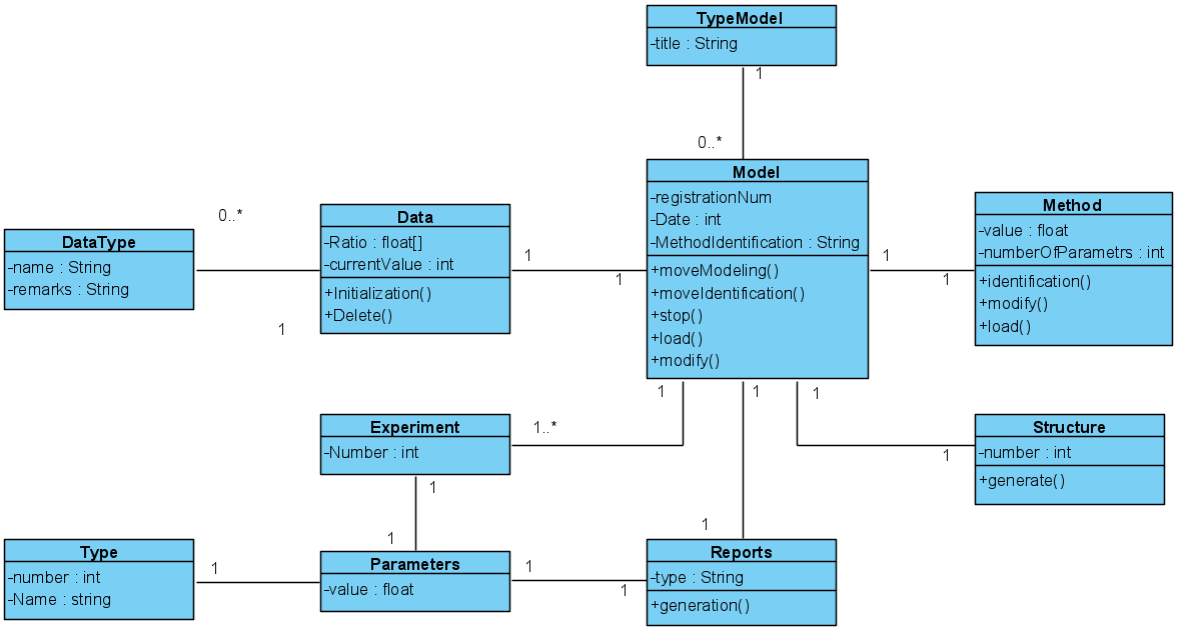


Рисунок 4.10 – Діаграма класів програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем

Особливо важливим етапом розробки програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем є реалізація підсистеми зберігання інформації. В якості СУБД було обрано MySQL, оскільки поряд із збереженням даних про перебіг моделювання, дані експериментальних досліджень, виникає також проблема налагодження взаємодії із іншими інформаційними системами, які використовуються в досліджуваних предметних областях. MySQL добре підходить для реалізації сервіс-орієнтованих архітектур програмного забезпечення, оскільки містить велику кількість вже реалізованих засобів комунікації.

На рисунку 4.11 представлено ERдіаграму спроектованої бази даних з використанням MySQLWorkBench. База даних сформована як із основних, так і допоміжних таблиць. Розглянемо детальніше деякі спроектовані відношення, оскільки на їх основі сформовано логіку управління даними різноманітних сервісів, які використовуються для комунікації із системою.

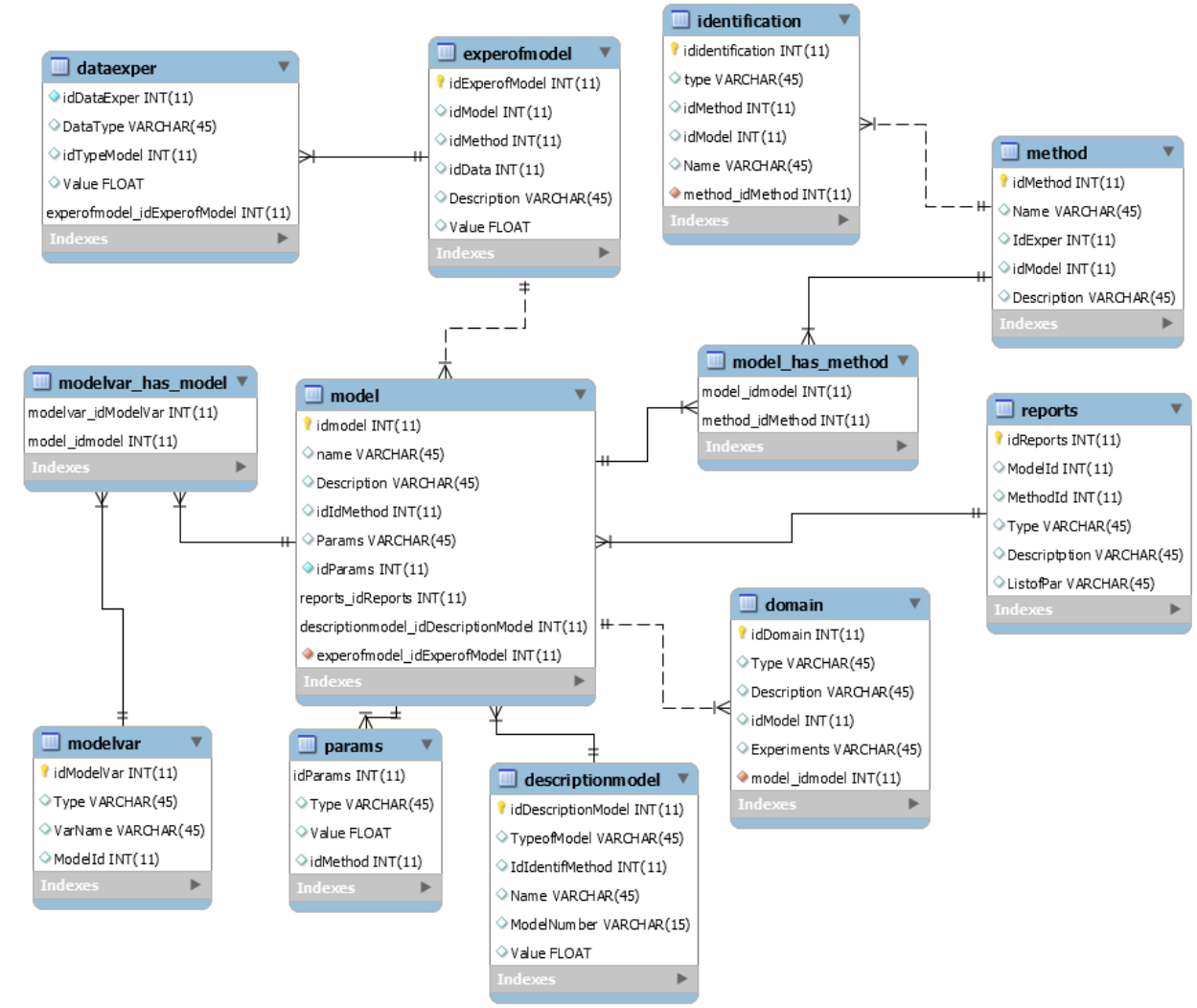


Рисунок 4.11 – ER-діаграма бази даних для моделювання статичних та динамічних систем

Атрибути відношень забезпечують оптимальний набір характеристик сутностей для забезпечення ефективної роботи системи. Типи атрибутів та їх розрядність вибирались виходячи із фізичних властивостей та розмірностей.

На рисунку 4.12 представлено структуру ключового відношення "model" в якому зберігається вся інформація про напрацьовану базу побудованих моделей, включаючи і методи ідентифікації, які використовувалися, а також набір проведених експериментальних досліджень.

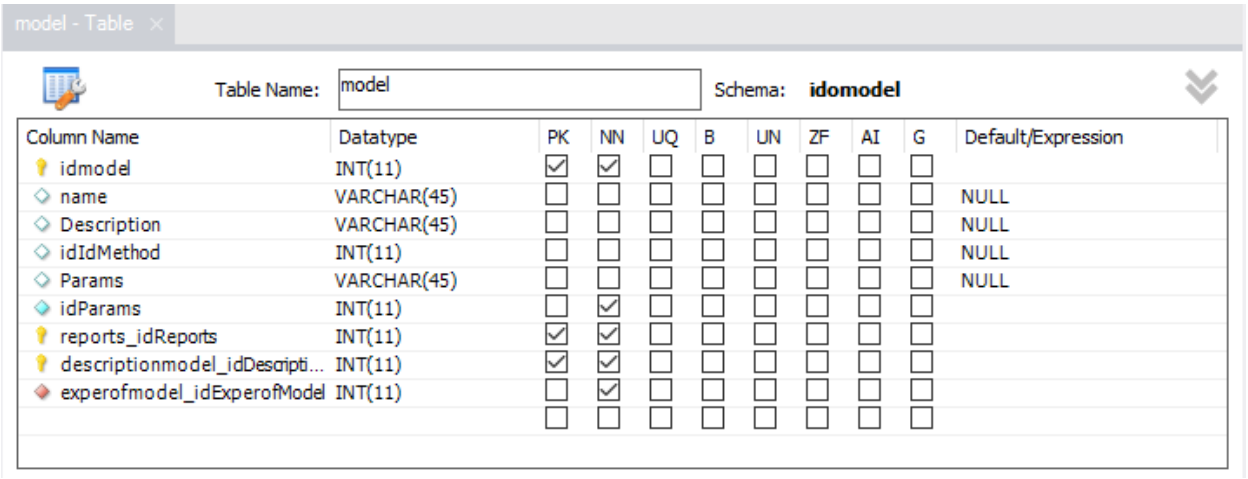


Рисунок 4.12 – Структура відношення «model»

Наведемо приклад DDL опису відношення «model»:

```
-- -----------------------------------------------------
-- Table `model`
-- -----------------------------------------------------
DROP TABLE IF EXISTS `model` ;

SHOW WARNINGS;
CREATE TABLE IF NOT EXISTS `model` (
  `idmodel` INT(11) NOT NULL,
  `name` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `Description` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `idIdMethod` INT(11) NULL DEFAULT NULL,
  `Params` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `idParams` INT(11) NOT NULL,
  `reports_idReports` INT(11) NOT NULL,
  `descriptionmodel_idDescriptionModel` INT(11) NOT NULL,
  `experofmodel_idExperofModel` INT(11) NOT NULL,
  PRIMARY KEY (`idmodel`, `reports_idReports`,
`descriptionmodel_idDescriptionModel`))
ENGINE = InnoDB
DEFAULT CHARACTER SET = utf8
COLLATE = utf8_unicode_ci;

SHOW WARNINGS;
```

Іншим ключовим відношенням у спроектованій базі даних є «method» (рисунок 4.13), яке містить інформацію про методи, які використовуються для ідентифікації. Тут ключовими атрибутами є ідентифікатори методів та відповідних моделей – idMethod та idModel.

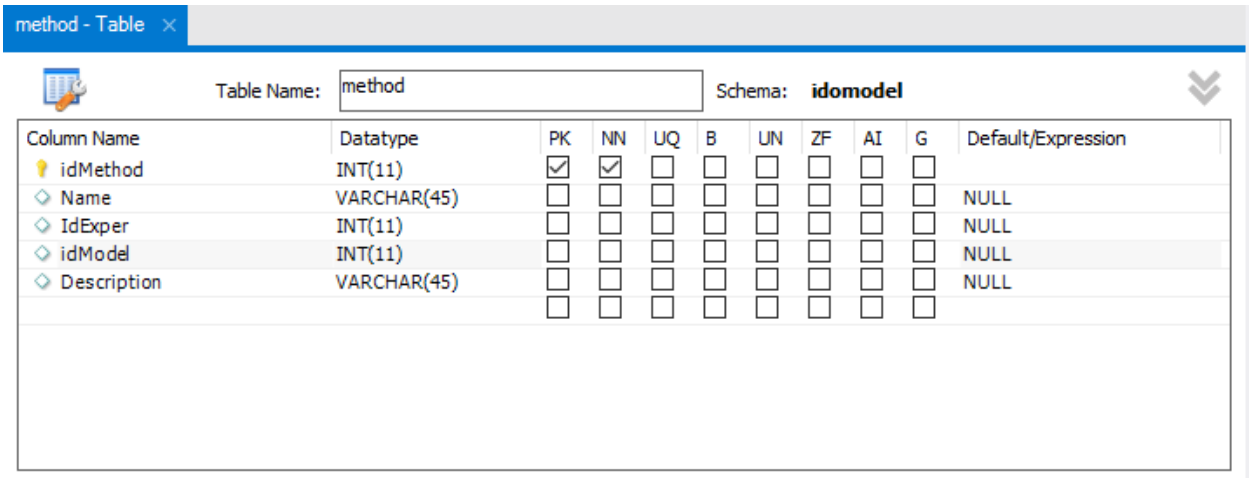


Рисунок 4.13 – Структура відношення «method»

DDLопис відношення «method» наведено нижче:

```
-- -----------------------------------------------------
-- Table `method`
-- -----------------------------------------------------
DROP TABLE IF EXISTS `method` ;

SHOW WARNINGS;
CREATE TABLE IF NOT EXISTS `method` (
  `idMethod` INT(11) NOT NULL,
  `Name` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `IdExper` INT(11) NULL DEFAULT NULL,
  `idModel` INT(11) NULL DEFAULT NULL,
  `Description` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  PRIMARY KEY (`idMethod`))
ENGINE = InnoDB
DEFAULT CHARACTER SET = utf8
COLLATE = utf8_unicode_ci;

SHOW WARNINGS;
```

Основні моменти, які стосуються процесів ідентифікації зберігаються у відношенні «identification» (рисунок 4.14). Процедура ідентифікації характеризується відповідними параметрами, особливостями використання для певного типу моделей, набором експериментальних досліджень та відповідними часовими змінними.

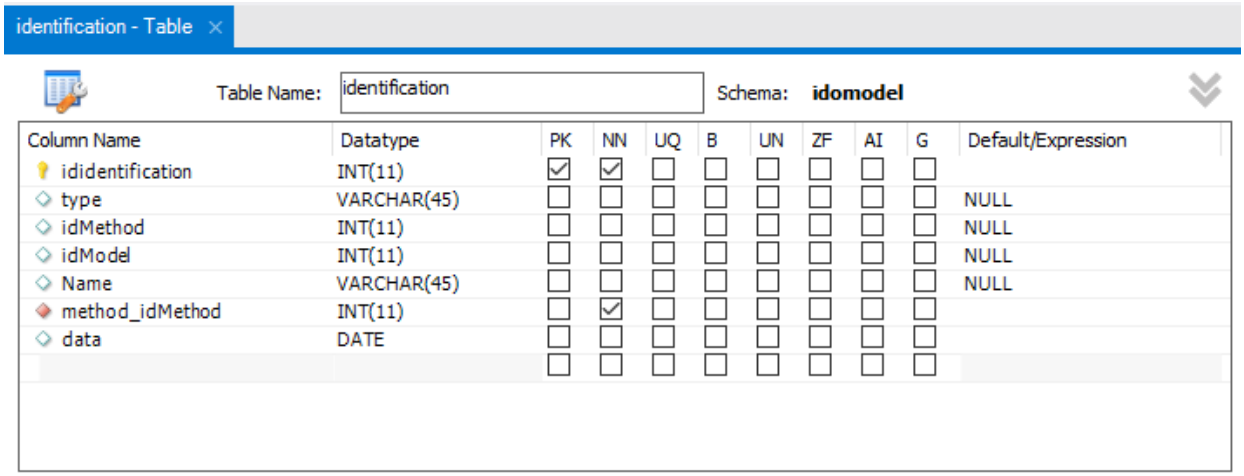


Рисунок 4.14 – Структура відношення «identification»

DDL опис відношення «method» наведено нижче:

```
-- -----------------------------------------------------
-- Table `identification`
-- -----------------------------------------------------
DROP TABLE IF EXISTS `identification` ;

SHOW WARNINGS;
CREATE TABLE IF NOT EXISTS `identification` (
  `ididentification` INT(11) NOT NULL,
  `type` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `idMethod` INT(11) NULL DEFAULT NULL,
  `idModel` INT(11) NULL DEFAULT NULL,
  `Name` VARCHAR(45) NULL DEFAULT NULL,
  `method_idMethod` INT(11) NOT NULL,
  PRIMARY KEY (`ididentification`))
ENGINE = InnoDB
DEFAULT CHARACTER SET = utf8
COLLATE = utf8_unicode_ci;
SHOW WARNINGS;
```

До основних відношень ще також необхідно віднести – «domain» (рисунок 4.15) та «reports» (рисунок 4.16). Як зазначалося вище, основним призначенням програмного комплексу це є напрацювання відповідної бази побудованих моделей та бази відповідних експериментів, які можна швидко використовувати для суміжних предметних областей шляхом інтеграції цієї бази даних через «сервіс-орієнтовані» програмні додатки – то ці два відношення «domain» та «reports» використовуються саме в цих цілях.

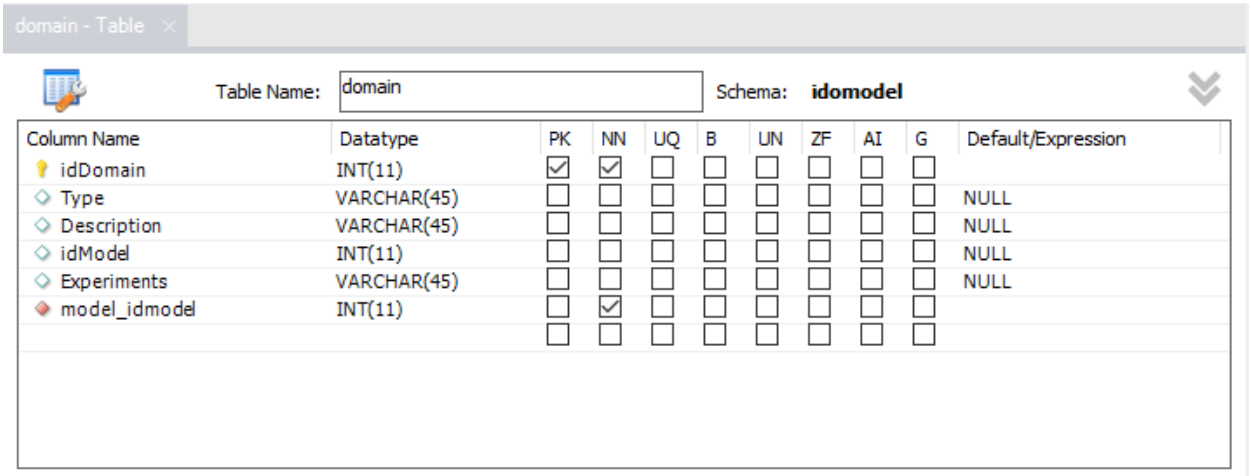


Рисунок 4.15 – Структура відношення «domain»

Проектування та реалізація відповідних сервісів залежить напряму від структури вказаних відношень.

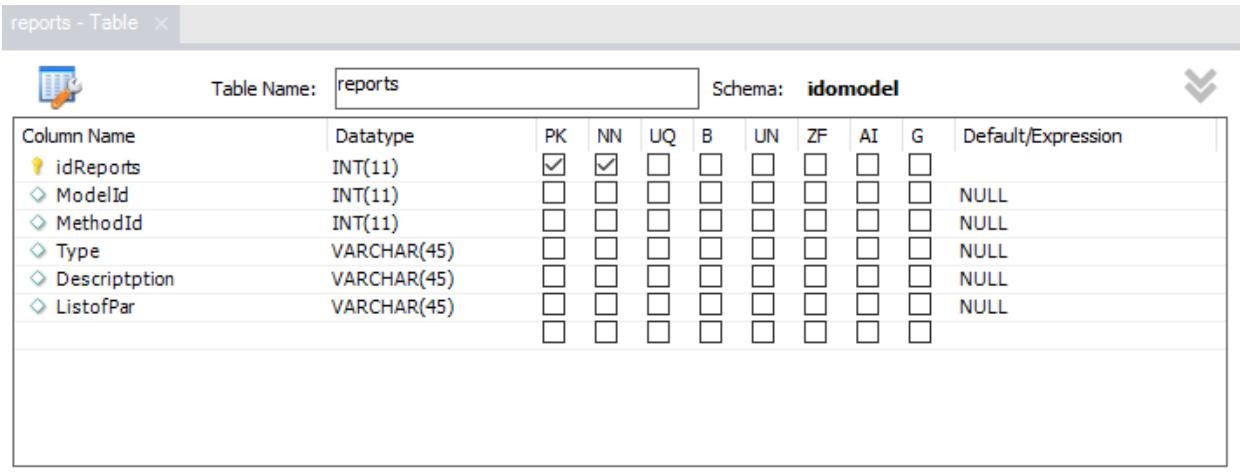


Рисунок 4.16 – Структура відношення «reports»

Особливо важливим прикладним завданням є опрацювання вхідних даних, а саме зведення до одного формату та відповідного представлення. В цих цілях в комплексі реалізовано окремий програмний модуль, а в якості ключового відношення для зберігання даних використовуються – «experofmodel» (рисунок 4.17) та «dataexper» (рисунок 4.18).

