

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

**ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ
МЕТОДІВ
В БАНКІВСЬКІЙ ДІЯЛЬНОСТІ**

ТЕРНОПІЛЬ 2014

Руська Р. В. Застосування математичних методів в банківській діяльності:
Методичні рекомендації. Тернопіль: Тайп, 2014.-140 с

Методичні рекомендації підготовлено для магістрів факультету банківського бізнесу. Головна спрямованість поданого матеріалу – це сукупність різного роду економіко-математичних досліджень, які проводяться з допомогою методів, моделей і ідей економіко-математичного моделювання, що є основою для прийняття обґрунтованих управлінських рішень в банківській діяльності.

Затверджено на засіданні кафедри економіко-математичних методів, протокол № 1 від 27 серпня 2014 року.

Затверджено Вченою радою факультету банківського бізнесу, протокол № 2 від 27 серпня 2014 року.

Рецензенти:

О. В. Мороз, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри менеджменту та моделювання в економіці Вінницького державного технічного університету;

О.В. Панухник, доктор економічних наук, доцент, т.в.о. зав. кафедри економіки та фінансів Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Передмова

Метою методичних рекомендацій є опанування студентами широкого спектру сучасних математичних методів прийняття економічних рішень на основі системного аналізу, економічного та математичного моделювання, оптимізації діяльності банківських установ в умовах ринкової економіки; опрацювання ними на конкретних, максимально наближених до реальних, навчальних задачах, прикладних та математичних моделях методик визначення оптимальних економічних рішень, з використанням обчислювальної техніки та пакетів прикладних програм.

Завдання методичних рекомендацій полягає у тому, щоб студенти оволоділи основними знаннями і навичками застосування математичних методів для розв'язання реальних прикладних задач банківської діяльності, розуміли тенденції та перспективи розвитку економіко-математичних методів, могли обирати належні методи та розуміти їх застосування при вирішенні конкретних банківських проблем.

1. Теоретико-методологічні засади економіко-математичного моделювання.

1.1 Основи економіко-математичних методів моделювання

Будь-яка наука використовує загальнонаукові та специфічні методи дослідження. Загальнонаукові:

- 1) метод наукової абстракції;
- 2) метод аналізу та синтезу;
- 3) метод єдності історичного та логічного;
- 4) позитивний і нормативний методи.

Моделювання є специфічним методом дослідження економічних наук, таких як макроекономіка, мікроекономіка, економетрика, економічний аналіз.

Модель – спрощене відображення економічного явища чи об'єкта або спрощений опис реальності. У своїй діяльності економісти використовують різноманітні моделі. Модель можна подати у вигляді рівняння, схеми, графіка діаграми.

Економіко-математична модель – математичний опис економічного об'єкта або процесу, який здійснюється з метою їх дослідження і управління ними.

Моделі відображають проблеми різних дисциплін і будуються за певними припущеннями що полегшують розуміння реального світу.

Економіко-математичні моделі містять у собі екзогенні (зовнішні) та ендогенні (внутрішні) змінні. Одержати ендогенні змінні можна після розв'язання задачі за побудованою моделлю.

Зміна екзогенних параметрів у моделі приведе до зміни ендогенних параметрів (мал.1.1).



Мал.. 1.1. Зв'язок змінних у моделях.

Екзогенні змінні задаються до побудови моделі, як первісна інформація для розв'язання поставленого завдання. Ендогенні змінні є розв'язком побудованої моделі.

Для моделювання економічних процесів використовують також агреговані величини (параметри) – сукупність специфічних економічних одиниць як одного цілого.

Робота не із самим об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість відносно швидко і безболісно досліджувати його основні (суттєві) властивості та поведінку за будь-яких імовірних ситуацій (це переваги теорії). Водночас обчислювальні (комп'ютерні, симулятивні, імітаційні) експерименти з моделями об'єктів дозволяють, спираючись на потужність сучасних математичних та обчислювальних методів і технічного інструментарію інформатики, ретельно та досить глибоко вивчати об'єкт у достатньо детальному вигляді, що недоступно суто теоретичним підходам (це перевага експерименту). Математичне моделювання будь-якого об'єкта породжує чіткий план дій, який умовно можна поділити на три етапи: модель–алгоритм–програма

На *першому етапі* обирається (чи будується) «еквівалент» об'єкта, що відображає в математичній формі найважливіші (ключові) його властивості – закони, яким він підпорядковується, зв'язки, що притаманні складовим його частинам, тощо. Математична модель (чи її фрагменти) досліджуються теоретичними методами, що дозволяє отримати важливі (концептуального характеру) нові знання про об'єкт.

Другий етап – вибір (чи розроблення) алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері. Модель подається у формі, зручній для застосування числових методів, визначається послідовність обчислювальних і логічних операцій, котрі необхідно здійснити, щоб отримати шукані величини із заданою точністю.

На *третьому етапі* створюються програми, що «переносять» модель і алгоритм на доступну комп'ютерну мову. До них також висуваються вимоги

економності та адаптивності. Їх можна назвати «електронним» еквівалентом досліджуваного об'єкта, що є придатним для безпосереднього експериментування на комп'ютері.

Створивши тріаду: «модель–алгоритм–програма», дослідник (системний аналітик) отримує універсальний, гнучкий інструмент, який тестується в «пробних» обчислювальних експериментах. Після того як адекватність (достатній рівень відповідності, зважаючи на цілі та взятую систему гіпотез) тріади щодо вихідного об'єкта засвідчена, з моделлю проводять різноманітні та детальні «досліди», які дають нову інформацію про необхідні якісні та кількісні властивості й характеристики об'єкта

Зазначимо, що умовою розробки моделі є принцип так званої інформаційної достатності. Це означає, що системний аналітик повинен мати достатньо чітке уявлення про те, що вважати за вхідні та вихідні змінні досліджуваної системи, які чинники суттєво впливають на процес її функціонування. Якщо рівень інформаційної достатності низький, то створити модель, за допомогою котрої можна було б отримати нові знання про об'єкт-оригінал, майже неможливо.

1.2 Основні класифікації моделей

Усі моделі класифікують залежно від обраного критерію.

1. За загальним цільовим призначенням моделі поділяють на теоретичні та прикладні. Теоретичні моделі досліджують загальні властивості економіки, застосовуючи дедуктивні методи і формальні припущення, наприклад, модель економічного кругообігу. Прикладні моделі аналізують функціонування конкретного економічного об'єкта та використовують результати дослідження на практиці. До прикладних належать економетричні та економіко-математичні моделі планування виробництва.

2. За ступенем агрегування моделі поділяють на макроекономічні та мікроекономічні. Макроекономічні моделі описують економіку як єдине ціле,

використовуючи агреговані величини: валовий внутрішній продукт, сукупний попит, пропозицію грошей тощо. Макроекономічні моделі поділяють на відкриті та закриті. Мікроекономічне моделювання – основна складова економіко-математичного моделювання. Найбільші успіхи останніх років стосуються досліджень стратегічної поведінки фірм в умовах олігополії з використанням методів теорії ігор. Так, у 1994 р. Нобелівську премію одержали Джон Неш і Джон Харсаньї (США) та Рейнхард Зельтен (Німеччина) за теоретичний аналіз конкурентної поведінки і умови стратегії.

3. За конкретним цільовим призначенням моделі поділяють на п'ять типів. Балансові моделі відображають відповідність наявності ресурсів їх використанню. В моделюванні економічних процесів досить популярними є рівноважні моделі («витрати – випуск»). У трендових моделях розвиток економічної системи, що моделюється, відображається через тренд (тривалу тенденцію) її основних показників. Оптимізаційні моделі призначені для вибору найкращого варіанту з їх певної кількості. Імітаційні моделі призначені для використання у процесі машинної імітації процесів, що вивчаються.

4. За розмірністю розрізняють малорозмірні, багаторозмірні.

5. Відносно до чинника часу: статичні, динамічні. Статичні моделі відображають економічний процес на початку та наприкінці певного періоду і не розглядають самого процесу переходу. Динамічні моделі зображають економічні процеси з урахуванням чинника часу.

6. З урахуванням чинника невизначеності: детерміновані, стохастичні. В детермінованих моделях використовують жорсткі функціональні зв'язки між змінними. В стохастичних моделях існує чинник випадковості. При дослідженні цих моделей використовують знаряддя теорії імовірності та математичної статистики.

7. За характеристикою математичних об'єктів: матричні, лінійні, нелінійні, кореляційно-регресійні, моделі теорії ігор і сіткового планування (наприклад, модель міжгалузевого балансу – матрична, кейнсіанська функція споживання – лінійна $c=c(y)$, де c - споживання, y – дохід; виробнича функція

Кобба-Дугласа – нелінійна $y=f(k,l)$, де y – обсяг виробництва, k – капітал, l – праця.

До комбінованої моделі можна зарахувати, наприклад, економіко-математичну модель міжгалузевого балансу, яка є прикладною, макроекономічною, детермінованою, балансовою та матричною, при цьому вона може бути статистичною та динамічною.

1.3 Етапи і принципи процесу моделювання

Моделювання є процесом побудови, вивчення та застосування моделей. Воно поєднане з такими категоріями, як абстракція, аналогія, гіпотеза тощо. Процес моделювання обов'язково включає конструювання наукових гіпотез.

Головна особливість моделювання полягає у тому, що це метод опосередкованого пізнання за допомогою об'єктів-заміщувачів. Модель постає як своєрідний інструмент пізнання, що його дослідник (системний аналітик) ставить між собою та об'єктом і за допомогою якого вивчає об'єкт, який його цікавить. Саме ця особливість моделювання визначає специфічні форми використання абстракцій, аналогій, гіпотез, інших категорій і методів пізнання.

Можна виокремити такі основні етапи побудови моделі.

1. **Постановка економічної проблеми та її якісний аналіз.** На першому етапі формулюють суть проблеми, приймають певні припущення, вирізняють важливі риси і властивості та абстрагують об'єкт моделювання. Окреслюють первісну гіпотезу, яка пояснює поведінку і розвиток об'єкта.

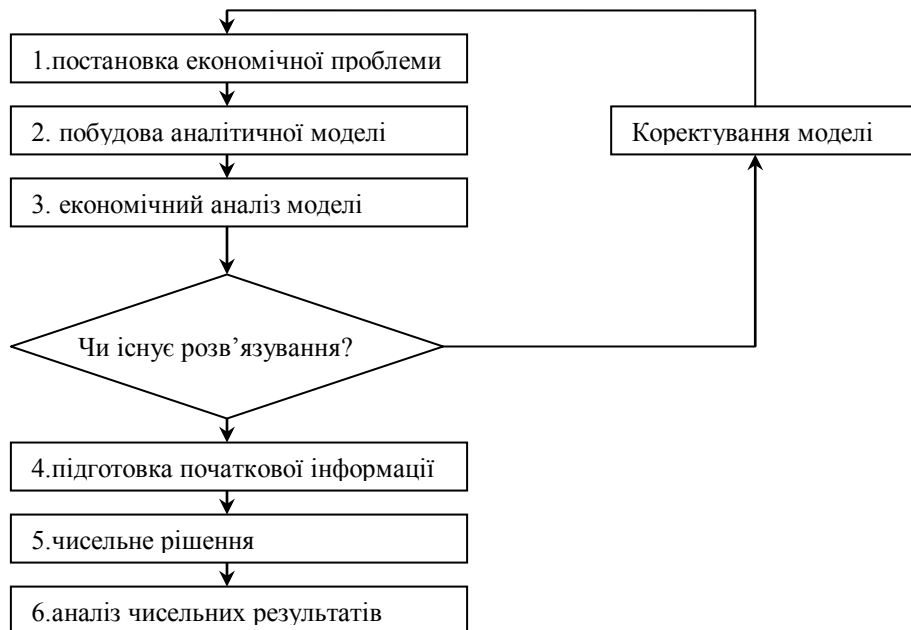
2. **Побудова аналітичної моделі.** Визначають тип, до якого можна зарахувати модель. Аналізують, чи можна визначене завдання зарахувати до відомої моделі. Якщо ні, пропонується своя модель.

3. **Економічний аналіз моделі.** Досліджують загальні властивості моделі, їх розв'язування. Якщо доведено, що розв'язування не має, то наступні етапи моделювання не проводяться. Побудовану модель коректують і дослідження починають спочатку.

4. *Підготовка початкової інформації*. Обмаль інформації ускладнює процес моделювання. А відсутність її переводить модель з класу прикладних до класу теоретичних. Цей етап свідчить про системність процесу моделювання, оскільки вихідна інформація одних моделей може стати вхідною для інших.

5. *Чисельне рішення*. На цьому етапі розробляють алгоритм, складають програми і проводять розрахунки.

6. *Аналіз чисельних результатів* та їх застосування. На останньому етапі досліджують коректність чи некоректність побудованої моделі. Підтверджують або спростовують висунуту гіпотезу щодо економічного процесу. На основі одержаних результатів визначають напрями вдосконалення побудованої моделі, інформаційної бази та програмного забезпечення.



Мал..1.3 Блок-схема процесу моделювання.

Системні аналітики зобов'язані керуватися також принципами щодо концепції «математична модель» деякого об'єкта.

Принцип 1. Діалектична пара модель-об'єкт завжди полярна, має два полюси – «модель» і «об'єкт».

Принцип 2. З двох взаємопов'язаних полюсів діалектичної пари модель-об'єкт один є первинним, інший – похідний від нього.

Принцип 3. Наявності полюса «об'єкт» недостатньо для наявності полюса «модель», наявність полюса «модель» і зумовлює необхідність наявності полюса «об'єкт».

Принцип 4. Як «модель» для даного «об'єкта», так і «об'єкт» для даної «моделі» семантичне та інтерпретаційно багатозначні: «модель» віддзеркалює властивості не одного, а і багатьох «об'єктів», «об'єкт» описується не однією, а багатьма «моделями».

Принцип 5. «Модель» повинна бути адекватною «об'єктові» й відображати з певною точністю основні його риси та властивості залежно від цілей дослідження, наявної інформації, прийнятної системи гіпотез.

Варто зазначити, що на практиці реалізуються три основні ступені формалізації (формування математичної моделі): змістовний опис; формалізована схема; математична модель.

З огляду на цілі дослідження, мету побудови моделі первинна емпірична ситуація, щодо якої формулюється «задача» (дослідження), передусім підлягає ґрунтовному аналізу, початковим пунктом якого є змістовний опис об'єкта (явища, процесу). На вербальному рівні (мовними засобами) відтворюються дані про природу (сутність) об'єкта, кількісні характеристики явищ (процесів), які спостерігаються, характер взаємодії між складовими елементами місце та важливість кожного явища в загальному процесі функціонування об'єкта дослідження. На рівні змістовного опису формалізація зводиться до виокремлення множини суттєвих (ключових) чинників, що характеризують об'єкт (згідно з метою дослідження й побудови моделі), його структуру, властивості, співвідношення між складовими частинами. Кожен з виокремлених чинників повинен бути описаний на якісному та кількісному рівнях (інтервал можливих значень, шкала вимірювання тощо). Формою змістовного опису може бути термінологічний вислів, текст, сукупність числових значень з відповідним коментарем.

Паралельно зі змістовним описом (чи дещо пізніше) може формуватися схема, яка у вигляді символів, графіків, графів, таблиць зображує перелік та взаємозв'язки щодо виявлення суттєвих чинників так, щоб надати їм цілісність, котра б у загальних рисах відтворювала (адекватно) властивості об'єкта дослідження. Закони та закономірності можуть бути замінені описовими виразами, назви – математичними символами, відношення – математичними діями (операторами).

Подальше перетворення змістовного опису та формалізованої схеми в єдину групу математичних символів та співвідношень завершується побудовою математичної моделі. Дія законів і закономірностей «матеріалізується» через правила формальної логіки та логічного виведення у формі рівнянь, нерівностей, співвідношень між математичними символами, з точністю до істинності математичних перетворень та відповідності щодо сформульованих гіпотез реальним законам. Така модель є математичною моделлю досліджуваного об'єкта й подібних до нього об'єктів-аналогів.

Існують різні форми зображення математичної моделі. Різновид їх обмежується чотирма найтипівішими групами – інваріантною, алгоритмічною, аналітичною, схемною.

Інваріантна форма – зображення математичної моделі безвідносно до методів, за допомогою яких може розв'язуватись поставлена задача моделювання.

Приклад інваріантної форми:

$$\frac{\partial y(Z, p)}{\partial Z} + a \frac{\partial y(Z, p)}{\partial p} + by(Z, p) = cf(Z, p),$$

де a,b,c – відомі характеристики об'єкта; f(Z,p) – відома функція; y(Z,p) – невідома функція.

Алгоритмічна форма – зображення математичної моделі у вигляді послідовності дій, які необхідно виконати, щоб при розв'язанні поставленої задачі моделювання перейти від відомих даних до шуканого результату.

Приклад алгоритмічної форми:

1. Визначити значення характеристик об'єкта a, b, c .

2. Обчислити d :

$$d = \sqrt{b^2 - 4ac}.$$

3. Якщо $d > 0$, то обчислення значення результату (x, y) :

$$x = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, \quad y = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}.$$

Аналітична форма – зображення математичної моделі у вигляді формул та співвідношень між математичними виразами, за допомогою яких шукані в задачі моделювання результати визначаються через відомі дані.

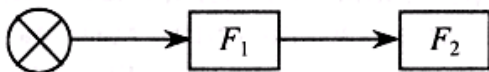
Приклад аналітичної форми:

$$y = 3,5 \cos(\ln(x^2 + b^2) + \sqrt{x^2 + a^2}),$$

де a, b – відомі характеристики об'єкта, x – змінна, y – результат.

Схемна форма – зображення математичної моделі у вигляді таблиць даних, діаграм, схем, графів, графіків.

Приклад схемної форми:



Тут F_1, F_2 – передаточні функції об'єкта.

Зазначимо, що на практиці використовують банк моделей і здійснюють адаптацію відомої моделі.

2. Економіко – математичні моделі управління ресурсами банку.

В сьогоднішньому багатоплановому і багаторівневому середовищі фінансових послуг банківським керівникам та контролюючим органам

необхідний механізм який забезпечує прийняття рішень у галузі управління фінансами враховує чисельність взаємопов'язаних економічних факторів.

Такий механізм пропонують економіко-математичні моделі управління фінансами. В усьому світі застосування математичних методів для розв'язання фінансових проблем уже набуло широкого поширення, і з практичного погляду вони є головним інструментом менеджерів банку.

Більшість труднощів моделювання банківської фірми пов'язано з розмаїттям банківських операцій. Як посередник банк обслуговує позичальників і кредиторів, що позичають їм свої фонди. При цьому банк бере на себе одночасно ризик неповернення виданих кредитів і несподіваного затребування депозитів. Як і будь-яка комерційна фірма банк повинен забезпечувати прибуток своїм акціонерам, головною метою котрих є одержання високих дивідентів. Якщо банківська фірма не буде відповідати цій вимозі, питання про її подальше функціонування буде, скоріше всього, вирішено негативно. Крім того, банківські фірми є найбільш регульованими організаціями і мають задовольняти чимало вимог, що накладаються на неї з боку суспільства в особі контролюючих органів.

Модель банківської фірми має поєднувати два підходи: як до фінансового посередника, котрий повинен з часом максимізувати свою цінність, і як до регульованої організації, яка забезпечує надійну роботу фінансово-кредитної системи країни.

2.1.1. Економічна модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу розподілу активів.

Ця модель призначена для визначення найкращих напрямків розміщення ресурсів для кожного джерела залучення. Оптимальні напрямки використання коштів забезпечують максимальний операційний прибуток за мінімальної частоти залучення та розміщення ресурсів. У нестабільній економічній ситуації, коли ціни на залучення та розміщення ресурсів швидко міняються, є

сене за кожної такої зміни перевизначити порядок розподілу коштів. Цей метод дозволяє виявити найбільш вигідні джерела для фінансування кожного можливого активу.

Згідно з методом розподілу активів джерела коштів розмежовано відповідно до норм обов'язкових резервів, швидкості їх обігу, витрат на їх залучення. Скажімо залишки на розрахункових та поточних рахунках клієнтів у національній валюті вимагають більш високої норми обов'язкових резервів порівняно із залишками на рахунках клієнтів в іноземній валюті, і швидкість їх обігу вища, ніж інших видів вкладів. Депозити інших банків, навпаки, не вимагають відрахування частини коштів для створення фонду обов'язкових резервів, і обіг овість їх нижча, ніж обіг овість вкладів до запитання. Власні кошти також не резервуються і мають низьку швидкість обігу. Подібним чином усі джерела фінансових ресурсів можуть бути віднесені до того чи іншого центру ліквідності банку.

Встановивши належність коштів до різних центрів з погляду ліквідності. Керівництво банку повинно визначити порядок розміщення із кожного центру. Для цього всі можливі напрямки розміщення ресурсів розмежовуються відповідно до їхньої обіговості та прибутковості. Обіг овість визначається часом закінчення строку позики чи іншого активу.

Наприклад, державні цінні папери звичайно дають менший прибуток, але є активом з нульовим ризиком непогашення та незначним ризиком зміни ринкової відсоткової ставки. Довгострокові цінні папери, як правило, дають більш високий дохід протягом тривалого періоду, крім того сплачуваній за ними відсоток не обкладається податком. Надання комерційних позик є одним із найприбутковіших напрямів діяльності.

Розміщення коштів із кожного центру ліквідності здійснюється незалежно від розміщення коштів з інших центрів. Головним завданням керівництва банку є визначення напрямів розміщення фінансових ресурсів для кожного центру ліквідності. Для подальшого опису відмітимо, що швидкості

обігу коштів, залучених із певного джерела і розміщених у певний прибутковий актив, як правило різні. Розглянемо дві ситуації:

а) коли період обігу залучених ресурсів дорівнює k періодам обігу цих коштів, розміщених в актив;

б) коли період обігу розміщених коштів залучених із певного джерела ліквідності.

У першому разі, після закінчення терміну дії активу, термін закінчення пасиву не настає, і актив, що повернувся, разом з платою за нього заноситься в аналогічний актив повторно. Оскільки період залучення пасиву дорівнює k періодам дії активу, то банк має можливість здійснювати розміщення ресурсів k разів при одноразовій позиції ресурсів.

У другому разі, навпаки, для одноразового розміщення коштів необхідно k разів вдатися до запозичення. Причому щоразу має залучатися все більша сума, позаяк враховується плата за надання ресурсів. Фінансовий результат процесу є операційним прибутком, що визначається як різниця між доходом, одержаним від розміщення коштів, і витратою на їх запозичення.

На основі розглянутого підходу побудовано математичну модель управління ресурсами, яка забезпечує визначення найкращого порядку використання залучених коштів, відповідного одержання максимуму прибутку при дотриманні стійкого режиму роботи.

2.1.2 Математична модель управління ресурсами банку побудована на основі методу розподілу активів.

Як зазначалося раніше, через те, що частоти обігу коштів, залучених із певного джерела і розміщених у певний прибутковий актив, як правило, не збігаються, можливе виникнення двох ситуацій:

а) коли період обігу залучених коштів дорівнює k періодам обігу цих коштів, розміщених в актив;

б) коли період обігу розміщених коштів дорівнює k періодам обігу цих коштів залучених із певного джерела.

Для опису цих ситуацій будемо вважати що є m джерело ресурсів різного типу (R_1, R_2, \dots, R_m) і n пунктів розміщення (A_1, A_2, \dots, A_n) . Кожний l ий пункт залучення ресурсів (розміщення ресурсів) характеризується двома параметрами:

T_{ri} – час залучення ресурсів (T_{ai} - час розміщення ресурсів);

C_{ri} - ціна залучення ресурсів (C_{ai} – ціна розміщення ресурсів);

S_i – частина ресурсів, залучених із джерела R_i , які підлягають обов'язковому резервуванню (у відсотках).

