ДО ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ В ЕКОНОМІЦІ

Семчишин Л.М.

Чортківський навчально-науковий інститут підприємництва і бізнесу Західноукраїнського національного університету

Економіко-математичне моделювання в наукових експериментах разом із застосуванням на практиці є головним чинником прогнозування економічного процесу. Сучасне наукове вивчення включає у себе необхідні засоби інструментів, математичні моделі і методи за допомогою яких можна здійснювати найбільш важливі зв’язки економічних змінних і об’єктів, оцінювати форму і параметри залежностей їх змінних, отримувати нові знання про об’єкти, визначати оптимальний розв’язок, охарактеризувати висновки, що відповідають вивченому об’єкту, стисло подати основний теоретичний матеріал. Найбільшою інтенсивністю економічних вивчень стає для математичних спеціалістів розвиток майбутнього математичного інструментарію. У теперішній час в економічній галузі на перше місце ставиться математична модель як основний інструмент вивчення та прогнозування розвитку економічних процесів і явищ.

Розглянемо найпростішу узагальнену модель відтворення валового внутрішнього продукту:

$$x(t) = a(t)x(t) + b(t)\frac{dx(t)}{dt} + c(t). \qquad (1)$$

При дезагрегуванні цієї моделі до галузевого рівня ендогенні та екзогенні змінні $x(t)$, $\frac{dx(t)}{dt}$, $c(t)$ замінюються векторами стовпцями $X(t)$, $\frac{dX(t)}{dt}$, $C(t)$, а параметри a і b - квадратними матрицями A і B. Отримаємо систему лінійних диференціальних рівнянь першого степеня, нерозв’язану відносно похідних узагальнену динамічну модель В. Леонтьєва:

$$X(t) = A(t)X(t) + B(t)\frac{dX(t)}{dt} + C(t), \qquad (2)$$

де $X(t) = [x_j(t)]$ – вектор-стовпець обсягів виробництва;

$\frac{dX(t)}{dt} = \left[\frac{dx_j(t)}{dt}\right]$ – вектор-стовпець абсолютних приростів виробництва;

$C(t)$– вектор-стовпець споживання (разом із невиробничим нагромадженням);

$A(t) = \left(a_{ij}(t)\right)$ – матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат (на відміну від коефіцієнтів статичного міжгалузевого балансу коефіцієнти в динамічній моделі включають також витрати на відшкодування вибуття і капітальний ремонт основних виробничих фондів) $(i, j \in J,\ J = \{1,...,n\})$;

$B(t) = \left(b_{ij}(t)\right)$ – матриця коефіцієнтів капіталомісткості приростів виробництва (витрати виробничого нагромадження на одиницю приросту відповідних видів продукції) $(i, j \in J,\ J = \{1,...,n\})$.

В такому випадку статична модель міжгалузевого балансу може бути записана як:

$$X = A(t)X(t) + Y(t)$$

або

$$X = \left(E - A(t)\right)^{-1} Y(t),$$

де $\left(E - A(t)\right)^{-1}$ – матриця коефіцієнтів повних потреб у випуску продукції для одержання одиниць відповідних видів кінцевої продукції.

Відповідність між статичною і динамічною моделями міжгалузевого балансу для кожного t встановлюють за допомогою матричного рівняння:

$$Y(t) = B(t)\frac{dX(t)}{dt} + C(t). \qquad (3)$$

Оскільки $\frac{dX(t)}{dt} = \left(E - A(t)\right)^{-1} \frac{dY(t)}{dt}$, то замість (2) можна досліджувати систему диференціальних рівнянь:

$$Y(t) = B(t)\left(E - A(t)\right)^{-1} \frac{dY(t)}{dt} + C(t), \qquad (4)$$

де $B(t)\left(E - A(t)\right)^{-1}$ – матриця коефіцієнтів повного приросту капіталомісткості, тобто повних витрат виробничого нагромадження на одиничні прирости елементів використовуваного національного доходу.

Припускають, що $A(t)$ – матриця продукції. У подальшому аналізі зручно вважати матрицю $A(t)$ нерозкладною, а матрицю $B(t)$ – невиродженою. Тоді

$$\left(E - A(t)\right)^{-1} > E + A(t),$$

$$B(t)\left(E - A(t)\right)^{-1} > B(t).$$

Очевидно, що економічне значення мають тільки розв'язки $X(t) > 0$.

Розв'язок системи (4) при $\frac{dY(t)}{dt} \geq 0$ через невід'ємність матриць $\left(E - A(t)\right)^{-1}$ та $B(t)\left(E - A(t)\right)^{-1}$ гарантує, що $Y(t) \geq 0$ і $\frac{dX(t)}{dt} \geq 0$. Однак останні умови можуть бути виконані і тоді, коли окремі компоненти вектора $\frac{dY(t)}{dt}$ від'ємні.

Відповідно до теорії диференціальних рівнянь розв'язок систем (2) і (4) здійснюють в три етапи:

а) визначають загальний розв'язок однорідної системи рівнянь при $C(t) = 0$;

б) знаходять частковий розв'язок неоднорідної системи;

в) з початкових умов обчислюють невизначені сталі загального розв'язку.

Список використаних джерел

1. Григорків В. С. Моделювання економіки. Ч. 2: Навч. посібник – Чернівці: Рута, 2006. – 100 с.
2. Недашковський М.О. Обчислення з λ-матрицями / М.О. Недашковський, О.Я. Ковальчук // – К.: Наукова думка, 2007. – 294 с.