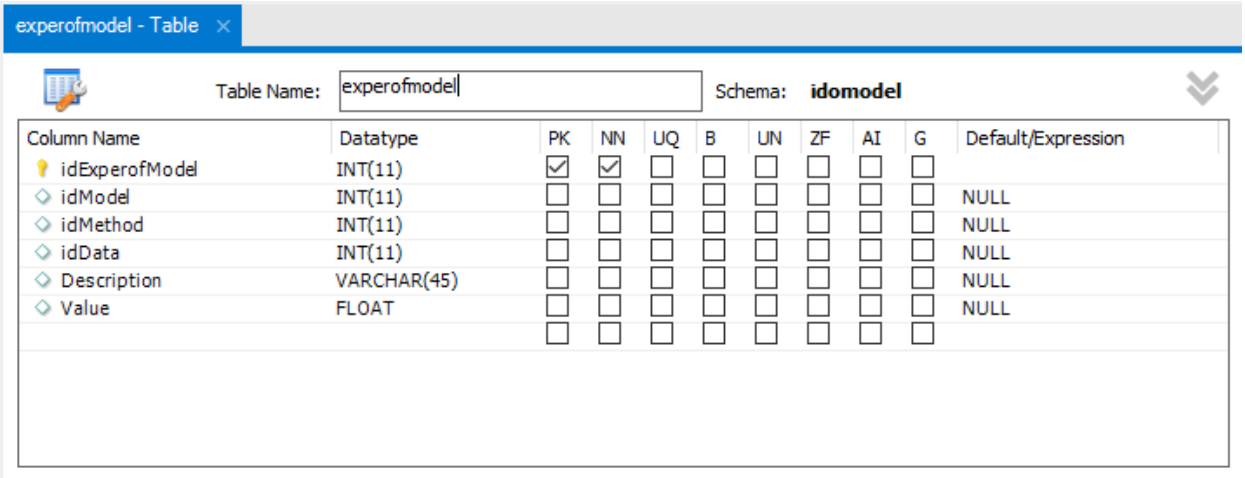


Рисунок 4.17 – Структура відношення «experofmodel»

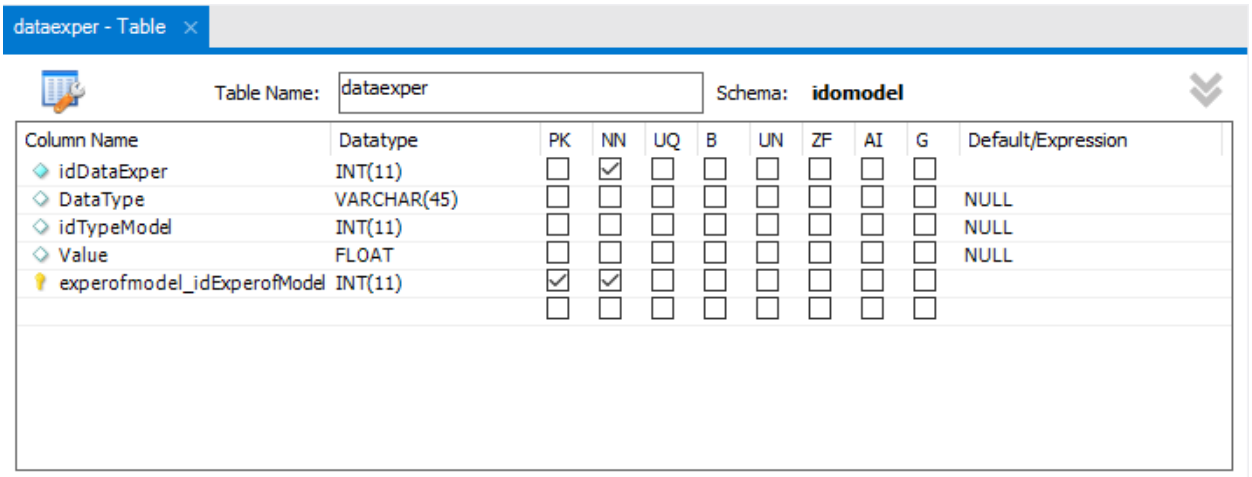


Рисунок 4.18 – Структура відношення «dataexper»

Інші відношення носять допоміжний характер і використовуються для забезпечення повноти та цілісності спроектованої системи.

На основі описаної вище архітектури програмно реалізовано середовище для моделювання статичних та динамічних систем. Копія головного вікна розроблюваної програмної системи наведено на рисунку 4.19.

Як бачимо з даного рисунку 4.19, що користувач повинен всього лише вибрати чи структурна чи параметрична ідентифікація потрібна. Інтерфейс користувача є надзвичайно простим та інтуітивно зрозумілим.

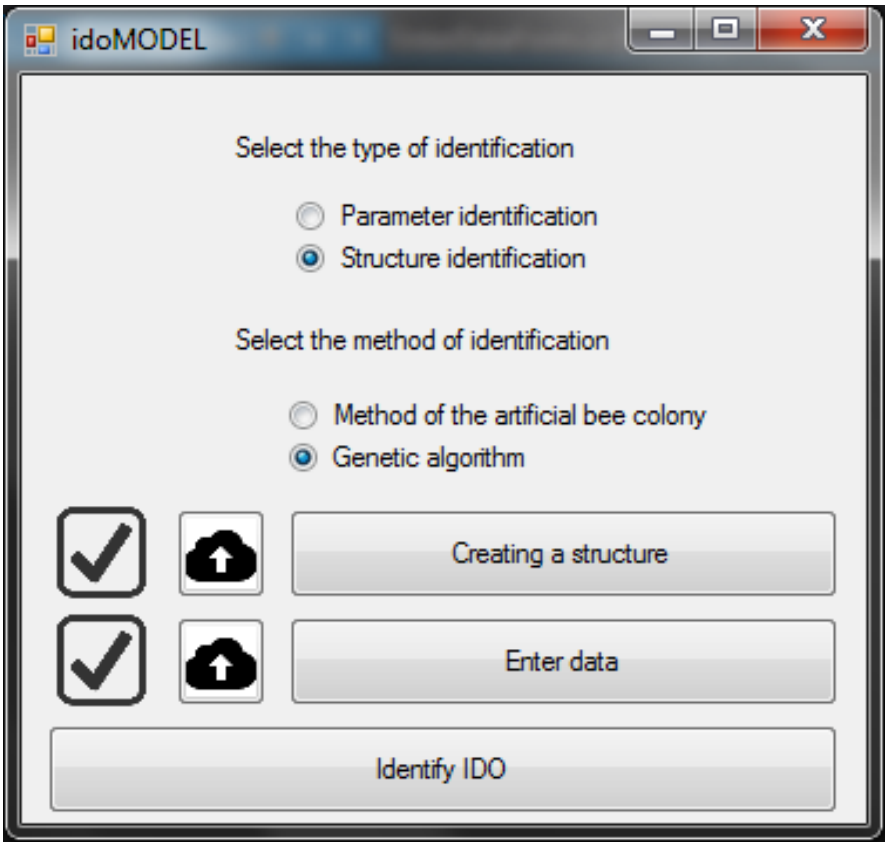


Рисунок 4.19 – Головне вікно системи

Якщо було обрано структурну ідентифікацію, користувачу надається вибір між методом, що використовує генетичні алгоритми та методом бджолиної колонії. Крім того, при виборі структурної ідентифікації користувачу необхідно змоделювати саму структуру, з якою він буде працювати (рисунок 4.20). Для створення коректної структури користувачу необхідно спочатку обрати необхідну кількість структурних елементів (системою задане обмеження до 20 елементів включно), після чого встановити розмірність елементів за задати глибину структури. Після натиснення на кнопку «Generate structure» буде згенеровано елементи структури, для яких користувачу потрібно обрати можливі операції з випадаючого списку.

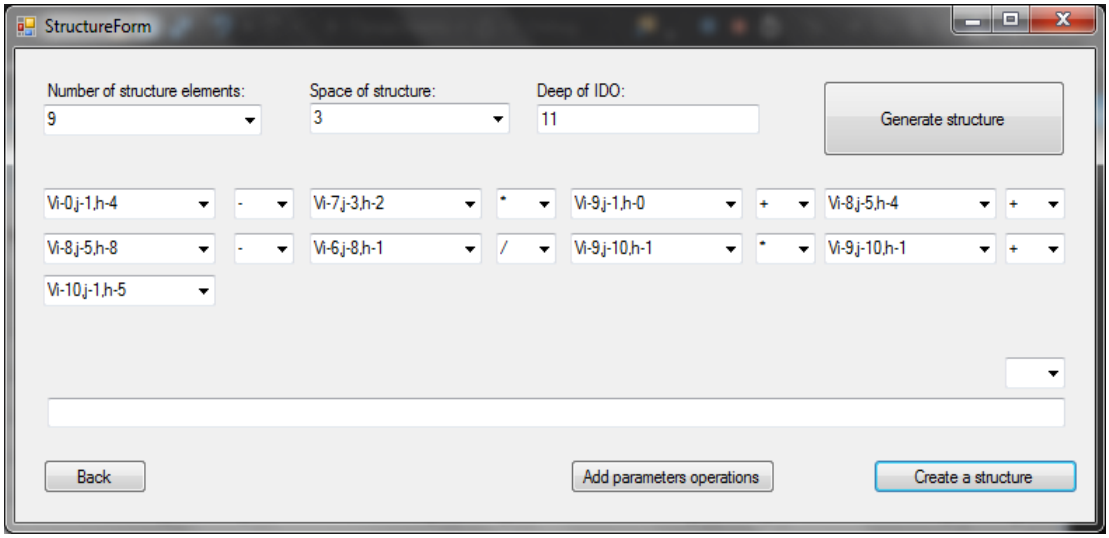


Рисунок 4.20 – Створення структури моделі

При натисненні на кнопку «Add parameters operations» відкривається вікно створення та додавання до структури керуючих елементів.

Вікно додавання керуючих елементів представлено на рисунку 4.21.

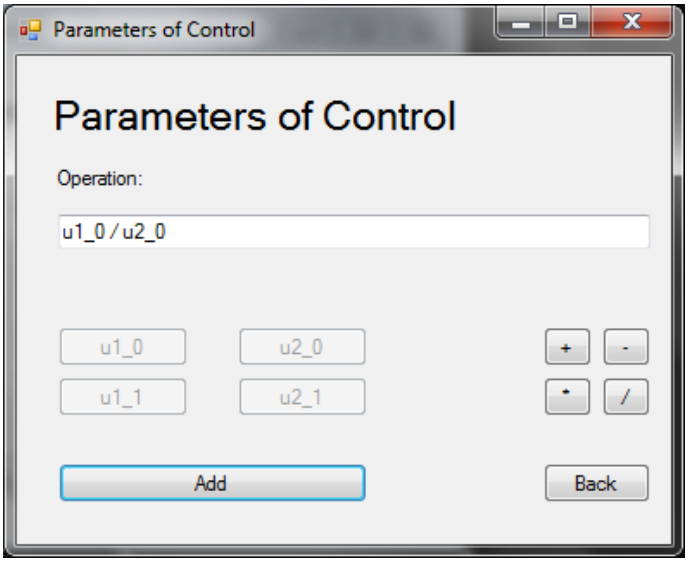


Рисунок 4.21 – Створення керуючого елемента

Наступним кроком необхідно завантажити експериментальні дані. Користувач може ввести дані вручну (рисунок 4.22), або ж завантажити розрахунки з бази даних експериментальних значень (рисунок 4.23), яка у програмі реалізована за допомогою системи керування базою даних MySQL.

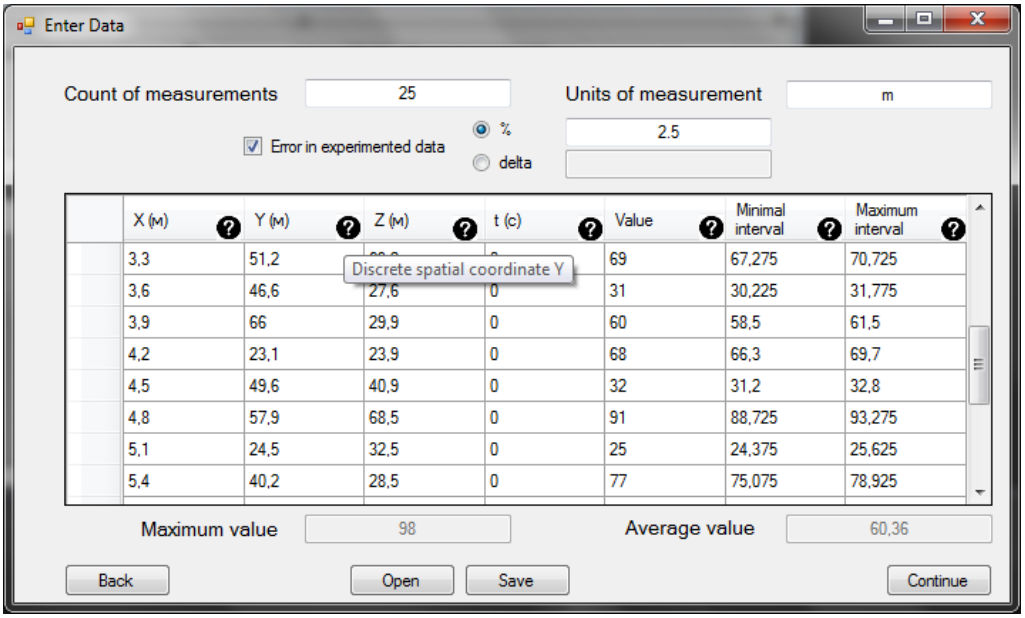


Рисунок 4.22 – Введення експериментальних даних

Завершальним кроком є етап моделювання інтервального різницевого оператора за заданими параметрами, який реалізовано на програмному рівні.

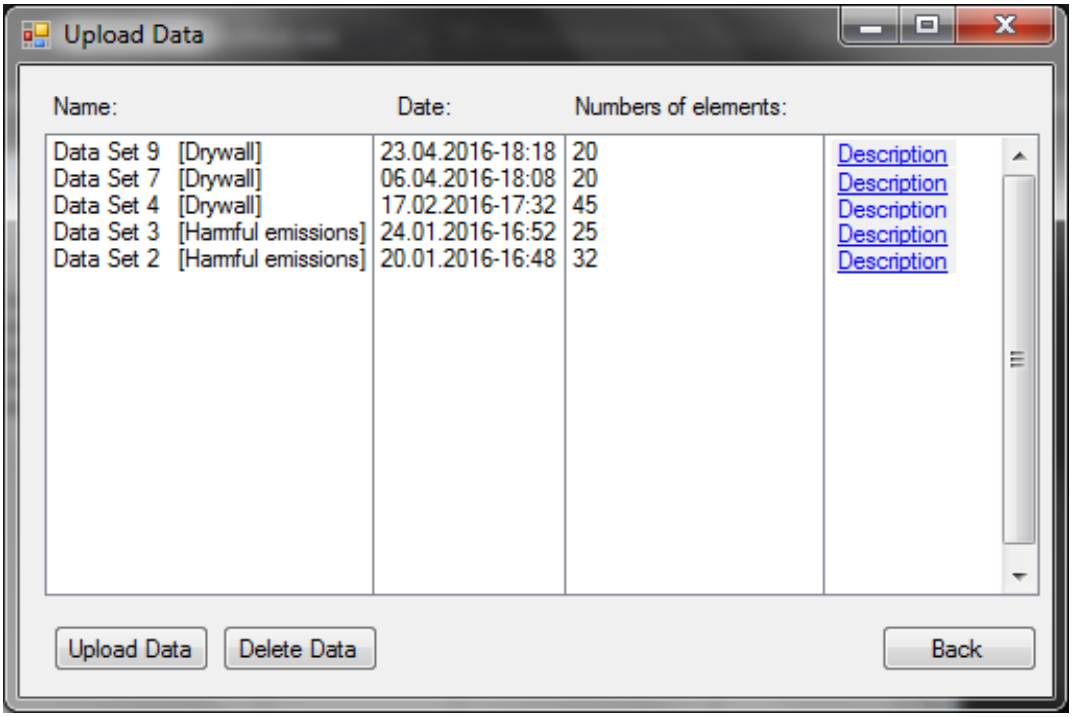


Рисунок 4.23 – Завантаження експериментальних даних з БД системи

Окрім того, користувачу надається можливість провести порівняння отриманих раніше результатів змінюючи метод обрахунку експериментальних даних та структури моделі.

4.3. Реалізація сервіс-орієнтованого програмного забезпечення для організації взаємодії з інформаційними системами досліджуваних предметних областей

Для спрощення використання програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем реалізована підистема взаємодії у вигляді окремого Application Programming Interface (API). Використання власного APIдала можливість реалізувати закладені в роботі принципи реалізації сервіс-орієнтованого програмного забезпечення.

Ця функціональність використовується для реалізації програмних модулів, які необхідні в процесі взаємодії з інформаційними системами предметних суб'єктів, які використовують основну функціональність розробленого програмного комплексу для моделювання.

Використання проміжного програмного забезпечення є доцільним для організацій, що впроваджують нові рішення та які не хочуть сильно переналаштовувати власні системи. Вони можуть реалізувати свої бізнес-функції та базові дані за допомогою внутрішнього API та інтегруватися з новими системами управління. Таким чином використання рішення в рамках запропонованого програмного комплексу легко інтегруються в існуючі системи та можуть виконувати власні додаткові бізнес-функції та працювати в рамках застосування smart-технологій. На рисунку 4.24 представлено архітектуру системи із використанням сервера APIдоступу до середовища моделювання та засобами взаємодії із зовнішніми інформаційними системами, які використовують в своїй роботі побудовану базу даних моделей.

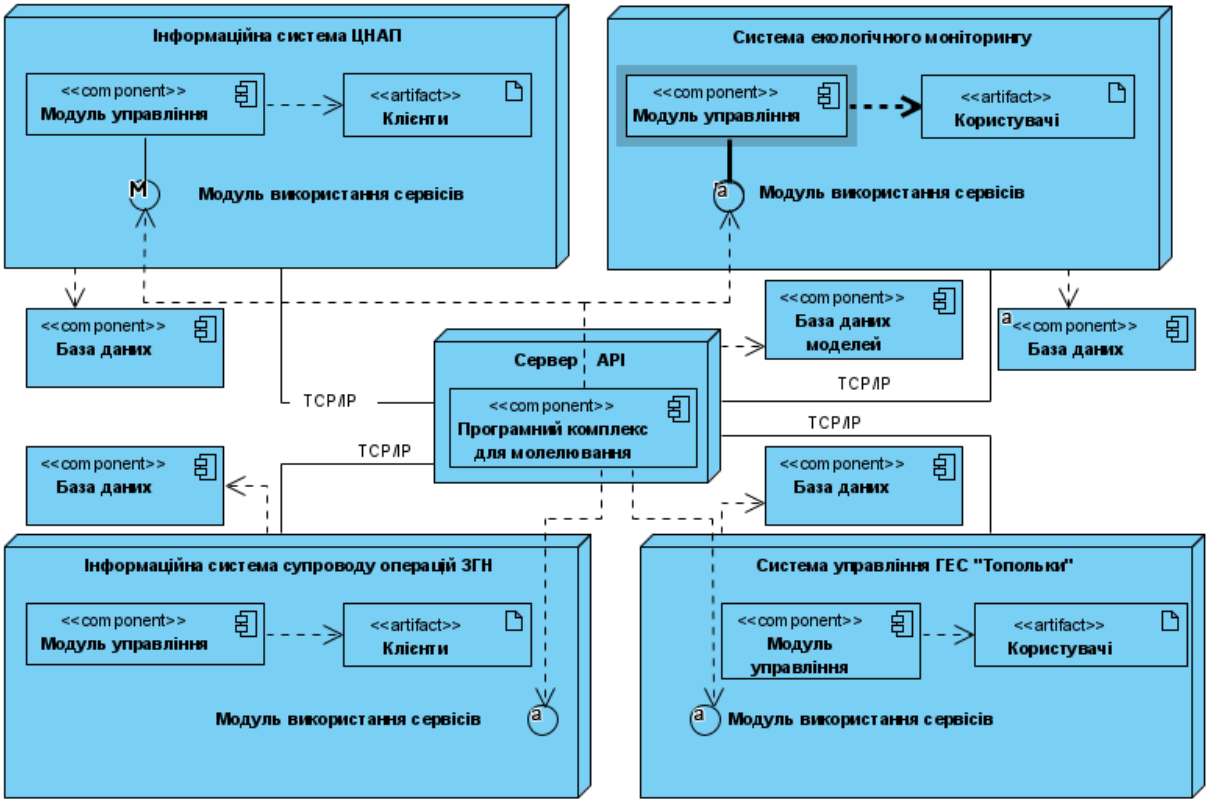


Рисунок 4.24 – Архітектура системи із використанням APIсервера

Центральна база даних з моделями працює як репозиторій і дозволяє базам даних підсистем отримувати актуальні дані та здійснювати обмін між собою.

Взаємодія із програмним комплексом здійснюється засобами API, яке призначене для конкретної задачі. Система перевіряє зміну в базі даних на сервісі, і якщо отримано новий запит (оновлені дані), то відправляється запит і відкривається доступ до сервісу і відправляються запити на оновлення своєї конкретної бази даних. Для цього підсистема відкриває доступ до сервісу збереження відповідних математичних моделей, бази даних експериментів, через HTTPклієнт та починає роботу з ними. У цей час центральна база даних здійснює перевірку коректності формування запитів та дозволяє або блокує доступ.

На рисунку 4.25 представлено деталізовану архітектуру системи сервіс-орієнтованої взаємодії із врахуванням структури запитів та їх опрацювання в рамках програмного комплексу для моделювання.

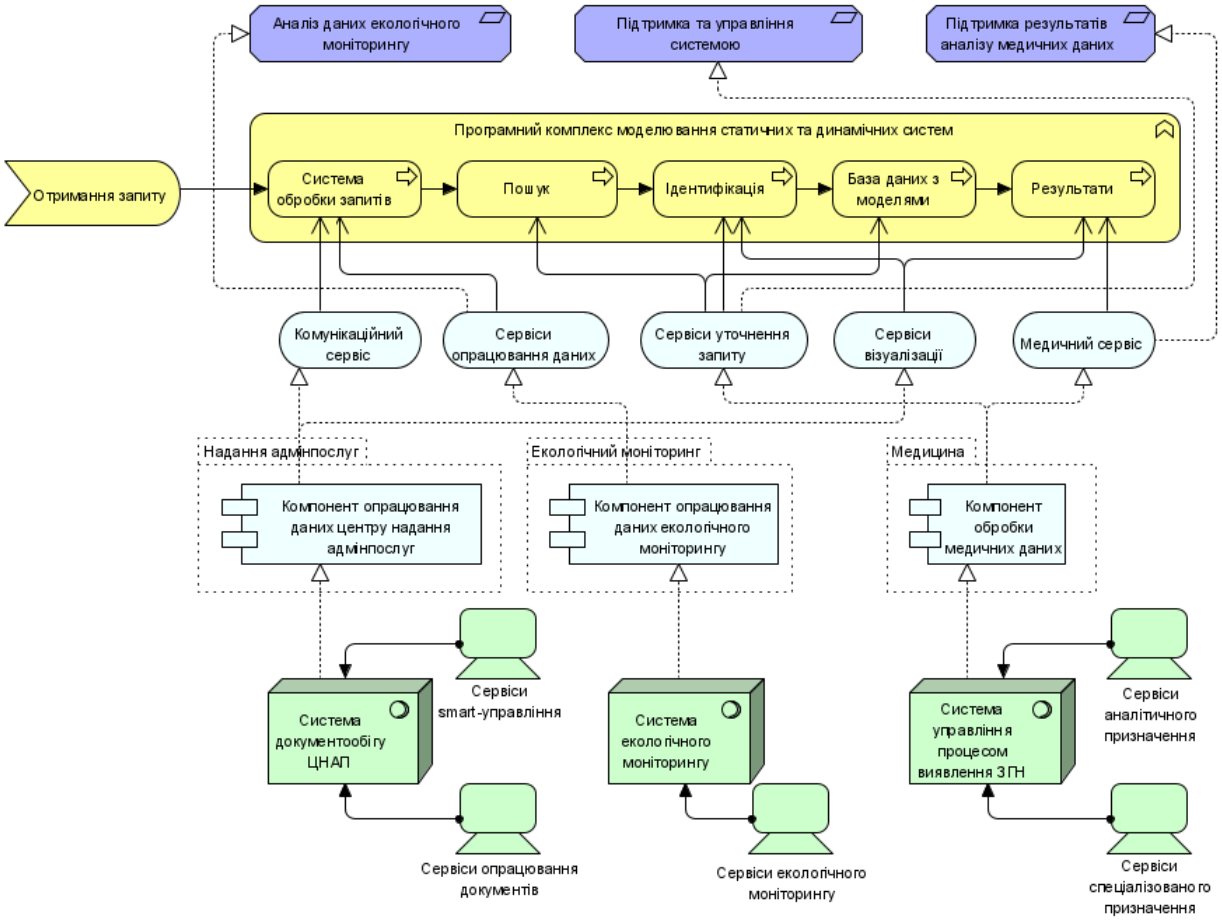


Рисунок 4.25 – Деталізована архітектура із врахуванням структури запитів в системі сервісно-комунікаційної взаємодії

Розглянемо детальніше схему роботи серверної частини програмного комплексу та його сервіс-орієнтовної частини. На рисунку 4.26 представлено схему роботи сервісно-комунікаційної підсистеми. Першим етапом роботи є ініціалізація та відображення інтерфейсних діалогів для поточного користувача. Після вибору необхідних параметрів, які встановлюються користувачами при натисканні на кнопку «Newmodel» відкривається діалог вибору з бази даних побудованих моделей або створення нової моделі. Після вибору або створення моделі, користувачеві надається можливість сформувати набір початкових параметрів для моделювання. Після натиснення користувачем на кнопку «Завершення», формує сервісний запит «init» до серверної частинини програмного комплексу. З рисунку 4.26 видно, що на початку роботи підсистеми створюється потік, який очікує відповідь серверної частини. Після того як сформований init запит відправлений на сервер, цей потік

опрацьовує відповідь сервера і відправляє через систему сервісів до клієнтського додатку.