Задано матриці k_{ij} і k'_{ij} , $i=1,2,\dots, m$; $j=1,2,\dots, n$; k_{ij} і $k'_{ij} > 1$, належить чисельності цілих чисел і такі, що або $k_{ij} = 1$, або $k'_{ij} = 1$. коефіцієнт k_{ij} показує, скільки разів має бути залучено ресурс із джерела R_i щоб він міг може бути один раз розміщений у пункті A_j . Коефіцієнт k'_{ij} показує, скільки разів один раз залучений ресурс із джерела R_i може бути розміщений у пункті A_j . На всі джерела і на всі пункти розміщення накладено умови рівності обсягів ресурсів a_i , $i=1,2 \dots m$, і b_j , $j=1,2 \dots n$ відповідно. Потрібно скласти план залучення ресурсів із різних джерел та розміщення їх у всі можливі активи, щоб сумарний прибуток від цих вкладень був максимальним. При цьому має бути задоволено вимогу зменшення інтенсивності роботи щодо залучення та розміщення коштів, тобто мінімізації частоти залучення ресурсів для одного вкладення і частоти вкладення при одному залученні.

Нехай x_{ij} — кількість одиниць ресурсу, залученого із джерела R_i , і спрямованого в пункт вкладення A_j . Функція цілі (2.1.1.) визначає сумарний прибуток від спрямування ресурсів, залучених із усіх джерел, в усі пункти вкладання, а коефіцієнти цільової функції визначають прибуток від вкладання ресурсів, залучених із джерела R_i ., та вкладених у пункт A_j , і задаються з огляду на те, що всі ресурси, залучені із джерела R_i , повністю вкладаються в пункт A_j , за винятком частини коштів s_i , які підлягають обов'язковому резервуванню. При цьому вимагається, щоб виконувались співвідношення (2.1.2) і (2.1.3), котрі

виражають обмеженість створених банком активів та пасивів. Вимога невід'ємності кількості ресурсів (2.1.4) є природною. Умови мінімізації частоти залучення і вкладення коштів виражаються цільовими функціями (2.1.5) і (2.1.6).

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max \quad (2.1.1)$$

$$d_{ij} = \begin{cases} \left(\frac{s_i}{100} + (1 - \frac{s_i}{100}) \times (1 + c_{ai} T_{ai})^{k_{ij}} - (1 + c_{ri} T_{ri}) \right), k_{ij} = 1 \\ \left(1 + c_{ri} T_{ri} / (1 - \frac{s_i}{100}) \right)^{k_{ij}-1} \times \left(\frac{s_i}{100} - 1 - c_{ri} T_{ri} \right) + (1 - \frac{s_i}{100}) \times (1 + c_{ri} T_{ai}) \right), k_{ij} = 1 \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.1.2)$$

$$\sum_{i=1}^m (1 - s_i) x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.1.4)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} k_{ij} \rightarrow \min \quad (2.1.5)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} k'_{ij} \rightarrow \min \quad (2.2.6)$$

При цьому передбачається, що загальна сума залучених ресурсів, які підлягають обов'язковому резервуванню, дорівнює сумі всіх вкладень:

$$\sum_{i=1}^m a_i (1 - s_i) = \sum_{j=1}^n b_j \quad (2.1.7)$$

Сформульована модель є багатокритеріальним завданням лінійної оптимізації. Згортання критеріїв дозволяє привести його до стандартного виду завдання лінійного програмування і застосувати для розв'язання пакет MINOS.

Чисельний розрахунок, дозволить визначити оптимальну структуру портфеля банку. Розглянемо таблиці (2.1.1) і (2.1.2) в яких наведено основні характеристики залучених та розміщених ресурсів.

Таблиця 2.1.1

Характеристики залучених ресурсів

Джерела ресурсів	Час залучення, днів	Ціна залучення, річні %	Норма резервування, річні %	Обсяг ресурсів, грош. Од.
Міжбанківський кредит	1	25	0	50
Міжбанківський кредит	3	30	0	30
Міжбанківський кредит	9	55	0	20
Залишки на р/р клієнтів	1	20	15	60
Депозити юридичних осіб	18	35	15	100
Депозити фізичних осіб	1	12	0	100

Таблиця 2.1.2

Характеристики розміщуваних ресурсів

Можливі напрямки розміщення	Час дії, дні	Ціна розміщення, річні %	Обсяг ресурсів, грош.од.
Міжбанківський кредит	1	30	50
Міжбанківський кредит	3	40	40
Міжбанківський кредит	9	60	30
Овердрафтні кредити	1	25	100
Овердрафтні кредити	3	45	70
Овердрафтні кредити	9	65	20
Овердрафтні кредити	18	75	26

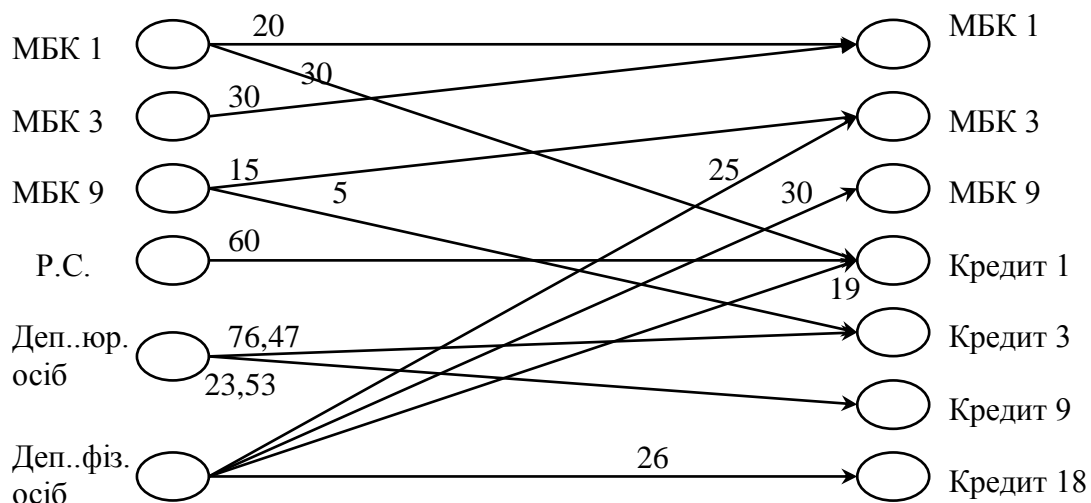
Оптимальне розв'язання наведеної ситуації подано у таблиці 2.1.3 $\{x_{ij}\}$, де кожна (i, j) -а компонентна визначає обсяг ресурсів, залучених із i -го джерела, розміщувати котрі рекомендується на j -му напрямку.

Таблиця 2.1.3

Оптимальний варіант розміщення ресурсів, гр..од.

20	0	0	30	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
0	15	0	0	0	0	0
0	0	0	60	0	0	0
0	0	0	0	76,471	23,529	0
0	25	30	19	0	0	26

Побудуємо графічну інтерпретацію оптимального розв'язання (мал..2.1.1).



Мал..2.2.1 Графічна ілюстрація оптимальних шляхів розміщення залучених ресурсів, грош. од.

Кожна вершина, розміщена ліворуч, визначає ти залучених ресурсів, а кожна вершина, розміщена праворуч – тип використовуваних напрямків інвестування коштів. Лініями показано рекомендовані напрямки розміщення ресурсів із кожного джерела. Ваговий коефіцієнт кожної лінії визначає обсяг ресурсів, які підлягають відповідному розміщенню.

Операційний прибуток, що відповідає оптимальному розв'язанню, дорівнює 1,540410 грошових одиниць при .максимальному часі дії активу та пасиву 18 днів.

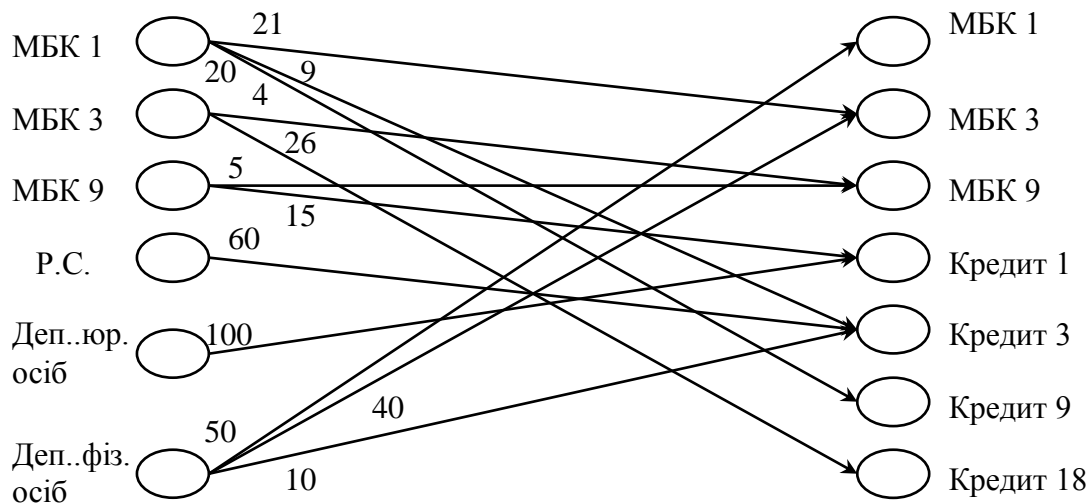
Для ілюстрації ефективності пропонованої моделі розглянемо табл. 2.1.4 в якій для нашого прикладу наведено розрахунок найгіршого варіанта розподілу ресурсів.

Таблица 2.1.4

Найгірший варіант розміщення ресурсів, гр..од.

0	0	21	0	9	20	0
0	0	4	0	0	0	26
0	0	5	15	0	0	0
0	0	0	0	60	0	0
0	0	0	100	0	0	0
50	40	0	0	10	0	0

Операційний прибуток, що відповідає найгіршому розв'язанню, дорівнює 0,4722294938 грошових одиниць. На рис. 2.1.2 наведемо графічну інтерпретацію найгіршого розв'язання.



Мал.2.1.2 Графічна ілюстрація найгіршого варіанта розподілу ресурсів,
грош. од

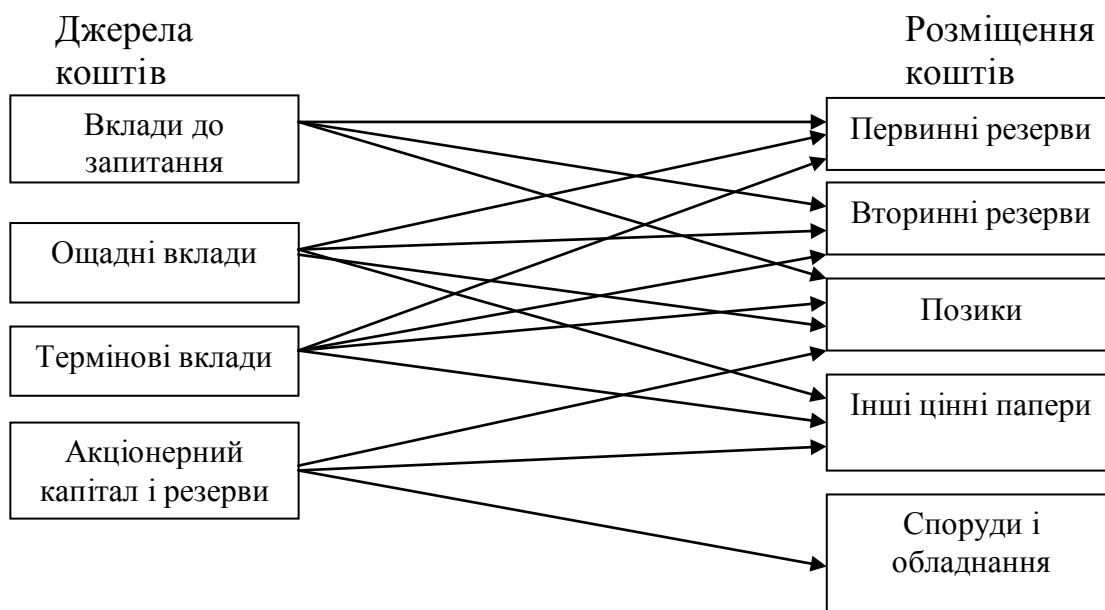
Наведений приклад показує, що навіть при правильній кількісній структурі портфеля не облік якісних характеристик і, як результат, неграмотний розподіл коштів можуть призвести до сумних наслідків або у вигляді непрямих збитків, недоодержання доходу.

2.1.3. Застосування методу розподілу активів

Метод дає можливість подолати обмеженість методу загального фонду коштів. Цей метод відомий як метод конверсії коштів. Згідно з моделлю розподілу активів, розмір необхідних банку ліквідних коштів залежить від джерел залучення. За допомогою цього методу робиться спроба розмежувати джерела коштів відповідно до норми обов'язкових резервів і швидкості їх обігу. Наприклад, вклади до запитання потребують більш високої норми обов'язкових резервів порівняно з ощадними і терміновими вкладками і швидкість їх обігу також вища, чим у інших вкладів. Дана модель передбачає в середині самого банку створення декількох міні банків, тобто центрів, де зосереджені кошти,

залучені банком із різних джерел. Кожний центр розміщує кошти самостійно, не залежно один від одного, і для кожного джерела створюються резерви. Самий більший резерв – для вкладів до запитання, далі в міру спадання – для ощадних і термінових вкладів, мінімальний – для основного капіталу. Схема методу

розподілу активів подана на рис. 2.1.3



Мал. 2.1.3. Управління активами методом розподілу.

Перевагою методу розподілу активів є зменшення долі високоліквідних активів і вкладення додаткових коштів у позики та інвестиції, що призводять до збільшення прибутку.

Недоліком даного методу можна вважати те, що при розміщенні коштів у різні категорії активів недостатня увага приділяється необхідності задовольняти заявки клієнтів на кредит, що негативно впливає на дохідність банку; за відсутності тісного взаємозв'язку між швидкістю вкладів тієї або іншої групи і коливаннями загальної суми вкладів, що розглядається групою, ефективність методу знижується, оскільки основою виділення різних центрів ліквідність – дохідність покладена швидкість обігу різних типів вкладів.

Отже, два вищезазначених методи управління активами не можна вважати повністю досконалим. В обох методах акцент робиться на ліквідності обов'язкових резервів і можливого вилученні вкладів, приділяючи менше уваги

необхідності задовольняти заявки клієнтів на кредит. Разом з цим, відомо, що при піднесенні ділової активності збільшуються і вклади, і кредити. Якщо виникає така ситуація, то банку, окрім встановлених норм обов'язкових резервів, потрібна лише невелика кількість додаткових ліквідних коштів для покриття вилучення вкладів. Слід зазначити, що потрібно враховувати окремим банкам сезонні коливання, коли попит на кредит може збільшуватися саме тоді, коли обсяги вкладів зменшується.

Найбільш перспективним порівняно з цими методами є метод наукового управління. Він пов'язаний перш за все, із застосуванням математичних методів і моделей, що дозволяє одночасно оперувати і пасивами, і активами балансу в тісному взаємозв'язку з врахуванням рівня ліквідності.

Метод має широке практичне застосування, що дає можливість керівництву банку приймати необхідні управлінські рішення, прогнозувати наслідки прийняття рішень, а також адаптувати ці рішення до зміни економічної кон'юнктури або до помилок у прогнозах. Основним недоліком даного методу, на наш погляд, є необхідність володіння працівниками банку певною математичною базою знань. Тому цей метод використовується великими банками.

Як свідчить практика, управління ліквідністю банку надзвичайно складне і суперечливе завдання, тобто банк повинен забезпечити її без суттєвих втрат у прибутковості: підтримання необхідного балансу між прагненням до максимальної доходності банківських операцій і забезпечення обов'язкових рівнів ліквідності через мінімізацію банківських ризиків.

Однак, жоден із розглянутих методів не дає можливості точно визначити та спрогнозувати основні характеристики управління ліквідності банку та потребу в ліквідних коштах.

Дану проблему пропонуємо вирішити за допомогою побудови моделі оптимального залучення коштів відповідно до потреби в ліквідних коштах.

Для побудови формалізованої моделі вводимо наступні позначення: t – індекс планового періоду, $t = \overline{1, T}$; a_t – прогнозна нерівномірна потреба в

ліквідних коштах у періоді t ; S_0 – початковий розмір запасу ліквідних коштів; S_t – обсяг запасів ліквідних коштів для періоду t ; x_t – обсяг додаткового залучення коштів для покриття дефіциту ліквідності у періоді t ; y_t, Z_t – відповідно збільшення або зменшення потреби коштів у періоді.

В основу побудови нашої моделі покладемо балансовий рух коштів для кожного планового періоду:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Обсяг} \\ \text{ліквідних коштів} \\ \text{на початок періоду } t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Залучення} \\ \text{коштів} \\ \text{в періоді } t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Потреба} \\ \text{в ліквідних коштах} \\ \text{в періоді } t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Обсяг} \\ \text{ліквідних коштів} \\ \text{на кінець періоду } t \end{array} \right]$$

Друга група обмежень моделює ситуацію, пов'язану з додатковою потребою в коштах. Якщо залучення коштів в періоді $t+1$ збільшилося в порівнянні з періодом t , то $y_t > 0, Z_t = 0$. І навпаки, якщо залучення коштів зменшилося, то $y_t = 0, Z_t > 0$. Вивільнені кошти розміром Z_t можна використовувати для подальшого розміщення. Третя група обмежень моделює відповідність ліквідності нормативним положенням.

Мета нашої задачі полягає у знаходженні оптимального плану залучення коштів x_t для кожного горизонту планування та розміру залишку ліквідних коштів S_t , щоб сумарне коливання динаміки додаткового залучення коштів і сумарний розмір запасу ліквідних коштів були мінімальними. Враховуючи сформульовану мету та введенні позначення, наша модель прийме вид.

Знайдемо такий розв'язок $x_t \geq 0, y_t \geq 0, S_t \geq 0, Z_t \geq 0, t = \overline{1, T}$, який забезпечив би для цільової функції

$$F = \sum_{t=1}^{T-1} y_t + \sum_{t=1}^T S_t \rightarrow \min \quad (2.1.8)$$

при виконанні умов:

- 1) балансова умова руху коштів для кожного планового періоду

$$S_{t-1} + x_t = a_t + S_t, t = \overline{1, T}, \text{ або } S_{t-1} + x_t - S_t = a_t, t = \overline{1, T}; \quad (2.1.9)$$

2) умова дотримання принципу рівномірності залучення коштів, яка виражається з допомогою різниці цих коштів за кожних два послідовних періоди, тобто між x_{t+1} та x_t . З другої сторони згадану величину можна представити як різницю двох невідомих y_t і Z_t :

$$x_{t+1} - x_t = y_t - Z_t, t = \overline{1, T-1}, \text{ або } x_{t+1} - x_t - y_t + Z_t = 0, t = \overline{1, T-1} \quad (2.1.10)$$

3) умова дотримання нормативів ліквідності

$$S_t \geq l \cdot a_{t+1}, t = \overline{1, T}, \quad (2.1.11)$$

Побудуємо числову математичну модель задачі, прийнявши за основу наступні вхідні параметри.

Прогнозний вектор потреби в ліквідних коштах становить:

$$a_t, t = \overline{1, 11} \} \{ 40; 35; 60; 25; 75; 95; 100; 80; 120; 95; 130, \text{ тис. грн} \} \\ S_0 = 15, l = 0.2.$$

Числова модель прийме вид:

$$F = y_1 + y_2 + \dots + y_9 + S_1 + S_2 + \dots + S_{10} \rightarrow \min$$

1) балансова умова руху коштів для кожного періоду

$$x_1 - S_1 = 5; S_1 + x_2 - S_2 = 35; S_2 + x_3 - S_3 = 60; S_3 + x_4 - S_4 = 25; S_4 + x_5 - S_5 = 75; \\ S_5 + x_6 - S_6 = 95; S_6 + x_7 - S_7 = 100; S_7 + x_8 - S_8 = 80; S_8 + x_9 - S_9 = 120; \\ S_9 + x_{10} - S_{10} = 95;$$

2) умова дотримання принципу рівномірності залучених коштів

$$x_2 - x_1 - y_1 + Z_1 = 0; x_3 - x_2 - y_2 + Z_2 = 0; x_4 - x_3 - y_3 + Z_3 = 0; \\ x_5 - x_4 - y_4 + Z_4 = 0; x_6 - x_5 - y_5 + Z_5 = 0; x_7 - x_6 - y_6 + Z_6 = 0; \\ x_8 - x_7 - y_7 + Z_7 = 0; x_9 - x_8 - y_8 + Z_8 = 0; x_{10} - x_9 - y_9 + Z_9 = 0;$$

3) умова дотримання нормативу ліквідності

$$S_1 \geq 7; S_2 \geq 12; S_3 \geq 5; S_4 \geq 15; S_5 \geq 19; S_6 \geq 20; S_7 \geq 16; \\ S_8 \geq 14; S_9 \geq 19; S_{10} \geq 26.$$

Знайдемо числовий розв'язок даної задачі з допомогою програмного продукту LINA (Додаток Л), результати якого подано в табл. 2.1.5.

Таблиця 2.1.5.

Оптимальний рівень залучення коштів відповідно до потреб у ліквідних коштах

Період	Обсяг залучених коштів, тис.грн.	Обсяг ліквідних коштів, тис.грн.	Збільшення коштів, тис.грн.	Зменшення коштів, тис.грн.
1	$x_1=26$	$S_1=21$	$y_1=0$	$Z_1=0$
2	$x_2=26$	$S_2=12$	$y_2=27$	$Z_2=0$
3	$x_3=53$	$S_3=5$	$y_3=0$	$Z_3=0$
4	$x_4=53$	$S_4=33$	$y_4=8$	$Z_4=0$
5	$x_5=61$	$S_5=19$	$y_5=35$	$Z_5=0$
6	$x_6=96$	$S_6=20$	$y_6=0$	$Z_6=0$
7	$x_7=96$	$S_7=16$	$y_7=5$	$Z_7=0$
8	$x_8=101$	$S_8=37$	$y_8=1$	$Z_8=0$
9	$x_9=102$	$S_9=19$	$y_9=0$	$Z_9=0$
10	$x_{10}=102$	$S_{10}=26$		

Значення $x_1=26$, $x_2=26$,..., $x_{10}=102$ вказують на величину залучення ліквідних коштів в у відповідні періоди. Завдяки побудованій моделі банк має можливість отримати оптимальний сценарій дій на заданий плановий горизонт при дотриманні миттєвої ліквідності в середньому на рівні 27,94 %. Знайдені значення величини y_t та Z_t дають підставу стверджувати про дотримання принципу рівномірності додаткового залучення коштів.

Проведений аналіз методів наукового управління банківською ліквідністю підтверджує недостатність використання нормативних і коефіцієнтних методів для визначення прогностичних ситуацій щодо потреби в ліквідних коштах. З допомогою розглянутої автором формалізованої моделі підтверджено, що отримані розрахунки можуть бути використані банком з метою ефективного управління ліквідними коштами та утримання міцних позицій на ринку банківських послуг в умовах існуючої конкуренції.

Застосування кожного із розглянутих методів управління ліквідністю окремо не означає повне і правильне вирішення проблеми ліквідності. Основною помилкою у виборі методів є необґрунтоване надання переваги одному із них.

Найбільша ефективність методу розподілу активів, на наш погляд, досягається при його застосуванні в банках, які починають створюватися,

оскільки їх основним завданням є беззбиткова діяльність, що дозволить в майбутньому забезпечити свій подальший розвиток. Це досягається за рахунок зменшення долі високоліквідних і одночасно низьколіквідних активів і додатковим вкладенням коштів у більш дохідні позики та інвестиції.

Крім цього, на початкових стадіях функціонування банку, коли кількість та обсяги операцій порівняно невеликі, можна з точністю визначити розміщення коштів в залежності від їх джерел, фіксуючи кожний фактичний рух коштів. Оскільки, при використанні методу розподілу активів, необхідно чітко знати за рахунок яких джерел склався той або інший вид активів. Це дозволяє в повній мірі зрозуміти суть даного методу і, відповідно, отримати максимальний ефект від його застосування.

Надалі, в міру збільшення кількості та обсягів операцій постежити кожну операцію, яка зумовлює рух грошових коштів, в повному обсязі практично неможливо. В цьому випадку визначення джерел кожного із видів активів вирішується зворотним шляхом, тобто є вже сформована структура активів і необхідно визначити джерела кожного із них. Враховуючи різновидність банківських операцій, результат отримують наближеним. Таким чином, на етапі діяльності, коли банк має визначену клієнтуру і стабільні обороти з її обслуговування, він застосовує метод розподілу активів в поєднанні з методом загального фонду коштів, який не потребує подібної точності, тобто відповідно до загального обсягу ресурсів і структури активів проводиться їх коригування.

Найбільш небезпечним для досягнення фінансової стабільності банку є термінові операції, які можуть спричинити дефіцит ліквідності або її зростання. Наприклад, управлінські операції можуть здійснюватися для підтримання миттєвої ліквідності та забезпечення спрогнозованого рівня майбутньої ліквідності. Основою методів управління ліквідністю за терміновими операціями є повні моделі ліквідності, які не враховують коефіцієнтний метод оцінки. В повній моделі ліквідність розраховується за допомогою платіжного календаря термінових та вільних коштів банку. Режими ліквідності в моделі

тісно поєднанні із застосуванням кількості проведених операцій та змінністю платіжного календаря, класифікацію яких подано на рис. 2.3.3.

При ламінарному режимі ліквідності, знаючи початковий платіжний календар, можна визначити обсяг погашення на будь-яку дату. При турбулентному режимі щоденно виникають нові зобов'язання та вимоги і здійснюється велика кількість операцій (така ситуація характерна для великого банку). Проміжним між цими режимами ліквідності є перехідна ліквідність, коли періодично виникають нові вимоги та зобов'язання. В дискретній моделі потоки коштів за активними та пасивними операціями досліджуються окремо. В неперервній моделі розподіл активів та пасивів розглядається за термінами, що залишилися до їх погашення, а платіжний календар на кожен день горизонту планування.



Мал. 2.1.4. Моделі управління та режими ліквідності.

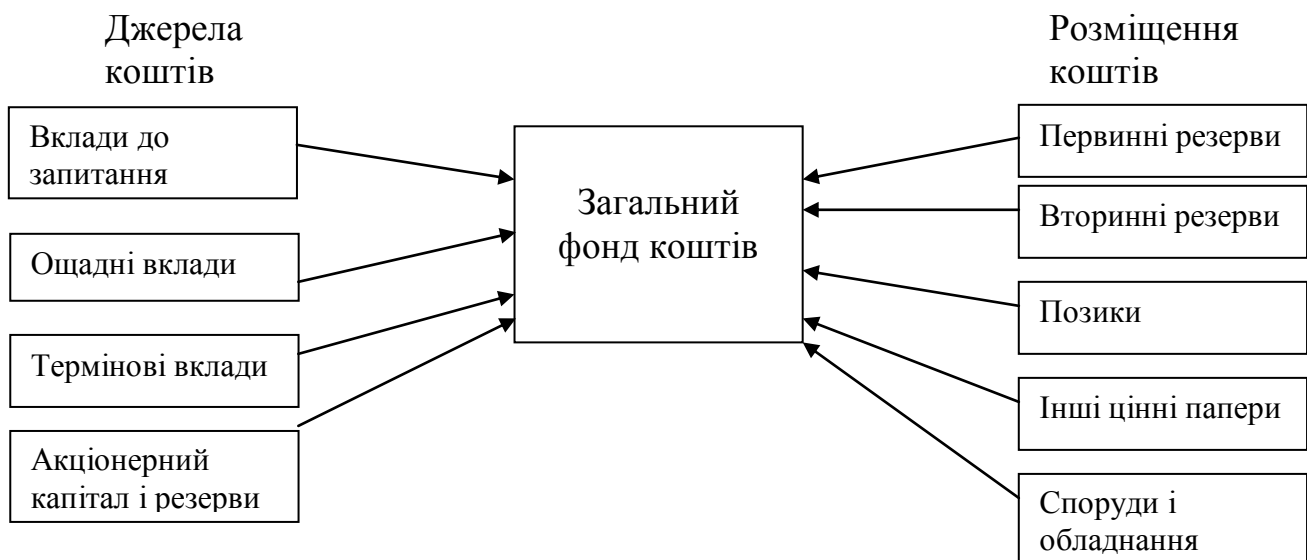
Виходячи із вище сказаного можна зробити висновок про те, що при аналізі ліквідності банків не слід виключати жоден із розглянутих методів, а їх застосування здійснювати на певному етапі розвитку кожного банку. Разом з цим, методи наукового управління, на наш погляд, найкращі результати дають в стабільній економіці, чого в Україні поки що немає. Тому їх слід впроваджувати з великою обережністю, лише за наявності кваліфікованого персоналу, який здатний вирішувати завдання за допомогою інструментарію математичного моделювання.

2.2.2. Метод загального фонду коштів

Цей метод є простим при застосуванні, тому його часто використовують, особливо в періоди надлишку грошей. Суть методу загального фонду коштів полягає в тому, що всі ресурси банку об'єднуються в загальний фонд коштів з подальшим їх розподілом між тими видами активів, які, з позиції банку, є найбільш прийнятними щодо їх дохідності. Для здійснення активної операції не має значення, з якого джерела надійшли кошти, але при цьому обов'язковою умовою є дотримання адекватного рівня ліквідності коштів, вкладених у відповідні активи. Схема методу загального фонду коштів зображена на рис.

2.2.1.

Використання даного методу управління активами пов'язано з кредитними операціями банку, тому його можна рекомендувати для використання малим і середнім банкам. Принципи використання цього методу передбачають поєднання прибутковості та ліквідності. Тому, формуючи оптимальну структуру розміщення фінансових ресурсів, банк повинен для себе визначити співвідношення первинних і вторинних резервів.



Мал. 2.2..1. Управління активами методом загального фонду коштів.

Під первинними резервами слід розуміти касу і прирівняні до неї кошти, кореспондентський рахунок в Національному банку, кореспондентський рахунок в інших банках, тобто це високоліквідні активи, безпосередньо пов'язані з миттєвою ліквідністю. Очевидно, що первинні резерви з огляду на високу ліквідність практично не приносять доходу (за винятком випадків виплати процентів за залишками на кореспондентських рахунках у банках-кореспондентах), тому питома вага даних активів щодо сумарних активів повинна відповідати виконанню нормативу миттєвої ліквідності, вирішенню дилеми прибутковість – ліквідність.

Первинні резерви покликані своєчасно задовольняти всі зобов'язання банку, тобто бути джерелом банківської ліквідності. Під вторинними резервами розуміють державні цінні папери. Вони мають високий ступінь ліквідності і представляють інтерес з точки зору доходності. Такий умовний поділ на первинні та вторинні резерви визначається самостійно планово-економічним відділом на основі власних оцінок ситуації, даних активів і доцільності.

Функціональність вторинних резервів пояснюється виконанням двох вимог – ліквідності та переміщення. Відповідно їх значення для оперативного управління банківської ліквідності полягає в тому, що вторинні резерви є джерелом поповнення первинних.

Перевагою методу загального фонду є те, що він дає змогу визначити багато варіантів використання коштів в активних операціях. Разом із тим, суттєвим його недоліком є відсутність чітких критеріїв для розподілу коштів за категоріями активів. Тобто, при розміщенні коштів більше уваги приділяється ліквідності банку при вилученні вкладів і менше уваги приділяється необхідності задовольняти заявки клієнтів на кредит, що негативно впливає на дохідність; не враховуються різні вимоги ліквідності щодо вкладів до запитання, ощадних вкладів, термінових вкладів і основного капіталу, що є однією із причин зменшення дохідності; не містить чітких критеріїв для розподілення коштів за категоріями активів, тому вирішення завдання управління ліквідністю і дохідністю залежить від досвіду та інтуїції банківського керівництва.

2.3. Економічна модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу спільного фонду коштів.

Ця модель покликана визначити оптимальну схему управління фінансами, що враховує багато етапний характер процесу залучення та розміщення коштів. Для кожного моменту часу із заданого інтервалу планування визначається частина ресурсів, яка підлягає інвестуванню або реінвестуванню в активи, визначаються терміни та обсяги повернення створених зобов'язань і частина ресурсів, необхідна для оплати поточних вимог кредиторів. При цьому ресурси не розрізняються за типом джерел, із котрих вони були залучені.

Банки можуть або накопичувати ліквідність у своїх балансах, або забезпечувати її через фінансові ринки. Банкам потрібна ліквідність, щоб задовольнити попит на кредит і на вилучення депозитів. У банків є "накопичена ліквідність" у формі позик і вкладень, які підлягають поверненню після закінчення терміну, і можливість доступу до вторинних ринків для продажу цінних паперів та деяких позик. Накопичена ліквідність є внутрішнім джерелом

коштів, вона немовби "складована" у формі певних активів у балансі банку. Така ліквідність реалізується чи створюється, коли активи повертаються до банку. Цей процес відомий під назвою "переміщення активів".

Переміщення активів може бути або дискреційним (здійснюється на розсуд), або недискреційним. Недискреційні переміщення — це ті, котрі відбуваються без якого-небудь банківського рішення, спрямованого на збільшення коштів. Вони відбуваються у формі погашення кредитів та цінних паперів і потоків платежів за кредит, що надходять, які складаються із процентних виплат та повернення основних сум. Якщо недискреційні переміщення заздалегідь плануються, щоб підвищити очікуваний потік готівки від позичальників, така стратегія називається стратегією очікуваного доходу.

Не обмежуючись природним чи очікуваним вхідним потоком коштів, банки можуть намагатися прискорити потік коштів, що надходять, продаючи чи позичаючи свої активи. Ці дискреційні переміщення спостерігаються, коли активи продаються або позичаються (наприклад, при РЕПО-угодах, тобто при угодах про продаж і зворотну купівлю) до настання строків їх погашення. Основний ризик "передпогашуваного" переміщення — ценозможливість витрат капіталу, якщо активи продано за цінами, нижчими від тих, що були при купівлі (оскільки процентні ставки виросли після того, як активи було придбано).

Крім того, банки можуть купувати ресурси на фінансових ринках. На противагу внутрішній (накопиченій) ліквідності ця ліквідність є насправді зовнішнім джерелом коштів. Але здатність банків залучати ліквідність на ринку неоднакова і залежить від багатьох факторів. Головним інструментом залучення ліквідності є міжбанківський кредит та депозитні сертифікати.

Якщо очікуваний вхідний потік коштів від кредитів і депозитів недостатній, щоб покрити очікуване використання коштів, тобто первинні нові кредити і вилучення лімітів, то в банку виникає потреба в ліквідності. Гострота проблеми визначається розміром невідповідності між надходженням коштів і використанням їх. Щоб вишукати кошти, яких не вистачає, банки мусять

витрачати свої запаси накопиченої ліквідності скоріше, ніж відбувається природний приріст ліквідності, і (або) придбавати ліквідність на ринку.

Викладена економічна модель лягла в основу математичної моделі управління ресурсами, застосування котрої дозволяє автоматизувати роботу менеджерів банку і забезпечує прийняття найкращого рішення в економічній ситуації, що склалася.

2.4. Математична модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу спільного фонду коштів.

Процес прийняття рішень про вкладення коштів у прибуткові активи будемо розглядати як дискретний, у котрому змінні можуть змінювати значення тільки в певні моменти часу, що називатимуться в подальшому стадіями процесу. Відрізок часу $(0, T)$, протягом котрого відбувається розглядуваний процес, розбиваємо на N інтервалів, тривалість кожного дорівнює δ , отже $N \times \delta = T$, де δ є одиницею виміру часу, що дискретно змінюється. За традицією, що склалася в банківській справі, одиницею виміру часу в оптимізаційних завданнях з прийняття управлінських рішень є банківський день.

Прийняття рішень із планування управління активами є багатокроковим процесом, для моделювання котрого побудуємо сіткову модель (мал..2.4.1). Для цього введемо такі позначення:

R_i - ресурси, які вводяться в процес на i -ій стадії;

A_i - активи, повернення котрих передбачено на i -ій стадії;

P_i - зобов'язання (пасиви), погашення котрих передбачено на стадії i ;

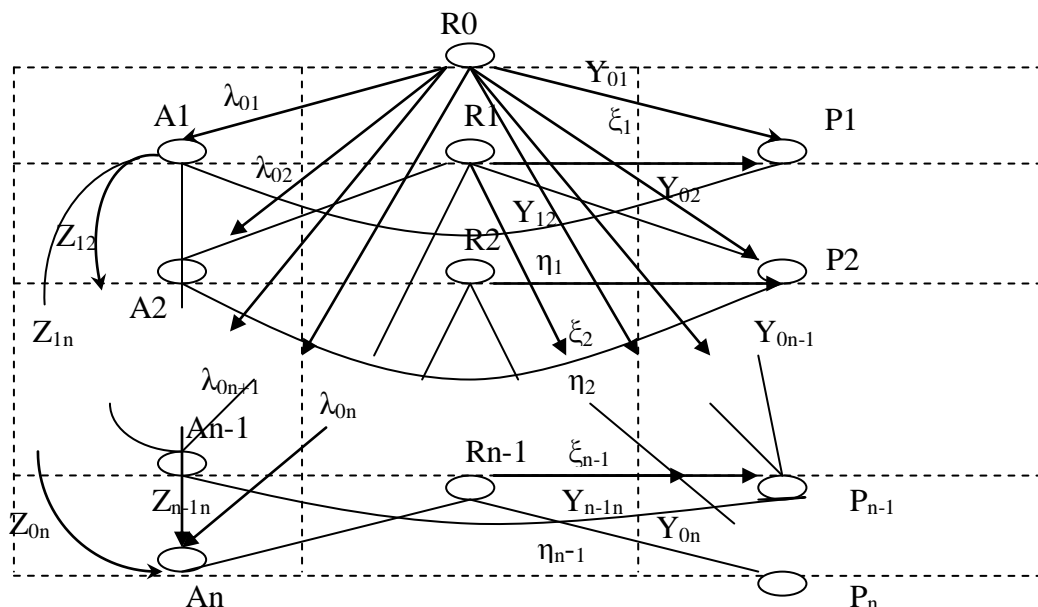
λ_{ij} - частини ресурсів R_i , викладених на стадії i у прибутковий актив з моментом повернення на стадії j ;

z_{ij} - частина ресурсів A_i , реінвестованих на стадії i до стадії j ;

u_{ij} - частина ресурсів R_i , залучених на стадії i з обумовленим моментом повернення на стадії j

ξ_i - частина ресурсів R_i , які використовуються для погашення частини поточних пасивів P_i ;

η_i - частина ресурсів A_i , які використовуються для погашення частини поточних пасивів P_i .



Мал. 2.2.2. Модель процесу управління активами та пасивами банківської фірми

Необхідно визначити обсяги потоків так, щоб цільова функція, що визначає величину сумарного прибутку банку, досягла максимуму:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \lambda_{in} \times c_{in}(\lambda_{ij}) + \sum_{i=1}^{n-1} z_{in} \times c'_{in}(z_{in}) - \sum_{i=0}^{n-1} y_{in} \times c'_{in}(y_{in}) \rightarrow \max \quad (2.2.1)$$

при обмеженнях:

$$R_j = \sum_{i=0}^n \lambda_{ij} + \xi_j; j = 1.2..n-1; \quad (2.2.2)$$

Ця умова гарантує, що кошти в будь-який момент часу повністю використовуються на вкладення в різні прибуткові активи і на погашення поточних пасивів.

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} = R_j; j = 1.2..n-1; \quad (2.2.3)$$

показує, що обсяг коштів, залучених у кожний момент часу, дорівнює сумі зобов'язань, які виникли;

$$\sum_{i=0}^{j-1} y_{ij} \times c_{ij}(y_{ij}) = \xi_j + \eta_j; j = 1.2...n-1; \quad (2.2.4)$$

вимагає, щоб усі поточні зобов'язання були вчасно погашені;

$$\sum_{i=0}^{j-1} \lambda_{ij} \times c_{ij}(\lambda_{ij}) + \sum_{i=1}^{j-1} z_{ij} \times c_{ij}(z_{ij}) = \eta_j + \sum_{i=j+1}^n z_{ij}; j = 1.2...n-1; \quad (2.2.5)$$

показує, що кошти, які повернулися в будь-який момент часу, використовуються для реінвестування в прибуткові активи і для погашення поточних зобов'язань;

$$\lambda_{in}, z_{in}, y_{in}, \xi_i, \eta_i \geq 0; i = 0.1.000n-1; j = i+1, \dots, n; \quad (2.4.6)$$

На шукані функції накладено умови їх невід'ємності.

Функція $c_{ij}(v)$ виражає дохід банку від розміщення коштів v у прибуткові активи.

Функція $c_{ij}^{\backslash}(v)$ визначає процентну витрату банку, що виникла в результаті залучення коштів і накладні витрати з обслуговування позик та депозитів.

У найпростішому лінійному випадку, коли нарахування процентів відбувається за формулою складних процентів, функції $c_{ij}(v)$ і $c_{ij}^{\backslash}(v)$ мають вигляд:

$$c_{ij}(v) = \left(1 + h_i \frac{Pr}{36500}\right)^n$$

$$c_{ij}^{\backslash}(v) = k + \left(1 + h_i^{\backslash} \frac{iPr}{36500}\right)^n$$

де:

Pr — період часу нарахування складних процентів;

n — число повних періодів Pr , які містяться в інтервалі часу (i, j) ;

h_i — ціна продажу ресурсів, яка діє на момент часу i та виражена в річних процентах;

h_i^{\backslash} — ціна залучення ресурсів, яка діє на момент часу i та виражена в річних процентах;

k — накладні витрати.

Таким чином, сформульоване завдання про управління активами та пасивами банківської фірми зведено до завдання лінійного (чи нелінійного, у випадку, коли функції $c_{ij}(v)$ і $c_{ij}^{\prime}(v)$ нелінійні) програмування.

Числовий розрахунок, дозволить визначити оптимальну схему залучення та розміщення ресурсів на деякий період часу. Маркетингові дослідження ринку ресурсів дають змогу визначати обсяг коштів, доступних для банку і спрогнозувати ціни покупки та продажу ресурсів на кожній стадії, а також визначити відповідно обсяги поточних активів та пасивів на кожній стадії процесу.

Головна перевага економічно-математичних моделей управління — можливість здійснювати аналіз фінансової стратегії банку. Під час цього аналізу розробляються орієнтовні, або прогнозні, баланси та звіти про доходи і витрати, котрі дозволяють менеджерам з управління активами й пасивами відстежувати, як змінюються облікові та економічні показники процентного ризику в різних економічних умовах. Як мінімум, під час аналізу увага фіксується на найкращій, на найвірогідній і на найгіршій ситуації.

Перспективні оцінки ставок, обсягів та структури утруднені, тому якість результату у вирішальній стадії залежить від якості матеріалу, що вводиться. Крім того, менеджери з управління активами й пасивами мають усвідомлювати складність моделі і знати, як тлумачити одержані результати.

3. Банки та стохастичне моделювання фінансових потоків.

Серед основних функцій, що їх виконують банки як суб'єкти економічних відносин, можна виокремити такі чотири групи:

1. Забезпечення розрахунків і сплат.
2. Трансформація активів.
3. Управління ризиками.
4. Опрацювання інформаційних потоків, моніторинг позичальників.

Банк – фінансово-кредитна установа, що створюється для залучення коштів і розміщення їх від свого імені на умовах повернення й оплатності. Банк здійснює розрахункові операції за дорученням клієнтів, касове обслуговування їх, операції з валютою, коштовними металами, цінними паперами та інші операції, дозволені законом. Банки класифікуються за такими ознаками: за належністю статутного капіталу та способами його формування – акціонерні товариства і товариства з обмеженою відповідальністю, банки за участі іноземного капіталу, іноземні банки; за видами здійснюваних операцій – універсальні та спеціалізовані; за територією та сферами діяльності – загальнодержавні, регіональні, галузеві.

3.1. Банки та загальна теорія рівноваги.

Розгляньмо модель деякої (найпростішої) економічної системи, в межах якої діють агенти трьох видів:

- домашні господарства (чи споживачі), які мають заощадження в грошовій формі S , котрі вони можуть тимчасово вкласти в активи, які приносять дохід;
- підприємства (фірми чи підприємці), котрі пропонують деякі проекти, що приносять дохід, але вимагають початкових інвестицій в обсязі I . Фінансування проектів може здійснюватись у двох формах: за рахунок кредитів і за рахунок емісії (випуску) цінних паперів (прямих зобов'язань). Потребу фірми у кредитах позначатимемо через L , а зобов'язання як B_f ;

- банки — фінансові посередники, що займаються залученням коштів як за допомогою емісії цінних паперів (зобов'язань), так і за рахунок прийняття на депозити збережень домашніх господарств з метою їх інвестування в проекти, пропоновані фірмами. Через L^+ позначатимемо обсяг кредитів, що їх пропонують фірмам банки, через D^- — попит банків на депозити домашніх господарств (відповідно, через D^+ — їх пропозицію домашніми господарствами), через B_b — обсяг зобов'язань, емітованих банками.

Для спрощення припустимо, що банки і фірми лише емітують цінні папери, а їх придбанням в обсязі B_h , займаються лише домашні господарства, використовуючи це як форму розміщення збережених коштів — альтернативу депозитам. Для фінансового ринку має місце спрощене рівняння балансу:

$$B_f + B_b = B_h$$

Спинімося на деяких задачах, які треба розв'язувати у межах описаної ситуації. Зробимо також, для спрощення, припущення: фірми можна подати як деяку усереднену фірму (типового представника). А також, для спрощення, обмежимося розглядом лише двох часових етапів функціонування цієї гіпотетичної економічної системи.

Нехай на початок першого етапу домашнє господарство володіє коштами обсягом W . Воно розподіляє їх на дві частини (споживання і накопичення). «Поведінка» домашнього господарства описується двовимірним вектором (C_1, C_2) , де C_t — обсяг його споживання у періоді $t = 1, 2$. Якість споживання можна описати деякою функцією корисності $u(C_1, C_2)$. Ідеться про обрання такої стратегії споживання (C_1, C_2) , котра б максимізувала корисність з урахуванням бюджетних обмежень:

$$\max u(C_1, C_2) \tag{3.1}$$

$$C_1 + B_h + D^+ = W \tag{3.2}$$

$$C_2 = \pi_f + \pi_b + (1+r)B_h + (1+r_D)D^+ \tag{3.3}$$

де: π_f і π_b чистий прибуток фірм і банків відповідно, що розподіляється серед домашніх господарств упродовж етапу $t=2$;

r – норма відсоткових сплат за цінними паперами (зобов'язаннями);

r_D - норма відсоткових сплат за депозитами.

У даній (виродженій) ситуації, очевидно, депозити і цінні папери є досконалыми субститутами. Неважко показати, що отриманий розв'язок задачі (3.1)—(3.3) досягається за умови:

$$r = r_D \quad (3.4)$$

Завдання, що стоїть перед фірмою, полягає в обранні значень обсягів прямого та банківського фінансування (L^- та B_f), які максимізують її прибуток:

$$\max \pi_f \quad (3.5)$$

за умов:

$$\pi_f = f(I) - (1+r)B_f - (1+r_L)L^- \quad (3.6)$$

$$I = B_f + L^- \quad (3.7)$$

де:

$f(I)$ - виробнича функція фірми, що визначає обсяги її валового випуску залежно від обсягу інвестицій I ;

r_D - норма відсотка за банківськими кредитами. За аналогією з припущеннями стосовно до «поведінки» домашнього господарства для фірми кредити та цінні папери також є досконалыми субститутами, і розв'язок задачі (3.5)—(3.7) досягається лише тоді, коли:

$$r = r_L \quad (3.8)$$

Одна із цілей функціонування банку полягає в максимізації прибутку π_b , за рахунок визначення оптимальних значень обсягів виданих фірмам кредитів L^+ зібраних з домашніх господарств депозитів D^+ та емітованих цінних паперів B_b . Задача має вигляд:

$$\max \pi_b \quad (3.9)$$

$$\pi_b = r_L L^+ - r B_b - D^- \quad (3.10)$$

$$L^+ = B_b + D^- \quad (3.11)$$

Загальна рівновага в даній економічній системі характеризується:

- вектором відсоткових ставок (r, r_L, r_D) ;

• вектором, що його обирають домашні господарства — (C_1, C_2, B_h, D^+) , фірми — (I, V_f, L^-) і банки — (L^+, B_b, D^-) . Звичайно, повинні виконуватись умови:

• елементи описаних вище векторів відповідають оптимальному плану щодо вибору домашніми господарствами, фірмами та банками, тобто є розв'язками задач (3.1—3.3), (3.5—3.7), (3.9—3.11);

• для всіх ринків виконуються умови балансу:

- для ринку заощаджень та інвестицій $I=S$;

- для ринку депозитів $D^+=D^-$;

- для ринку капіталів $L^+=L^-$,

- для фінансового ринку (ринку цінних паперів): $B_f + B_b = B_h$

Ураховуючи умови (3.4) та (3.8), можна дійти висновку, що умова рівноваги в даній моделі полягає в рівності всіх відсоткових ставок:

$$r = r_L = r_D \quad (3.12)$$

У межах описаної моделі в ситуації рівноваги банки отримують нульовий прибуток, а структура їхнього портфеля (співвідношення залучених депозитів та емітованих зобов'язань) не впливає на діяльність інших агентів ринку (фірм і домашніх господарств).