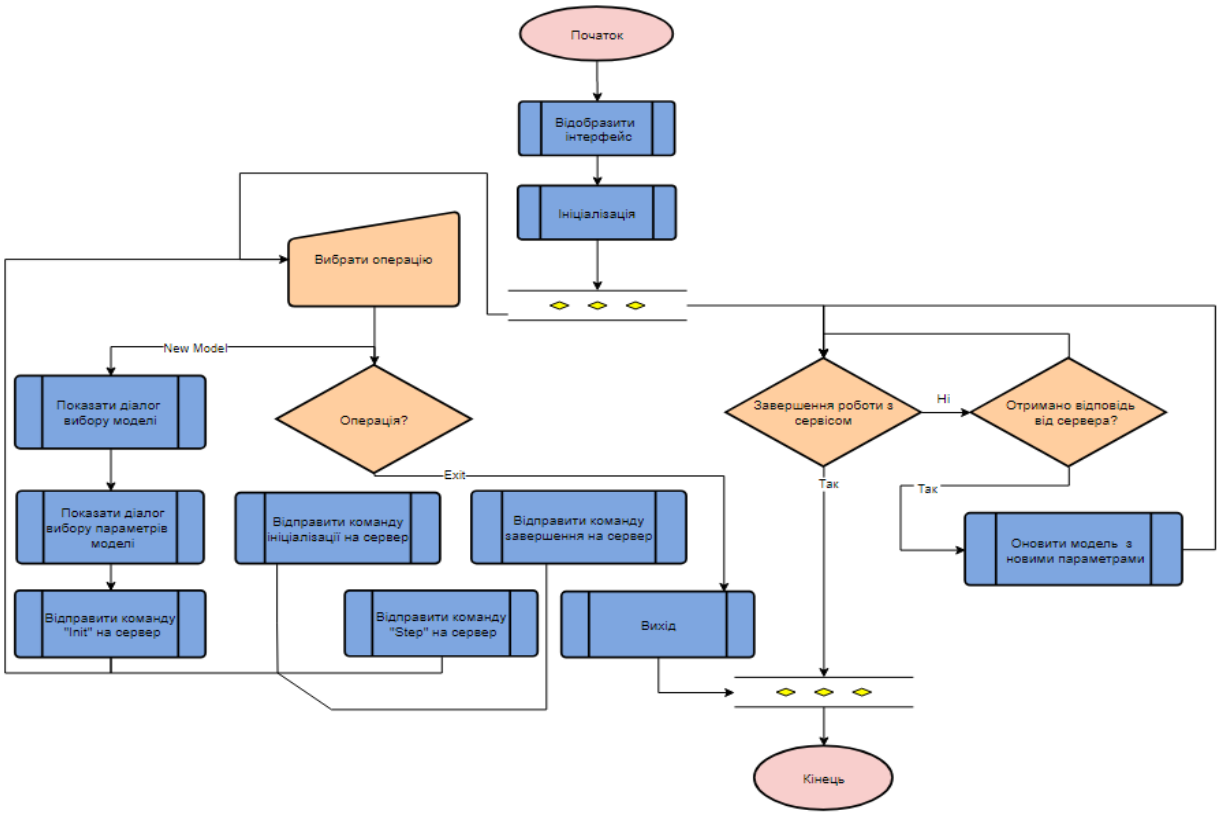


Рисунок 4.26 – Схема роботи сервіс-орієнтованої частини програмного комплексу

Важливим структурним елементом сервіс-орієнтовних програмних додатків є їх серверна частина. В розробленому програмному комплексі реалізована окрема підсистема для опрацювання сформованого набору сервісів, які використовуються для полегшення взаємодії інформаційних систем різних предметних галузей із середовищем моделювання та відподною напрацьованою базою даних. Схема роботи серверної частини програмного комплексу представлена на рисунку 4.27.

Розглянемо детальніше основні аспекти роботи цієї серверної частини. Так як серверна частина являє собою Java Servlet API, то життєвим циклом сервісного додатку керує сервер. Після отримання сформованого запиту від сервера, Servlet опрацьовує його. Розглянемо особливості реалізації події init із сторони сервера. Спочатку компілюється вихідний код користувача (сервісний запит) і додається до сформованого модельного проекту, після цього встановлюються параметри задані користувачем.

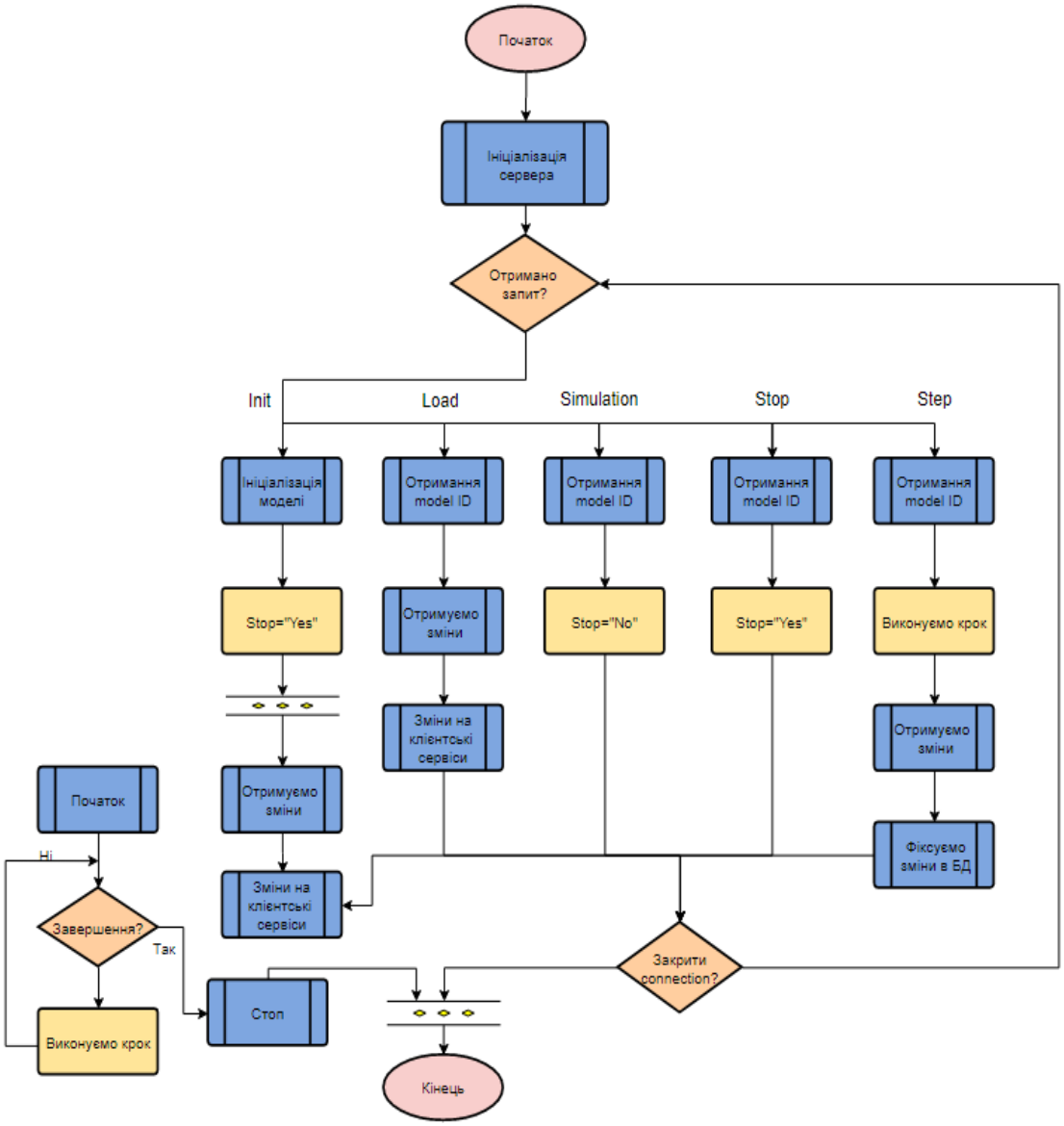


Рисунок 4.27 – Схема роботи серверної частини програмного комплексу

У додатковому потоці йде запуск процесу моделювання і він працює до тих пір, поки значення змінної stop стане Null. Процедура моделювання формується методом modelStep у моделі з періодом, який задається конкретно користувем.

Методи stop і start працюють аналогічно, лише з тією відмінністю, що команда stop ініціалізує значення змінної stop рівне 1, а команда start - 0. Це дозволяє ефективно управляти процесом моделювання в залежності від його перебігу.

Команда step подібна за реалізацією до команди stop, тільки після призупинення моделюючих процесів, команда виконує метод ModelStep() у моделі і потім формується команда update.

Команда update ініціалізує метод ModelGetChanges біля моделі і повертає клієнтському додатку всі зміни в форматі JSON, які вже можуть опрацьовуватися на стороні окремих клієнтських додатків. Процес управління реалізовується дальше поза програмним комплексом. Якщо сервлет не отримує запитів тривалий час, то сервер автоматично завершує його і вивантажує з пам'яті, що дозволяє не перезавантажувати зайвий раз систему.

Висновки до розділу 4

1. Запропоновано онтологічний опис математичного моделювання складних об'єктів на основі інтервальних даних, який є основою для розробки програмних комплексів для моделювання та використання в прикладних задачах.
2. Наведено архітектуру програмного комплексу для моделювання статичних та динамічних систем. За допомогою діаграм активностей базових процесів, діаграми варіантів використання, діаграми класів сформовано вимоги до програмного комплексу, який спрощує процес розробки та використання математичних моделей для статичних та динамічних систем в різних предметних областях.
3. Описано особливості програмної реалізації комплексу, зокрема використано концепцію об'єкто-орієнтовано програмування, використання стеку технологій C#, Java, API, СУБД MySQL. Реалізовано основні етапи розробки сервіс-орієнтовного програмного забезпечення. Цедозволило спроектувати основні сервіси програмної взаємодії інформаційних систем суміжних проблемних галузей та забезпечило акумуляцію набутого досвіду побудови математичних моделей та їх програмно-технічної інтерпретації.
4. Розроблений програмний комплекс для моделювання статичних та динамічних систем з використанням сервіс-орієнтовного комунікаційного програмного середовища дозволяє зекономити зусилля із їх програмної реалізації та відповідної інтерпретації результатів моделювання та забезпечує формування інструментарію аналізу широкого спектру прикладних задач зі збереженням простоти та подальшої модифікації бази моделей.

РОЗДІЛ 5.
ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ СТРУКТУРНОЇ ТА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

У цьому розділі на підставі результатів, отриманих у попередніх розділах, зокрема на основі розроблених методів параметричної та структурної ідентифікації пробудовано ряд математичних моделей, які, на відміну від існуючих, є простішими та забезпечують гарантовані прогностичні властивості для характеристики об'єктів. Такі характеристики (простота) необхідні для їх використання для прикладних задач в складі систем орієнтованих на дані. Тому в цьому розділі також розглянуто прикладні аспекти, щодо застосування розроблених моделей на практиці.

Спочатку розглянемо математичну модель в галузі медицини. Розроблена математична модель призначена для виявлення положення зворотного гортанного нерва на області хірургічного втручання при проведенні операції на щитоподібній залозі. Відзначимо, що дана модель розглядається як відображення характеристики статичного об'єкта.

Наступна модель стосується представлення характеристик малих ГЕС. Зокрема на основі експериментальних даних показано залежність кількості добової генерованої електроенергії від таких факторів як рівень води на гідропості, напір води та реактивна потужність.

Далі у цьому розділі представлено процес побудови моделі характеристик складних динамічних об'єктів.

Варто зазначити, що усі представлені математичні моделі відрізняються або простішою структурою порівняно із відомими моделями, або характеризуються спрощенням обчислювальної процедури їх побудови (зменшенням часової складності) за рахунок використання методу параметричної ідентифікації.

5.1 Інтервальна модель для виявлення положення зворотного гортанного нерва на області хірургічного втручання при проведенні операції на щитоподібній залозі

При проведенні хірургічних операцій на щитовидній залозі для попередження травм нервів потрібно чітко їх ідентифікувати з тканин, які є в операційній рані. Одним із найбільш поширених і вживаних способів є подразнення нерва електричним струмом силою від 0,5 до 2 міліампер. У відповідь на подразнення нерва м'язи скорочуються, і саме це скорочення потрібно зареєструвати. Якщо з тканин в рані подразнюють не голосові нерви, то скорочення м'язів гортанні не буде. Таким чином алгоритм пошуку нерва виглядає таким чином:

- подразнюють електричним струмом якийсь утвір у рані і отримують скорочення м'язів гортані – отже подразнили нерв і продовжують операцію таким чином, щоб його не пошкодити;
- подразнюють електричним струмом якийсь утвір в операційній рані і не отримують скорочення м'язів гортані – отже тканина, яку подразнюють не є нервом і потрібно продовжити пошук нерва.

У багаточисельних працях [20, 28, 84, 143, 212, 217] розкрито суть способу реєстрації скорочення гортанних м'язів, схему якого зображено на рис. 5.1.

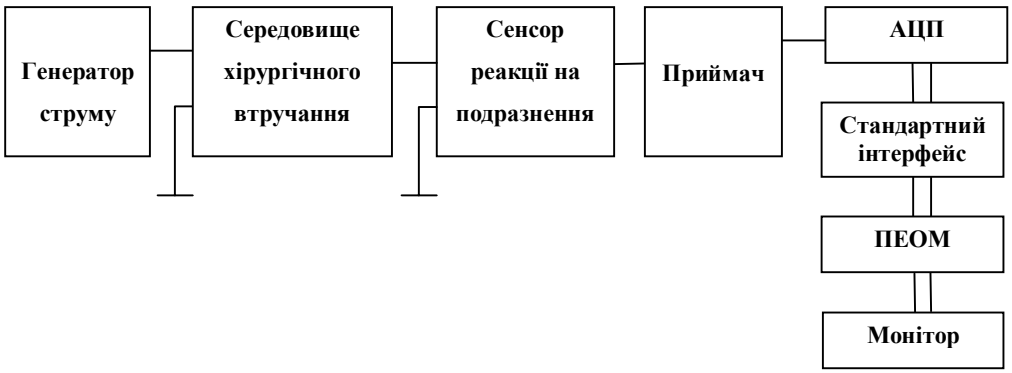


Рисунок5.1– Технічні засоби для виявлення ЗГН

Метод базується на основі властивості різної провідності різних тканин, що дозволить ідентифікувати ЗГН в операційній рані.

У хірургічній рані (середовище хірургічного втручання) подразнюють тканину, електродом під'єднаним до генератора

змінного струму, за допомогою мікрофона (сенсора реакції на подразнення) вставленого в гортань фіксують звук, який утвориться в наслідок проходження потоку повітря пацієнта через гортань та натягу голосових зв'язок при подразненні змінним струмом ділянки хірургічного втручання. Приймач фіксує амплітуду отриманого сигналу, або амплітуду основної спектральної складової (отриманої внаслідок застосування перетворення Фур'є) сигналу- реакції на подразнення. Чим більше отримане значення амплітуди, тим ближче точка подразнення до ЗГН. Таким чином хірург здійснює моніторинг ділянки хірургічного втручання, щоб уникнути подразнення ЗГН. Проте, для пришвидшення операційного втручання, хірургу необхідно скоротити час моніторингу розміщення ЗГН. Для цього у ряді праць запропоновано інформаційну технологію ідентифікації ЗГН, основою якої є побудова математичної моделі розподілу характеристики (амплітуди чи амплітуди головної спектральної складової) інформаційного на хірургічній рані. Такий підхід, з одного боку забезпечить зменшення ризику пошкодження ЗГН та зменшення часу виконання операції, а з іншого – призведе до додаткових витрат на проведення хірургічного втручання через потребу побудови математичної моделі. Зважаючи на вимогу простоти математичної моделі, розглядатимемо задачу побудови розподілу характеристики інформаційного сигналу, як задачу побудови моделі статичного об'єкта. А для скорочення часу ідентифікації цієї моделі, використаємо розроблені методи структурної та параметричної ідентифікації.

Таким чином, в результаті серії подразнень тканин хірургічної рани і опрацювання сигналу – реакції на подразнення, отримаємо такі результати в інтервальному вигляді, враховуючи похибки технічних засобів

$$\vec{x}_i,\ [A_i^-;A_i^+],\ A_0(\vec{x}_i)\in[A_i^-;A_i^+],\ i=1,...,N \qquad (5.1)$$

де A_i^-, A_i^+ – відповідно нижня і верхня межі інтервалу для амплітуди чи для амплітуди основної спектральної складової;

$\vec{x}_i$ - вектор координат на площині хірургічної рани;

$A_0(\vec{x}_i)$- істинне невідоме значення амплітуди інформаційного сигналу, отримане внаслідок опрацювання реакції на подразнення тканин хірургічної рани в точці з координатами $\vec{x}_i$.

Як вже зазначалося, шукану модель подаємо у вигляді (2.4)

$$A_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + ... + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}) \quad (5.2)$$

Спираючись на умови

$$A_0(\vec{x}_i) \in [A_i^-; A_i^+],\ i = 1,...,N, \quad (5.3)$$

Отримаємо таку ІСНАР у вигляді (2.5)

$$\begin{cases} A_1^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_1) \le A_1^+; \\ \vdots \\ A_N^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_N) \le A_N^+. \end{cases} \quad (5.4)$$

Для оцінювання розв'язків цієї ІСНАР використаємо метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК, а для визначення структури математичної моделі (5.2) розглянутий у третьому розділі метод структурної ідентифікації.

Розглянемо побудову зазначеної моделі на прикладі для конкретного пацієнта. Отже, в процесі попереднього моніторингу хірургічної рани спеціальним обладнанням, під управлінням RaspberryPi [54, 98], отримали результати, наведені в таблиці 5.1

Далі, сформували набори структурних елементів на основі поліноміальних базисних функцій, поданих в таблиці 5.2.

Із використанням методу структурної ідентифікації, наведеного у четвертому розділі та методу параметричної ідентифікації, наведеного у третьому розділі, отримуємо таку інтервальну модель розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу на хірургічній рані:

$$[\hat{A}^-; \hat{A}^+] = [\hat{g}_1]x + [\hat{g}_2]y + [\hat{g}_3]x^2y^2 + [\hat{g}_4]x^4 + [\hat{g}_5]y^4, \quad (5.5)$$

де $[g_1]$=[6,4;7,3];$[g_2]$=[5,2;6,3]$[g_3]$=[-0,015;-0,018];$[g_4]$=[-0,0078;-0,0,0071];$[g_5]$=[-0,0091;-0,0078].

Таблиця 5.1– Експериментальні дані

i	Координати		Інтервальна оцінка максимальної амплітуди		i	Координати		Інтервальна оцінка максимальної амплітуди	
	x	y	$[A^-;A^+]$			x	y	$[A^-;A^+]$	
1	1	1	8,0974	11,5326	119	1	4	13,1134	18,6766
2	2	1	9,5576	13,6124	20	2	4	23,3475	33,2525
3	3	1	13,0391	18,5709	21	3	4	43,1516	61,4584
4	4	1	15,2955	21,7845	22	4	4	47,4375	67,5625
5	5	1	19,8619	28,2881	23	5	4	49,5001	70,4985
6	6	1	25,6492	36,5308	24	6	4	43,3125	61,6875
7	1	2	9,0626	12,9074	25	1	5	13,2021	18,8001
8	2	2	14,421	20,539	26	2	5	32,1750	45,825
9	3	2	21,7099	30,9201	27	3	5	43,3125	61,6875
10	4	2	28,5656	40,6844	28	4	5	47,0250	66,975
11	5	2	33,8498	48,2103	29	5	5	44,5501	63,4495
12	6	2	43,032	61,288	30	6	5	26,8125	38,1875
13	1	3	10,1516	14,4584	31	1	6	16,5001	23,4996
14	2	3	18,1335	25,8265	32	2	6	37,5375	53,4625
15	3	3	31,5892	44,9907	33	3	6	46,4063	66,0938
16	4	3	37,8716	53,9384	34	4	6	42,0750	59,925
17	5	3	47,8912	68,2087	35	5	6	24,3375	34,6625
18	6	3	50,7004	72,2096	36	6	6	16,9125	24,0875

Таблиця 5.2 – Множина усіх потенційних структурних елементів моделі

№	Структурний	№	Структурний
1	x	10	y^3
2	y	11	x^3y
3	xy	12	x^3y^2
4	x^2	13	xy^3
5	y^2	14	x^2y^3
6	x^2y	15	x^3y^3
7	xy^2	16	x^4
8	x^2y^2	17	y^4
9	x^3	18	x^4y^4

Як бачимо, отримана модель є простішою, з точки зору обчислень на її основі, у порівнянні із моделлю, отриманою в праці [84]:

$$[\widehat{A}^{-};\widehat{A}^{+}]=[\widehat{g}_1]+[\widehat{g}_2]y+[\widehat{g}_3]y^2+[\widehat{g}_4]\sin^2(\pi xy/36).$$

Тому використання розробленої інтервальної моделі для ідентифікації розміщення ЗГН в процесі його виявлення та моніторингу є більш прийнятним у порівнянні із відомою моделлю.