Даний висновок, по суті, є аналогічним щодо фундаментальної теореми Модільяні—Міллера стосовно до структури капіталу фірми в умовах досконалої конкуренції. Отже, в межах класичної парадигми Ерроу—Дебре неможливо пояснити причини існування і закономірності функціонування банківської системи. Тобто необхідна побудова моделей, що враховують додаткові аспекти фінансово-економічної діяльності, котрі й розробляються в останні десятиріччя. Серед напрямів розвитку мікроекономічної теорії в даній сфері є, зокрема, такі:

- моделі, що аналізують діяльність банків як фінансових посередників, з урахуванням інформаційної невизначеності та ризику, інформаційної асиметрії;

- моделі, що ґрунтуються на виробничо-організаційному підході;

- моделі банків з позицій сукупності стохастичних фінансових потоків тощо.

3.2. Основні концепції стохастичного моделювання фінансових потоків.

Як зовнішні умови, що впливають на діяльність банку (чи фінансової фірми), так і процеси, що розвиваються у самому банку, є результатом складної і неоднозначної взаємодії багатьох чинників, причин, залежностей, багато з яких має випадкову (імовірнісну) і/чи нечітку (розпливчасту) природу. Наслідком цього є те, що робота банківської установи значною мірою обтяжена невизначеністю та зумовленим нею ризиком.

Одним зі способів, за допомогою якого можна описати поточний стан банку (чи іншої фінансової інституції), є його опис за допомогою вектора характеристик:

$$x=(x_1, \dots, x_n)$$

Кількісний та якісний склад компонент вектора x визначається ступенем деталізації.

Фактично ця форма опису стану банку за змістом адекватна банківському балансу: компоненти вектора x можуть бути інтерпретовані як звичайні статті балансу, а кількість їх і структура відповідають рівню його агрегованості (щоденний — який включає рахунки другого порядку, чи узагальнений — квартальний тощо). Конкретні значення кожної з компонент x_j вектора стану x визначаються обранням одиниць вимірювання для відповідного ресурсу (характеристики). Здебільшого це вимірювачі коштів у тій чи іншій валюті; можуть бути і так звані ресурсні одиниці (р. од.). Стан окремого j -го ресурсу ототожнюється з деяким елементом множини невід'ємних дійсних чисел $R_1^+=[0,+\infty)$, геометричним образом якої є додатна піввісь дійсної числової осі. Отже, стан банку загалом можна подати деякою точкою невід'ємного ортанту n -мірного евклідового простору:

$$x \in R_+^n = \{x=(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n); x_j \in R_+^1\}.$$

Множина всіх можливих (допустимих) точок (векторів) x утворює простір станів банку:

$$X = \{x\} \subset \mathbb{R}_+^n.$$

Можуть створюватися також певні похідні (вторинні) характеристики

$$y = (y_1, \dots, y_i, \dots, y_m) \in \mathbb{R}^m.$$

Зазначимо, що вектор похідних характеристик y є функцією від вектора x : $y = f(x)$.

Як типовий приклад похідних (вторинних) характеристик стану банку постає система обов'язкових фінансових нормативів (коефіцієнтів), що їх установлюють центральні банки чи інші регулюючі органи

Для врахування чинника часу потрібно задати деяку множину T , елементи котрої $t \in T$ називають моментами часу. Традиційно як модель «неперервного фізичного» часу використовують множину точок нескінченної одновірної дійсної числової осі \mathbb{R}^1 з фіксованим початком відліку, а множина всіх ураховуваних моментів часу T — це певний відрізок на цій осі

Якщо задана модель неперервного часу, то стан j -ї характеристики можна розглядати як значення функції $x_j(t)$, що визначена на множині T і набуває значення на множині \mathbb{R}_+^1 . Графік функції $x_j(t)$, відіграє роль траєкторії зміни в часі j -ї характеристики. Стан банку загалом — це значення векторної функції часу:

$$x(t) = (x_1(t), \dots, x_j(t), \dots, x_n(t)), \quad (3.13)$$

а траєкторія системи $\{x(t)\}_{t \in T}$ є деякою кривою (гіперповерхнею) в n -мірному просторі.

Визначається також таке поняття, як «потік».

Потік — це економічна величина, котра вимірюється в русі з урахуванням розглядуваного часового інтервалу. Розмірність потоку — це обсяг, поділений на інтервал часу.

Змістовний бік поняття «потік» пов'язаний з поняттям швидкості зміни стану системи. Якщо припустити, що функції $x_j(t)$, що задають траєкторії зміни

характеристик стану банку, є гладкими та диференційованими в усіх точках інтервалу $T = (T_-, T_+)$, то відповідні перші похідні

$$x'_j(t) = \dot{x}_j(t) = \frac{dx_j(t)}{dt}, j = 1..n \quad (3.14)$$

можна інтерпретувати як швидкості зміни цих характеристик. Розглядаючи конкретний ресурс, отримують відповідні види потоків: фінансовий, грошовий, потік готівки тощо.

Динаміка банку в цілому може бути описана за допомогою векторного ресурсного потоку

$$\dot{x}_j(t) = (\dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_j(t), \dots, \dot{x}_n(t))$$

який задає вектор швидкості зміни стану досліджуваного об'єкта в просторі.

Значення окремої характеристики об'єкта дослідження для будь-якого моменту часу $t \in (T_-, T_+)$ визначається за формулою:

$$x_j(t) = \int_{T_-}^t \dot{x}_j(\tau) d\tau \quad (3.15)$$

Формується також модель, яка ґрунтується на відображенні банку як системи (вектора) первинних ресурсних потоків:

$$\dot{x}(t) = (\dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_j(t), \dots, \dot{x}_n(t)), t \in (T_-, T_+) \quad (3.16)$$

Аналогічно можна розглядати і похідні (вторинні) ресурсні потоки:

$$\dot{y}(t) = (\dot{y}_1(t), \dots, \dot{y}_i(t), \dots, \dot{y}_m(t)), t \in (T_-, T_+) \quad (3.17)$$

Обидві з наведених моделей ((3.13) та (3.16)) дають уявлення щодо стану банку для кожного моменту часу t . Однак можна навести низку прикладів, коли виникає необхідність у переході від «точкового» подання до «інтегрального» опису поведінки j -ї характеристики на певному заданому інтервалі часу

$$((t_-, t_+) \subseteq (T_-, T_+)) \quad (3.18)$$

Для цього вводиться поняття середнього значення характеристики (j -ї компоненти вектора стану) на інтервалі (t_-, t_+) :

$$\bar{x}_j(t_-, t_+) = \frac{1}{t_+ - t_-} \int_{t_-}^{t_+} \dot{x}_j(t) dt \quad (3.19)$$

яке вимірюється у відповідних ресурсних одиницях, а також середнього потоку:

$$\dot{x}_j(t_-, t_+) = \frac{x_j(t_+) - x_j(t_-)}{t_+ - t_-} \quad (3.20)$$

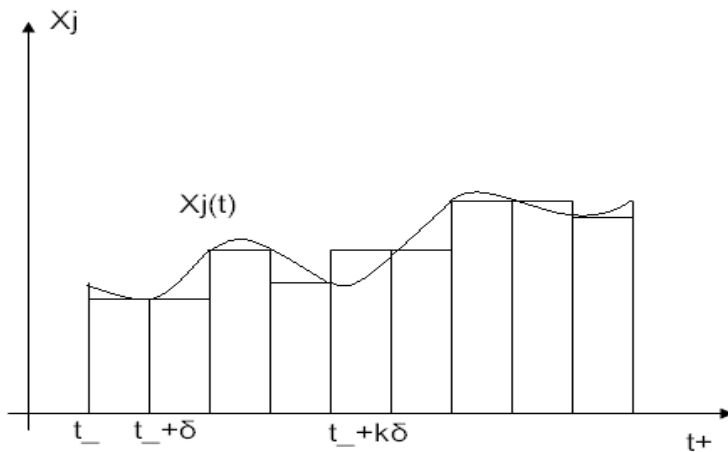
що вимірюється в ресурсних одиницях на одиницю часу. Зазначимо, що (3.20) визначає середню швидкість зміни обсягу j -го ресурсу за інтервал (t_-, t_+) .

Моделі динаміки банківських ресурсів, що ґрунтуються на неперервному поданні часових інтервалів, не повною мірою відповідають процесам, які реалізуються на практиці. По-перше, «фізичний час» як такий, що плине рівномірно і неперервно, не відповідає зазвичай внутрішнім ритмам «життєвого циклу» економічних суб'єктів. Класичний приклад невідповідності «фізичного» і «економічного» часу пов'язаний з необхідністю врахування вихідних і святкових днів, упродовж яких банки не виконують свої операції. По-друге, неперервність висуває високі вимоги щодо масивів даних, необхідних для відповідного їх тестування та експлуатації. Для переходу від неперервного часу до дискретного, що більш адекватно враховує умови діяльності фінансово-економічних інститутів, може використовуватися так звана інтертемпоральна модель Хікса. Згідно з цією концепцією скінченний відрізок часу (t_-, t_+) , впродовж якого спостерігається функціонування досліджуваної системи, поділяється на рівні K частини (відрізки та на півінтервали) довжиною δ :

$$[t_-, t_- + \delta), [t_- + \delta, t_- + 2\delta), \dots, [t_- + (K-1)\delta, t_+],$$

$$\text{де } t_- + K\delta = t_+.$$

В основі такого поділу — гіпотеза, за якою всередині цих інтервалів $[t_-, (k-1)\delta, t_-) + k\delta]$ усі параметри $x_j(i)$, що характеризують стан банку та умови його функціонування, залишаються (наближено) постійними і змінюються лише на межах часових інтервалів. Ця ідея на принциповому рівні зображена на мал. 3.1.



Мал.3.1 Перехід від неперервного часу до дискретного в інтартемпоральній схемі Хікса

Отже, отримуємо дискретний «банківський» час τ , що набирає значення $0, 1, \dots, k, \dots, K$. Легко здійснити узагальнення, враховуючи те, що моменти «банківського» часу τ , відділені проміжками часу різної довжини. Це дозволяє враховувати більш точно вимогу постійності процесів усередині цих відрізків та чинник вихідних і святкових днів.

За впровадження дискретного часу відбувається фіксація відносно його моментів векторів стану (вихідних характеристик):

$$x(\tau) = (x_1(\tau), \dots, x_j(\tau), \dots, x_n(\tau))$$

та векторів ресурсних потоків:

$$\dot{x}(\tau) = (\dot{x}_1(\tau), \dots, \dot{x}_j(\tau), \dots, \dot{x}_n(\tau))$$

Можна також перейти від «щоденного» часу до «щотижневого», «щомісячного» тощо.

Наступний крок у процесі вдосконалення розглядуваного класу моделей — урахування в них чинників невизначеності та зумовленого ними ризику. Для цього зручно скористатися термінологією теорії випадкових процесів. Під випадковим (стохастичним) процесом (випадковою функцією часу) розуміють функцію $x(t)$, котра може мати ту чи іншу конкретну реалізацію (траєкторію) з деякої фіксованої множини можливих траєкторій:

$$X = \{x(t, \theta) \mid \theta \in \Theta\}.$$

Отже, в умовах невизначеності моделлю динаміки стану банку може слугувати векторний випадковий процес:

$$\tilde{x}(t) = (\tilde{x}_1(t), \dots, \tilde{x}_j(t), \dots, \tilde{x}_n(t))$$

кожна компонента $\tilde{x}_j(t)$ якого описує стохастичну динаміку j -ї характеристики (ресурсу) банку. Аналогічно чинник невизначеності, наявний у системі ресурсних потоків банку, можна описати у формалізованому вигляді за допомогою векторного випадкового процесу:

$$\tilde{x}(\tau) = (\tilde{x}_1(\tau), \dots, \tilde{x}_j(\tau), \dots, \tilde{x}_n(\tau)), t \in (T_-, T_+).$$

Дослідження, спрямовані на змістовний аналіз закономірностей функціонування банків, мають спиратися на дані та гіпотези, що конкретизують тип і параметри використовуваних випадкових величин і функцій.

3.3. Найпростіша мультиплікативна стохастична модель динаміки фінансового ресурсу.

За деякий ресурс, що розглядається, можна обрати як залучені кошти загалом, так і депозити до запитання, термінові депозити тощо.

Досліджувана модель ґрунтується на гіпотезі щодо можливості відслідкувати обсяги досліджуваного ресурсу через дискретні рівновеликі проміжки часу t . Позначимо через x_t обсяг ресурсу в момент часу t , а x_0 — обсяг у початковий момент часу (припустимо, що $x_0 > 0$). Припустимо також, що перехід обсягу ресурсу, котрий визначається дійсним числом $x_{i-1} > 0$ у момент часу $t=i-1$ до ресурсу обсягом $x_i > 0$, що відповідає моменту часу $t=i$, можна описати співвідношенням:

$$x_i = \alpha_i x_{i-1} \tag{3.21}$$

де $\alpha > 0$ — невід'ємний коефіцієнт елементарного переходу від x_{i-1} до x_i , $i=1, 2, \dots, n$.

З (3.21) випливає:

$$x_n = x_0 \prod_{i=1}^n \alpha_i \tag{3.22}$$

де $x_0, x_n, \alpha_i \in \mathbb{R}^1, x_0 > 0, \alpha_i > 0, i = 1, \dots, n$. У частковому випадку, коли всі коефіцієнти елементарних переходів є однаковими ($\alpha_i = \alpha > 0, i = 1, \dots, n$), формула (3.22) набуває вигляду:

$$x_n = \alpha^n x_0 = x_0 \exp(n \ln \alpha) \quad (3.23)$$

що вказує на експоненційну залежність обсягу ресурсу від часу. Тому $x_n \rightarrow \infty$, якщо $\alpha > 1$; $x_n \rightarrow 0$, якщо $\alpha < 1$.

Якщо спостережувані значення $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ інтерпретувати як реалізації випадкових величин $\tilde{\alpha}_1, \dots, \tilde{\alpha}_n$ то формула (3.22) перетворюється у таку стохастичну мультиплікативну модель динаміки ресурсу на дискретному відрізку часу $(0, n)$:

$$\tilde{x}_n = x_0 \prod_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i \quad (3.24)$$

де \tilde{x}_n — випадкова величина обсягу ресурсу в момент $t=n$.

Припустимо, що всі випадкові коефіцієнти елементарних переходів є незалежними і кожен з них має логнормальний закон розподілу ($\tilde{\alpha}_i \in L_n(\mu_i, \sigma_i^2)$), де μ_i, σ_i^2 — відповідно математичне сподівання та дисперсія логнормально розподіленої випадкової величини $\tilde{\alpha}_i$:

$$M(\ln \tilde{\alpha}_i) = \mu; D(\ln \tilde{\alpha}_i) = \sigma_i^2$$

Функція щільності розподілу $\tilde{\alpha}_i$, запишеться так:

$$f(\alpha; \tilde{\alpha}_i) = \frac{1}{\alpha \sigma_i^{2\delta} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln \alpha - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right], \alpha > 0. \quad (3.25)$$

Вираз для математичного сподівання:

$$m_i = M(\tilde{\alpha}_i) = \int_0^\infty \alpha f(\alpha; \tilde{\alpha}_i) d\alpha = \exp\left[\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}\right] \quad (3.26)$$

Другий початковий момент:

$$M(\tilde{\alpha}_i^2) = \int_0^\infty \alpha^2 f(\alpha; \tilde{\alpha}_i) d\alpha = \exp(\mu_i + 2\sigma_i^2) \quad (3.27)$$

Дисперсія:

$$S_i^2 = D(\tilde{\alpha}_i^2) = M(\tilde{\alpha}_i^2) - m_i^2 = \exp(2\mu_i + 2\sigma_i^2) - \exp(2\mu_i + \sigma_i^2) \quad (3.28)$$

Знайдемо тепер функцію розподілу випадкового коефіцієнта:

$$\tilde{\alpha}_{1,n} = \prod_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i \quad (3.29)$$

Очевидно, що в цьому випадку коефіцієнти $\tilde{\alpha}_{1,n}$ мають логнормальний закон розподілу:

$$(\tilde{\alpha}_{1,n} \in L_n(\mu, \sigma^2))$$

З параметрами:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (3.30)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (3.31)$$

Звідси легко отримати вираз для математичного сподівання:

$$m_i = M(\tilde{\alpha}_i) = \exp\left[\sum_{i=1}^n \mu_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right] \quad (3.32)$$

другого початкового моменту

$$M(\tilde{\alpha}_{1,n}^2) = \exp\left[2 \sum_{i=1}^n \mu_i + 2 \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right] \quad (3.33)$$

та дисперсії

$$S_{1,n}^2 = \exp\left[2 \sum_{i=1}^n \mu_i + 2 \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right] - \exp\left[2 \sum_{i=1}^n \mu_i + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right] \quad (3.34)$$

Отримаємо також вираз для випадкової величини \tilde{x}_n :

$$\tilde{x}_n = x_0 \tilde{\alpha}_{1,n} \quad (3.35)$$

Для прогнозування обсягу ресурсу, що здійснюється у момент $t=0$ на момент часу $t=n$, можна використати математичне сподівання \bar{x}_n випадкової величини \tilde{x}_n :

$$\bar{x}_n = M(\tilde{x}_n) = x_0 M(\tilde{\alpha}_{1,n}) = x_0 m_{1,n} \quad (3.36)$$

Точність такого прогнозу природно оцінити за допомогою середньоквадратичного відхилення:

$$S_n = \sqrt{D(\tilde{x}_n)} = x_0 \sqrt{D(\tilde{\alpha}_{1,n})} = x_0 S_{1,n} \quad (3.37)$$

яке можна використати для побудови довірчого інтервалу:

$$[\bar{x}_n - \gamma S_n, \bar{x}_n + \gamma S_n] \quad (3.38)$$

Щодо можливих значень прогнозованої величини ресурсу в момент $t=n$, коефіцієнт $\gamma > 0$ обирається так, щоб забезпечити задану ймовірність потрапляння значень випадкової величини ресурсу \tilde{x}_n у відрізок (3.38) або ймовірність $(\alpha=1-\gamma)$ (ризик) того, що випадкова величина \tilde{x}_n сягне за межі вказаного відрізка.

Якщо всі незалежні випадкові величини $\tilde{\alpha}_i, i=1, \dots, n$ мають один і той самий логнормальний закон розподілу з параметрами $\mu, \sigma^2 (\tilde{\alpha}_i \in L_n(\mu, \sigma^2))$, то можна запропонувати наведену нижче схему оцінювання параметрів μ та σ^2 .

Нехай спостерігається низка послідовних значень x_0, x_1, \dots, x_k обсягу ресурсу. Припускаючи, що всі ці значення невід'ємні, обчислюємо низку значень $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ коефіцієнта елементарного переходу:

$$\alpha_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}, \quad i=1, \dots, k. \quad (3.39)$$

Згідно з нашою моделлю низку значень $\ln \alpha_i, i = 1, \dots, k$ можна розглядати як просту випадкову вибірку обсягу k з генеральної сукупності, що описується нормальним законом розподілу з математичним сподіванням μ і дисперсією σ^2 . Тому обґрунтованою, незміщеною й ефективною оцінкою для параметра слугує вибіркове математичне сподівання:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \alpha_i \quad (3.40)$$

а обґрунтованою й незміщеною оцінкою параметра σ^2 — вибіркова дисперсія:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (\ln \alpha_i - \bar{\mu})^2 \quad (3.41)$$

Можна отримати й емпіричні формули для прогнозованої величини \hat{x}_n обсягу ресурсу на момент часу $t=n$, середньоквадратичне відхилення \hat{S}_n цього прогнозу (для оцінки його точності):

Однією з проблем, що виникають у ході практичної реалізації викладеної вище методики прогнозування динаміки фінансових ресурсів, є те, що передбачаються досить широкі межі для оцінки можливих відхилень фактичних величин від прогнозних. Натомість величина \hat{S}_n , що визначає ці

межі, як правило, швидко зростає зі збільшенням номера кожного наступного періоду. Усе це знижує практичну цінність отримуваних результатів.

Очевидно, що значення n , починаючи з якого швидкість розходження меж довірчого інтервалу суттєво зростає, може визначатися за умови:

$$(\widehat{S}_n)'' = 0 \quad (3.44)$$

З (3.44) можна отримати:

$$n^* = \frac{\ln \left(\frac{1}{1-b} \right) (1 + \sqrt{1+b^2}) + b^2}{\bar{\sigma}^2} \quad (3.45)$$

де

$$b = \frac{2\bar{\mu} + \bar{\sigma}^2}{2(\bar{\mu} + \bar{\sigma}^2)} \quad (3.46)$$

Гіпотеза щодо логнормального закону розподілу коефіцієнтів елементарного переходу забезпечує зручність і простоту мультиплікативних перетворень, що, на жаль, не поширюється на операції адитивного характеру. Практично всі конкретні фінансові ресурси пов'язані тими чи іншими адитивними співвідношеннями, як-от, наприклад, сума всіх депозитів складається із суми трансакційних, ощадних та інших депозитів. Відповідно, узявши гіпотезу щодо логнормального закону розподілу коефіцієнтів переходу для окремих видів депозитів, ми автоматично визначаємо закон розподілу для аналогічних коефіцієнтів сумарних депозитів, який не буде логнормальним. Найбільш раціональним вбачається саме такий підхід до розв'язання цієї суперечності.

Ураховуючи те, що сума незалежних випадкових величин розподілена за нормальним законом, на практиці можна вважати, що розподіл коефіцієнтів елементарного переходу для сумарного фінансового ресурсу можна апроксимувати логнормальним, особливо тоді, коли значення їхніх параметрів мало відрізняються.

3.4. Моніторинг стохастичної динаміки фінансового ресурсу банку.

Побудована вище мультиплікативна стохастична модель визначає достатню точність прогнозів на обмежений часовий період прогнозування, що характеризується незмінністю умов. Звідси стає актуальною задача щодо розроблення методів оперативного та ефективного визначення моменту зміни чинників, які впливають на динаміку ресурсу (момент зміни значень μ , σ^2). Вона може бути розв'язана за рахунок моніторингу (постійного відстежування) значень математичного сподівання $m_i = M(\tilde{\alpha}_i)$ та дисперсії $S_i^2 = D(\tilde{\alpha}_i)$ випадкових коефіцієнтів елементарного переходу $\tilde{\alpha}_i$, $i=1, \dots, n, \dots$

Значення m_i визначає очікувану зміну ресурсу в разі переходу від моменту часу $t=i-1$ до наступного моменту $t=i$: якщо $m_i < 1$ ($m_i > 1$), то можна очікувати зменшення (збільшення) ресурсу, а коли $m_i = 1$, то суттєвих змін обсягу ресурсу не передбачається. Дисперсія S_i^2 визначає ступінь невизначеності очікуваної величини ресурсу і може слугувати за оцінку ступеня ризику фінансово-економічних операцій, що орієнтуються на очікуваний обсяг ресурсу.

Оскільки математичне сподівання

$$m_i = M(\tilde{\alpha}) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (3.47)$$

і дисперсія

$$\sigma^2 = D(\tilde{\alpha}) = \exp(2\mu + 2\sigma^2) - \exp(2\mu + \sigma^2) \quad (3.48)$$

випадкового коефіцієнта елементарного переходу $\tilde{\alpha} \in L_n(\mu, \sigma^2)$ однозначно взаємозв'язані з параметрами

$$\mu = M(\ln \tilde{\alpha}) = 2 \ln m - \ln \sqrt{m^2 + S^2} \quad (3.49)$$

$$\sigma^2 = D(\tilde{\alpha}) = \ln(m^2 + S^2) - 2 \ln m \quad (3.50)$$

відповідної випадкової, розподіленої за нормальним законом величини $\ln \tilde{\alpha} \in N(\mu, \sigma^2)$, то моніторинг параметрів m_i , S_i^2 може редукуватись до відстежування математичного сподівання μ_i , та дисперсії σ_i^2 , розподілених за

нормальним законом випадкових величин, для котрих розроблено солідний арсенал засобів статистичного дослідження. Отже, для здійснення моніторингу параметрів m_i , S_i^2 стохастичної динаміки ресурсу можна запропонувати таку схему:

Нехай системний аналітик спостерігає низку послідовних значень обсягу ресурсу x_0, x_1, \dots, x_n . Вважаючи, що всі ці величини невід'ємні, обчислюємо низку значень $\alpha_1, \dots, \alpha_n$:

$$\alpha_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}, i = 1, \dots, n.$$

Згідно з мультиплікативною стохастичною моделлю динаміки ресурсу низку значень $\ln \alpha_i, i=1, \dots, n$ можна інтерпретувати як ряд однократних реалізацій незалежної нормально розподіленої випадкової величини $\ln \tilde{\alpha} \in N(\mu_i, \sigma_i^2), i= 1, \dots, n$. Для моніторингу математичного сподівання (тренду) цього ряду можна використати ковзне середнє k -го порядку $\bar{\mu}(i; k)$, яке обчислюється за формулою:

$$\bar{\mu}(i, k) = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i \ln \alpha_j \quad (3.51)$$

Для моментів часу $i = k, k+1, \dots, n$. Аналогічно обчислюється ковзна дисперсія k -го порядку

$$\bar{\sigma}^2(i, k) = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i (\ln \alpha_j - \bar{\mu}(i, k))^2 \quad (3.52)$$

де $i= k, k + 1, \dots, n$. Підставляючи (3.51), (3.52) у формули (3.47), (3.48), отримаємо вирази шуканих ковзних оцінок для математичного сподівання та дисперсії випадкового коефіцієнта i -го елементарного переходу $\tilde{\alpha}(i) \in L_n(\mu_i, \sigma_i^2)$.

$$\bar{m}(i, k) = \exp \left[\bar{\mu}(i; k) + \frac{\bar{\sigma}^2(i; k)}{2} \right] \quad (3.53)$$

$$\bar{S}^2(i; k) = \exp(2\bar{\mu}(i; k) + 2\bar{\sigma}^2(i; k)) - \bar{m}^2(i; k), i = k, k + 1, \dots, n. \quad (3.54)$$

Якщо, зокрема, припустити, що в момент $t=0$ є одиничний обсяг ресурсу ($x_0 = 1$), то величина $\bar{m}(i; k)$ має зміст обсягу ресурсу на момент $t = i$.

Однією з цілей моніторингу стохастичної динаміки ресурсу є своєчасне виявлення зміни параметрів m_i, S_i^2 (параметрів μ_i, σ_i^2) цієї динаміки. У простому випадку таку зміну можна подати як перехід від ряду значень $\ln \alpha_1, \dots, \ln \alpha_{n_1}$, що являє собою n_1 -кратну реалізацію нормально розподіленої випадкової величини $\ln \bar{\alpha}_1 \in N(\mu_1, \sigma_1^2)$ до ряду значень $\ln \alpha_{n_1+1}, \dots, \ln \alpha_{n_1+n_2}$ що становить n_2 -кратну реалізацію нормально розподіленої випадкової величини $\ln \bar{\alpha}_2 \in N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Якщо припустити, що дисперсії цих двох рядів спостережень однакові ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) то перевірку статистичної гіпотези щодо рівності математичних сподівань ($H_0: \mu_1 = \mu_2$) можна здійснити за допомогою критерію Стюдента:

$$T(n_1, n_2) = \frac{\bar{\mu}(n_1; n_2) - \bar{\mu}(n_1 + n_2; n_2)}{\bar{\sigma}(n_1, n_2) \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (3.55)$$

де

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{(n_1 - 1)\bar{\sigma}^2(n_1; n_2) + (n_2 - 1)\bar{\sigma}^2(n_1 + n_2; n_2)}{n_1 + n_2 - 2} \quad (3.56)$$

Зафіксувавши рівень довіри $\beta \in (0, 1)$ чи рівень допустимого ризику ($\gamma = \beta - 1$) щодо вихідної гіпотези $H_0: \mu_1 = \mu_2$ й обчисливши відповідне критичне значення $T(\beta; \gamma)$ для критерію Стюдента з $\nu = n_1 + n_2 - 2$ ступенями свободи, беремо вихідну гіпотезу H_0 за умови $|T(n_1, n_2)| \leq T(\beta; \nu)$ і відхиляємо цю гіпотезу на користь альтернативи $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (чи на користь альтернативи $H_2: \mu_1 < \mu_2$ — залежно від знака величини $T(n_1, n_2)$) за умови $|T(n_1, n_2)| > T(\beta; \nu)$.

Наведену процедуру виявлення статистично значущих змін параметра μ можна включити в загальну схему моніторингу ресурсу.

Для моментів часу $i = k, k+1, \dots, n$ обчислюється «ковзний» дріб Стюдента:

$$T(i, k) = \frac{\bar{\mu}(k; k) - \bar{\mu}(i; k)}{\bar{\sigma}(k, i) \sqrt{\frac{2}{k}}} \quad (3.57)$$

де

$$\bar{\sigma}^2(k, i) = \frac{\bar{\sigma}^2(k; k) + \bar{\sigma}^2(i; k)}{2} \quad (3.58)$$

і для значень $i=2k, 2k+1, \dots, n$ перевіряється гіпотеза H_0 за допомогою критерію Стюдента з $\nu=2(k-1)$ ступенями свободи.

Процедуру перевірки статистичної гіпотези $H_0: \mu_1=\mu_2$ за допомогою критерію Стюдента можна поширити і на випадок нерівних дисперсій σ_1^2, σ_2^2 . Численні дослідження показують, що за нерівних дисперсій доречно використовувати критерій Стюдента з кількістю ступенів свободи ν , що лежать в інтервалі від $k-1$ до $2(k-1)$.

Аналогічно проводиться моніторинг дисперсії σ_1^2 для періодичної перевірки гіпотези щодо рівності дисперсій на різних, що не перетинаються, відрізках часу. Для цього обчислюється «ковзний» дріб дисперсій:

$$F(k, i) = \frac{\bar{\sigma}^2(i; k)}{\bar{\sigma}^2(k; k)} \quad (3.59)$$

для моментів часу $i=k, k+1, \dots, n$.

Якщо зафіксувати ступінь допустимого ризику γ (чи рівень довіри $\beta=1-\gamma$ щодо гіпотези $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$ де σ_1^2 — постійна дисперсія випадкових величин $\ln \bar{\alpha}_1, \dots, \ln \tilde{\alpha}_k$, σ_2^2 — дисперсія випадкових величин $\ln \bar{\alpha}_{i-k+1}, \dots, \ln \tilde{\alpha}_i$. $i=k, k+1, \dots, n$, то гіпотезу H_0 можна перевірити порівнянням обчислюваної величини $F(i, k)$ з критичним значенням $F(\beta, \nu_1, \nu_2)$ F -критерію зі ступенями свободи $\nu_1=\nu_2=k-1$.

3.5. Рекурентні моделі динаміки фінансових ресурсів.

Зазначимо, що прибуток, який отримує банк в окремі періоди часу, не може бути єдиним показником ефективності його діяльності. Окрім прибутку, потрібно враховувати ще й такі характеристики, як обсяг власних коштів (власного капіталу), темпи його зміни, ринкову вартість банку тощо.

Уведемо позначення:

t — індекс періоду ($t = 1, \dots, T$);

g_t — обсяг власних коштів (засобів) фірми у t -й період;

x_t — обсяг залучених коштів (засобів) фірми у t -й період;

ν — усереднена норма витрат на одиницю залучених засобів;

u — усереднена норма доходу на одиницю використуваних засобів;

θ — частка власних засобів, що перетворюються в активи, тобто використуваних для отримання доходу;

(vx_t) — витрати на залучення засобів у t -й період;

$u(\theta g_{t-1} + x_t)$ — дохід t періоду.

Величина власних засобів визначається за допомогою рекурентного співвідношення:

$$g_{t+1} = g_t + u(\theta g_t + x_{t+1}) - vx_t. \quad (3.60)$$

Описана модель ґрунтується на таких гіпотезах, що спрощують реальну ситуацію:

- незмінність норм u , v , θ для всіх періодів t , що зумовлює можливість безпосереднього використання даної моделі для відносно короткострокових часових періодів;
- зміна обсягів залучених та використуваних засобів, а також витрати й отримання доходів відбувається дискретно.

Співвідношення (3.60) є лінійним різницевим рівнянням, для розв'язку котрого можна, зокрема, використати Z-перетворення. Апарат інтегральних та дискретних перетворень ґрунтується на взаємовідповідності однозначної функції (зображення) з відповідною функцією дійсної змінної (оригіналом). Для важливих класів задач це дозволяє здійснювати більш прості операції над зображеннями, що широко використовується для розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь (інтегральні перетворення) та в теорії імпульсних систем (дискретне перетворення Лапласа, Z-перетворення).

Нагадаймо, що Z-перетворенням функції дискретного аргументу $f(k) = f_k$, $k=0, 1, \dots$ називають функцію

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k}$$

визначену на певній області комплексної площини.

Перетворимо для зручності вираз (3.60) до вигляду

$$g_{t+1} = (1 + u\theta)g_t + ux_{t+1} - vx_t \quad (3.61)$$

або

$$g_{t+1} - \rho g_t = ux_{t+1} - vx_t \quad (3.62)$$

де

$$\rho = 1 + u\theta \quad (3.63)$$

Величину ρ можна трактувати як норму накопичення власних засобів (коштів) фірми (банку) впродовж одного періоду.

3.6. Багатоетапна динаміка фінансових ресурсів на підставі мультиплікативної стохастичної моделі.

Розгляньмо відносно просту ситуацію. Вважатимемо, що обсяги залучених засобів (коштів) за періодами є деяким зовнішнім чинником, динаміку котрого можна описати за допомогою введеної в п. 3.3. мультиплікативної стохастичної моделі.

Обсяг залучених коштів у період $t + 1$ можна подати як

$$x_{t+1} = x_0 \prod_{i=1}^t \tilde{\alpha}_i \quad (3.64)$$

де коефіцієнти приростів $\tilde{\alpha}_i$ — випадкові величини, розподілені згідно з логнормальним законом із параметрами μ_i та σ_i . Припускається, що μ_i залежать від v ($\tilde{\alpha}_i \in L_n(\mu_i(v), \sigma_i)$). Отже, рівняння (3.62) матиме вигляд:

$$g_{t+1} - \rho g_t = x_0 (u\tilde{\alpha}_{t+1} - v) \prod_{i=1}^t \tilde{\alpha}_i \quad (3.65)$$

Розв'язок даного рівняння можна відшукати, використовуючи метод Дюамеля для Z-перетворення. Для цього розглянемо допоміжне рівняння:

$$g_{t+1} - \rho g_t = \delta_t, g_0 = 0 \quad (3.66)$$

де

$$\delta_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 - t = 0 \\ 0, & \text{якщо } 0 - t > 0 \end{cases} \quad (3.67)$$

Нехай $g_t \rightarrow G(z)$ і $\delta_t \rightarrow 1$ — Z-перетворення функцій g_t і δ_t . Тоді $g_{t+1} \rightarrow ZG(Z)$, а зображення рівняння для (3.66) матиме вигляд:

$$ZG(Z)-Pg(z)=1 \quad (3.68)$$

Отже,

$$G(Z) = \frac{1}{Z-\rho} = \frac{1}{Z} \frac{Z}{Z-\rho} \quad (3.69)$$

Оригіналом для

$$\frac{1}{Z-\rho}$$

послугує послідовність ρ^t . Маємо з відомих властивостей Z-перетворення:

$$g_t = \begin{cases} 0, & \text{якщо } 0-t=0 \\ \rho^{t+1}, & \text{якщо } 0-t > 0 \end{cases} \quad (3.70)$$

Щоб привести рівняння (3.65) до нульової початкової умови, введемо нову змінну $h_t = g_t - g_0$. Якщо припустити, що

$$\tilde{A}_t = x_0 (u\tilde{\alpha}_{t+1} - v) \prod_{i=1}^t \tilde{\alpha}_i \quad (3.71)$$

то рівняння для h_t набере вигляду:

$$h_{t+1} - \rho h_t = \tilde{A}_t + (\rho - 1)g_0 \quad (3.72)$$

Після низки перетворень знайдемо, що

$$h_t = (\rho^t - 1)g_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \tilde{A}_i \rho^{t-i-1} \quad (3.73)$$

Таким чином, маємо розв'язок різницевого рівняння (3.65):

$$g_t = \rho^t g_0 + x_0 (u\tilde{\alpha}_{t+1} - v) \sum_{i=0}^{t-1} \left(\prod_{j=1}^i \tilde{\alpha}_j \right) \rho^{t-i-1} \quad (3.74)$$

Якщо коефіцієнти елементарного переходу мають однакові розподіли для всіх моментів $t(\tilde{\alpha}_t = \tilde{\alpha})$, розв'язок (3.74) набуде вигляду:

$$g_t = \rho^t g_0 + x_0 (u\tilde{\alpha}_{t+1} - v) \sum_{i=0}^{t-1} (\tilde{\alpha}^i \rho^{t-i-1}) = g_0 \rho^t + x_0 (u\tilde{\alpha}_{t+1} - v) \frac{\tilde{\alpha}^t - \rho^t}{\tilde{\alpha} - \rho} \quad (3.75)$$

Використовуючи результати, отримані за допомогою стохастичних мультиплікативних моделей, прогноз обсягів залучених коштів на момент $t+1$ матиме вигляд:

$$\bar{x}_{t+1} = \bar{A}^t x_0, \bar{A} = \exp\left(\bar{\mu}_0 + \frac{\bar{\sigma}_0^2}{2}\right)_0, \quad (3.76)$$

де x_0 — обсяг залучених коштів на початковий момент ($t = 0$); $\bar{\mu}_0, \bar{\sigma}_0$ — оцінки значень параметрів μ, σ відповідно.

Згідно з гіпотезою щодо взаємної незалежності коефіцієнтів переходу α_t , замінивши їх у формулі (3.75) відповідними оцінками, отримаємо вираз для прогнозного значення обсягу власних коштів на момент t :

$$\bar{g}_t = g_0 \rho^t + x_0 \frac{u\bar{A} - v}{\bar{A} - \rho} (A^t - \rho^t) \quad (3.77)$$

де \bar{A} можна отримати з (3.76).

В окремому випадку, якщо $\rho \approx \bar{A}$, після розкриття невизначеності $\frac{\bar{A}^t - \rho^t}{\bar{A} - \rho}$ вираз (3.77) матиме більш компактну форму:

$$\bar{g}_t = g_0 \bar{A}^t + x_0 (u\bar{A} - v) t \bar{A}^{t-1} \quad (3.78)$$

Формули (3.77) та (3.78) мають чітку економічну інтерпретацію — обсяг власних коштів фінансової фірми на момент часу t залежить від двох складових (у межах сформованої моделі):

- $g_0 \rho^t$ — величини початкового капіталу з урахуванням політики накопичення;
- $x_0 \frac{u\bar{A} - v}{\bar{A} - \rho} (A^t - \rho^t)$ — результат діяльності щодо залучення коштів та

отримання доходів від активної та раціонального використання їх.

Можна здійснити графічну ілюстрацію «поведінки» послідовності \bar{g}_t стосовно різних значень норми витрат на залучення коштів (v).

Розгляньмо приклади для демонстрації означених методів на концептуальному рівні.

За статистичну базу візьмімо щорічну фінансову звітність довільного банку. Так, у табл. 3.1 містяться дані щодо динаміки власного капіталу, зобов'язань та обсягів відсоткових доходів цього банку (у млн. грн.) за період 2000—2005 роки. На підставі цих даних знайдемо оцінки значень норми доходу від застосування коштів \hat{u} як усереднене відношення відсоткового доходу U_t до всього капіталу $x_t + g_t$ і норми витрат на їх залучення \hat{v} , що дорівнюють

усередненому відношенню відсоткових витрат V_t до обсягу зобов'язань попереднього періоду x_{t-1} .

Таблиця 3.1

Динаміка власного капіталу,
зобов'язань, відсоткових доходів і витрат банку.

Рік	Зобов'язання x_t	Власний капітал g_t	Відсотковий дохід U_t	Відсоткові витрати V_t	Чистий відсотковий дохід $U_t - V_t$
2000	34038	2606	2065	1131	934
2001	33207	2881	1808	836	972
2002	36226	3062	2087	1030	1057
2003	39225	3487	2634	1447	1188
2004	48096	4025	2785	1419	1366
2005	51193	4961	3093	1599	1494

Ураховуючи, що з розгляду вилучені такі чинники, як невідсоткові доходи і витрати, витрати на сплату податків тощо, для зіставлення обсягів чистого відсоткового доходу $U_t - V_t$, з приростами власного капіталу Δg_t , треба ввести нормуючий коефіцієнт $\frac{\Delta g_t}{U_t - V_t}$. Після множення на нього первинних оцінок норм доходу та витрат (\hat{u}, \hat{v}) отримаємо оцінки (\bar{u}, \bar{v}) . Використовуючи для знаходження оцінки величини коефіцієнта елементарного переходу обсягів зобов'язань \bar{A} формулу (3.76) і підставляючи замість u та v оцінки їх \bar{u} та \bar{v} у формулу (3.77), можна отримати прогностні значення обсягів власного капіталу \bar{g} по роках розглядуваного періоду. Результати обчислень подано у вигляді таблиці (табл.3.2)

Таблиця 3.2

Фактичні та прогностні значення обсягу власного капіталу банку.

Рік	Зобов'язання x_t	Власний капітал – факт, g_t	Власний капітал – прогноз, \bar{g}_t	Зокрема		Відхилення прогнозу від факту, %
				$g_0 \rho$	$x_0 \bar{u} \bar{A} - \bar{v} (\bar{A}^t - \rho^t)$	
					$\bar{A} - \rho$	
2000	34038	2606	-	-	-	-
2001	33207	2886	3053	2609	445	-6,0
2002	36226	3062	3541	2612	939	-15,7
2003	39225	3487	4072	2615	1457	-16,8
2004	48096	4025	4651	2618	2033	-15,6
2005	51193	4961	5281	2621	2660	-6,5

Припустимо відповідно $\Theta=0,05$, $\rho=1,001$.

Відносно високий рівень відхилення між розрахунковими і фактичними обсягами адекватний рівню похибки, закладеної у використовуваних даних.

Розвивати викладений вище підхід можна, наприклад, таким чином. Для вивчення впливу рішень, що їх приймає фінансова фірма відносно політики залучення ресурсів, на динаміку її розвитку (зокрема на динаміку власного капіталу) можуть досить ефективно використовуватись рекурентні динамічні моделі, котрі ґрунтуються на математичному апараті лінійних різницевих рівнянь.

Для побудови прогнозів очікуваних значень обсягів фінансових ресурсів депозитної природи, акумульованих за рахунок коштів значної кількості вкладників (однотипових рахунків), можуть бути використані стохастичні моделі банківських депозитів, у яких за основу можна взяти гіпотезу щодо можливості опису процесів, які зумовлюють зміну кількості рахунків і кількості операцій з ними за допомогою випадкових величин, розподілених за законом Пуассона, а коефіцієнтів відносної зміни рахунків у розрізі окремих операцій — за допомогою випадкових величин, що мають логнормальний закон розподілу.

4. Моніторинг оптимізації ресурсного забезпечення ліквідності банку.

4.1 Ліквідність банку як об'єкт фінансового управління

Розвиток банківської системи в умовах ринкових трансформацій потребує забезпечення ефективного функціонування основних інституцій. Стратегічний підхід до управління та планування банківською діяльністю дає змогу зберегти або покращити позиції банку на фінансовому ринку, досягти визначених цілей, уникнути фінансових, у тому числі банківських ризиків, привести у відповідність основні показники діяльності.

Серед елементів управління банківською діяльністю можна виокремити як і фінансовий аспект, який передбачає проведення аналізу фінансового стану банку, так і дослідження його цінової політики, управління активами і пасивами, визначення тих чинників та показників, які в майбутньому вплинуть на фінансову стійкість та надійність банку.

У системі фінансового управління серед об'єктів першочергового значення важливе місце посідає ліквідність, від стану якої залежить не тільки оцінка діяльності банку іншими учасниками ринку, а й і його фінансова діяльність.

Ліквідність є одним із ключових понять у банківській діяльності, основою характеристик надійності та стійкості банківських інститутів. Не відносячи до основних цілей банківської діяльності, наприклад, отримання прибутку, організація інвестицій в тій чи іншій галузі економіки, організація та розвиток системи розрахунків, проблеми управління ліквідністю посідають важливе місце у діяльності банків, оскільки підтримання належного рівня їх ліквідності дає змогу постійно залишатися платоспроможним, створюючи цим достатні умови для досягнення основних цілей банківської діяльності та стійкого розвитку національної економіки.

Для побудови оптимальної схеми управління ліквідністю менеджерам банку потрібно, на наш погляд, сконцентрувати увагу на таких моментах:

- наявності різних видів ліквідності;
- існуванні тісного взаємозв'язку між ліквідністю і такими складовими діяльності банку, як дохідність та ризик;
- важливості ризику ліквідності в системі банківських ризиків;
- різних підходах щодо управління ліквідністю у звичайних умовах та в умовах зростання кризи ліквідності.

Розвиток економічних відносин у світі за останні десятиліття зумовив ускладнення фінансової системи і, як наслідок, банківської діяльності. Такі тенденції не могли не вплинути на проблеми управління банківською ліквідністю. Внаслідок цього на кожному етапі розвитку стали динамічно змінюватись не тільки завдання та заходи управління ліквідністю, а й економічна суть самого поняття ліквідність.

Враховуючи відмінності функціонування в економічних механізмах України та країн Європи, на даний час поняття ліквідності в наукових працях іноземних та вітчизняних авторів трактується по різному як за формою, так і за змістом. Принципова відмінність визначення, на наш погляд, пов'язана з різним тлумаченням проявів ліквідності.

Термін “ліквідність” походить від латинського liquidus, що в перекладі означає рідкий, текучий, тобто ліквідність характеризується легкістю в реалізації, продажі, перетворенні матеріальних цінностей та інших активів у грошові кошти.

У науковій літературі 20-х рр. ХХ ст. розрізняли поняття “ліквідитет” і “ліквідність”. Так ліквідитет розуміли як рівновагу груп статей активу і пасиву балансу, які мають приблизно однакові терміни оплати. В балансі банку розрізняли три ступені (ранги) ліквідитета. До першої групи за пасивом належали поточні рахунки, безтермінові вклади, неоплачені переводи, рахунки-лоро; в активі цієї групи рахунків були каса, рахунки ностро, враховані короткотермінові векселі, трати і девізи. До другої групи належали: за пасивом – термінові вклади, за активом – процентні цінні папери, термінові позики. До третьої групи належали всі інші рахунки активу і пасиву.