Отримана інтервальна модель (5.5), яка представляє розподіл амплітуди інформаційного сигналу на хірургічній рані, придатна для моніторингу зворотнього гортанного нерва без додаткових досліджень області хірургічного втручання. У ділянці, де найбільше значення розподілу цієї амплітуди ймовірно знаходиться ЗГН. Якщо визначити точку на хірургічній рані, то завжди на основі формули (5.5) обчислимо інтервал для амплітуди інформаційного сигналу, тобто без потреби подразнення в цій точці. Такий підхід візуалізації розміщення ЗГН на ділянці хірургічного втручання використано у пристрої моніторингу ЗГН, авторське право якого захищено патентом [212].

5.2 Інтервальна модель генерованої електроенергії малою гідроелектростанцією

Розвиток малої гідроенергетики є одним із напрямків потенційної економії енергії. Завдання відновлення існуючих та створення нових малих гідроелектростанцій (МГЕС) є нагальними, враховуючи потенціал гідроресурсів в Україні. У той же час доцільно розробити математичні моделі характеристик гідроелектростанції з метою дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроенергетичних ресурсів. За приклад таких досліджень обрано МГЕС «Тополькі», яку побудовано на річці Стрипа в Тернопільській області. Зазначена МГЕС має дві турбіни, які з'єднано з генераторами з потужністю 70 та 90 кВт. Робота генераторів в системі вимагає постійної оцінки стану характеристик гідроресурсів та прогнозування можливої генерованої електроенергії з метою заощадливого використання обладнання станції. Зокрема, необхідним є прогнозування кожен

раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання однієї з двох турбін є доцільним. В такому випадку, одну із турбін можемо виводити на ремонт. Таким чином виникає необхідність розробки та використання моделі, яка пов'язує кількість потенційно можливої згенерованої електроенергії в залежності від характеристик гідротехнічного обладнання та наявних гідроресурсів.

Для ідентифікації цієї математичної моделі використаємо розроблені методи структурної та параметричної ідентифікації. Спираючись на попередні праці [162, 171, 253], в яких досліджувалися характеристики зазначеної МГЕС, модель генерованої електроенергії МГЕС подаємо у вигляді (2.4)

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + ... + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}) \qquad (5.6)$$

де y_0 в даному випадку означає обсяг генерованої електроенергії за добу; вектор $\vec{x} = (x_1, x_2 x_3)$ складається з трьох компонент: x_1 - реактивна потужність, x_2 - напір води, x_3 - рівень води на гідропості.

У результаті досліджень цієї МГЕС отримано таблицю експериментальних даних [162]. Як бачимо з таблиці, кількість виробленої за добу електроенергії представлено в інтервальному вигляді внаслідок похибок оцінювання цієї величини технічними засобами.

Спираючись на умову:

$$\vec{x}_i, [y_i^-; y_i^+],\ y_0(\vec{x}_i) \in [y_i^-; y_i^+],\ i = 1,..., N \qquad (5.7)$$

де iв даному випадку означає добу, отримаємо таку ІСНАР у вигляді (2.5)

$$\begin{cases} y_1^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_1) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_1) \le y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \le \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}_N) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}_N) \le y_N^+. \end{cases} \qquad (5.8)$$

Таблиця 5.3 – Узагальнені дані кількості згенерованої електроенергії та фактори впливу на її генерування МГЕС

№	Реактивна потужність, ВАр	Напір (різниця б'єфів), м	Рівень води на гідропості, м	Вироблена електроенергія, кВт
	x_1	x_2	x_3	$[y_i^-; y_i^+]$
1	182,5	4,6	6,5	[1087,2;1211,28]
2	182,7	4,7	5,5	[1069,08;1191 092]
3	182,7	4,7	4,97	[1069,08;1191,092]
4	182,7	4,7	5,45	[1087,2;1211,28]
5	182,9	4,7	7,5	[1069,08;1191,092]
6	183	4,7	11,9	[1087,2; 1211,28]
7	183,1	4,7	12,5	[1105,32;1231,468]
8	183,1	4,7	9,8	[1123,44;1251,656]
9	183,1	4,55	10,4	[1087,2;1211,28]
10	183,1	4,6	13,7	[1141,56;1271,844]
11	184,6	4,6	14,9	[1159,68; 1292,032]
12	184,6	4,6	14	[1159,68; 1292,032]
13	184,6	4,7	12,8	[1159,68; 1292,032]
14	184,7	4,65	12,5	[1141,56; 1271,844]
15	184,8	4,6	11,6	[1159,68; 1292,032]
16	184,8	4,7	10,4	[1159,68; 1292,032]
17	184,8	4,7	10,1	[1177,8; 1312,22]
18	184,8	4,8	7,3	[1050,96; 1170,904]
19	187,2	4,8	7,5	[1087,2; 1211,28]
20	187,2	4,7	7,1	[1105,32;1231,468]
21	187,2	4,8	7,3	[1105,32;1231,468]
22	187,2	4,75	8,3	[1087,2;1211,28]
23	187,2	4,7	8,3	[1069,08;1191,092]
24	189,1	4,6	7,24	[1050,96;1170,904]
25	189,1	4,7	5,74	[1105,32;1231,468]
26	189,2	4,7	4,64	[1014,72;1130,528]
27	189,4	4,6	4,78	[1032,84;1150,716]
28	189,4	4,8	5,74	[1105,32;1231,468]
29	189,4	4,8	4,11	[1014,72;1130528]
30	189,5	4,75	5,01	[1105,32;1231,468]

Для оцінювання розв'язків цієї ІСНАР використаємо метод параметричної ідентифікації на основі ПМБК, а для визначення

структури математичної моделі (5.6) метод структурної ідентифікації, описаний у третьому розділі.

Сформовані набори структурних елементів на основі базисних функцій, подано в таблиці 5.4. При цьому взято до уваги попередні дослідження щодо цієї моделі [205].

Таблиця 5.4 – Множина усіх потенційних структурних елементів для моделі характеристики МГЕС

№	Структурний	№	Структурний
1	x_1	11	$x_3x_2^2$
2	x_2	12	$x_3^2x_2$
3	x_1x_2	13	$x_3^2x_1$
4	x_1^2	14	$x_3x_1^2$
5	x_2^2	15	$x_3^2x_2^2$
6	x_3^2	16	$x_3^2x_1^2$
7	x_1x_3	17	$\sin x_3$
8	x_2x_3	18	$\sin x_3x_2$
9	$x_1^2x_2$	19	$\sin x_3x_1$
10	$x_1x_2^2$	20	$\sin x_1x_2$

Із використанням методу структурної ідентифікації, наведеного у четвертому розділі та методу параметричної ідентифікації, наведеного у третьому розділі, отримуємо таку інтервальну модель щодобової генерованої електроенергії:

$$[\hat{y}^-(\vec{x});\hat{y}^+(\vec{x})]=[\hat{g}_1]x_1+[\hat{g}_2]x_1x_3+[\hat{g}_3]x_1^2+[\hat{g}_4]x_3, \qquad (5.9)$$

де

$[g_1]$=[4,787; 5,344];$[g_2]$=[0,048; 0,054];$[g_3]$=[0,003;0,004]; $[g_4]$=[-0,217; -0,242].

На рис. 5.2 також показано результати вимірювань. Як бачимо на цьому рисунку отримана модель передбачає добову кількість виробленої електроенергії в межах виміряної величини, що підтверджує її адекватність.

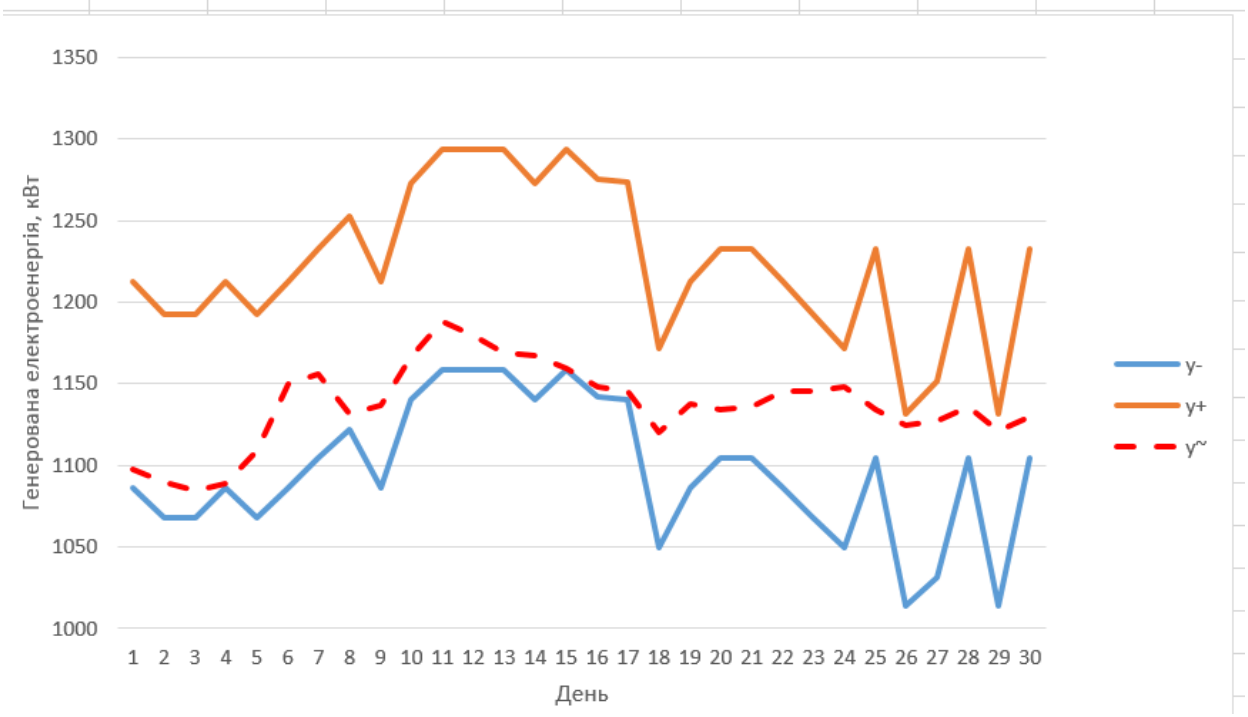


Рисунок 5.2 – Виміряні та прогнозовані результати добового генерування електроенергії МГЕС "Тополькі"

У праці [205] отримано таку інтервальну модель:

$$[\hat{y}(\vec{x})] = [5,5996;5,6001]\cdot x_1 + [0,0937;0,0941]\cdot x_1 x_3 +$$
$$+[-5,7855;-5,7851]\cdot \sin(x_3) + [-0,0077;-0,0073]\cdot x_1 x_2^{\,2}$$

Як бачимо, отримана модель (5.9) є простішою, з точки зору обчислень на її основі, у порівнянні із моделлю, отриманою в праці [205].

Тому використання розробленої інтервальної моделі є доцільним для моделювання та прогнозування кількості генерованої електроенергії кожен раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання якої саме з двох турбін є доцільним.

5.3. Інтервальна модель процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках

На сьогоднішній день однією з основних проблем людства є нагромадження твердих побутових відходів (ТПВ) та їх утилізація. У структурі ТПВ 30% займають тверді побутові органічні відходи

(ТПОВ), збереження яких на сміттєзвалищах спричинює екологічні проблеми, а саме: забруднення внутрішніх вод; утворення метану, що призводить до парникового ефекту; просідання ґрунту тощо. Одним із варіантів вирішення зазначеної проблеми у випадку твердих побутових органічних відходів (ТПОВ) є їх утилізація за допомогою біогазових установок (БГУ), які дають змогу разом із розв'язанням зазначеної проблеми отримувати високоефективні органічні добрива та біогаз з високою концентрацією метану.

На сьогоднішній день існує ряд компаній, які виготовляють такі установки (наприклад, німецька компанія ZORG), які можуть бути використані для утилізації ТПОВ. Разом з тим, існуючі БГУ орієнтовані переважно на переробку відходів тваринництва і вимагають при їх інсталяції додаткового вивчення структури сировини. Для їх налаштування в залежності від типу та структури біосировини необхідне залучення експертного середовища, що сповільнює процес широкого впровадження БГУ. Вирішення цієї проблеми зменшить вартість інсталяції БГУ і забезпечить їх широке використання для утилізації ТПОВ.

Як відомо, процеси у БГУ не є детермінованими і суттєвим чином залежать як від структури біосировини, так і від параметрів технологічного процесу (температури та кислотності середовища зброджування). Урахування неоднорідності середовища зброджування описано з використанням методів аналізу інтервальних даних.

Отже, характеристики процесу процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках встановимо за результатами структурної та параметричної ідентифікації у вигляді ДДМ. Використання зазначених моделей в процесі прийняття рішень дасть можливість адаптивно налаштовувати технологічні параметри БГУ під конкретні тип та структуру біосировини.

Для збору інформації і організації експериментальних досліджень таких процесів використано наявні біогазові установки Бережанського агротехнічного інституту з HACH-спектрометром, похибки якого сягають в динаміці до 5%.

Таблиця 5.5– Оцінки виміряних концентрацій маси органічних побутових відходів

Номер дискрети, k	Доба, t	z_k^-	z_k^+
0	0,000	9,3	10,7
1	3,000	9,225	10,613
2	6,000	9,130	10,505
3	9,000	9.0131	10.37
4	12,000	8,868	10,204
5	15,000	8,690	9,999
6	18,000	8,473	9,749
7	21,000	8,210	9,447
8	24,000	7,895	9,084
9	27,000	7,521	8,654
10	30,000	7,084	8,151
11	33,000	6,582	7,573
12	36,000	6,015	6,921
13	39,000	5,389	6,201
14	42,000	4,714	5,424
15	45,000	4,004	4,608
16	48,000	3,278	3,773
17	51,000	2,558	2,943
18	54,000	1,862	2,143
19	57,000	1,219	1,404

Процес бродіння спостерігався на протязі 57 днів з кількістю дискрет $k = 0,...,19$. Результати спостережень за даним процесом наведено в таблиці 3.

В таблиці 5.5 прийнято такі позначення: t - означає часову дискрету з інтервалом 3 дні; $[z_k]=[z_k^-; z_k^+]$ – інтервальні оцінки виміряної із 7% похибкою концентрації органічних побутових відходів у реакторі, приведеної до одиниці об'єму.

Розв'яжемо задачу структурної ідентифікації ІДМ, тобто із використанням модифікованого оператора визначення «перспективних» джерел нектару (запропонованих у Зрозділі (3.20), взамін використання формули (3.16).

У процесі структурної ідентифікації макромоделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння твердих органічних побутових відходів в біогазових установках із використанням мезофільних бактерій [148, 215] встановлено, що вищезазначений процес зручно описувати диференціальними рівняннями, подібними до рівнянь Моно. Процес накопичення біогазу в газгольдері біогазової установки описують таким рівнянням:

$$y_k = [y_{\max}] \cdot (v_0 - v_k) / v_0 \qquad (5.10)$$

де y_k - відносна маса біогазу, накопиченого на *k*-тій дискреті процесу бродіння;

$[y_{\max}] = [10;20] \cdot v_0$ - максимальна питома маса метану, яка ураховує інтервал виходу [10;20] $дм^3$ біогазу на $1 дм^3$ субстрату, залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах;

v_0, v_k - початкова та залишкова маса органічних відходів в реакторі біогазової установки на *k*-тій дискреті процесу бродіння.

У процесі досліджень ргідно із обчислювальною схемою реалізації методу структурної ідентифікації моделі на початковій фазі потрібно сформувати множину усіх потенційних структурних елементів моделі та задати значення параметрів методу. Для усіх обчислювальних експериментів із серії було сформовано однакову множину структурних елеметів, подану у таблиці 5.6.

При цьому, початкові параметри методу було задано, базуючись на попередньому досвіді застосування методу, наступним чином:

- $S_0 = 10$ (початкова кількість структур – «кількість робочих бджіл колонії»);
- $S_0 = 20$ (кількість структур згенерованих на основі оператора $P_\delta(\Lambda^1_{mcn}, F)$– «кількість бджіл-дослідників колонії»);
- *LIMIT*=5, $[I_{\min}; I_{\max}] = [4;7]$, *MCN*=10000.

Таким чином, на першій ітерації реалізації методу було сформовано початкову множину ІДДМ у кількості $S_0 = 10$.

Таблиця 5.6 – Множина усіх потенційних структурних елементів моделі

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
1	v_{k-1}	27	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
2	v_{k-2}	28	$v_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
3	v_{k-3}	29	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
4	v_{k-4}	30	$v_{k-1} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
5	$v_{k-1} \cdot v_{k-2}$	31	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
6	$v_{k-1} \cdot v_{k-3}$	32	$v_{k-1} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
7	$v_{k-1} \cdot v_{k-4}$	33	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
8	$v_{k-2} \cdot v_{k-3}$	34	$v_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
9	$v_{k-2} \cdot v_{k-4}$	35	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
10	$v_{k-3} \cdot v_{k-4}$	36	$v_{k-2} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
11	v_{k-1}^2	37	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
12	v_{k-2}^2	38	$v_{k-2} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
13	v_{k-3}^2	39	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
14	v_{k-4}^2	40	$v_{k-3} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
15	v_{k-1} / v_{k-2}	41	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
16	v_{k-1} / v_{k-3}	42	$v_{k-3} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
17	v_{k-1} / v_{k-4}	43	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
18	v_{k-2} / v_{k-3}	44	$v_{k-3} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
19	v_{k-2} / v_{k-4}	45	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
20	v_{k-3} / v_{k-4}	46	$v_{k-4} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
21	v_{k-2} / v_{k-1}	47	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
22	v_{k-3} / v_{k-1}	48	$v_{k-4} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
23	v_{k-3} / v_{k-2}	49	$v_{k-4} \cdot u_{k-1} / u_{k-4}$
24	v_{k-4} / v_{k-1}	50	$v_{k-4} \cdot u_{k-4} / u_{k-1}$
25	v_{k-4} / v_{k-2}	51	v_{k-1}^3
26	v_{k-4} / v_{k-3}	52	v_{k-2}^3

Зазначена множина структур моделей була використана на першій ітерації усіх проведених обчислювальних експериментів із серії. Отримана множина структур моделей першого ряду формування

та обчислені для них значення функції мети $\delta(\lambda_s^1)$ та змінної R_s (кількість структур, які будуть згенеровані на базі *s*-ї структури із множини Λ_{mcn}^1) із використанням формули та (3.20) цієї операції наведено у таблиці 5.7.

Таблиця 5.7 – Ймовірна кількість згенерованих структур для кожної поточної структури s на першій ітерації методу

s	«Якість «моделі $\delta(\lambda_s^1)$	R_s, Вираз (3.16)	R_s, Вираз (3.20)
1	0,903	0	0
2	0,899	1	1
3	0,821	1	1
4	0,78	2	1
5	0,734	2	1
6	0,707	2	2
7	0,645	2	2
8	0,624	3	3
9	0,582	3	4
10	0,506	4	5

Як видно із таблиці 5.7, обчислені значення змінної R_s із використанням виразів (3.16) і на основі виразу (3.20) – відрізняються інтенсивнішим дослідженням «більш якісних» структур моделі.

Отже, структуру ІДМ для опису динаміки залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки в процесі бродіння визначено як нелінійну дискретну модель другого порядку:

$$v_k = v_{k-1} - h \cdot g_1 \cdot v_{k-1} \cdot (1 + h \cdot (g_2 \cdot v_{k-2} - g_3)) / (g_4 + v_{k-1}). \qquad (5.11)$$

При цьому за початкові умови покладемо інтервальні оцінки з відхиленнями в межах $\pm 1\%$ маси завантажених в реактор побутових відходів $[\hat{v}_{k=0}]$ та $[\hat{v}_{k=1}]$, обрані згідно з даними таблиці 3 (перші дві стрічки для k=0 та k=1).

У результаті процесу параметричної ідентифікації із використанням розробленого методу із використанням ПМБК отримали наступну дискретну модель:

$$[\hat{v}_k]=[\hat{v}_{k-1}]-h\cdot\hat{g}_1\cdot[\hat{v}_{k-1}]\cdot(1+h\cdot(\hat{g}_2\cdot[\hat{v}_{k-2}]-\hat{g}_3))/(\hat{g}_4+[\hat{v}_{k-1}])$$

де $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]=[((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}3;10{,}7]$;
$[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+]=[((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}42;10{,}41]$;
h=0,2; $\hat{g}_1$= 8,7807; $\hat{g}_2$=0,0470; $\hat{g}_3$=-10,0145; $\hat{g}_4$=88,5431.

Спираючись на рівняння (5.10), процес накопичення біогазу в газгольдері біогазової установки описуємо таким рівнянням:

$$[y_k]=[10;20]\cdot([\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]-[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]),\ k=0,\ldots,19, \qquad (5.12)$$

де $[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]$ - інтервальна оцінка динаміки залишкової маси органічних відходів, яка моделюється за допомогою ІДМ у вигляді (5.11).

Таблиця 5.8– Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках

#	Name	N_F
1	Структурна ідентифікація із використанням оператора (4.16) з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	2456563
2	Структурна ідентифікація із використанням оператора (4.16) з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	1560865
3	I Структурна ідентифікація із використанням оператора (4.16) з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	1460261
4	Структурна ідентифікація із використанням оператора (4.16) з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	1904543
5	Метод структурної ідентифікації на основі ПМБК	18795

У таблиці 5.8 наведено результати оцінювання обчислювальної складності N_F в процесі реалізації методу структурної ідентифікації вище зазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів та із використанням методу на основі ПМБК.

Очевидно, що в цілому обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ із застосуванням методу структурної ідентифікації, описаним у третьому розділі, нижча у порівнянні із іншими методами.

При цьому виграш у порівнянні із існуючим методом складає 1460261/18795 = 77,69 раз.

5.4. Побудова інтервальної моделі ефективності функціонування інформаційних веб-ресурсів

Однією із задач моделювання ефективності інформаційних веб-ресурсів,як зазначають автори у [25, 80, 210, 211], є моделювання й оптимізація веб-ресурсу центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради. Часто надання адміністративних послуг населенню та юридичним особам виконується за попереднього консультування з адмінстраторами через веб-ресурс, зокрема чат або особистий кабінет користувача. Щоб замовити ту чи іншу послугу, користувачу потрібно спочатку знайти необхідну послугу у наявному переліку, ознайомитись зі списком необхідних документів та проконсультуватись, у разі потреби, з адміністратором. Зібравши повний пакет документів для отримання певної послуги, наприклад екологічної експертизи, людина може прийти і замовити дану послугу. Планування такої роботи забезпечить оптимальне використання ресурсів Центру надання адміністративних послуг (ЦНАП). ЦНАП Тернопільської міської ради включає 4 відділи та віддалені підрозділи у приєднаних до територіальної громади населених пунктах. Весь спектр послуг, які надає Тернопільська міська територіальна громада, розділено за категоріями та закріплено за окремими залами. Реєстрація на прийом до адміністраторів ЦНАП здійснюється через електронну чергу на сайті та через термінали

безпосередньо у приміщенні центру в єдину базу. Проте, такий спосіб оптимізації роботи ЦНАП не завжди забезпечує рівномірний розподіл навантаження на адміністраторів у силу наявності «живої» черги у приміщенні центру.Для вирішення цієї задачі запропоновано створити математичну модель, яка б показувала тенденції використання веб-сервісів ЦНАП, і на цій основі оптимізувати роботу адміністраторів центру, а саме при збільшенні навантаження на певні послуги чи їх групи перерозподілити послуги між відділами або перерозподілити адміністраторів між відділами.