В Інструкції про порядок регулювання діяльності банків в Україні, затвердженій Постановою Правління НБУ від 28 серпня 2001 р. № 368, подається ширше трактування поняття ліквідності. Ліквідність банку визначається, як “здатність банку забезпечити своєчасне виконання своїх грошових зобов’язань, яка визначається збалансованістю між строками і сумами погашення розміщених активів та строками і сумами виконання зобов’язань банку, а також строками та сумами інших джерел і напрямів використання коштів”

Таким чином, визначення ліквідності банку, який діє на сучасних фінансових ринках, має передбачати: здатність активів перетворюватися в засоби платежу; здатність банку розраховуватись за свої зобов’язання у будь-який момент; здатність банку залучати додаткові ліквідні кошти на фінансових ринках. Отже, ліквідність слід розуміти, як здатність банку своєчасно та з мінімальними витратами виконувати вимоги щодо виплати за своїми зобов’язаннями та бути готовим задовольнити потреби в кредиті клієнтів банку.

Із визначення випливає, що основними чинниками ліквідності є такі: час; джерела ліквідності; типи платіжних засобів. Залежно від джерела формування ліквідності банку, виокремлюють купівельну та нагромаджену ліквідність.

Купівельна або залучена ліквідність пов’язана із залученням банком коштів на фінансових ринках. Проте їх здатність позиціювання на ринку неоднакова і залежить насамперед від розміру банку. Таким чином, оскільки доступ банків на ринку міжбанківських кредитів в Україні обмежений, а залучення коштів від клієнтів залежить від “репутації” капіталу, то це накладає певні обмеження на використання стратегії управління ліквідністю через управління пасивами банків.

Нагромаджена ліквідність є внутрішнім джерелом коштів у тому розумінні, що вона “утворюється” у формі визначених активів у балансі банку. Така ліквідність реалізується або створюється, коли активи трансформуються в готівку. З даним видом ліквідності пов’язаний такий метод управління ліквідністю, як “перетворення активів”, або “переміщення активів”.

Слід зазначити, що це “перетворення активів” може бути або дискреційним (тобто здійснюється на розсуд менеджерів), або недискреційним. Недискреційні перетворення – це ті, які відбуваються без будь-якого рішення, спрямовані на збільшення коштів. Вони здійснюються у формі погашення кредитів і цінних паперів, які надходять у банк у вигляді платежів за кредит. Якщо недискреційні перетворення заздалегідь плануються, щоб отримати очікуваний потік готівки від позичальників, обґрунтування такої стратегії відоме під назвою теорії очікуваного доходу. Ця теорія є придатною при використанні технології “управління розривами” як тактичного інструментарію в управлінні ліквідністю.

Поточна ліквідність банку пов’язана з щоденним моніторингом вхідних та вихідних грошових потоків для задоволення операційних потреб банку в грошових коштах (тобто розуміння ліквідності як ліквідність-потік). З цією метою складаються поточні плани (від 1 до 10 днів), або плани ліквідності.

Ліквідність банку базується на постійному підтриманні об’єктивно необхідного співвідношення між трьома її складовими – власним капіталом банку, залученими та розміщеними коштами шляхом оперативного управління їх структурними елементами.

З врахування цього в світовій банківській теорії та практиці ліквідність розуміють як запас, або потік. Так, ліквідність як запас дає змогу визначити рівень можливості банку виконати свої зобов’язання перед клієнтами на певну дату шляхом зміни структури активів на користь їх високоліквідних статей за рахунок невикористаних резервів, які є в цій сфері. Вона передбачає наявність у балансі банку певної кількості активів, які можуть бути спрямовані на погашення зобов’язань банку перед клієнтами. Таким чином, ліквідність-запас характеризує ліквідність банку на певний момент і відображає наявність ресурсів для задоволення зобов’язань на даний момент. Разом із цим, такий показник недостатньо повно відображає реальну суть ліквідності, яка є доволі динамічною і змінною. Це, зокрема, виявляється у ситуації, коли банк володіє достатнім рівнем ліквідних активів для підтримання миттєвої та поточної

ліквідності, але з часом з огляду на перевищення вхідного потоку зобов'язань над потоком трансформації вкладень у ліквідні активи втрачає здатність відповідати за зобов'язаннями. Щоб заперечити цьому і протидіяти втраті ліквідності в майбутньому, було розроблено прогресивний і комплексний підхід до характеристики ліквідності – визначення ліквідність як потік.

Ліквідність як потік аналізується з точки зору динаміки, що передбачає оцінювання здатності банку впродовж певного періоду змінювати несприятливий рівень ліквідності або запобігати погіршенню досягнутого, об'єктивно необхідного рівня ліквідності (зберігати його) шляхом ефективного управління відповідними статтями активів та пасивів, залученням додаткових коштів, підвищення фінансової стійкості через збільшення доходів. Ліквідність-потік відображає стан ліквідності запасу в майбутньому, тобто дає змогу визначити її прогностичні значення і динамічні зміни з врахуванням впливу вхідних і вихідних грошових потоків, які утворилися при придбанні банком нових зобов'язань і вимог, а також здатності банку змінювати структуру пасивів та активів. Прогнозування здійснюється на короткотермінову перспективу (від одного до трьох місяців) і характеризує поточну або короткотермінову ліквідність банку.

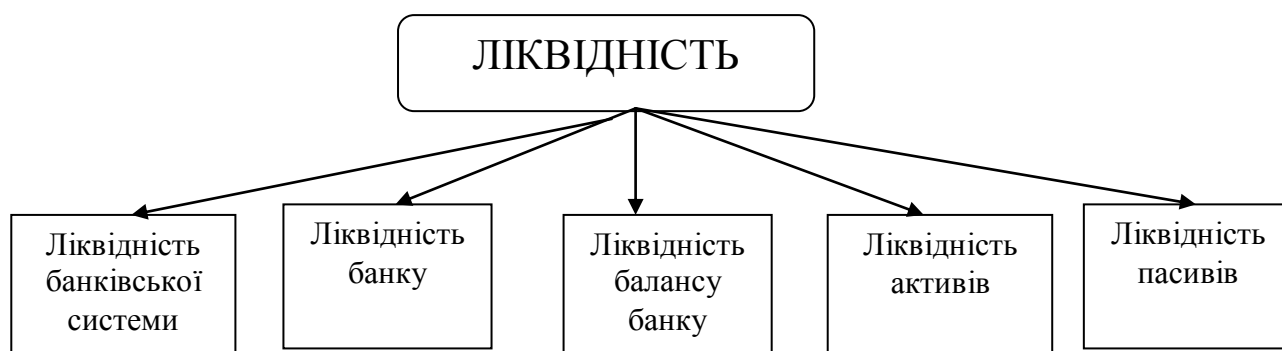
Таким чином, кожний банк має самостійно забезпечувати підтримання ліквідності шляхом аналізу її стану та прогнозувати результати діяльності й проводити політику в області формування статутного капіталу, фонду спеціального призначення. Крім цього, діяльність банків, які є посередниками між тими, що розпоряджаються грошовими коштами у вигляді вкладів, і тими, хто їх потребує, полягає в тому, щоб раціонально залучати ці кошти і надавати їх у вигляді позики або інвестувати за високими ставками для отримання доходу. Для цього банку потрібні кошти у вигляді ліквідної форми, тобто такі активи, які можуть легко і швидко перетворюватися у грошові кошти з невеликим ризиком або без нього.

Ліквідність суб'єкта загалом можна охарактеризувати за такими параметрами:

- 1) наявністю ліквідних активів для виконання зобов'язань перед постачальниками, підрядниками, бюджетом, різними кредиторами;
- 2) достатністю власних коштів для життєдіяльності (оборотних і основних коштів, які характеризуються якісними і кількісними показниками);
- 3) залежністю від зовнішніх джерел фінансування.

Основними параметрами ліквідності ринку, на наш погляд, є: високий ступінь прозорості ринку (повна інформація про ринок, вільний вхід на ринок і вихід із нього); велика кількість покупців і продавців на ринку; об'єктивний процес ціноутворення (відсутність монопольного контролю над цінами); високий ступінь мобільності ринку.

Ліквідність абстрактно вважають можливістю ефективної взаємодії суб'єктів ринку, а “економічні відносини” – результатом реалізації економічних процесів суб'єктів. На наш погляд, у сучасних економічних умовах банківську ліквідність слід розглядати як багаторівневу систему категорій, яка містить структурні елементи (рис.1.4).



Мал. 4.1. Структурні елементи банківської ліквідності.

Ліквідність банківської системи – це спроможність забезпечити своєчасне виконання всіх боргових зобов'язань перед вкладниками, кредиторами і засновниками банківських установ, можливість залучати в повному обсязі вільні кошти юридичних та фізичних осіб, надавати кредити й інвестувати розвиток економіки країни. Ліквідність банківської системи залежить від ліквідності банківських установ, НБУ і держави, а також розвитку міжбанківського ринку, що дає змогу вважати банківську систему єдиним цілим. На ліквідність банківської системи впливають зовнішній та внутрішній

борг України; рівень інвестицій; динаміка кредиторської та дебіторської заборгованості; законодавчо-нормативна база захисту кредитора.

Ліквідність банку є запорукою його стійкості, оскільки банк, який володіє достатнім рівнем ліквідності, в змозі з мінімальними затратами для себе виконувати такі функції:

- проводити платежі за дорученням клієнтів;
- повертати кредиторам (вкладникам) кошти як з настанням терміну погашення, так і достроково;
- сплачувати випущені цінні папери;
- відповідати за зобов'язаннями, які можуть відбутися в майбутньому, наприклад, за позабалансовими зобов'язаннями.

Таким чином, для банку ліквідність є необхідною умовою стійкості його фінансового стану поряд з ризикованими активними та пасивними операціями.

4.2. Регулювання ліквідності банку в умовах існуючої конкуренції

Належна оцінка ліквідності та ефективне управління нею є однією із важливих умов успішної діяльності банків. Як будь-який господарський суб'єкт, банки діють у певному економічному середовищі, яке впливає на функціонування всієї банківської системи. В умовах конкуренції для банків особливе значення набуває забезпечення конкурентоспроможності, прибутковості та перспективності розвитку. Посилення конкурентної боротьби між банками зумовлює необхідність пошуку нових підходів до підвищення дохідності своїх операцій.

Банки повинні бути зацікавлені в створенні та підтриманні власного іміджу стабільності, якості обслуговування. Тому в умовах конкуренції банки ведуть цілеспрямовану пропаганду серед потенційних клієнтів, інформуючи їх через засоби масової інформації про участь в інвестиційних аукціонах, рекламують про свої благодійні програми, що створює навколо них атмосферу стабільності і активного розвитку. Саме активність цих банків сприяє зменшенню їх кількості шляхом злиття і перетворення малих банків у філії великих. Однак ці процеси супроводжуються загостренням конкурентної

боротьби і призводять до того, що ступінь конкуренції залежить від величини активів. Чим більший банк, тим вищою є імовірність того, що його інтереси зіткнуться з інтересами конкурентів. Разом із цим, чим більший банк, тим ширше коло його клієнтів і можливість залучати нові ресурси. Незважаючи на це, середні та малі банки продовжують відігравати не менш важливу роль в економіці. Вони активно працюють з вкладниками і населенням.

Таким чином, оцінка, аналіз та управління банківською ліквідністю є одним із суттєвих чинників позиціонування банку на ринку банківських продуктів. Провідну роль у регулюванні банківської діяльності відіграє Центральний банк (Національний банк України).

З метою забезпечення стабільної діяльності банків та своєчасного виконання ними зобов'язань перед вкладниками Національний банк України згідно з Інструкцією “Про порядок регулювання діяльності банків в Україні” встановив 13 обов'язкових нормативів, серед яких:

- **нормативи капіталу:** мінімального розміру регулятивного капіталу; адекватність регулятивного капіталу; адекватність основного капіталу;

- **нормативи ліквідності:** миттєва ліквідність; поточна ліквідність; короткотермінова ліквідність;

- **нормативи кредитного ризику:** максимального розміру кредитного ризику на одного контрагента; великих кредитних ризиків; максимального розміру кредитів, гарантій і поручительств, наданих одному інсайдеру; максимального сукупного розміру кредитів, гарантій і поручительств, наданих інсайдерам;

- **нормативи інвестування:** інвестування в цінні папери окремо за кожною установою; загальної суми інвестування; норматив ризику загальної відкритої (довгої/короткої) валютної позиції банку.

Всі ці показники, як правило, носять статистичний характер. Дотримання або порушення нормативів свідчить про несвоєчасне прийняття банком управлінських рішень. Якщо виходити з тих позицій, що рівень нормативу встановлюється для захисту банку від виникнення ризикових ситуацій, то для

кожного нормативу можна визначити вид ризику, якого можна уникнути (табл.4.1).

Таблиця 4.1

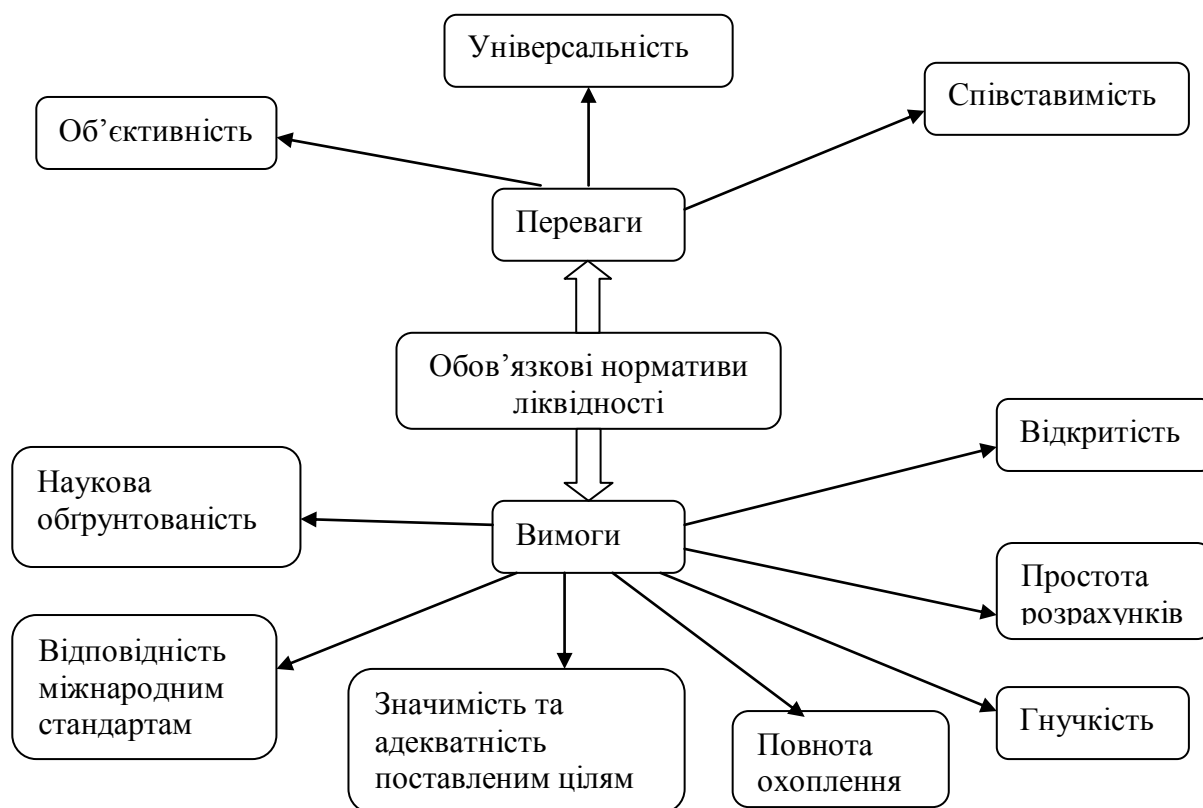
Захищеність банку від ризиків за допомогою нормативів

Нормативи	Ризик
Н2 – норматив адекватності регулятивного капіталу	Неповернення банківських активів, перекладання кредитного ризику банком на кредиторів/ вкладників
Н4 – норматив миттєвої ліквідності	Нездатність миттєво мобілізувати кошти для розрахунку за рахунками до запитання
Н5 – норматив поточної ліквідності	Незбалансованість термінів і сум ліквідних активів та зобов'язань банку
Н6 – норматив короткотермінової ліквідності	Неможливість проведення розрахунків за короткотерміновими зобов'язаннями
Н7 – норматив максимального розміру кредитного ризику на одного контрагента	Ризик невиконання окремими контрагентами своїх зобов'язань
Н8 – норматив великих кредитних ризиків	Концентрація кредитного ризику за групою контрагентів

Актуальність такого підходу в тому, що банк повинен вибрати для себе домінуючі нормативи, залежно від характерних особливостей ринкової ситуації. Фундаментальними нормативами можемо вважати нормативи капіталу, оскільки достатність капіталу є основним чинником стабільності банку. Наступним за значимістю є норматив Н5, далі нормативи Н4 і Н6, що свідчить про здатність банку миттєво і на короткотермінову перспективу мобілізувати кошти для дотримання ліквідної позиції. Два нормативи Н6 та Н7, відносяться до більш теоретичних, оскільки глобально не впливають на рівень кредитного ризику.

Обов'язкові нормативи ліквідності застосовуються для оцінки та контролю позиції ліквідності, тому вони повинні відповідати певним вимогам (мал.4.2)

В кількісному вимірі нормативи ліквідності мають позитивні характеристики, однак для їх визначення слід враховувати чинники, які не мають числового виміру і не залежать від діяльності банку.



Мал.4.2. Переваги обов'язкових нормативів та принципи застосування.

Традиційно для визначення відповідності нормативам ліквідності банки використовують законодавчо визначені стандарти, розраховуючи кожен із нормативів ліквідності. Так, для розрахунку нормативу миттєвої ліквідності беруть до уваги кошти на кореспондентському рахунку, кошти в касі, залишки коштів на поточних рахунках (прослідковує виконання грошових зобов'язань за рахунок ліквідних активів); для розрахунку нормативу поточної ліквідності – активи та зобов'язання банку до 30 днів. Національним банком України встановлено, що ці нормативи можуть розраховуватися банком, незалежно один від одного.

Розглянемо методику розрахунку миттєвої ліквідності. Для побудови алгоритму розрахунку введемо наступні позначення: t – індекс планового періоду, $t = \overline{1,30}$; S_t – залишок коштів юридичних і фізичних осіб у періоді t ; x_t – прихід коштів (у касу та на рахунки) юридичних і фізичних осіб у періоді t ; y_t – видатки коштів (із каси та з рахунка) юридичних і фізичних осіб у періоді t .

Враховуючи введені позначення, балансова умова руху фінансових коштів для періоду t прийме вид:

$$S_{t-1} + x_t - y_t = S_t. \quad (4.1)$$

Для визначення середньомісячних параметрів грошових потоків коштів юридичних і фізичних осіб до запитання, просумуємо ліву та праву частини для місячного горизонту планування ($t=30$). Отримаємо:

$$\sum_{t=1}^{30} S_{t-1} + \sum_{t=1}^{30} x_t - \sum_{t=1}^{30} y_t = \sum_{t=1}^{30} S_t. \quad (4.2)$$

Представимо балансову умову таким чином:

$$\sum_{t=1}^{30} S_{t-1} + \sum_{t=1}^{30} x_t - \sum_{t=1}^{30} S_t = \sum_{t=1}^{30} y_t. \quad (4.3)$$

Поділимо праву та ліву частини на $\sum_{t=1}^{30} S_t$, матимемо:

$$\frac{\sum_{t=1}^{30} S_{t-1} + \sum_{t=1}^{30} x_t - \sum_{t=1}^{30} S_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} = \frac{\sum_{t=1}^{30} y_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} \Rightarrow \frac{\sum_{t=1}^{30} y_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} = \frac{\sum_{t=1}^{30} S_{t-1} + \sum_{t=1}^{30} x_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} - 1, \quad (4.4)$$

Ліва частина відображає частку видаткових коштів, яку щоденно використовує банк щодо залишків. Фактично дану величину можна прийняти за розрахунковий норматив миттєвої ліквідності:

$$H_4^* = \frac{\sum_{t=1}^{30} y_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} = \frac{\sum_{t=1}^{30} S_{t-1} + \sum_{t=1}^{30} x_t}{\sum_{t=1}^{30} S_t} - 1. \quad (4.5)$$

Поточну ліквідність розрахуємо за формулою:

$$H_5^* = H_4^* + \frac{\boxed{\text{Вимоги до 30 днів}}}{\boxed{\text{Зобов'язання до 30 днів}}}. \quad (4.6)$$

Одним з інструментів регулювання банківської ліквідності, що використовується НБУ, є резервні вимоги. Банки зобов'язані створювати фонди резервування залучених коштів на випадок порушення рівня ліквідності та можливих збитків. Ефективна система внутрішнього контролю щодо ризику ліквідності включає:

- сильне контрольне середовище;

- адекватний процес визначення та оцінки ризику ліквідності;
- запровадження контрольних положень та процедур;
- постійну перевірку дотримання запроваджених положень і процедур.

В якості найбільш гнучкого інструменту державного регулювання кредитних вкладень в економіку і ліквідність банків виділяють операції Центрального банку на відкритому ринку та рефінансування банків.

Суть політики рефінансування полягає в тому, що її використовує НБУ для управління ліквідністю банківської системи. В Україні законодавчо визначені такі механізми рефінансування банків:

- через операції на відкритому ринку;
- надання стабілізаційного кредиту;

Національний банк України здійснює наступні операції рефінансування:

- рефінансування банків до 14 днів;
- рефінансування банків до 365 днів;
- використання постійно діючої системи рефінансування для надання кредитів “овернайт”.

Національний банк України може прийняти рішення про рефінансування банку лише за умови оцінки його платоспроможності.

З метою підтримання коротко- та середньотермінової ліквідності НБУ проводить тендери на придбання банками кредитів; для забезпечення довготермінової ліквідності запроваджено довготерміновий механізм рефінансування. Щоденне підкріплення ліквідності здійснюється через лінію рефінансування “овернайт”.

Таким чином, регулювання банківської системи має бути спрямоване, перш за все, на забезпечення ліквідності банків в умовах зростання нестабільності зовнішнього середовища та появи великої кількості різних чинників банківських ризиків, тому застосування основних інструментів регулювання повинно бути достатньо обґрунтованим для зміни та досягнення бажаного рівня ліквідності.

4.3 Оптимізація ресурсного забезпечення ліквідності банку.

Стабільність банківського сектора економіки України ґрунтується на кількох взаємопов'язаних та системоутворюючих складових: ретроспективному аналізі, поточному аналізі, прогнозних моделях. Симбіоз цих методів дає можливість виявити прорахунки в діяльності банку в минулому періоді, оцінити теперішню ситуацію та зробити розрахунки на майбутнє. Такий підхід має бути застосований при дослідженні основних характеристик діяльності банку, зокрема ліквідності, достатній рівень якої є одним із важливих чинників його функціонування. За інших умов банки приречені до злиття з іншими банками, реорганізації та ліквідації.

Вітчизняні та зарубіжні вчені, міжнародні рейтингові агентства неодноразово робили спроби систематизувати та ранжувати чинники впливу на банківську ліквідність, але єдиної думки так і не вдалося досягти в силу специфіки діяльності банків, фінансових ринків, учасниками яких вони є, та банківських продуктів. Разом з цим, ці дослідження дали змогу простежити вплив тих чи інших чинників на зміну банківської ліквідності. Ефективному вирішенню зазначених завдань повинен сприяти моніторинг ресурсного забезпечення банківської ліквідності, який на сьогодні не має достатньої теоретичної бази та практичної обґрунтованості для подальшого впровадження.

Недостатність вивчення проблеми ресурсного забезпечення банку обумовлюється ще й тим, що термін ресурси банку трактується досить неоднозначно. Так, Жуков Є.Ф. визначає банківські ресурси ототожнюючи їх із операціями “з допомогою пасивних операцій банки формують свої ресурси. Суть їх (пасивних операцій) полягає в залученні різних видів вкладів, отриманні кредитів від інших банків, емісії власних цінних паперів, а також проведенні інших операцій, у результаті яких збільшуються банківські ресурси. Основну частину ресурсів банків формують залучені кошти, які покривають до 90% всієї потреби в грошових коштах для здійснення активних операцій”.

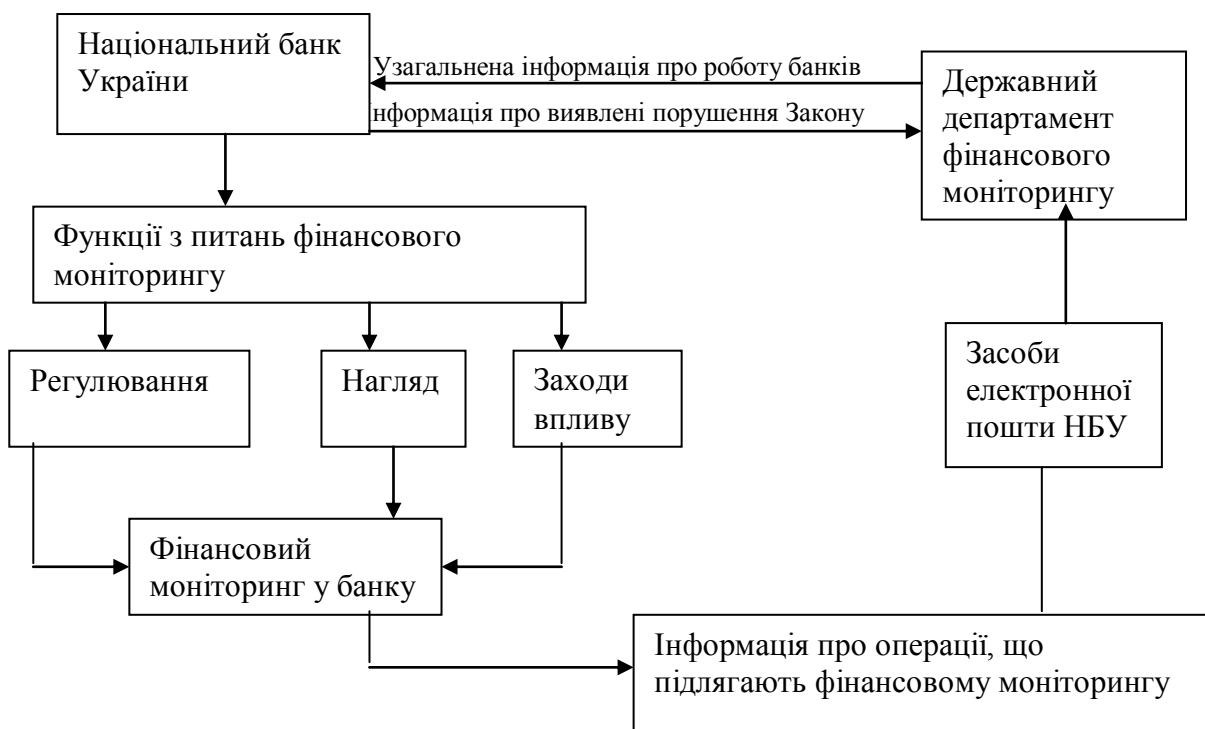
У Фінансово-кредитному словнику банківські ресурси тлумачать як сукупність коштів, які знаходяться в розпорядженні банку і використовуються ним для кредитних або інших активних операцій. Дане визначення є неповним, оскільки в ньому не зазначаються джерела банківських ресурсів. Значення банківських ресурсів значно повніше розкриває Мороз А.М., вказуючи на їх суть: “Акумулюючи грошові нагромадження, доходи і заощадження юридичних та фізичних осіб, банки перетворюють їх у позиковий капітал, тобто грошовий капітал, який надається в позику власникам на умовах платності у вигляді процентів. Тому банківські ресурси називають банківським капіталом”.

При формуванні ресурсної бази банком необхідно розробити комплекс довготермінових цілей, визначити спосіб їх досягнення, тобто розробити стратегію і тактику забезпечення банку новими ресурсами. Нові цілі ставлять завдання вироблення нової стратегії, а тактика визначає методи і способи для вирішення конкретної ситуації. Тобто, аналіз впливу ресурсної бази банку на його ліквідність та пошук можливостей маневрування активно-пасивними операціями для підтримання бажаного рівня ліквідності є однією із важливих умов діяльності банку в конкурентному середовищі на основі процедури моніторингу.

Базельським комітетом з банківського нагляду при встановленні принципів управління ліквідністю приділено увагу і необхідності моніторингу, зокрема, в принципі 5 зазначено, що кожен банк повинен встановити процес постійного вимірювання та моніторингу чистих потреб у фінансуванні. Кожен банк повинен мати стратегію управління ліквідністю на основі встановлення ефективного процесу вимірювання, моніторингу та контролю ризику ліквідності. Стратегія ліквідності має встановлювати загальний підхід, що банк буде мати до ліквідності, включаючи різноманітні кількісні та якісні цілі для захисту фінансової стійкості та спроможності витримувати стресові події на ринку. Стратегію ліквідності банку мають визначити конкретні політики за такими аспектами управління ліквідністю, як склад активів і зобов'язань, підхід

щодо управління ліквідністю у різних валютах та по окремим країнам, і відносно покладання на застосування певних фінансових інструментів. Також має бути погоджена стратегія щодо того, що треба робити в разі виникнення як тимчасових, так і довготермінових проблем із ліквідністю.

Моніторинг дотримання ліквідності можна проводити на державному рівні (НБУ), і безпосередньо банками. Фінансовий моніторинг запроваджено відповідно до Положення про здійснення банками фінансового моніторингу, затвердженого Постановою правління НБУ від 14 травня 2003 р. № 189 (мал. 4.3.1).



Мал. 4.3.1 Фінансовий моніторинг у банківській системі України.

Моніторинг ведеться лише щодо певного переліку операцій або тих, які викликають підозру щодо легалізації тіньових доходів. Банки, відповідно, повинні ідентифікувати клієнтів, які здійснюють операції, що підлягають фінансовому моніторингу. В кожному банку повинен бути призначений працівник, який відповідає за проведення моніторингу. Такий моніторинг запобігає використанню банком тіньових схем відмивання коштів для покриття дефіциту ліквідності та підтримання належного рівня платоспроможності.

Моніторинг банку має за мету дослідження фінансових показників діяльності, виявлення зміни показників і коефіцієнтів, аналіз можливих змін. Таке дослідження банк може проводити не лише для прогнозного розрахунку показників, а й для оцінки позицій конкурентів на ринку банківських продуктів. На фінансовому ринку України точиться гостра (без перебільшення) боротьба за потенційних клієнтів, про що свідчить зростання мережі банківських установ. Саме тому оцінка ринку банківських продуктів є складовою частиною моніторингу.

Моніторинг ринку банківських продуктів дає можливість простежити позиції найактивніших банків за рядом показників. Першість належить Приватбанку, чисті активи якого зросли на 53% і становили 14668,2 млн. грн. (табл. 4.3.1). Щорічно рейтинг банків здійснюється під впливом зміни кон'юнктури на ринку, внутрішніх чинників. Незважаючи на позитивні тенденції розвитку кредитного ринку та депозитних операцій, у банківському секторі визначилась позитивна, на перший погляд динаміка, коли темпи приросту балансового капіталу суттєво перевищували темпи приросту чистих активів, залишилися і проблеми.

Проблемою для багатьох банків є покриття дефіциту ліквідності, яку банки намагаються вирішити залученням короткотермінових кредитів. Інша проблема – низька достатність власного капіталу. Ризик недостатності капіталу свідчить про нездатність банку в тому ж обсязі і тієї ж якості надавати традиційні банківські послуги за умови збитків. Загальним критерієм визначення достатності капіталу є підтримання його величини на рівні, що забезпечить максимальний прибуток та мінімальний ризик втрати ліквідності.

Таблиця 4.3.2

Перелік найактивніших банків України на 01. 01. 2005 р.

№ п/п	Банк	Чисті активи, млн.грн.	Зростання активів за рік, %
1.	Приватбанк	14668,2	53
2.	Аваль	11859,44	19
3.	Промінвестбанк	10602,72	39
4.	Укрсоцбанк	7068,33	37

5.	Укрсиббанк	5680,78	50
6.	Укрексімбанк	5296,45	37
7.	Ощадбанк	5071,05	-10
8.	Райффайзенбанк Україна	4406,88	51
9.	Надра	3888,48	35
10.	Брокбізнесбанк	2768,63	24
11.	Укпромбанк	2378,7	136
12.	Фінанси та кредит	2284,1	24
13.	ПУМБ	1976,37	43
14.	Хрещатик	1873,86	96
15.	Форум	1826,2	56
16.	Правекс – банк	1641,21	-0,5
17.	Південний	1598,58	29
18.	ІНГ Банк Україна	1596,9	35
19.	Донгорбанк	1475,75	104
20.	Укргазбанк	1427,13	32

Моніторинг потреб у фінансуванні включає аналіз та оцінку вхідних та вихідних фінансових потоків банку. Вхідні потоки можуть формуватися за рахунок погашення або продажу активів, доступу до депозитних зобов'язань. З допомогою прогнозу щодо майбутньої поведінки активів та зобов'язань можна визначити перевищення або нестачу коштів для підтримання ліквідності. Кожний вхідний та вихідний потік коштів мають бути перерозподілені на певну дату. Як правило, такі потоки ранжують за терміном погашення. Відповідно, дефіцит або надлишок коштів на певну дату є основоположним моментом для визначення рівня ліквідності на дату. Банк може розраховувати ліквідні позиції та розриви на короткий термін та на віддалені періоди залежно від специфіки діяльності банку (наприклад, основою можуть бути короткотермінові операції або довготермінові операції). Надалі банк повинен переглядати позиції ліквідності залежно від зміни зовнішніх чинників. Оцінка майбутньої позиції ліквідності має ґрунтуватися на прогнозах формування портфеля активів з позицій якісного та кількісного складу, насамперед визначити ліквідність активів:

- найбільш ліквідні;

- інші ліквідні цінні папери, міжбанківські кредити, котрі можуть бути реалізовані, але можуть втратити ліквідність за несприятливих умов;
- менш ліквідні активи – кредитний портфель банку, хоча деякі ліквідні активи можуть бути неліквідними на певний період;
- найменш ліквідні активи – це, як правило, неліквідні активи, наприклад, кредити, які не користуються попитом, банківські переміщення, проблемні кредити;
- активи, які перебувають у заставі третьої сторони.

Структура активів банку має формуватися не лише за рахунок ліквідних коштів, а й дохідних активів. Проаналізуємо вплив частки дохідних активів у структурі активів на поточну та загальну ліквідність, яку розраховують банки – юридичні особи. Розрахуємо коефіцієнт поточної ліквідності:

$$K_{пл} = \frac{МБК + K_{р\юо} + K_{р\фo} + ЦП}{Д_{\фo} + Д_{\юо}}, \quad (4.3.1)$$

де $K_{пл}$ – коефіцієнт поточної ліквідності; $МБК$ – міжбанківські кредити; $K_{р\юо}$ – кредити юридичних осіб; $K_{р\фo}$ – кредити фізичних осіб; $ЦП$ – цінні папери; $Д_{\фo}$ – депозити фізичних осіб до запитання; $Д_{\юо}$ – депозити юридичних осіб до запитання.

Коефіцієнт загальної ліквідності знайдемо за допомогою наступної формули:

$$K_{зл} = \frac{A}{З}, \quad (4.3.2)$$

де $K_{зл}$ – коефіцієнт загальної ліквідності; A – активи, $З$ – зобов'язання.

Відповідно, до цього частка дохідних активів ($K_{ча}$) у загальній сумі активів визначається як:

$$K_{ча} = \frac{МБК + K_{р\юо} + K_{р\фo} + ЦП}{A} \quad (4.3.3)$$

Проведемо деякі перетворення і отримаємо:

$$K_{nl} = \frac{K_{ca} \times A}{D_{\phi o} + D_{\text{юо}}}, \quad (4.3.4)$$

Далі з формули 4.4. знайдемо знаменник і підставимо його в формулу 4.3:

$$K_{зл} = \frac{МБК + K_{p\text{юо}} + K_{p\phi o}}{K_{ca} \times 3}, \quad (4.3.5)$$

Розрахунки підтверджують вплив частки дохідних активів у підтриманні рівня ліквідності. Відповідно показник загальної ліквідності банку виразимо за допомогою показника поточної ліквідності, провівши наступні перетворення. З формули (4.3.4) знайдемо:

$$K_{ca} = \frac{K_{nl} \times (D_{\phi o} + D_{\text{юо}})}{A},$$

і підставимо його в (4.3.5). отримаємо:

$$K_{зл} = \frac{(МБК + K_{p\text{юо}} + K_{p\phi o}) \times A}{3 \times K_{nl} \times (D_{\phi o} + D_{\text{юо}})}, \quad (4.3.6)$$

Перевіримо застосовуваність цієї формули на основі показників банку Аваль:

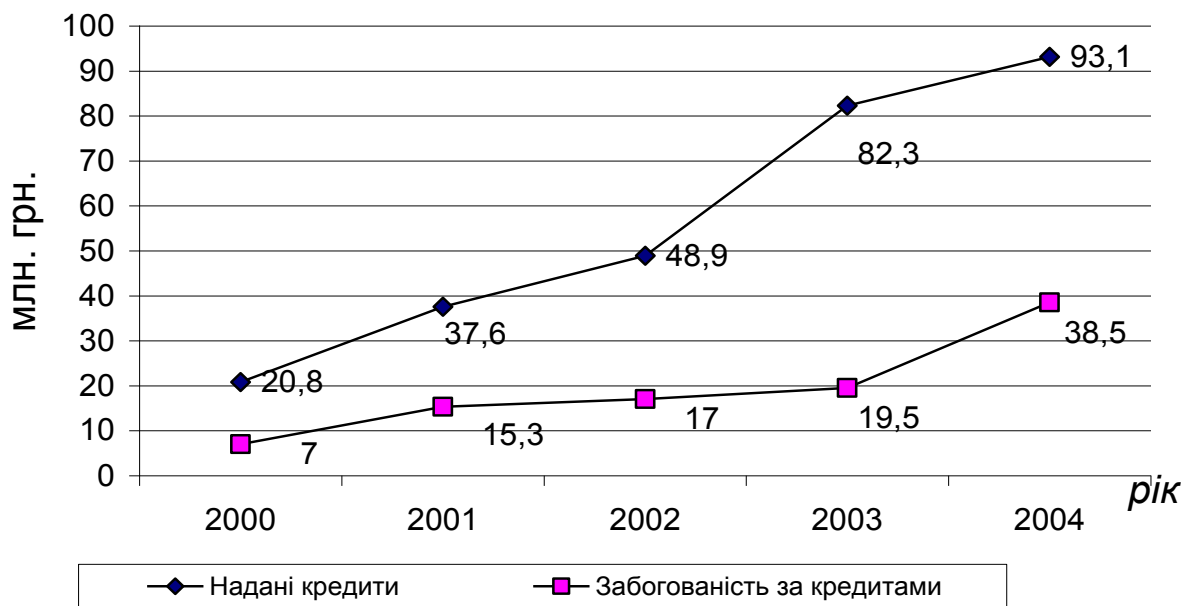
$$K_{зл} = \frac{11818,61 \times 14853,6}{13520,8 \times 2,2 \times 5379,47} = 1,097$$

Таким чином, визначення частки дохідних активів у структурі активів та прогноз її зміни має бути складовою частиною процедури моніторингу.

Як вже зазначалося, одним із етапів моніторингу фінансового забезпечення банків, що впливає на їх ліквідність, є узгодженість термінів за активними та пасивними операціями, аналіз яких можна використати для оцінки рівня ліквідності балансу банку. Окрім ліквідності балансу, ліквідність банку залежить від додаткових характеристик активів і пасивів, які відображають їх здатність до переливу.

Важливим напрямком діяльності банку є надання кредитних послуг, тому його ліквідність залежить і від кредитоспроможності позичальника, ризикованості угоди, яка кредитується, від забезпеченості кредиту. Тобто,

ліквідність банку можна підтримувати завдяки вмілій організації процесу кредитування. Аналіз динаміки надання кредитів як загалом по Україні, так і для окремих банків (наприклад, Центрального відділення Промінвестбанку у Тернопільській області) вказує на значні темпи приросту надання кредитів. Разом із цим, слід зазначити, що негативний вплив на ліквідність і платоспроможність банків, з точки зору наданих кредитів, має заборгованість за кредитами.



Мал. 4.3. Динаміка надання кредитів і заборгованість за ними по Центральному відділенні Промінвестбанку у Тернопільській області.

Побудуємо прогнозні економетричні моделі процесів надання кредитів і заборгованості за ними, використавши наявну статистичну інформацію та програмний продукт STADIA. Таким чином, нами отримані наступні економетричні моделі

а) для наданих кредитів:

$$y_1 = 0,1021 + 17,97t + 0,2108t^2, R = 0,993;$$

$$y_2 = e^{2,992} \cdot t^{0,9477}, R = 0,988$$

б) для заборгованості за кредитами:

$$y_3 = 0,2876 + 2,58t + 1,166t^2, R = 0,996;$$

$$y_4 = e^{1,683 + 0,3853t}, R = 0,97,$$

де t - час (рік).

Дослідимо ефективність процесу кредитування або знайдемо імовірність повернення кредитів шляхом знаходження площ фігур, які описують відповідні функції.

Так, площа фігури прогнозу надання кредитів становитиме:

$$S_{\text{кред}} = \int_1^5 (0,1021 + 17,97 t + 0,2108 t^2) dt = \left(0,1021 t + \frac{1}{2} \times 17,97 t^2 + \frac{1}{3} \times 0,2108 t^3 \right) \Big|_1^5 \approx 225,06,$$

а площа фігури прогнозу заборгованості буде:

$$S_{\text{борг}} = \int_1^5 (0,2876 + 2,058 t + 1,166 t^2) dt = \left(0,2876 t + \frac{1}{2} \cdot 2,058 t^2 + \frac{1}{3} \cdot 1,166 t^3 \right) \Big|_1^5 \approx 74,08.$$

Тоді коефіцієнт ефективності або імовірності повернення кредитів буде

$$p = K_{\text{ef}} = \frac{150,98}{225,06} = 0,6708.$$

Як бачимо, що в середньому 67,08% наданих кредитів повертаються банкам. Такий факт негативно впливає на рівень ліквідності банку.

Величину $1 - p = 1 - 0,6708 = 0,3292$ можна вважати кількісною оцінкою ризику заборгованості за наданими кредитами.

Подібно якості активів, структура і якість пасивів також впливають на ліквідність банку. Рівень власних коштів у пасиві балансу та їх структура характеризують успішність роботи банку, а рівень іммобілізації капіталу показує, який обсяг власних коштів може бути вкладений у довготермінові і/або високо ризиковані активи.

Структура залучених коштів характеризує стійкість ресурсної бази банку, дозволяє передбачити потреби в ліквідних коштах для погашення зобов'язання. На основі структури джерел визначається „портфель” активів як за термінами, так і за ступенем ризику. Якість і вартість залучених ресурсів характеризує здатність банку зацікавити вкладників, які довіряють йому свої кошти. Чим стабільніші залучені пасиви, тим стійкіша основа для розвитку активних операцій банку, і чим нижче процентні ставки за залученими ресурсами, тим більше можливостей у банку отримати прибуток. Як наслідок, достатньо дешеві

стабільні пасиви є необхідною умовою ліквідності банку, а довіра зі сторони вкладників і кредиторів – своєрідним капіталом, завдяки якому навіть у несприятливих кон'юнктурних умовах банк не буде позбавлений своєї ресурсної бази.

Для забезпечення своєчасної оплати своїх зобов'язань, банку потрібно точно знати прогноз потреби в готівкових і безготівкових грошових коштах, що є практично неможливим. Тому банк повинен мати певний запас активів, реалізувати які без втрати він зможе у будь-який період.

Кількісну оцінку рівня ліквідності можна розглядати, як співвідношення високоліквідних активів до обсягу залучених коштів. Обернене співвідношення цих величин назовемо ймовірністю відпливу залучених коштів, що пов'язане з ліквідністю банку, і представимо її за допомогою наступної формули:

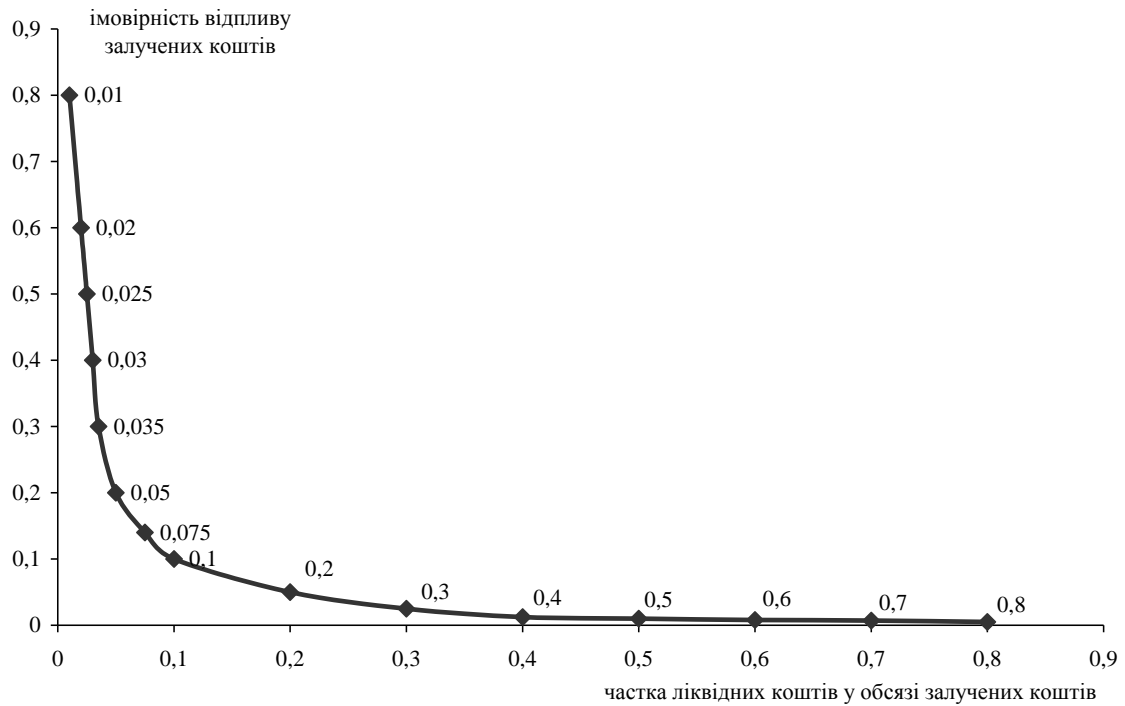
$$p = \frac{a}{L/Q} = \frac{aQ}{L}, \quad (4.3.7)$$

де p – імовірність відпливу залучених коштів, пов'язаних із ліквідністю банку; Q – обсяг залучених коштів; L – обсяг високоліквідних активів; a – параметр моделі, $0 < a < 0,01$.

Банк змушений виробити відповідну стратегію та визначити певну залежність між обсягами ліквідних активів та імовірністю відпливу залучених коштів. Цю залежність можна отримати економетричним методом із подальшим коригуванням впливу додаткових чинників. Найбільш адекватно таку залежність можна представити за допомогою функцій:

$$y = -0,0013 + \frac{1}{0,0195 + 98,65x}, \quad R = 0,99997,$$

де x – частка ліквідних коштів в обсязі залучених коштів, y – імовірність відпливу залучених коштів



Мал. 4.4. Залежність імовірності відпливу залучених коштів від частки ліквідних активів в обсязі залучених коштів.

Розраховані значення імовірності відпливу залучених коштів дають можливість здійснити аналіз сподіваних дій в околі критичної зони ліквідності. Із графіка бачимо, що при значенні імовірності менше 0,15 нахил кривої різко змінюється. Низький рівень ліквідності збільшує імовірність відпливу залучених коштів. Разом з тим, високий рівень ліквідності вказує на зворотний зв'язок даного процесу.