Для побудови зазначеної моделі було зібрано дані використання веб-сервісів ЦНАП за певний період, а саме один рік,на основі GOOGLE ANALYTIC та Google API (Analytics Reporting 4). На отриманих данихвстановлено наявність певних циклів відвідуваності, які повторюються щотижнево.Узагальнивши статистичні дані, отримано межові значення, тобто максимальне та мінімальне значення відвідуваності для кожного дня тижня протягом року табл.5.9.

Для побудови математичної моделі ефективності функціонування веб-ресурсу ЦНАП використано відомий метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів та метод структурної ідентифікації інтервальних моделей динамічних об'єктів, описаний у підрозділі 3.3.

Таблиця 5.9–Інтревальні дані активності користувачів веб-ресурсу ЦНАП

Номер дня тижня	k	z_k^-	z_k^+
1	0	138	292
2	1	156	285
3	2	136	277
4	3	170	254
5	4	108	184
6	5	34	61
7	6	12	40

Результуюча математична модель для прогнозування активності користувачів зазначеного веб-ресурсу знайдена у нелінійному вигляді (5.13):

$$\widehat{v}_k = g_0 + g_1 \cdot \frac{1}{\widehat{v}_{k-1}} + g_2 \cdot \widehat{v}_{k-1} \cdot \widehat{v}_{k-1} + g_3 \cdot \frac{\widehat{v}_{k-1}}{\widehat{v}_{k-2}}, k = 2,\ldots,6. \qquad (5.13)$$

$$g_0 = -0{,}2954; g_1 = 0{,}1549; g_2 = 0{,}0042; g_3 = -3{,}3365.$$

Прогностичні властивості ІДМ (5.3) наведено на рисунку 5.3. Як бачимо, прогнозована активність повністю включена в інтервал спостережень, а це означає, що модель є адекватною. Це також забезпечує гарантовані прогнозні властивості моделі, що полягають у виконанні умов на множині всіх дискретних значень модельованої характеристики. Варто зазначити, що для прогнозування активності користувачів досить встановити значення активності як перші 2 дні.

На рисунку 5.3 використано наступні позначення: розрахована нижня межа інтервалу $\widehat{v}_k^-$ позначається сірою пунктирною лінією, а верхня межа $\widehat{v}_k^+$ жовтою пунктирною лінією; синьо та оранжевою лініями позначені відповідно верхня z_k^+ та нижня z_k^- межі експериментальних даних.

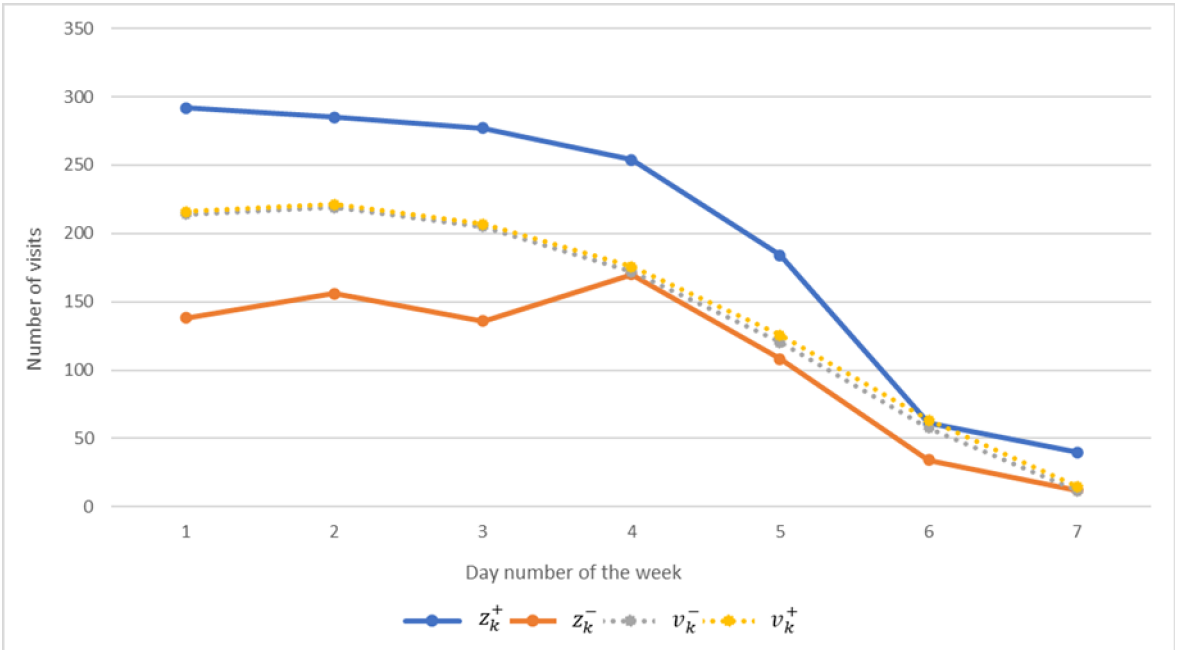


Рисунок 5.3– Результати прогнозування активності користувачів протягом тижня.

Отримана математична модель активності користувачів web-ресурсу центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради може бути поширена на інші подібні web-ресурси. При цьому потрібне незначнеії налаштування. Застосування такої моделі дає можливість оптимізувати бізнес-процеси персоналу, планувати протягом тижня щоденну завантаженість виконавців послуг та оптимально розподіляти ресурси організації.

5.5 Ідентифікація математичної моделі прогнозування динаміки концентрацій діоксиду азоту у заданій точці міста

Розглянемо детальніше застосування методу структурної ідентифікації із модифікованим оператором визначення околу джерела нектару (підрозділ 3.3) на прикладі побудови ІДМ для прогнозування динаміки концентрацій діоксину азоту у заданій точці міста. Також, проведемо порівняльний аналіз отриманих результатів із результатами, отриманими в наслідок застосування для розв'язування цієї задачі відомого методу.

Перш за все, визначимо концептуальну річ, а саме: математичну модель у вигляді різницевої схеми «синтезуємо» із точністю, яка відповідає точності вимірювального експерименту. За таких умов доцільно результати експерименту представляти у вигляді інтервалів можливих значень концентрацій діоксину азоту.

Будуватимемо ІДМ враховуючи вплив вхідної змінної $\vec{u}_k$ - інтенсивність транспортного потоку. При цьому, значення цих факторів будемо вважати детермінованими, тобто не інтервальними. Для побудови ІДМ будемо використовувати дані, виміряні для перехрестя вулиць Чехова-За Рудкою у м. Тернопіль [46].

Для проведення експериментів було згенеровано множину структурних елементів $|F|=52$. Далі було згенеровано множину початкових структур ІДМ у кількості $S=10$. Зауважимо, що для обох експериментів: із використанням відомого методу структурної ідентифікації та із використанням модифіковано ця множина була однакою з метою забезпечення об'єктивних умов проведення експериментів. Згенерована множина початкових структур ІДМ

подана у таблиці 1, також там наведено обчислені для кожної структури ІДМ значення показника n_s за формулою (7) для подальшої реалізації оператора $P(\Lambda_{mcn}, F)$.

Зауважимо, що під час реалізації модифікованого методу структурної ідентифікації на усіх фазах величина показника n_s була сталою та дорівнювала 1. Що забезпечило уніфікацію поняття околу джерела нектару для кожного із них незалежно від його цінності (якості).

Таблиця 5.10 – Початкова множина структур моделі

s	Структура моделі λ_s	«Якість» моделі $\delta(\lambda_s)$	n_s
1	4, 22,34, 47	0,86	2
2	11, 13,29, 30,	0,64	2
3	20, 24, 36, 47,	0, 71	3
4	5, 7, 19,40, 42	0,45	1
5	13,26, 37, 41,	0,55	1
6	2, 5, 38, 44,	0,78	3
7	9, 14, 18, 38,	0,39	1
8	14, 16, 27, 30	0, 79	2
9	1, 8, 17, 28,	0, 62	2
10	3, 6, 18, 39,	0, 49	1

У ході проведених експериментів було отримано 2 адекватні моделі, тобто такі, що задовольняють умови (3.30). Моделі отримані в результаті використання відомого методу та модифікованого, відповідно мають такий вигляд:

$$\hat{v}_k = 0.013 - 0.5962 \cdot \hat{v}_{k-2} + 0.7164 \cdot \hat{v}_{k-3} + 0.0472 \cdot \hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4} + 0.0001 \cdot \hat{v}_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-3} + 0.3067 \cdot \hat{v}_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}, \quad k = 4...18. \tag{5.14}$$

$$\hat{v}_k = 0.0124 - 0.5764 \cdot \hat{v}_{k-2} + 0.7078 \cdot \hat{v}_{k-3} + 0.0473 \cdot \hat{v}_{k-1} / \hat{v}_{k-4} + 0.0159 \cdot \hat{v}_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}, \; k = 4...18. \tag{5.15}$$

Зауважимо, що для порівняння обчислювальної складності застосування методу було використано показник, що еквівалентний кількості обчислень функції мети, адже це найскладніша операція під час реалізації методу.

Результати експериментальних досліджень для розглянутого прикладу показують перевагу модифікованого методу структурної ідентифікації. Адже використання модифікованого оператора генерування околу джерела нектару забезпечує зниження обчислювальної складності не менш ніж на 8-12%. Зазначимо, що подібні експерименти проводилися і на іншій групі моделей, при цьому спостерігалося зниження обчислювальної складності в середньому 11%. Причиною підвищення ефективності відомого методу структурної ідентифікації ІДМ є власне рівномірний розподіл дослідження локальних екстремумів функції мети у задачі структурної ідентифікації на першій та другій фазі реалізації ПМБК.

5.6 Моделювання динаміки забруднень шкідливих викидів автотранспорту із застосуванням процедури автоматизованого формування структурних елементів моделі

Для моделювання процесів забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами нестаціонарними джерелами забруднення, наприклад автотранспорту, часто використовують диференціальні рівняння [200, 201, 207]. Проте, побудова таких моделей вимагає глибокого аналізу фізики процесів поширення шкідливих речовин, визначення коефіцієнтів дифузії тощо. Тому на противагу такому підходу використовують дискретні динамічні моделі у вигляді різницевих рівнянь [213-216, 244]. Зауважимо, що різницеві рівняння є дискретними аналогами дифрівнянь.

Для структурної ідентифікації різницевих рівнянь використовують метод побудований на основі поведінкових моделей бджолиної колонії [213-216]. Наприклад, у праці [43] розглянуто застосування зазначеного методу для побудови моделі поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту із використанням моделювання добового циклу динаміки

концентрацій шкідливих викидів NO_2 (діоксид азоту) на перехресті вулиць Руська – Замкова – Шашкевича, м. Тернопіль.

Однак, результати експериментів показали, що побудована у праці [43] модель динаміки концентрацій шкідливих викидів не є універсальною,тобто не може бути використана для моделювання в інших точках міста. Це пов'язано із неврахуванням дії різних в тому числі і випадкових чинників, які є характерними для конкретної точки у якій здійснюється моделювання. До такого виду чинників відносять: природна вентиляція; наявність вертикальних та горизонтальних потоків повітря тощо.

Результати аналізу зазначеного методу структурної ідентифікації показали, що степінь «універсальності» побудованої моделі поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту, тобто можливість її застосування для різних точок міста, напряму залежить від «якості» та повноти сформованої множини структурних елементів моделі. Зазначимо, що формування початкової множини структурних елементів моделі в існуючому методі структурної ідентифікації здійснюють емпірично.

Водночас, у праці [16] запропоновано проводити процедуру формування множини структурних елементів із використанням результатів попереднього аналізу вибірки вхідних інтервальних даних, проведеного на основі методу «гірської» кластеризації. З одного боку, застосування цієї процедури забезпечує можливість формування «якісної» та повної множини структурних елементів, а з іншого – забезпечує можливість істотного зниження часової складності методу структурної ідентифікації.

Тому далі проведемо експериментальні дослідження для перевірки ефективності процедури автоматизованого формування множини структурних елементів та побудова «універсальної» дискретної динамічної моделі для моделювання динаміки.

Проведемо порівняльний аналіз ефективності застосування відомого методу структурної ідентифікації ІДДМ та модифікованого із застосуванням попереднього кластерного аналізу вихідної вибірки, а також аналіз отриманих в обох випадках моделей у вигляді (3.25).

Для цього, спочатку розглянемо приклад побудови ІДДМ для моделювання добового циклу динаміки концентрацій шкідливих викидів NO_2 (діоксид азоту) на перехресті вулиць Руська – Замкова

– Шашкевича, м. Тернопіль із використанням відомого методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії.

Зупинимося детальніше на процесі формування множини структурних елементів при розв'язуванні задачі структурної ідентифікації для прикладу застосування. На першій ітерації реалізації методу було сформовано множину F, яка містила поліноміальні функції не вище другого степеня для різницевого оператора не вище другого порядку, наприклад: $\hat{v}_{k-1}, \hat{v}_{k-2,} \hat{v}_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-1}, u_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-1}, u_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-2,} \hat{v}_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-1} / u_{k-1}$. Таким чином було сформовано множину F потужності L=42. Однак, отримана множина структурних елементів не забезпечила можливості знаходження ІДДМ (3.25) для якої б виконувалися умови (3.30).

Тому було прийнято рішення про розширення множини F. На другій ітерації реалізації методу структурних елементів до поточної множини структурних елементів було додано елементи третього степеня для різницевого оператора не вище 3 порядку, наприклад: $\hat{v}_{k-1} \cdot \hat{v}_{k-2} \cdot \hat{v}_{k-2,} \hat{v}^3{}_{k-1}$, . Таким чином було сформовано множину F_1 потужності L=68. Однак, множина F_1 також не забезпечила можливості формування адекватної моделі, щодо умов (3.30).

На третій ітерації реалізації методу структурних елементів до поточної множини F_1було додано елементи які містили частки виміряних інтенсивностей транспортного потоку, наприклад: $\hat{v}_{k-1} \cdot u_k / u_{k-2,} \hat{v}_{k-1} \cdot u_k / u_{k-1}$.Таким чином було сформовано множину F_2 потужності L=88.

У результаті було отримано ІДДМ у вигляді:

$$[\hat{v}_k] = 0{,}0365 + 0{,}3541 \cdot [\hat{v}_{k-1}] + 0{,}118 \cdot [\hat{v}_{k-1}] \cdot [\hat{v}_{k-3}] + \\ + 0{,}5059 \cdot [\hat{v}_{k-1}] \cdot u_k / u_{k-1} - 0{,}0154 \cdot [\hat{v}_{k-2}] \cdot u_{k-1} / u_{k+1} \qquad (5.16)$$
$$k = 22,...,71.$$

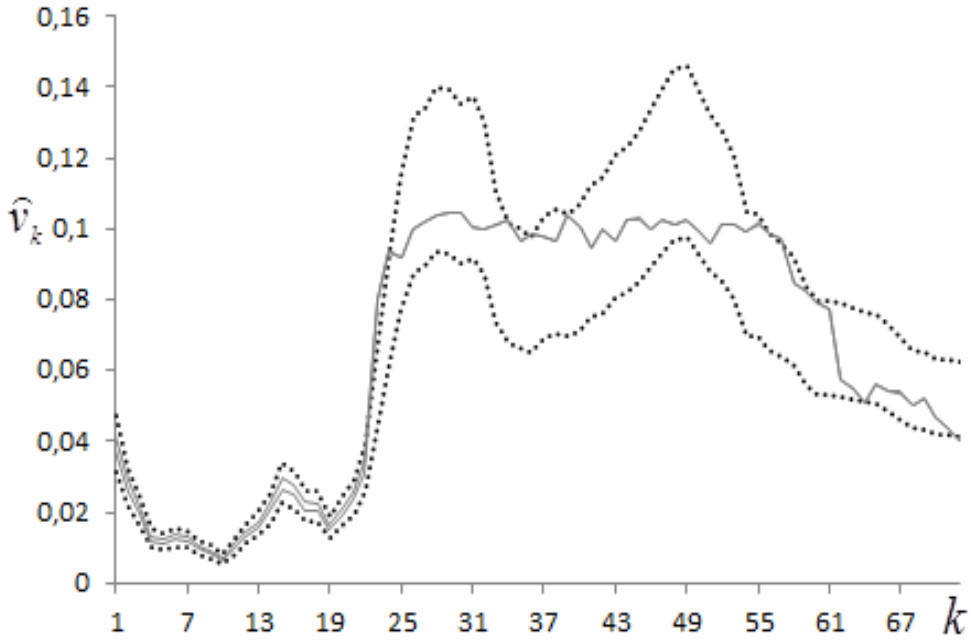


Рисунок 5.4 – Динаміка добового циклу концентрацій шкідливих викидів NO_2 у заданій точці м. Тернопіль.

Зауважимо, що виміряні значення температури і вологості було прийнято вважати сталими величинами. Прогнозована добова динаміка концентрацій окису вуглицю на основі побудованої моделі показана на рисунку 5.4.

Верифікацію ІДДМ (5.16) для моделювання поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту проводили на основі виміряних даних у іншій точці м. Тернополя, зокрема, на перехресті вулиць Чехова – За Рудкою м. Тернополя. Однак результати моделювання показали, що ІДДМ у вигляді (5.16) не придатна для використання у інших точках міста.

Далі, розглянемо приклад побудови ІДДМ для того ж прикладу застосування, але вже на основі удосконаленого методу структурної ідентифікації, який передбачає попередній кластерний аналіз вихідної вибірки виміряних концентрацій шкідливих викидів автотранспорту. Попередній аналіз експериментальної вибірки проводили на основі удосконаленого методу «гірської» кластеризації, який детально описаний у праці [66].

У результаті проведеного аналізу вибірки даних для розглянутого прикладу, вдалося з'ясувати причину неможливості побудови єдиної моделі для дослідження динаміки концентрацій NO_2 на зазначених перехрестях, а саме – через неоднозначність

зв'язку між концентрацією діоксиду азоту та інтенсивністю руху автотранспорту для різних точок міста.

Розглянемо основні перетворення вибірки вхідних даних з метою визначення необхідних структурних елементів для задачі структурної ідентифікації ІДДМ на прикладі моделювання добового циклу динаміки концентрацій шкідливих викидів NO_2 (діоксид азоту) на перехресті вулиць Руська – Замкова – Шашкевича, м. Тернопіль та перехресті вулиць Чехова – За Рудкою м. Тернополя на часовому інтервалі: з 11:00 до 21:00. Як показано в праці [43], спроби авторів побудувати єдину модель для цих перехресть не мали успіху.

Результати вимірювань динаміки концентрацій шкідливих викидів NO_2, нормалізовані до інтервалу [0, 1] для обох згаданих перехресть, представлені на рис. 5.5. Провівши кластерний аналіз цієї вибірки відповідно до вище описаного методу субтрактивної кластеризації із застосуванням функції "subclust" програмно-прикладного пакету MATLAB та однойменної мови програмування, отримаємо результат, який наведено на рис. 5.5.

Зауважимо, що при цьому радіус усіх кластерів однаковий, розрахований на основі аналізу нормованої вибірки інтервальних даних за такою формулою:

$$r = \frac{\max\limits_{k=1,\ldots,K} (z_k^+ - z_k^-)}{2} = 0{,}135. \qquad (5.17)$$

На рисунку 5.7 показано проекції отриманих кластерів на вісь залежної змінної (інтенсивності транспортного потоку у обраній для досліджень точці міста). Однозначною залежністю між вихідною характеристикою об'єкта та чинниками, які впливають на цю характеристику, будемо вважати випадок, коли проекції кластерів не перетинаються на осі залежних змінних.

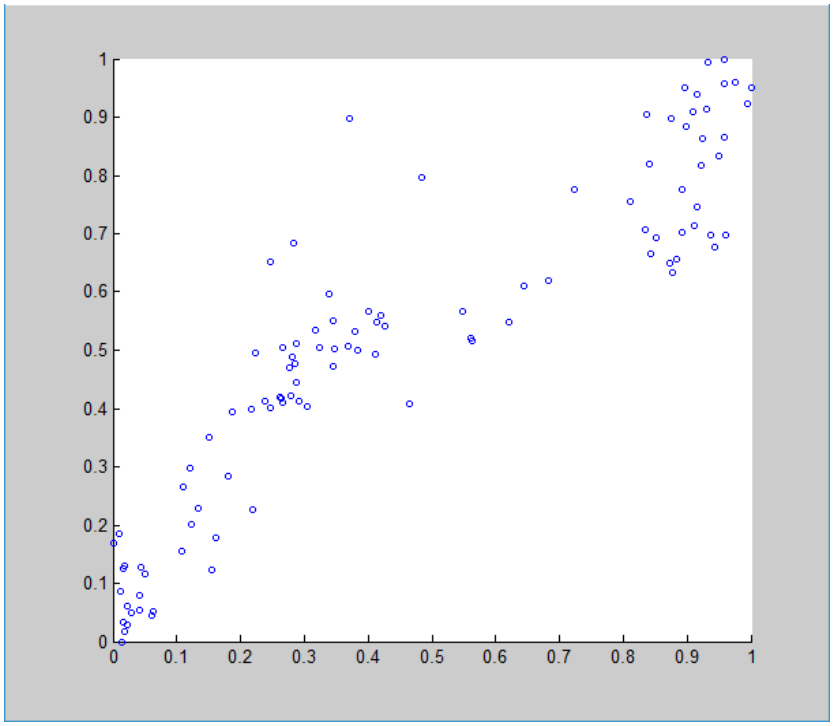


Рисунок 5.5 – Ілюстрація об'єднаної вибірки нормованих результатів вимірювань на перехрестях вулиць Руська – Замкова – Шашкевича та Чехова – За Рудкою.

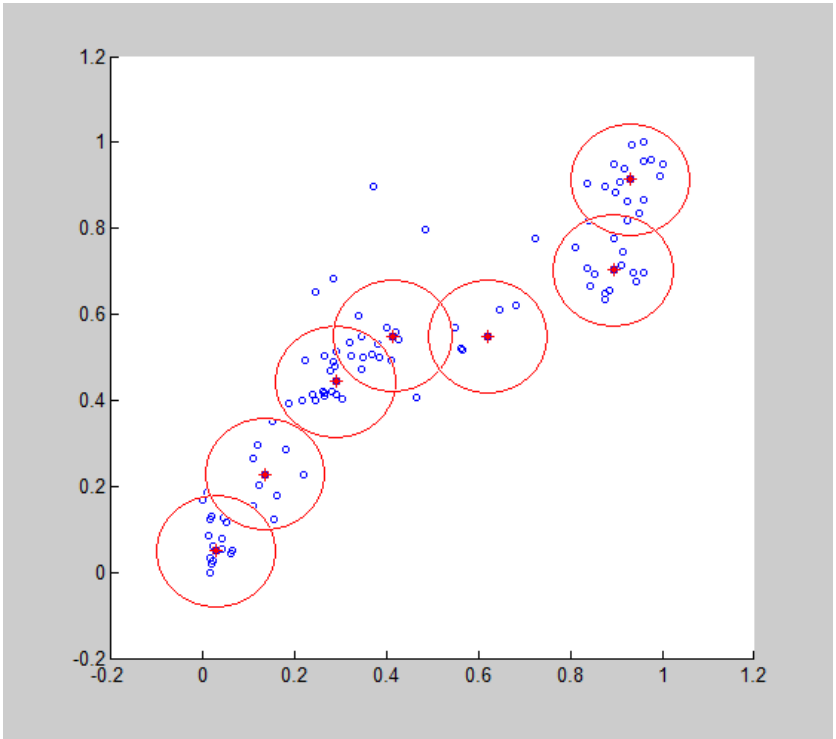


Рисунок 5.6 – Результат кластерного аналізу вибірки нормованих результатів вимірювань на перехрестях вулиць Руська – Замкова – Шашкевича та Чехова – За Рудкою.

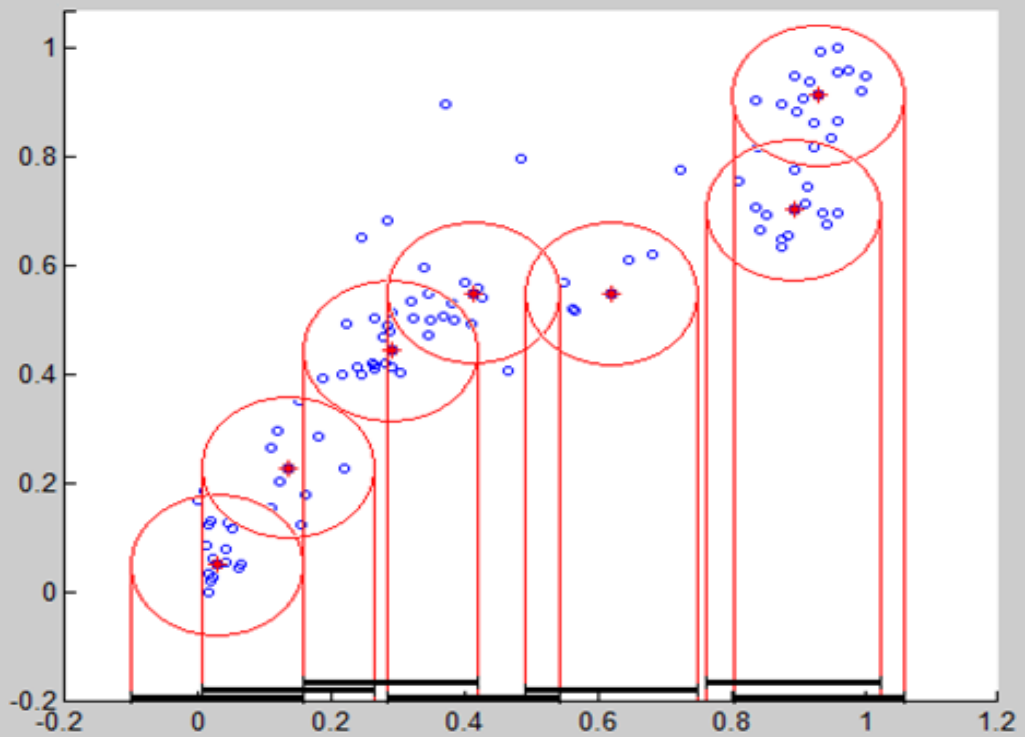


Рисунок 5.7 – Інтервали проекцій кластерів на вісь вхідної змінної для вихідної вибірки.

Це означає можливість знаходження однозначної залежності у межах початково заданої ширини інтервалів для вихідної характеристики, тобто радіусу кластера, для кластерів номер h та номер j. Очевидно, що для вихідної вибірки ця умова – не виконується.

На рисунку 5.8 наведено проекції кластерів на вісь вхідної змінної (інтенсивності транспортного потоку) за результатами другої ітерації застосування методу формування структурних елементів. Як бачимо з цього рисунку інтервали проекцій в цьому випадку не перетинаються, це означає, що проекції кластерів не перетинаються на осі залежних змінних.

Таким чином, у результаті проведеного аналізу вибірки даних для розглянутого прикладу, вдалося з'ясувати причину неможливості побудови єдиної моделі для дослідження динаміки концентрацій NO_2 на зазначених перехрестях, а саме – через неоднозначність зв'язку між концентрацією діоксиду азоту та інтенсивністю руху автотранспорту для різних точок міста.

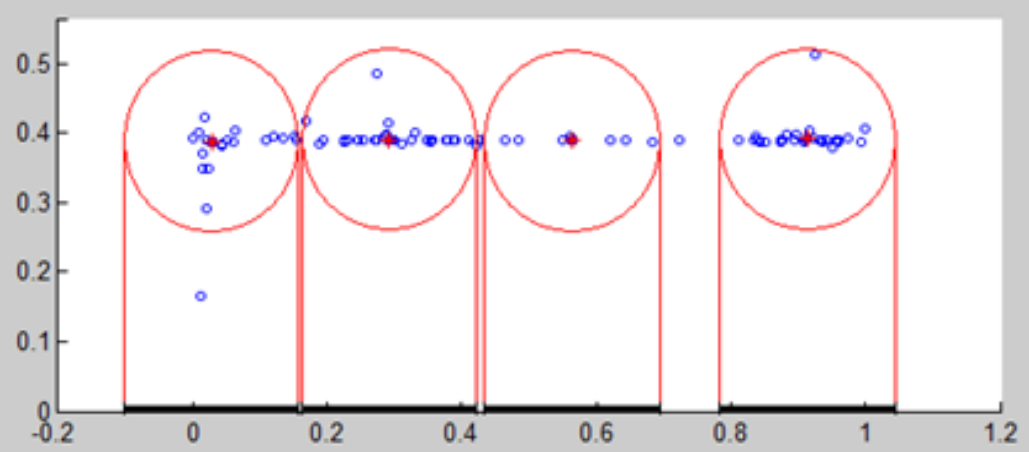


Рисунок 5.8 – Інтервали проекцій кластерів на вісь вхідної змінної для другої ітерації.

Результати проведеного аналізу показали, що для усунення цієї проблеми необхідно при розв'язуванні задачі структурної ідентифікації додати до множини F такі елементи: $\frac{\hat{v}_{k-1}-\hat{v}_{k-2}}{u_{p,k-1}-u_{p,k-2}}$ та $\frac{\hat{v}_{k-1}-2\hat{v}_{k-2}+\hat{v}_{k-3}}{u_{p,k-1}-2u_{p,k-2}+u_{p,k-3}}$.

Результати проведеного аналізу показали, що для усунення цієї проблеми необхідно при розв'язуванні задачі структурної ідентифікації додати до множини F такі структурні елементи:

$$\frac{\hat{v}_{k-1}-\hat{v}_{k-2}}{u_{p,k-1}-u_{p,k-2}} \text{ та } \frac{\hat{v}_{k-1}-2\hat{v}_{k-2}+\hat{v}_{k-3}}{u_{p,k-1}-2u_{p,k-2}+u_{p,k-3}}. \quad (5.18)$$

Тому, на першій ітерації реалізації методу було сформовано множину F, яка містила поліноміальні функції не вище другого степеня, наприклад: $[\hat{v}_{k-1}]\cdot[\hat{v}_{k-1}], [\hat{v}_{k-1}]\cdot[\hat{v}_{k-1}], [\hat{v}_{k-2}]\cdot[\hat{v}_{k-2}]$. Також до множини F було додано структурні елементи, визначені на етапі попереднього аналізу вхідної вибірки, наведені вище. Таким чином було сформовано множину F потужності L=64.

У результаті, було отримано ІДДМ у вигляді:

$$\begin{aligned}[\hat{v}_k] = 0,0674 + 0,0752\cdot([\hat{v}_{k-1}]-[\hat{v}_{k-2}])/(u_{k-1}-u_{k-2}) + \\ 0,1722\cdot[\hat{v}_{k-5}]\cdot[\hat{v}_{k-7}] - 0,1269\cdot[\hat{v}_{k-1}] + 0,0006\cdot[\hat{v}_{k-1}]\cdot u_{k-1} - \\ -0,0778\cdot[\hat{v}_{k-5}]\cdot u_{k-8}/u_{k-2}, k = 22,...,71.\end{aligned} \quad (5.19)$$

На рисунку 5.9 наведено прогнозовану добову динаміку концентрацій діоксиду азоту на основі побудованої моделі (5.19). Пунктирна лінія означає інтервальні оцінки виміряних значень концентрацій шкідливих викидів, а суцільна – їх прогнозовані значення отримані на основі ІДДМ (5.19).

Як видно з рисунку 5.9, отримана ІДДМ (5.19) задовільняє умови (3.30) на множині усіх дискрет.

Верифікацію моделі (5.19) також проводили для моделювання поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту проводили на основі виміряних даних у іншій точці м. Тернополя, зокрема, перехресті вулиць Чехова – За Рудкою м. Тернополя. Отримані прогнозовані значення концентрацій шкідливих викидів із використанням ІДДМ (5.19) подано на рис. 5.10.

Як і раніше на рисунку 5.10 пунктирна лінія означає інтервальні оцінки виміряних значень концентрацій шкідливих викидів, а суцільна – їх прогнозовані значення отримані на основі ІДДМ (5.19).

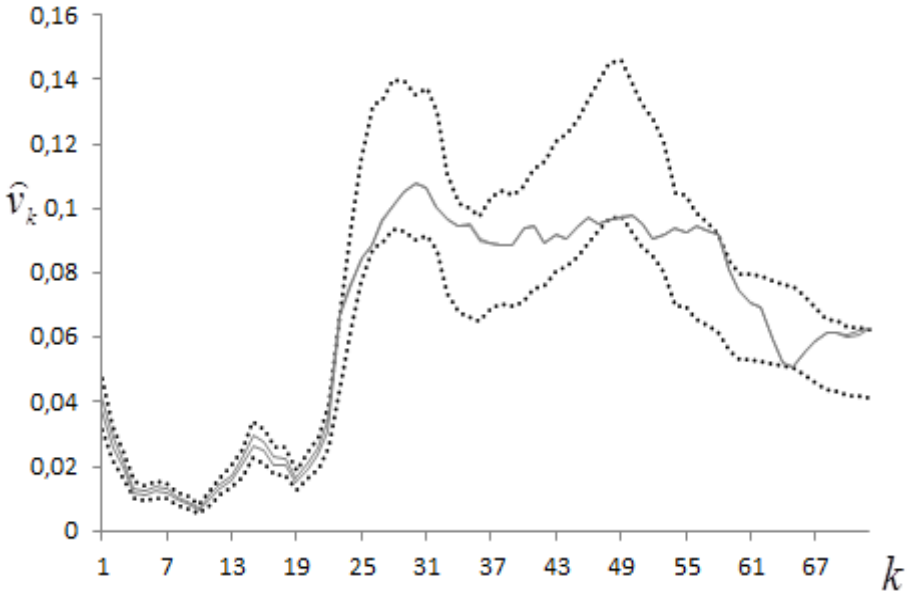


Рисунок 5.9 – Динаміка добового циклу концентрацій шкідливих викидів NO_2 у заданій точці м. Тернопіль, отримана на основі моделі (5.19).

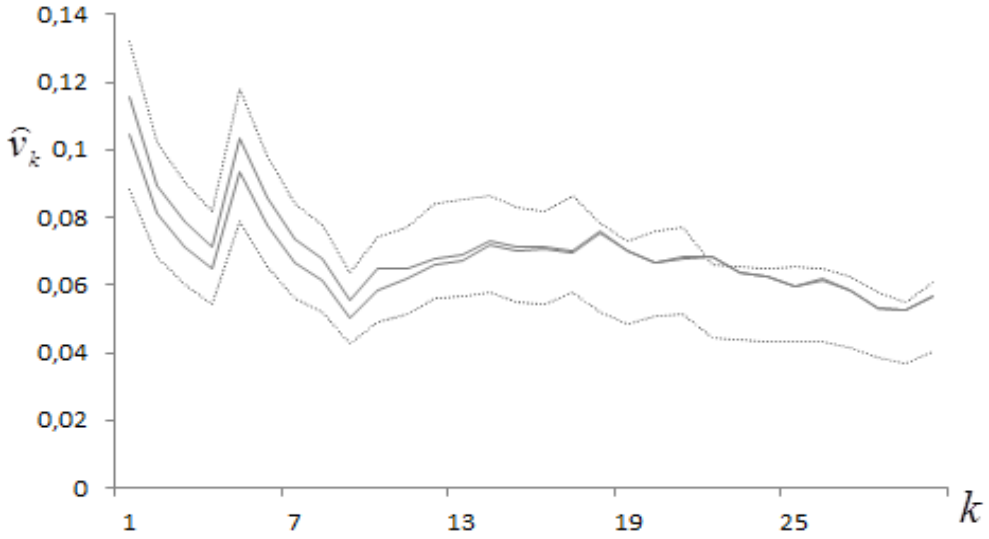


Рисунок 5.10 – Динаміка добового циклу концентрацій шкідливих викидів NO_2 на перехресті вулиць Чехова – За Рудкою м. Тернополя, отримана на основі моделі (5.19).

Як видно з рис. 5.10 прогнозовані значення концентрацій шкідливих викидів знаходять в межах виміряних на множині усіх дискрет. Отже, отримана ІДДМ (5.19) є універсальною, тобто може бути застосована для моделювання поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту у інших точках міста.

Висновки до розділу 5

1.Розглянуто прикладні задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних та динамічних об'єктів для різного кола задач: медицина, енергетика, адміністративне управління. Для розв'язування зазначених задач застосовували розроблений програмний комплекс для моделювання статичних та динамічних систем з використанням сервіс-орієнтовного комунікаційного програмного середовища.

2.Із використанням розробленого програмного комплексу побудовано інтервальні моделі характеристик сигналів–реакцій на подразнення тканин на хірургічній рані, які, за рахунок застосування розроблених методів параметричної ідентифікації потребують менше часу на їх ідентифікацію, що, відповідно, зменшує витрати часу на моніторинг області локалізації зворотного гортанного нерва в процесі хірургічної операції.

3. Розроблено інтервальні моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, які за

рахунок застосування методів структурної та параметричної ідентифікації на основі ПМБК уможливили їх можливість застосування в системах комп'ютерного моделювання для прийняття рішень та управління зазначеним процесом.

4. Розроблено математичні моделі для прогнозування динаміки концентрацій шкідливих викидів NO2 у заданій точці міста.Результати проведеної верифікації показали, що отримані ІДДМ є універсальними, тобто можуь бути застосованими для моделювання поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту у різних точках міста.

5. Наведено результати порівняльного аналізу часової складності методу структурної ідентифікації на основі ПМБК з відомими на прикладі побудови ряду інтервальних моделей. За показник часової складності реалізації методів обґрунтовано кількість ітерацій методу, кожна з яких полягає у формуванні ІСНАР, та оцінюванні розв'язків цієї системи (часові витрати на розв'язування задачі структурної та параметричної ідентифікації). Зафіксовані значення обчислювальної складності методу структурної ідентифікації, отримані у ході усіх обчислювальних експериментів відрізнялися, проте наведені у цій монографії методи забезпечили зниження обчислювальної складності застосування методу в середньому у 77 раз і при цьому щей забезпечили отримання інтервальних моделей з простішою структурою для усіх випадків розв'язування задач для статичних об'єктів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Alefeld G., Herzberger J. Introduction to interval computations // Computer Science and Applied Mathematics. Academic Press, Inc. [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers]. – New York, 1983.
2. Alefeld G., Mayer G. Interval analysis: theory and applications // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2000. – № 121. – P. 421-464.
3. Alonso G., Benito A., Lonza L., Kousoulidou M. Investigations on the distribution of air transport traffic and CO2 emissions within the European Union // Journal of Air Transport Management.Vol. 36. 2014. P. 85-93.
4. Banerjee P. A MATLAB compiler for distributed, heterogeneous, reconfigurable computing systems // Proceedings 2000 IEEE Symposium on Field-Programmable Custom Computing Machines. –Napa Valley, 2000. – P. 39-48.
5. Brushnicka A., Pukas A., Shpintal M, Manzhula V. Formalization the task of increasing the Websites attendance based on management the dynamics of their characteristics // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIII International Conference ‘CADSM’2015’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2015. P. 263–265.
6. Camazine S., Sneyd J. ABCA A model of collective nectar source by honey bees: Self-organization through simple rules // Journal of Theoretical Biology. – 1991. – № 149. – P. 547–571.
7. Carslaw D.C. Evidence of an increasing NO2/NOx emissions ratio from road traffic emissions // Atmospheric Environment. Vol. 39. №26. 2005. - P. 4793-4802.
8. Chaudhryl V. Arduair: Air Quality Monitoring // International Journal of Environmental Engineering and Management. 2013. – P. 639-646.
9. DF Robot: Drive the Future. Sharp GP2Y0A710K Distance Sensor (100-550cm) // URL:https://www.dfrobot.com/product-447.html

10. Dubois, D., Hájek, P. & Prade, H. Knowledge-Driven versus Data-Driven Logics // Journal of Logic, Language and Information. 2000. Vol. 9. P. 65–89.

11. Dyvak M, Porplytsya N., Pukas A., Voytyuk I., Huliiev N., Pryvrotskyy V. Artificial bee colony algorithm with modified operators of determining the profitable food sources for identification the models of atmospheric pollution by nitrogen dioxide // 2020 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies 'ACIT'. Deggendorf, Germany, 2020. P. 122–125.

12. Dyvak M, Stakhiv P., Pukas A. Algorithms of parallel calculations in task of tolerance ellipsoidal estimation of interval model parameters // Bulletin of the Polish Academy of Sciences – Technical Sciences. 2012. Vol. 60, Is. 1. P. 159–164.

13. Dyvak M., Kasatkina N., Oliynyk I. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations // 13th International Conference "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science". – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131.

14. Dyvak M., Kasatkina N., Padletska N., Pukas A. Spectral analysis the information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve in thyroid surgery // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). 2013. – Vol. 89, Is. 6. P. 275–277.

15. Dyvak M., Komar M. Pukas A. Methods and tools for reducing the risk of damage the reverse laryngeal nerve during the surgical operation on a thyroid // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the VI International Conference. Prague, Czech Republic, 2011. Vol. 2. P. 604–607.

16. Dyvak M., Maslyiak Y., Papa O., Savka N. Clustering and interval analysis of heterogeneous data sample // Computer Sciences and Information Technologies: Proc. of the 12th Intern. Sci. and Tech. Conf. (CSIT'2017). Vol. 1. 2017. P. 528-532.

17. Dyvak M., Maslyiak Y., Porplytsya N., Pukas A., Dyvak T. Drywall humidity modeling during its drying process under condition of changing the temperature fields based on interval difference operator / Proc. of the 13th Intern. Conf. on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. 2016. P. 136-139.

18. Dyvak M., Maslyiak Y., Pukas A. Information technology for modeling of atmosphere pollution processes by motor vehicle harmful emissions // Experience of Designing and Application of CAD Systems: Proc. of the 15th Intern. Conf. 2019. P. 2/91-2/95.

19. Dyvak M., Maslyiak Y., Voytyuk I., Pukas A. Information technology for monitoring and modeling the atmospheric pollution by harmful emissions from vehicles // 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering ‘TCSET’2020’: Proceedings. Lviv–Slavske, 2020. P. 903–909.

20. Dyvak M., Oliinyk I., Pukas A. Design of saturated interval experiments for modeling of recurrent laryngeal nerve identification process // 2019 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies ‘ACIT’2019’, Ceske Budejovice, Czech Republic. Lviv, 2019. P. 29–34.

21. Dyvak M., Oliynyk I. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2017. – V.7. – No.1. – P. 17-24.

22. Dyvak M., Oliynyk I., Maslyiak Y., Pukas A. Static interval model of air pollution by motor vehicles and its identification method // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIVth International Conference ‘TCSET’2018’. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 859–863.

23. Dyvak M., Oliynyk I., Pukas A., Manzhula V. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 15th International Conference ‘CPEE’2014’. Terchova–Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38.

24. Dyvak M., Padletska N., Pukas A., Kozak O. Identification the recurrent laryngeal nerve by the autocorrelation function of signal as reaction on the stimulation of tissues in surgical wound // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XII International Conference ‘CADSM’2013’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2013. P. 89–92.

25. Dyvak M., Papa O., Melnyk A., Pukas A., Porplytsya N., Rot A. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise // Mathematics. 2020. Vol. 8(12). P. 1–12.

26. Dyvak M., Porplytsya N., Maslyak Y., Shynkaryk M. Method of parametric identification for interval discrete dynamic models and the computational scheme of its implementation // Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer. 2018. Vol. 689. P.101-112.

27. Dyvak M., Porplytsya N., Maslyiak Y., Kasatkina N. Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control // Proc. Of the 14th Intern. Conf. on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2017). 2017. P. 50-54.

28. Dyvak M., Porplytsya N., Tymets V., Maslyiak Y. Method of structural identification of a model for recurrent laryngeal nerve localization // Computer Sciences and Information Technologies: Proc. of the 13th Intern. Sci. and Tech. Conf. (CSIT'2018). 2018. Vol. 1. P.470-474.

29. Dyvak M., Pukas A. Electrophysiological method and interval model for identification the distance to reverse laryngeal nerve during surgery operation on the thyroid // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the XII International Workshop, Kostryna, Trans – Carpathian region, Ukraine. Lviv, 2011. P. 65.

30. Dyvak M., Pukas A. Parallelism in algorithms of interval model parameters identification by the methods of tolerance ellipsoidal estimation // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the XI-th International Workshop. Lázně Kynžvart, Czech Republic, 2010. P. 81.

31. Dyvak M., Pukas A., Dyvak T. Method of parametric identification of difference functional based on the interval data analysis // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the X International Conference 'CADSM'2009'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2009. P. 85–88.

32. Dyvak M., Pukas A., Kasatkina N., Padletska N. Spectral analysis the information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve in thyroid surgery // Computational Problems of

Electrical Engineering: Proceedings of the XIII International Workshop. Grybow, Poland, 2012. P. 55.

33. Dyvak M., Pukas A., Kozak O. Tolerance estimation of parameters set of models created on experimental data // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the VIII International Conference 'TCSET'2008'. Lviv–Slavsko: Lviv Polytechnic National University, 2008. P. 24–26.

34. Dyvak M., Pukas A., Maslyiak Y., Stakhiv P., Cegielski M. Using a neural network with radial basis functions for task of recurrent laryngeal nerve monitoring based on electrophysiological approach // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of 18th International Conference 'CPEE'2017'. Kutna Hora, Czech Republic, 2017. P. 1–4.

35. Dyvak M., Pukas A., Melnyk A., Klos-Witkowska A., Karpinski M. Mathematical model in task of recurrent laryngeal nerve identification by electrophysiological method // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). 2017. Vol. 93, Is. 12. P. 266–270.

36. Dyvak M., Pukas A., Oliynyk I. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 16th International Conference 'CPEE'2015'. Lviv, Ukraine, 2015. P. 32–35.

37. Dyvak M., Pukas A., Oliynyk I., Melnyk A. Selection the "saturated" block from interval system of linear algebraic equations for recurrent laryngeal nerve identification // Proceedings of the 2018 IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing 'DSMP'. Lviv–Novoiavorivsk, Ukraine, 2018. P. 444–448.

38. Dyvak M., Pukas A., Padletska N. An algorithm of receiving the interval characteristics of information signal in the task of identification the recurrent laryngeal nerve // Computational Problems of Electrical Engineering and Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering: Proceedings of the Joint Conference CPEE – AMTEE 2013. Roztoky u Křivoklátu, Czech Republic, 2013. VII – 1.

39. Dyvak M., Pukas A., Padletska N., Kozak O. Information technology for implementing the electrophysiological method of identifying the reverse laryngeal nerve during surgery on thyroid // Modern Problems of

Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIth International Conference 'TCSET'2012'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2012. P. 232.

40. Dyvak M., HoncharL., MartsenyukYe., Matola I. Identification of Parameters of Interval Discrete Model of the Dynamic System on the Basis of Selection of the Sarurated Blocks of ISLAE // The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics: Proc. of the IXth Intern. Conf. CADSM 2007, 20–24 February 2007. – Lviv, 2007. – P. 362–364.

41. Dyvak M., Stakhiv P., Pukas A. Design of sequential experiment for creating of interval model for ecological monitoring systems // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the IV International Workshop. Dortmund, Germany, 2007. P. 286–289.

42. Dyvak M., Stakhiv P., Pukas A., Voytyuk I., Porplytsya N., Maslyiak Y. Interval model of dynamics of dispersion of harmful pollution from vehicular traffic // Journal of Applied Computer Science. 2016. Vol. 24, № 3. P.49-60.

43. Dyvak M., Voytyuk I., Porplytsya N., Pukas A. Modeling the process of air pollution by harmful emissions from vehicles // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIVth International Conference 'TCSET'2018'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 1272–1276.

44. Dyvak M., Yaskiv V., Pukas A. Interval estimation of weight–dimensional characteristics of high–frequency magnetic amplifier of pulse power supplies // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). 2009. №4. P. 92–94.

45. Dyvak M., Pukas A. Identification of the static system interval models by application of optimal localization experiment // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics. Proc. of the VII Intern. Conf. –Lviv-Slavske, 2003. – P. 180-184.

46. Dyvak M. Structure identification of difference equations with interval estimates of their parameters / M. Dyvak, I. Darmorost, N. Porplytsya, I. Hural // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2019): Proc. of the 15th Intern. Conf. – Lviv, 2019. – P. 102-105.

47. EEA, 2014l, Monitoring CO_2 emissions from passenger cars and vans in 2013, EEA Technical report No 19/2014, European Environment Agency, Copenhagen, Denmark.

48. EU, 2009d, Regulation (EC) No 443/2009 of the European Parliament and of the Council of 23 April 2009 setting emission performance standards for new passenger cars as part of the Community's integrated approach to reduce CO_2 emissions from light-duty vehicles, OJ L 140, 5.6.2009, pp. 1–15.

49. Fielding R. Architectural styles and the design of network-based software architectures // University of California, Irvine. – 2000.

50. Garlan D., Shaw M. An introduction to software architecture // Advances in Software Engineering and Knowledge Engineering. – Hackensack, NJ, USA: World Scientific Publishing Company, 1993. – Vol. 2. – P. 1-39.

51. Garulli A., Teci A., Vicino L. Robustness in identification and control // Lect. notes in control and inform. sci. – 1999. – 413 p.

52. Hahn B. MATLAB for engineers and scientists / B. Hahn, T. Valentine // Academic Press. – Orlando, 2016. – 428 p.

53. Holubiev V., Voytyuk I., Pukas A., Simashko V., Shpak Y., Snihur K. Implementing cloud technologies to optimize customer contact centers operation // 2019 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies ‘ACIT’2019’, Ceske Budejovice, Czech Republic. Lviv, 2019. P. 308–311.

54. https://www.raspberrypi.org/products/raspberry-pi-3-model-b/#buy-now-modal

55. Hurley P. J., Physick W. L., Luhar A. K. TAPM: a practical approach to prognostic meteorological and air pollution modelling // Environmental Modelling & Software. — 2005. — Т. 20. — №. 6. — С. 737-752.

56. Jorgensen B. The theory of dispersion models. – CRC Press, 1997. – P. 237.

57. Juan S. et al. An Industrial air pollution dispersion system based on Gauss dispersion model // Environmental Pollution & Control. 2005. Vol. 7. P.11.

58. Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: Techn. rep. – TR06. – Erciyes: Erciyes Univ. Press, 2005. – 10 p.

59. Karaboga D., Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm // Journal of Global Optimization. – 2007. – Vol. 39. – P. 459-471.

60. Kedrin Y., Dyvak M., Pukas A., Voytyuk I. System for visualization the map of air pollution by vehicles // 20th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering 'CPEE'2019'. Lviv-Slavske, 2019. – P. 1–4.

61. Kedrin Y., Dyvak M., Pukas A., Voytyuk I., Maslyiak Y., Papa O. Features of artificial bee colony based algorithm realization for parametric identification method of the interval discrete dynamic models // 2020 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT). Deggendorf Germany, 2020. P. 239–245.

62. Kelley W.G., Peterson A.C. Difference equations: an introduction with applications // Academic press. 2001.

63. Kinghtes C.D., Peters C.A. Statistical analysis of nonlinear parameterestimation for Monod biodegradation kinetics using bivariate data // Biotechnology and Bioengineering. – 2000. –Vol. 69, № 2. – P. 160–170.

64. Kumkov S., Mikushina Y. Interval approach to identification of parameters ofexperimental process model // 15thGAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing,Computer Arithmetics and Verified Numerics. – 2012. p. 90-93.

65. Kurzhanski A., Valyi I. Ellipsoidal calculus for estimation and control // Birkhauser, Berlin, 1997.

66. Lee J.W., Son S.H., Kwon S.H. Advanced mountain clustering method //Proceedings Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference.Vol. 1. 2001.P. 275-280.

67. Letzky E., Voshinin A., Dyvak M., Simoff S., Orlov A., Gorsky V., Nikitina E., Nosov V. Design of experiments and data analysis: New trends and results / // Moscow, ANTAL, 1993. – 192 p.

68. Ljung L., Soderstrom T. Theory and practice of recursive identification. – Cambr., Mass: MIT Press, 1983.–529 p.

69. Maslyiak Y., Pukas A., Voytyuk I., Shynkaryk M. Environmental monitoring system for control of air pollution by motor vehicles // Perspective Technologies and Methods in MEMS Design: Proceedings of the XIV-th International Conference

‘MEMSTECH’2018’. – Lviv – Polyana: Lviv Polytechnic National University, 2018. P. 250–254.

70. Meghea I., Mihai M., Demeter T. Gauss dispersion model applied to multiple punctual sources from an industrial platform //International Multidisciplinary Scientific GeoConference: SGEM: Surveying Geology & Mining Ecology Management. — 2013. — Vol. 1. — P. 497.

71. Microchip Technology Inc. MCP3004/3008 2.7V 4-Channel/8-Channel 10-Bit A/D Converters with SPI™ Serial Interface //URL:http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/21295C.pdf

72. Milanese M., Norton J., Piet-Lahanier H., Walter E. Bounded approaches to system identification – New-York, London: Plenum Press. – 1996. – 357 p.

73. Moore R.E. Interval analysis // Englewood Cliffs: Prentice Hall. – 1966. – 145 p.

74. Moore R.E. Methods and applications of interval analysis // Philadelphia: SIAM. – 1979. – 190 p.

75. Moore R.E. Reliability in computing: the role of interval methods in scientific computing // Elsevier. 2014.

76. Nejadkoorki F., Nicholson K., Lake I., Davies T. An approach for modelling CO2 emissions from road traffic in urban areas // Science of the total environment. Vol. 406. № 1-2. 2008. P.269-278.

77. Nickovic S. Kallos G., Papadopoulos A., Kakaliagou O.A model for prediction of desert dust cycle in the atmosphere // J Geoph Res, 2001. – №106 – P. 18113–18129.

78. Pal N.R., Chakraborty D. Mountain and subtractive clustering method: Improvements and generalizations // International Journal of Intelligent Systems Vol. 15. № 4. 2000. P.329-341.

79. Pant P., Harrison R.M. Estimation of the contribution of road traffic emissions to particulate matter concentrations from field measurements: a review // Atmospheric environment. –Vol. 77. – 2013. – P. 78-97.

80. Papa O., Kedrin Y., Pukas A., Avhustyn R. Visitors queue management optimization using Web system for activity support of the administrative services center // Advanced Computer Information technologies: International Conference Proceedings. Ceske Budejovice, Czech Republic, 2018. P. 187–190.

81. Pasquill F. Atmospheric dispersion parameters in gaussian plume modeling: [part II. Possible Requirements for Change in the Turner Workbook Values] // EPA-600/4-76-030b, U.S. Environmental Protection Agency, Research Triangle Park, North Carolina 27711. – 1976. – P. 237.

82. Pelliccioni A., Tirabassi T. Air pollution model and neural network: an integrated modelling system // IL NUOVO CIMENTO. – May, 2008. – P. 22-23.

83. Peter F. Nelson, Wo Ye. Using computer modelling to simulate atmospheric movement and potential risk of pollutants from post-combustion carbon capture projects // Energy procedia. — November, 2014. — P. 11-14.

84. Porplytsya N., Dyvak M. Interval difference operator for the task of identification recurrent laryngeal nerve // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the 16th International Conference (CPEE'2015). – Lviv, 2015. – P. 156-158.

85. Porplytsya N., Dyvak M., Dyvak T. Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 4, №2. – P. 57-68.

86. Porplytsya N., Dyvak M., Spivak I., Dyvak T. Features of structure identification of models of distributed parameters objects based on the artificial bee colony algorithm // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science (TCSET'2014): Proc. of the XIIth Intern. Conf. – Lviv-Slavske, 2014. – P. 419-420.

87. Porplytsya N., Dyvak M., Spivak I., Voytyuk I. Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2015): Proc. of the XIIIth Intern. Conf. – Lviv, 2015. – P. 196-199.

88. Power D. J. Web-based and model-driven decision support systems: concepts and issues. Americas Conference on Information Systems, Long Beach, California, 2000.

89. Power D.J. A Brief History of Decision Support Systems. DSSResources.COM,

WWWeb,http://DSSResources.COM/history/dsshistory.html, version 2.8, May 31, 2003.

90. Power D.J., Understanding Data-Driven Decision Support Systems. Information Systems Management 25 (2), 2008, pp. 149–154

91. Pukas A., Dyvak M., Kozak O. Features of information signal selection for visualization of laryngeal nerves location // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the Xth International Conference ‘TCSET’2010’. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2010. P. 142.

92. Pukas A., Dyvak M., Kozak O. Interval model for identification of laryngeal nerves // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). 2010. Vol. 86, Is.1. P. 139–140.

93. Pukas A., Dyvak M., Manzhula V., Stakhiv P. Structural identification of interval models of the static systems // International Workshop on Inductive Modelling: Proceedings of the 2nd International Workshop. Prague, Czech Republic, 2007. P.172–179.

94. Pukas A., Dyvak M., Padletska N., Shidlovsky V., Dyvak A. Mathematical models of informative characteristic of tissues in surgical wound at monitoring the recurrent laryngeal nerve by electrophysiological method // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIV International Conference ‘CADSM’2017’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2017. P. 8–12.

95. Pukas A., Dyvak T. Features of solving of the task of parameter identification of linear interval difference functional // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the Xth International Conference ‘TCSET’2010’. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2010. P. 42.

96. Pukas A., Kozak O., Rudyak R., Siver D. Information technology for the time complexity estimation of the parameters identification algorithm by interval approach // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XI International Conference ‘CADSM’2011’. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2011. P. 256–258.

97. Quinn M.J., Malishevsky A., Seelam N., Zhao Y. Preliminary results from a parallel MATLAB compiler // Proceedings of the First Merged International Parallel Processing Symposium and Symposium on Parallel and Distributed Processing. – Orlando, 1998. – P. 81-87.

98. Raspberry Pi foundation. Raspberry Pi 3 Model B // URL:https://www.raspberrypi.org/products/raspberry-pi-3-model-b/#buy-now-modal

99. Riley J.R., Greggers U., Smith A.D., Reynolds D.R., Menzel R. The flight paths of honeybees recruited by the waggle dance // NATURE: International weekly journal of science – 2005.–Vol. 435. – P. 205-207.

100. Rohn J. Input-output model with interval data // Econometrica. – 1980. – Vol. 48. – P. 767-769.

101. Savka N., Dyvak M., Pukas A., Nemish V. Intelligent classifier based on radial basis function network for the task of identification the recurrent laryngeal nerve in a surgical wound // Journal of Applied Computer Science. 2014. Vol. 22, No. 2. P. 55–64.

102. Schweppe F.C. Recursive state estimation: unknown but bounded error and system inputs // IEEE Trans. Automat. Control. – 1968. – № 1. – P. 22–28.

103. Shary S.P. Algebraic approach to the interval linear static identification, tolerance, and control problems, or one more application of Kaucher Arithmetic // Reliable Computing 2(1). – 1996. – P. 3-33.

104. Shary S.P. Solving the linear interval tolerance problem // Mathematics and Computer in Simulation. – 1995. – V. 39. – P. 53-85.

105. Skalicky S., Lopez S., Lukowiak M., Schmidt A. A parallelizing Matlab Compiler Framework and run time for heterogeneous systems // IEEE 17th International Conference on High Performance Computing and Communications, IEEE 7th International Symposium on Cyberspace Safety and Security, IEEE 12th International Conference on Embedded Software and Systems. – New York, 2015. – P. 232-237.

106. SPEC Sensors LLC. Product specification: DGS-NO2 968-037 // URL: https://www.maritex.com.pl/product/attachment/104299/07a19995eabcd474afb54d5a01f97454

107. Stepashko V. Developments and prospects of GMDH-based inductive modeling // Advances in Intelligent Systems and Computing

II: Selected Papers from the International Conference on Computer Science and Information Technologies CSIT 2017. 2018. P. 474-491.

108. Stepashko V. From Inductive to Intelligent Modeling // Proceedings of the 13th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT'2018). 2018. P. 32-35.

109. Stepashko V., Moroz O. Hybrid searching GMDH-GA algorithm for solving inductive modeling tasks // Proceedings of the First Int. Conf. on Data Stream Mining & Processing (DSMP'2016). 2016. P. 350-355.

110. Tanaka K., Wang H.O. Fuzzy Control system design and analysis: a linear matrix inequality approach // New York: John Wiley& Sons, Inc. – 2001. – 305 p.

111. Thomas H. Introduction to algorithms // MIT Press – 2001. – 1292 p.

112. Turner D. B. Workbook of atmospheric dispersion estimates: an introduction to dispersion modeling. – CRC press, 1994. – P. 192.

113. Velthuizen R.P., Hall L.O., Clarke L.P., Silbiger M.L. An investigation of mountain method clustering for large data sets // Pattern Recognition Vol. 30. №7. 1997. P. 1121-1135.

114. Veremchuk A., Pukas A., Voytyuk I., Spivak I. Mathematical and software tools for modeling objects with distributed parameters // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the XIIIth International Conference 'TCSET'2016'. Lviv–Slavske: Lviv Polytechnic National University, 2016. P. 149–152.

115. Voytyuk I., Porplytsya N., Pukas A., Dyvak T. Identification the interval difference operators based on artificial bee colony algorithm in task of modeling the air pollution from vehicular traffic // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the XIV International Conference 'CADSM'2017'. Polyana–Svalyava, Ukraine: Lviv Polytechnic National University, 2017. P. 58–62.

116. Walter E., Pronzato L. Identification of parametric model from experimental data // London, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413 p.

117. Wu C.F.J., Hamada M.S. Experiments: planning, analysis and optimization // Wiley. – 2009. – 743 p.

118. Chai Zhengmeng and Jiang Haoxiang. A brief review on Decision Support Systems and it's applications // 2011 IEEE International Symposium on IT in Medicine and Education, 2011, pp. 401-405, doi: 10.1109/ITiME.2011.6132134.

119. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления // М.: Мир. – 1987. – 360 с.

120. Архиреева И.Н., Бородюк В.П., Полванов Ф.Ю. Формирование оптимальной регрессионной структуры по данным пассивного эксперимента // Заводская лаборатория. – 1987. – №10. – С. 71-74.

121. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств // Автоматика. – 1990. –№4. – С. 72-78.

122. Белов И. В., Беспалов М. С., Клочкова Л. В., Павлова Н. К., Сузан Д. В., Тишкин В. Ф. Сравнительный анализ некоторых математических моделей для процессов распространения загрязнений в атмосфере // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11. — № 8. — С. 52-64.

123. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы — Ленинград: Гидрометеоиздат, 1985. — 272 с.

124. Бочков А.Ф., Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу // Заводская лаборатория. – 1990. – №7. – С. 76-81.

125. Бочков А.Ф., Милевский М.В. Оценивание параметров модели для объектов с интервальной неопределенностью в выходных параметрах – Москва, 1988. – 23 с.

126. Буч Г., Рамбо Дж., Джекобсон А. Язык UML. Руководство пользователя //М.: ДМК. – 2000. – 432 с.

127. Веремчук А. В., Пукас А. В., Войтюк І. Ф. Проектування програмного забезпечення для ідентифікації інтервальних моделей об'єктів з розподіленими параметрами // Відбір і обробка інформації. 2016. Вип. 44 (120). С. 97–103.

128. Веремчук А. В., Пукас А. В., Порплиця Н. П., Папа О. А. Програмна система для моделювання об'єктів з розподіленими параметрами на основі інтервальних різницевих операторів //

Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'ACIT'2016'. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. С. 100–102.

129. Владимиров А. М. Охрана окружающей среды. — Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат, 1991. — 480 с.

130. Войтюк І. Ф., Дивак М. П., Неміш В. М., Метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів в задачах екологічного моніторингу // Збірник наукових праць Донецького національного технічного університету серії „Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка". – 2011. - Вип. 14 (188). - С. 8-17.

131. Войтюк І. Ф., Дивак Т. М., Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2011. № 1. С. 44–52.

132. Войтюк. І. Ф., Манжула В. І., Дивак Т. М. Особливості оптимізації структури інтервального різницевого оператора // Прогресивні інформаційні технології в науці, освіті та економіці. Збірка наукових праць учасників міжнародної науково-практичної конференції „Трансформаційні реформи та антикризовий потенціал економіки в постсоціалістичних країнах". – Вінниця, 2009. – С. 146-154.

133. Вощинин А.П. Интервальный анализ: развитие и перспективы // Заводская лаборатория. – 2002. – №1. – С. 118-126.

134. Вощинин А.П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции // М.: МЭИ. – 1987. – 47 с.

135. Вощинин А.П. О неразличимости решений и оптимальном планировании эксперимента при анализе приращений в регрессионных задачах // Заводская лаборатория. – 1981. – №7. – С. 65-69.

136. Вощинин А.П. Решение задач оптимизации по интервальным оценкам критерия // Заводская лаборатория. – 1987. – №7. – С. 68-71.

137. Вощинин А.П., Акматбеков Р.А. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента // Бишкек: Илим. – 1991. – 164 с.

138. Вощинин А.П., Дывак Н.П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – С. 56-59.

139. Вощинин А.П., Дывак Н.П. Планирование эксперимента при интервальном анализе данных // Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции – Тула, 1990. – Часть 1. – С. 90-91.

140. Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Метод оптимизации объектов в условиях неопределенности целевой функции // Перспективы и опыт внедрения статистических методов в АСУ ТП. Тезисы докладов III Всесоюзной конференции. – Тула, 1987. – С. 28-29.

141. Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности // М.: МЭИ – София: Техника. – 1989. – 224 с.

142. Ганущак В. М., Пукас, А. В. Програмна система оптимізації вимірювань на основі планування експерименту // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'ACIT'2015'. Тернопіль: ТНЕУ, 2015. С. 123–124.

143. Гордієвич Ю. А., Падлецька Н. І., Пукас, А. В., Войтюк І. Ф. Інтерфейс програмної системи для експериментального дослідження тканин хірургічної рани на органах шиї // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'ACIT'2016'. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. С. 117–119.

144. Грановский В.Г., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях - Ленинград: Энергоатомиздат. – 1990. – 288 с.

145. Громова О. В. Аналіз моделей поширення речовин в атмосфері від стаціонарних джерел. — Наук. праці УкрНДГМІ, 2004. — № 253. — С. 173-181.

146. Гурин И.А., Спирин Н.А., Лавров В.В. Решение математических задач на языке Visual C# с использованием пакета MATLAB // Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве (ТИМ'2016). – Екатеринбург, 2016. – С. 190-193.

147. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними. – Тернопіль: Видавництво ТНЕУ «Економічна думка», 2011. – 216 с.

148. Дивак М. П., Марценюк Є. О., Пукас А. В. Інтервальні дискретні динамічні моделі виробництва біогазу з побутових органічних відходів // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. 2010. Спец. випуск. С. 179–184.

149. Дивак М. П., Маслияк Ю. Б., Пукас А. В., Порплиця Н. П., Войтюк І.Ф., Тимчишин В. С. Архітектура системи екологічного моніторингу та приклад її застосування для моделювання концентрацій шкідливих викидів автотранспорту // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. Київ: Міжнар. наук.-навч. Центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України, 2017. Вип. 9. С. 69–84.

150. Дивак М. П., Олійник І. С., Пукас А. В. Особливості комп’ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. 2014. № 2. С. 59–71.

151. Дивак М. П., Падлецька Н. І., Пукас А. В., Гордієвич Ю. А., Вальчишин С. П. Програмна система для дослідження процесів ідентифікації зворотного гортанного нерва // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2015. №3(52). С. 131–138.

152. Дивак М. П., Порплиця Н. П., Маслияк Ю. Б., Пукас А. В., Мельник А. М. Метод ідентифікації моделей об’єктів із розподіленими параметрами з просторово розподіленим керуванням на основі аналізу інтервальних даних // Радіоелектроніка, інформатика, управління, 2017. № 2. С.150–159.

153. Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування інтервальних різницевих операторів у задачі візуалізації зворотнього гортанного нерва // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали III Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2013'. Тернопіль: ТНЕУ, 2013. С. 24–25.

154. Дивак М. П., Пукас А. В. Концепція побудови міждисциплінарних математичних моделей системних характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Матеріали XIV міжнародної науково–технічної конференції 'ВОТТП–14–2015'. Одеса, 2015. С. 23–25.

155. Дивак М. П., Пукас А. В., Дивак Т. М. Ідентифікація параметрів різницевого оператора в задачах моделювання процесів поширення забруднень методами аналізу інтервальних даних // Збірник наукових праць Донецького національного технічного університету: Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». 2009. Вип. 10 (153). С. 224–229.

156. Дивак М. П., Пукас А. В., Марценюк Є. О., Войтюк І. Ф. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. Збірник праць. К.: МННЦ ІТіС, 2008. Вип. 4. С. 79–90.

157. Дивак М.П.,Порплиця Н. П., Дивак Т. М. Ідентифікація дискретних моделей динамічних систем з інтервальними даними: монографія. – Тернопіль : ВПЦ «Економічна думка ТНЕУ», 2018. – 220с.

158. Дивак М.П. Теоретичні засади побудови моделей "вхід–вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних // Дис. доктора технічних наук. – Тернопіль: Тернопільська академія народного господарства. – 2003. – 304 с.

159. Дивак М.П., Козак О.Л. Метод формування допускової еліпсоїдної оцінки параметрів інтервальних моделей на основі виділення із інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь

основних активних обмежень // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2009. – Т. 11. – № 2. – С.25-36.

160. Дивак М.П., Козак О.Л. Оцінювання допусків параметрів статичних систем еліпсоїдними множинами на основі аналізу інтервальних даних // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. – 2008. – Вип. 4. – С. 67-78.

161. Дивак М.П., Крепич С.Я., Манжула В.І., Дивак Т.М. Моделювання та забезпечення функціональної придатності технологічного обладнання лінії по виготовленню гіпсокартону в умовах змінних характеристик сировини // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2015. – №3(52). – С. 186-192.

162. Дивак М.П., Манжула В.І., Франко Ю.П. Інтервальна модель для прогнозування потужності малої гідроелектростанції «Тополь ки» // Енергетика та електрифікація. – 2008. – № 11(303). – С. 21-29.

163. Дивак М. П., Дивак Т. М., Войтюк І. Ф.Кількісні характеристики оцінки якості структури моделі у вигляді інтервального різницевого оператора // Відбір і обробка інформації : міжвід. зб. наук. пр. – Вип. 34 (110). – 2011. – С. 86–94.

164. Дивак М.П., Олійник І.С. Архітектура програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія». – Вінниця, 2017. – №2(39). – С. 70-81.

165. Дивак М.П., Олійник І.С. Метод формування оптимального «насиченого блоку» у задачі локалізації розв’язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». Міжнар. наук.- навч. центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України. – Київ, 2016. – Вип. 8. – С. 79-99.

166. Дивак М. П., Дивак Т. М. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв’язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого

оператора // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко. – Київ : МННЦ ІТС, 2009. – Вип. 1. – 236 с. – С. 35–43.

167. Дивак М.П., Пукас А.В. Таблиці оптимальних планів експерименту у випадку локалізації області параметрів інтервальної моделі // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2002. – №2. – С .181-190.

168. Дивак М.П., Пукас А.В., Манжула В.І. Оцінка ефективності застосування оптимальних локалізаційних планів при побудові інтервальних моделей статичних систем // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: тези IX наук.-техн. конф. – Хмельницький, 2003. – С. 8.

169. Дивак М.П., Стахів П.Г. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних // Пр. міжн. конф. з управління «АВТОМАТИКА – 2000». – Львів, 2000.–Т.2. – С. 90-97.

170. Дивак М.П., Стахів П.Г. Реалізація методу локалізації параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку експерименту на паралельних обчислювальних графах // Электроника и связь. – 2001. №12. – С. 120-124.

171. Дивак М.П., Франко Ю.П. Оцінка можливостей МГЕС «Тополь ки» методами аналізу інтервальних даних // Збірник наукових праць ДонНТУ серії «Інформатика, кібернетика і обчислювальна техніка». – 2011. – Вип. 10(153) – С. 274-278.

172. Дивак Т.М. Параметрична ідентифікація макромоделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді інтервальних різницевих операторів // Дисертація на здобуття наукового ступеня: кандидата технічних наук, Львів, 2013.

173. Дывак Н. П., Дывак Т. Н., Пукас А. В., Манжула В. И. Макромодель распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения на основе интервального разностного оператора // Управляющие системы и машины. 2013. № 2. С.72–78.

174. Дывак Н.П., Пукас А. В. Последовательное планирование I_G-оптимальных экспериментов для построения интервальных

моделей статических систем // Проблемы управления и информатики. – 2004. – №5. – С. 31-38.

175. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента – М.: Наука. – 1987. – 319 с.

176. Замай С.С., Якубайлик О.Э. Модели оценки и прогноза загрязнения атмосферы промышленными выбросами в информационно-аналитической системе природоохранных служб крупного города: Учеб. пособие // Красноярск: Красноярский государственный университет, 1998. – 109 с.

177. Згуровский М.З., Скопецький В. В., Хрущ В. К., Беляев Н. М. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде // К.: Наук. думка, 1997. — 365 с.

178. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем – Київ: Наукова думка, 1981. – 296 с.

179. Ивахненко А. Г., Мюллер Й. А. Самоорганизация прогнозирующих моделей – К.: Техника. – 1985; Берлин: ФЕБ Ферлаг Техник. – 1984. – 223 с.

180. Ивахненко А. Г., Степашко В. С. Помехоустойчивость моделирования – К.: Наук. думка, 1985. – 216 с.

181. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – Киев: «Техника», 1975. – 311 с.

182. Ивахненко А.Г., Коппа Ю.В. Регуляризация решающих функций в методе группового учета аргументов // Автоматика. – 1970. – №2. – С. 19 – 23.

183. Ивахненко А.Г., Петухова С. А., Юдин В. М. Объективный выбор оптимальной кластеризации выборки данных при компенсации неробастных помех // Автоматика. – 1993. – №3. – С. 46-58.

184. Ивахненко А.Г., Степашко В. С. Численное исследование помехоустойчивости многокритериальной селекции моделей // Автоматика. –1982. – № 4. – С . 26-36.

185. Калмыков С.А., Шокин Ю. И. , Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа // Новосибирск: Наука. – 1986. – 222 с.

186. Кедрін Є. С., Пукас, А. В., Папа О. А. Веб–орієнтована програмна система підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської ради // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів 'ACIT'2015'. Тернопіль: ТНЕУ, 2015. С. 94–96.

187. Клименко М., Прищепа А., Вознюк Н. Моніторинг довкілля : Підручник // К. : Академвидав, 2006. – 359 с.

188. Ковалюк Д.О., Москвіна С.М. Моделювання теплотехнологічних об'єктів з розподіленими параметрами : моногр. // Вінниця : ВНТУ, 2010. – 182 с.

189. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений // Пер. с англ., Изд. 2. – 2007. – 472 с.

190. Козак О. Л., Дивак М. П., Пукас А. В. Застосування методів допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей для задачі візуалізації гортанних нервів // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. 2010. № 680. С. 196–206.

191. Кондрашова Н.В., Павлов Я.В. Сравнительный анализ методов сглаживания и МГУА для прогнозирования временных рядов // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С. Степашко – Київ: МННЦ ІТС, 2009. – Вип.1– 236с. – С.50-55.

192. Кунцевич В., Лычак М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации // Автоматика. – 1982. – № 4. – с. 49-59.

193. Куржанский А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 4. – С. 3-26.

194. Луканин В.Н., Буслаев А. П., Трофименко Ю. В., Яшина М. В. Автотранспортные потоки и окружающая среда: Учеб. пос. для вузов — М.: ИНФРА-М., 1998. — 408 с.

195. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1991. – 432 с.

196. Льюнг Л. О точности модели в идентификации систем // Известия АН. Техническая кибернетика. – М.: Наука. – 1992. – №6. – С. 55–64.

197. Лычак М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода // Проблемы управления и информатики. – 1999. – №5. – С. 34–41.

198. Лычак М.М., Шевченко В.Н., Царук Н.П. Решение задачи линейного программирования на основе множественного подхода // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №4. – С. 103–111.

199. Маслияк Ю.Б. Метод моделювання розподілу концентрацій шкідливих викидів автотранспорту з використанням кластерного та інтервального аналізів // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. 2018. № 1 (26). С. 34-40.

200. Матвійчук Я. М. Математичне макромоделювання динамічних систем: теорія і практика – Л.: Вид-во ЛНУ, 2000. – 214 с.

201. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем : Навчальний посібник — В.: Вінницький національний технічний університет, 2010. — 263 с.

202. Налимов В. В. Теория эксперимента // М.: Наука. – 1971.– 207 с.

203. Никифоров А. Н., Бузало Н. С. Математическая модель переноса примеси в неизотермической влажной воздушной среде // Сборник трудов XV Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях». — Т. 4. — Тамбов, 2002. — С. 31.

204. Новіцький О. П., Пукас А. В. Організація кластерних обчислень для розв’язування задач параметричної ідентифікації інтервальних моделей // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали І Всеукраїнської школи–семінару молодих

вчених та студентів 'ACIT'2011'. Тернопіль: ТНЕУ, 2011. С. 101–103.

205. Олійник І.С. Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів // Дисертація на здобуття наукового ступеня: кандидата технічних наук, Львів, 2018, 175с.

206. Олійник І.С. Удосконалення алгоритму визначення «насиченого блоку» у задачі параметричної ідентифікації інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України: збірник науково-технічних праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2016. – Вип.26.5. – С. 345-363.

207. Онишкевич В.М, Холявка В.З., Гапаляк Х.О. Математичне моделювання екологічних процесів за допомогою систем лінійних диференціальних рівнянь // Інформаційні технології галузі. Науковий вісник НЛТУ України. Збірник науково-технічних праць. – 2011. − Вип. 21. №6. С. 330-334.

208. Павлов А.В. МГУА как инструмент анализа взаимосвязей многомерного процесса // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. Відпов. редактор В.С. Степашко – Київ: МННЦ ІТС, 2009. – Вип. 1 – 236с. – С.80-86.

209. Павлов А.В. Обобщённый релаксационный итерационный алгоритм МГУА // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наук. праць. – К.: МННЦІТС, 2011. – С. 130-143.

210. Папа О. А., Кедрін Є. С., Пукас А. В. Особливості реалізації веб-орієнтованої системи підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали Всеукраїнської конференції з міжнародною участю 'ACIT'2017'. – Тернопіль: ТНЕУ, 2017. С. 168–170.

211. Папа О. А., Пукас А. В., Кедрін Є. С., Веремчук А. В. Розширення функціоналу програмної системи підтримки діяльності центру надання адміністративних послуг Тернопільської міської

ради // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали V Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів ‘ACIT’2016’. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. – С. 143–144.

212. Патент на корисну модель «Спосіб ідентифікації гортанного нерва з інших тканин хірургічної рани при проведенні хірургічних операцій на щитоподібній залозі» / М. П. Дивак, А. В. Пукас, В. І. Тимець, А. М. Дивак : пат. 124989 Україна; заявл. 04.,12.2017; опубл. 25.04.2018 р., Бюлетень №8. 4 с.

213. Порплиця Н. П. Порівняльний аналіз ефективності генетичного та "бджолиного" алгоритмів у задачі структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора / Н. П. Порплиця // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2015. – № 1. – С. 55-67.

214. Порплиця Н. П., Дивак М. П. Синтез структури інтервального різницевого оператора з використанням алгоритму бджолиної колонії // Індуктивне моделювання складних систем. – 2013. – Вип. 5. – С. 256-269.

215. Порплиця Н.П., Гураль І.В., Дивак М.П. Метод структурної ідентифікації моделей процесу бродіння у біогазових установках із застосуванням алгоритму бджолиної колонії // Науковий вісник НЛТУ України, 2017. – Т. 27, № 1 –С.215-221.

216. Порплиця Н.П., Дивак М. П. Реалізація методу структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів на основі алгоритму поведінки бджолиної колонії // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2015. – Вип. 4(93). – С. 34-40.

217. Пукас А. В., Гордієвич Ю. А., Ленцик І. Ю. Науково-навчальна web-орієнтована система для дослідження та ідентифікації зворотних гортанних нервів // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали IV Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів ‘ACIT’2014’. Тернопіль: ТНЕУ, 2014. С. 150–152.

218. Пукас А. В., Жук О. О., Кедрін Є. С., Папа О. А. Інформаційна система підтримки надання послуг ЦНАП //

Комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали школи-семінару молодих вчених і студентів 'СІТ'2019'. Тернопіль: ТНЕУ, 2019. С. 30–31.

219. Пукас А. В., Ковалишин А. Б., Гальчак Р. В. Особливості послідовного планування багатофакторного експерименту в тригонометричному базисі // Проблемно–наукова міжгалузева конференція "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління (ПНМК–2010)". Бучач, 2010. С. 284–287.

220. Пукас А. В., Максимова С. Я., Хмурич І. М. Web-орієнтована підсистема збору даних для контролю забруднення атмосфери автотранспортом // Проблемно-наукова міжгалузева конференція "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління (ПНМК–2010)". Бучач, 2010.С. 295–298.

221. Пукас А. В., Маслияк Ю. Б. Програмне забезпечення для моделювання енергетичних характеристик високочастотних магнітних підсилювачів // Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки і приладобудування: Матеріали І науково–технічної конференції. Тернопіль: ТНТУ, 2011. С. 82 – 84.

222. Пукас А. В., Олійник І. С. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного I_G–оптимального планування експерименту // Проблемно–наукова міжгалузева конференція "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК–2009)". Бучач, 2009. С. 225–228.

223. Пукас А. В., Олійник І. С. Перевірка ефективності методу I_G–оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних // Проблемно-наукова міжгалузева конференція "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК – 2008)". Бучач, 2008. С. 151–154.

224. Пукас А. В., Романюк П. Р. Математичне моделювання фонових рівнів концентрацій шкідливих речовин на прикладі СЕС

м. Тернополя // Проблемно-наукова міжгалузева конференція “Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання (ПНМК – 2008)”. Бучач, 2008. С. 158–160.

225. Пукас А. В., Рудяк Р. О., Сівер Д. В., Середа Р.Р. Електронний каталог оптимальних планів інтервальних експериментів // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали ІІ Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів ‘АСІТ’2012’. Тернопіль: ТНЕУ, 2012. С. 60–61.

226. Пукас А. Інтервальна модель для задач екологічного контролю // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2008. № 1. С. 210–217.

227. Пукас А., Рудяк Р., Сівер Д. Генерування та каталогізація оптимальних планів для побудови інтервальних моделей статичних систем // Відбір і обробка інформації. 2012. Вип. 36. С. 63–68.

228. Пукас А.В., Зайко Ю.О. Удосконалений метод послідовного Ig–оптимального планування експерименту на основі розпаралелення обчислень // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали ІІ Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів АСІТ’2012. Тернопіль: ТНЕУ, 2012. С. 138 – 139.

229. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределёнными параметрами: учебное пособие // М.:Высш.шк.,2005. –292с.

230. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределёнными параметрами: учебное пособие // М.:Высш. шк., 2003. – 299 с.

231. Растригин Л.А. Адаптация сложных систем - Рига: Зинатне. –1981. – 359 с.

232. Растригин Л.А. Случайный поиск с линейной тактикой. – Рига: Зинатне, 1971. – 190 стр.

233. Растригин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами. – Советское радио. – Москва, 1980. –232 с.

234. Рогожин О. Г., Хлобистов Є. В., Яковлев Є. О. Інформаційний інструментарій оцінки екологічних ресурсів в Україні // Математичне моделювання в економіці – К., 2015. – №3. – С. 13-26.

235. Рудяк Р. О., Сівер Д. В., Пукас А. В. Програмне забезпечення для генерування тестових даних для різних структур інтервальних математичних моделей // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: Матеріали І Всеукраїнської школи–семінару молодих вчених та студентів 'АСІТ'2011'. Тернопіль: ТНЕУ, 2011. С. 16–17.

236. Самойленко О.А., Степашко В.С. Конструювання комплексної системи інформаційної підтримки управлінських рішень // Збірник праць. – Київ: МННЦ ІТС. 2009. – С. 211-219.

237. Сарычев А.П., Сарычева Л.В. Итерационный алгоритм МГУА для решения задачи нелинейного дискриминантного анализа // Індуктивне моделювання складних систем : збірник наук. праць. – Київ: МННЦ ІТС, 2010. – Т. 2. – С. 212–225.

238. Сейдж А., Мелс Дж. Идентификация систем // М.:Наука, 1976. 495с.

239. Секунов Н.Ю. Самоучитель C# - СПб: БХВ-Петербург. – 2001. – 576с.

240. Синтяев Ю.Н. Исследование корректностидифференциального оператора первого порядка // Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна. Тезисы докладов. – Воронеж : ВГУ – 2010. – С. 135-136.

241. Скоб Ю. А. Математическое моделирование выброса и рассеяния в атмосфере газообразных примесей — Вестник Харк. нац. ун-та. — 2007. — № 775. Сер. "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления". — Вып. 7. — С. 236-245.

242. Сонькин Л.Р. Синоптико-статистический анализ и краткосрочный прогноз загрязнения атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1991. — 250 с.

243. Стахів П.Г., Козак Ю.Я. , Франко Ю.П. Структура макромоделі та її вплив на параметричну ідентифікацію параметрів дискретної моделі турбогенератора // Вісник національного університету «Львівська політехніка». – 2012. – С. 87-91.

244. Степашко В. С. Елементи теорії індуктивного моделювання. – Стан та перспективи розвитку інформатики в Україні: монографія / Кол. авторів. – Київ: Наукова думка, 2010. – С. 481-496.

245. Степашко В.С., Булгакова О.С. Обобщенный итерационный алгоритмметода группового учета аргументов // Управляющие системы и машины. – 2013. – № 2. – С. 5-17.

246. Степашко В.С., Булгакова О.С., Зосімов В.В. Гібридні алгоритми самоорганізації моделей для прогнозування складних процесів // Індуктивне моделювання складних систем. – Вип. 2. – 2010. – С. 236-246.

247. Степашко В.С., Єфіменко С.М., Савченко Є.А. Комп'ютерний експеримент в індуктивному моделюванні // Київ: Наукова думка, 2014.222 с.

248. Субботін С.О., Олійник А.О., Олійник О.О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія // Під заг. ред. С.О. Субботіна. Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 375с.

249. Тихонов А.Н., Уфимцев М.В. Статистическая обработка результатов экспериментов - М.: Изд-во Московского госуверситета. – 1988. – 174 с.

250. Томашевський В.М. Моделювання систем - К: Видавнича група BHV. – 2005. – 352 с.

251. Фаулер М. Архитектура корпоративных программных приложений - М.: Издательский дом Вильямс. – 2006. – 544 с.

252. Фаулер М., Скотт К. UML. Основы // СПб: Символ-Плюс. – 2002. – 192 с.

253. Франко Ю.П. Моделювання роботи малої гідроелектростанції (МГЕС) з використанням методів множинного

оцінювання // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2013. – №11. – С. 238-242.

254. Хансен Э., Уолстер Дж.В. Глобальная оптимизация с помощью методов интервального анализа // М. Ижевск:НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2012. – 516 с.

255. Хоптій С., Войтюк І., Пукас А. Імітаційна система для оцінки якості структури інтервальних різницевих операторів // Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки і приладобудування: Матеріали І науково–технічної конференції. Тернопіль: ТНТУ, 2011. С. 80–81.

256. Цой Ю. Р., Спицын В. Г. Генетический алгоритм. Представление знаний в информационных системах : учебное пособие. – Томск : Изд–во ТПУ, 2006г. – 146 с.

257. Цыпкин Я.З. Детерминированные и стохастические системы управления // М: Наука, 1984. – С. 200.

258. Чернов В.Г., Ремезова Е.М. Модель поддержки принятия решения при планировании проекта внедрения КИС на основе несетких мнодеств // Прикладная информатика. – 2014. - №3 (51).

259. Черноусько Ф.Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. – №3. – С. 3–11.

260. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов - М. : Наука, 1988. – 320 с.

261. Шарый С.П. Внешнее оценивание обобщенных множеств решений интервальных линейных систем // Вычислительные Технологии.– 1999. – Т. 4. – № 4. – С. 82–110.

262. Шарый С.П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение // Дис. доктора физ.-математ. наук. – Новосибирск: Ин-т вычисл. технологий СО РАН. – 2000. – 322 с.

263. Шарый С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее // Наука в Сибири. – 1997. – №41 (2127). – С. 3-12

264. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ // Новосибирск: XYZ, 2016. – 617 с.

265. Шарый С.П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной определѐнностью в данных // Вычислительные Технологии. – 1997. – Т. 2. – №1. – С. 84-102.

266. Шилдт Г. C# 4.0. Полное руководство - М.: Издательский дом Вильямс. – 2015. – 1056 с.

267. Шокин Ю.И. Интервальный анализ – Новосибирск: Наука, 1981. – 116 с.

268. Щербань А. Н., Примак А. В., Стеклогоров Е. Б. Комплексная оценка и оперативное прогнозирование суммарного загрязнения атмосферы // Промышленная теплотехника. — 1980. — Т. 2. — С. 108 –118.

269. Юрков А. В., Халин В. Г.,Чернова Г.В. Укрупненная классификация систем поддержки принятия решений // Прикладная информатика. – 2016. – №1 (61).

270. Яковлев А.Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и полезный инструмент // Интервальные вычисления. – 1991. – №1. – С. 10–26.

Наукове видання

Дивак Микола Петрович
Пукас Андрій Васильович
Порплиця Наталя Петрівна
Мельник Андрій Миколайович

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ СТРУКТУРНОЇ ТА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ОБ'ЄКТІВ

Монографія

Підписано до друку 25.11.2021 р.
Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Зам. № 21-579
Умов.-друк. арк. 13,9. Обл.-вид. арк. 15,1.
Тираж 300 прим.

Видавець Західноукраїнський національний університет
вул. Львівська, 11, м. Тернопіль 46009

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців ДК № 7284 від 18.03.2021 р.

Видавничо-поліграфічний центр «Університетська думка»
вул. Бережанська, 2, м. Тернопіль 46009
тел. (0352) 47-58-72
E-mail: edition@wunu.edu.ua

Віддруковано ФО-П Шпак В. Б.
Свідоцтво про державну реєстрацію В02 № 924434 від 11.12.2006 р.
м. Тернопіль, бульвар Просвіти, 6/4. тел. 097 299 38 99.
E-mail: tooums@ukr.net