Припустимо, що обсяг високоліквідних активів L менший від обсягу залучених коштів Q , тоді при використанні всіх залучених коштів у банку виникає дефіцит ліквідності величин $(Q - L)$. У даному випадку банку доведеться додатково залучати кошти для фінансування отриманого дефіциту ліквідності. Такі дії призведуть до додаткових процентних витрат розміром B . Враховуючи випадковість даного процесу, виразимо сумарні сподівані витрати наступним чином:

$$B \approx (Q - L) \cdot P \cdot r = (Q - L) \cdot \frac{aQ}{L} r = ar \left(\frac{Q^2}{L} - 1 \right), \quad (4.3.8)$$

де r – розмір процентної ставки за залученими додатковими високоліквідними коштами. Проаналізуємо можливість використання залучених коштів з врахуванням створення обов’язкових резервів обсягом R . Якщо банк підтримує рівень ліквідності L та обов’язкові резерви R , то він здійснює процентні витрати на утримання тієї частини фонду залучених коштів, яку банк підтримує в ліквідній формі та у формі обов’язкових резервів, а заробляє процентну маржу по залишковій частині фонду. Такий вид доходу подамо за допомогою наступної формули:

$$I(L) = Q - L - R r_k - r_d L r_d - R r_d = Q - L - R r_k - R r_d, \quad (4.3.9)$$

де $I(L)$ – дохідність банку при заданих процентних ставках доходів і витрат; r_k – процентна ставка для кредитів (ставка доходу); r_d – процентна ставка для депозитів (ставка витрат).

Функція $I(L)$ визначає дохідність інвестування фонду залучених коштів і має зміст при $I(L) \geq 0$. Знайдемо різницю функцій $I(L)$ і $B(L)$, у результаті чого отримаємо функцію доходів, які матиме банк, підтримуючи певний рівень ліквідності та відповідний до нього обсяг інвестицій у дохідні вкладення. Тоді дохідність банку з врахуванням витрат на управління ліквідності прийме вид:

$$\begin{aligned} D(L) &= I(L) - B(L) = Q - L - R r_k - r_d L r_d - R r_d - Q - L \frac{aQ}{L} r = \\ &= Q r_k - L r_k - R r_k - Q r_d - ar \left(\frac{Q^2}{L} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

Знайдену функцію $D(L)$ назвемо скоригованою дохідністю. Визначимо оптимальний обсяг дохідності $D(L)$. Для цього необхідно розв’язати рівняння:

$$D'(L) = 0, \quad (4.3.11)$$

Тобто:

$$D'(L) = \frac{arQ^2}{L^2} - r_k = 0, \quad (4.3.12)$$

Отже, оптимальний обсяг високоліквідних активів буде:

$$L_{opt} = \sqrt{\frac{arQ^2}{r_k}} = \frac{Q\sqrt{ar r_k}}{r_k}, \quad (4.3.13)$$

Тоді оптимальний рівень дохідності банку буде:

$$I_{opt} = Q \left(r_k - r_d \right) \left(\frac{Q \sqrt{arr_k}}{r_k} - R \right) r_k = Q \left(r_k - r_d \right) \left(Q \sqrt{arr_k} + R r_k \right) = Q \left(r_k - r_d - \sqrt{arr_k} \right) R r_k. \quad (4.3.14)$$

Вираз (4.14) визначає оптимальний рівень інвестицій у дохідні статті активів із залучених коштів. Використавши знайдені значення L_{opt} та I_{opt} (L), розрахуємо оптимальні значення обсягів високоліквідних активів та дохідність для банку В (табл.4.3.2).

Таблиця 4.3.2

Розрахунок оптимального значення обсягів високоліквідних активів і дохідності для банку В

	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Вересень	В середньому за 2005 рік
Обсяг залучених коштів, млн.грн	86,2	91,5	95,7	100,2	108,3	111,1	118,2	125,9	123,5	106,7
Обсяг високоліквідних активів, млн.грн	20,8	26,0	25,3	25,3	25,9	22,8	23,4	26,4	22,7	24,3
Розмір процентної ставки по залучених додатково високоліквідних коштах, %	9,0	12,0	12,0	11,8	12,0	12,2	10,9	11,6	11,7	11,5
Процентна ставка по кредитах (ставка доходів), %	13,2	13,9	15,3	16,4	15,2	15,7	13,4	15,7	17,0	15,1
Процентна ставка по депозитах (ставка витрат), %	6,2	9,7	8,6	9,0	8,5	8,1	6,8	7,5	7,5	8,0
Обов'язкові резерви, млн.грн	3,9	4,1	4,1	4,2	4,3	4,4	4,6	4,9	5,5	4,4
Оптимальне значення обсягу високоліквідних активів, млн.грн	7,758	8,5	8,475	8,499	9,623	9,793	10,66	10,82	10,245	9,31
Прогнозний розмір дохідності, млн.грн.	5,609	3,2	5,468	6,399	6,159	7,262	6,686	8,993	10,404	6,833

Так, показники оптимального значення обсягу високоліквідних активів і дохідності банку В в січні 2005 р. становили:

$$L_{opt} = \frac{86,2 \sqrt{0,01 \cdot 0,09 \cdot 0,132}}{0,132} = 7,758 \text{ млн.грн.},$$

$$I_{opt} = 86,2 (0,132 - 0,062 - \sqrt{0,01 \cdot 0,09 \cdot 0,132}) + 3,9 \cdot 0,132 = 5,609 \text{ млн. грн.}$$

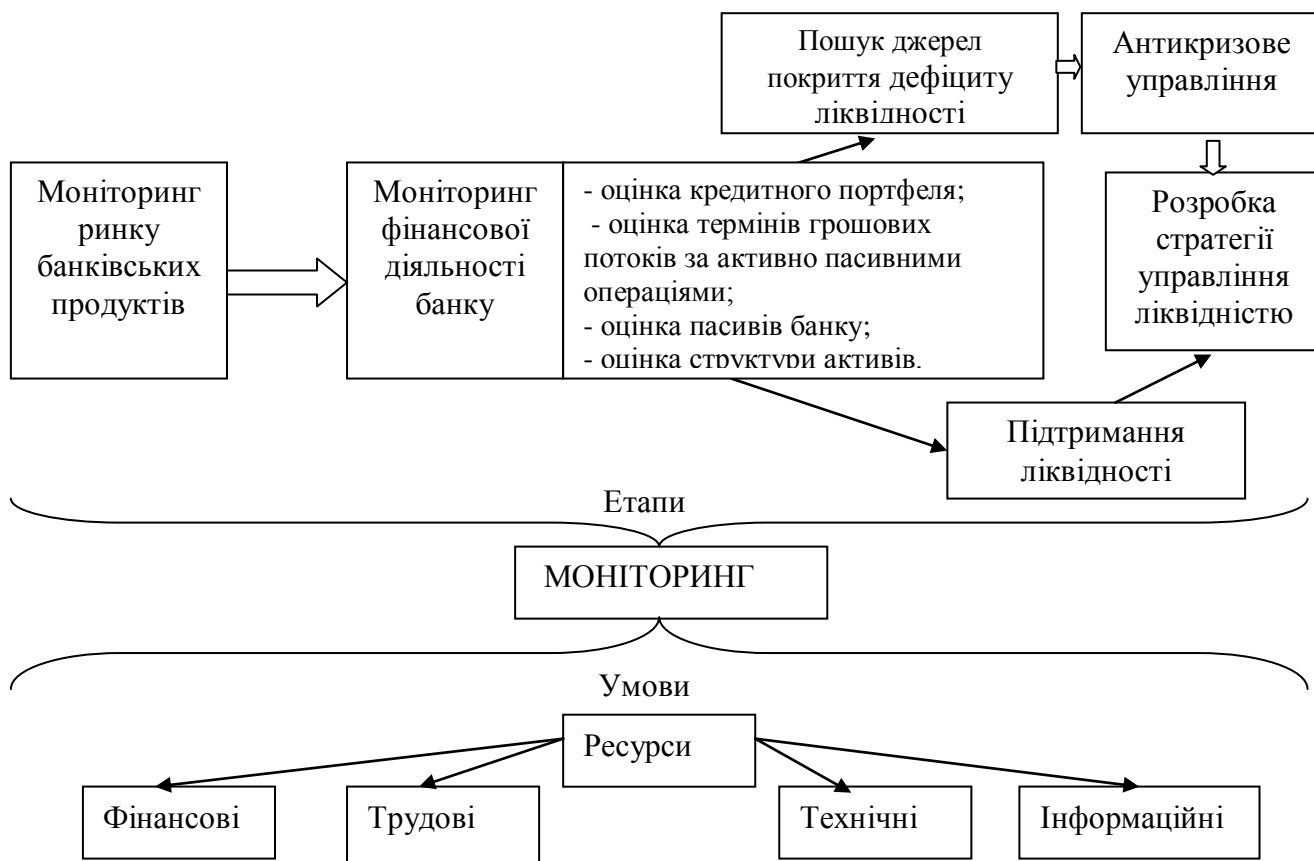
Як бачимо, оптимальний розмір високоліквідних активів у середньому перевищує фактичне значення в 2,6 рази, що дає підстави зробити висновок про неефективне використання наявних ресурсів банку. Знайдені оптимальні значення даних показників можуть використовуватися для прийняття прогнозних рішень.

Таким чином, проведення моніторингу ресурсного забезпечення ліквідності банку дозволяє поетапно вирішити наступні завдання:

- ідентифікувати банки за окремими показниками серед суб'єктів ринку банківських послуг;
- визначити можливі напрямки виникнення дефіциту ліквідності за термінами та видами операцій;
- визначити розрив ліквідності;
- пошук джерел покриття розриву ліквідності;
- здійснити антикризове управління;
- розробити стратегії управління ліквідністю.

Останні три пункти можна вважати завершальним етапом моніторингу забезпечення ліквідності. Визначивши спроможність банку підтримувати рівень ліквідності, слід переходити до заключного етапу розробки стратегії. В разі наявності дефіциту ліквідності або розриву на конкретну дату банк змушений буде переглянути політику та основні перспективи щодо цього, щоб тимчасово вилучити кошти для забезпечення ліквідності. В даному випадку, неминучим є вжиття заходів антикризового управління щодо структури активів та зобов'язань.

Заключний етап – розробка стратегії управління ліквідністю, яка повинна враховувати прорахунки, допущені банком при попередній стратегії, вибрати коефіцієнти, які будуть оптимізуватися, побудувати процедуру розрахунку показників, розрахувати показники за обраними варіантами стратегії та розрахувати вплив запланованих показників на ліквідність банку, обрати кінцевий варіант стратегії. Етапи та умови моніторингу зображено на мал. 4.4.



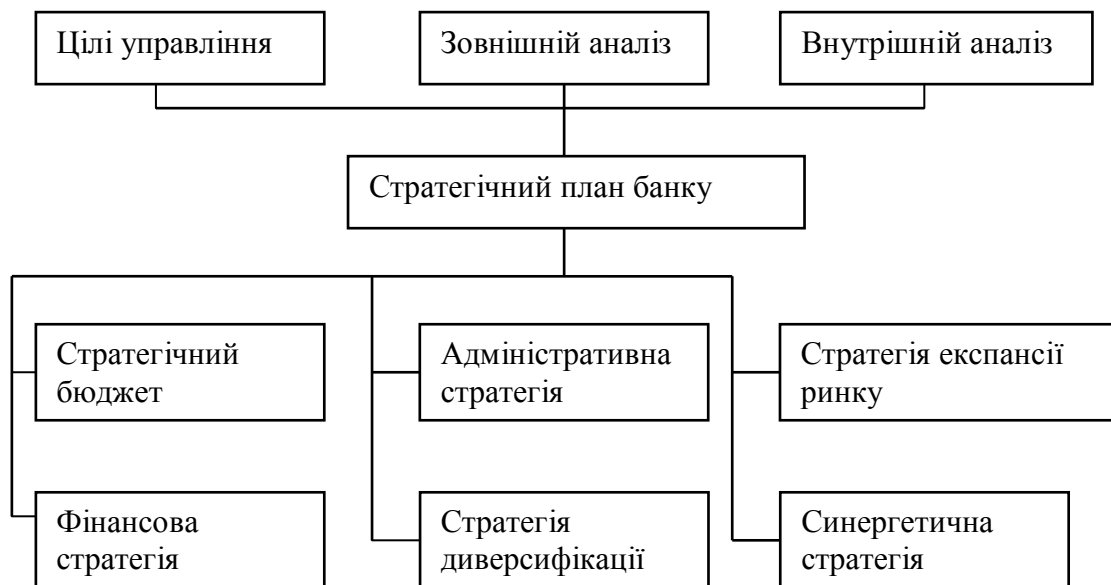
Мал. 4.4 Етапи та умови моніторингу ресурсного забезпечення ліквідності банку.

При розробці стратегії важливо закласти певний запас показників, що розраховуються, щоб у майбутньому при виникненні непередбачуваних ситуацій банк не втратив ліквідних позицій.

Таким чином, запровадження процедури моніторингу ресурсного забезпечення ліквідності передбачає розроблення оптимальної стратегії управління, яку мав би ініціювати та впроваджувати банк і відповідно здійснювати обов'язковий контроль за виконанням цієї стратегії. Такий підхід дав би змогу порівнювати адекватність розробленої стратегії фінансовому потенціалу банку.

5. Оптимізаційні моделі в діяльності банківських установ.

Ріст банківських фірм і прихід іноземних інвесторів на фінансовий ринок України загострили конкуренцію, тим самим змусили банки використовувати у своїй діяльності кількісні методи стратегічного планування та управління в умовах конкуруючого середовища. Будь-який банк, як функціональний об'єкт господарювання може вибрати для себе наступні стратегії (мал.. 5.1): а) традиційну (діяти за аналогією з більшістю банків, задовольняючись досягнутим); б) опортуністичну, (пошук нових сегментів фінансового ринку на основі глибоких знань ситуації на товарному, фондовому, валютному та грошовому ринках); в) оборону (намагання не відставати від інших банків або залежну, властиву переважно дрібним банкам); г) наступальну (завоювання провідних позицій на конкуруючому ринку банківських послуг через нестандартні рішення, глибокий кількісний фінансовий аналіз та маркетингові дослідження).



Мал..5.1 Етапи розробки стратегічного плану.

Основними умовами ділової (ефективної) політики діяльності банку на фінансовому ринку є:

1. стійке управління, яке служить критерієм оптимального функціонування банку у тісному поєднанні наявного інструментарію кількісних методів та якісними характеристиками персоналу банку;
2. використання розробленої комплексної системи стратегії і ділового бізнес-планування банку його поточної діяльності з чітким аналізом відхилень і врахуванням ринкової ситуації;
3. управління кредитним портфелем як основним джерелом банківських ризиків, оптимізація операцій з активами та пасивами банку, ефективна інвестиційна і трастова політика;
4. заборона ризикованої та ненадійної банківської практики у поєднанні з достатністю контролю і аудиту, відповідальністю кредитування, забезпеченням ліквідності ресурсів фінансування операцій, достатністю капіталу, резервів для позики та лізингу та ін..

Фінансово-кредитним процесам функціонування банківської системи властиві кількісні та якісні характеристики. Якісні характеристики банківської системи тісно зв'язані із структурними зсувами в економіці як на макрорівні так і на мікрорівні. У свою чергу кількісні характеристики охоплюють множину тих питань, які пов'язані з регулюванням ринкової кон'юнктури, використанням фінансових ресурсів, вибором оптимальних стратегій грошово-кредитної та інвестиційної політики структури портфеля цінних паперів та ін.

Кількісний аспект оцінки функціонування банківської системи ґрунтується на використанні математичного інструментарію економіко-математичних методів і моделей. Використання цих методів у банківській діяльності дає можливість *по-перше*, виділити та формально описати найбільш важливі характерні закономірності функціонування банківської системи та її складових у вигляді моделей.

По-друге, на основі сформованих за певними правилами логіки вхідних даних та співвідношень. Методом дедукції можна отримувати прогностичні висновки, адекватні вивчаючому об'єкту в тій мірі, у якій зроблено припущення.

По-третє, кількісні методи дозволяють індуктивним шляхом отримувати нові знання про об'єкт дослідження.

По-четверте, використання мови математики, чітко та компактно описувати основні положення кредитно-банківської теорії, формулювати її понятійний апарат і практичні рекомендації.

Міжнародна практика переконує нас у високій ефективності застосування кількісних методів у розв'язанні широкого спектру управлінських задач різних рівнів та напрямків економічного розвитку, в тому числі при дослідженні механізмів функціонування фінансово-банківської системи.

Розвиток нових напрямків фінансової та банківської теорії і практики стали основною передумовою широкого використання кількісних методів математики та статистики у прикладних дослідженнях банківської діяльності.

Банківський аналітик у своїй повсякденній роботі повинен вміло використовувати наявний математичний апарат кількісних методів при прийнятті управлінських рішень та обґрунтуванні прогнозних параметрів перспективного розвитку банку або його структурного підрозділу. Надійні прогнози роблять можливим прийняття раціональних рішень в галузі фінансово-кредитних відносин в умовах існуючої конкуренції.

Прогнозна модель – модель об'єкту прогнозування (банк), дослідження якого дозволяє отримати про можливі стани об'єкту у майбутньому та шляхи досягнення цих станів. Мета прогновної моделі – отримання інформації не про об'єкт взагалі, а про його майбутні стани визначення можливих меж траєкторії розвитку.

До прогновної моделі ставляться наступні вимоги:

1) модель повинна задовольняти вимогам повноти, адаптивності та еволюційності. Вона повинна забезпечувати можливість включення достатньо широкого діапазону змін, доповнень, щоб було можливим послідовне наближення до моделі, задовольняючи аналітика за точністю відтворення об'єкту;

- 2) модель повинна бути достатньо абстрактною, в той же час допускати варіацію великим числом змінних, але не настільки абстрактною, щоб виникали сумніви у надійності та практичній корисності отриманих по ній результатів;
- 3) модель повинна задовольняти умовам обмежуючих час розв'язку задачі. При поточному прогнозуванні для оперативного управління час розв'язку визначається ритмом функціонування об'єкту;
- 4) модель повинна бути орієнтована на реалізацію з допомогою існуючих технічних засобів, тобто бути фізично здійсненою на даному розвитку техніки;
- 5) модель повинна будуватися з використанням встановленої термі нації;
- б) модель повинна передбачувати можливість перевірки істинності, відповідності її оригіналу. Формальна перевірка полягає в порівнянні властивостей оригіналу та моделі.

Основним стержнем прогнозування банківської стратегії являється формування оптимальних альтернатив його стійкого розвитку в умовах існуючої конкуренції. При цьому необхідно виходити із того, що, по-перше, банк – це ризикована структура функціонуюча в умовах невизначеності. По-друге, банк – організаційна структура, яка всю свою діяльність спрямовує на зростання прибутковості. Тому основними складовими факторами прогнозування стратегії банку та його кредитної політики являються невизначеність і дохідність.

Кредитна політика банку є складовою його ділової стратегії розвитку. Під діловою політикою банку розуміють всі рішення та міроприємства, які банк приймає або проводить для досягнення своїх цілей. Це стосується як розвитку стратегічних напрямів, так і делегування і координація різних задач.

Представимо існуючі цілі банку у вигляді ієрархії цілей (мал..5.2).



Мал..5.2 Ієрархія цілей

Згадані цілі відображають як горизонтальні, так і вертикальні залежності та зв'язки. Реальна система цілей банку залежить від умов того ринкового середовища в якому він функціонує.

5.1 Модель оптимального розподілу вільних ресурсів.

Обсяг фінансових ресурсів банку визначається наявністю певної кількості грошових коштів у тій або іншій валюті. При здійсненні кредитних операцій виникають ситуації, коли банк не має можливості задовільнити клієнта в конкретній валюті. Тому, в якості альтернативних варіантів позичальнику пропонуються кредити в іншій валюті в поєднанні з наданням послуг відносно конвертації валюти кредиту у необхідну валюту. Разом з тим процентна ставка для кредиту в тій або іншій валюті кожному позичальнику встановлюється індивідуально, виходячи з існуючих відносин між банком і позичальником, ризикованості операції, конкурентної та рейтингової позиції банку і т.д.

При проведенні подібних операцій з великою кількістю клієнтів виникають певні труднощі у знаходженні оптимального варіанту серед

множини існуючих, який забезпечив би потребу позичальників у кредитах і прибуток банку був би максимальним.

Для розв'язання даної проблеми можна побудувати економіко-математичну модель задачі транспортного типу, і далі використати програмні продукти математичного програмування.

Припустимо, що комерційний банк має n видів вільних ресурсів (грошових коштів у різних видах валют) на які є попит і планується їх розподілити між m позичальниками (підприємствами).

Для побудови економіко-математичної моделі задачі введемо такі позначення:

i - індекс виду валюти, $i = 1, \dots, n$; j - індекс позичальника, $j = 1, \dots, m$;

b_j - обсяг кредиту у гривневому еквіваленті виділеного j -му позичальникові;

c_{ij} - процентна ставка відносно кредиту для j -го позичальника у валюті i -го виду;

Q_i - обсяг вільних ресурсів банку в i -му виді валюти.

x_{ij} - обсяг кредиту виділеного для j -го позичальника в i -го виду валюти;

Необхідно знайти оптимальну стратегію розподілу наявних фінансових ресурсів, яка задовільнить максимальний прибуток банку від проведення кредитних операцій.

Враховуючи введені позначення, математична модель оптимального розподілу вільних фінансових ресурсів банку набуде вигляду.

Знайти такий план $\{ x_{ij} \geq 0, i = 1, \bar{n}, j = 1, \bar{m} \}$ який забезпечить

$$Z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{c_{ij} x_{ij}}{100} \rightarrow \max \quad (5.1.1)$$

при виконанні умов:

1) по обсягу вільних ресурсів банку

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, n \quad (5.1.2)$$

2) по обсягу виділених кредитів позичальникам

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, m \quad (5.1.3)$$

3) по невід'ємності змінних

$$x_{ij} \geq 0 \quad (5.1.4)$$

Проте, у повсякденній діяльності банку можуть виникнути ситуації, при яких попит перевищує наявні кредитні резерви. Тоді друге обмеження моделі прийме вигляд:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq b_j, j = 1, \dots, m \quad (5.1.5)$$

У випадку перевищення попиту над пропозицією, відносно кредитних резервів, банк може додатково використати міжбанківський кредит обсягом d грошових одиниць, за умови, якщо йому це економічно вигідно. Тобто має місце:

$$d = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i$$

Позначимо через:

l - індекс банку, у якому взято кредит, $l \in L$ - множина банків-постачальників;

y_{il} - обсяг міжбанківського кредиту взятого у l -му банку i -го виду валюти;

P_{il} - процентна ставка відносно міжбанківського кредиту для l -го банку у валюті i -го виду;

Q_{il} - максимально можливий обсяг взяття міжбанківського кредиту в l -му банку у валюті i -го виду.

Тоді цільова функція прийме вигляд:

$$Z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{c_{ij} x_{ij}}{100} - \sum_{i=1}^n \sum_{l \in L} \frac{P_{il} y_{il}}{100} \rightarrow \max \quad (5.1.6)$$

при виконанні наступних умов:

1) по обсягу наявних вільних ресурсів банку з врахуванням міжбанківського кредиту

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq a_i + \sum_{l \in L} y_{il}, i = 1, \dots, n$$

2) по обсягу виділених кредитів позичальникам

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, m$$

3) по розмірах міжбанківських кредитів

$$y_{il} \leq Q_{il}, i = 1, \dots, n, l \in L$$

4) по невід'ємності змінних

$$y_{il} \geq 0, x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, n, l \in L, j = 1, \dots, m$$

Побудовані цільові функції Z_1 та Z_2 : відображають інтереси тільки основного банку і не враховують зацікавленості самих позичальників. Тому доцільно дану задачу розв'язати як багатокритеріальну і тим самим одержати компромісний план.

5.2 Модель оптимального розміщення фінансових коштів банку.

Кількісні методи аналізу діяльності банку дають можливість оптимально перерозподілити наявні фінансові кошти на балансових рахунках, тим самим забезпечити максимум або мінімум певного вибраного показника ефективності при заданих обмеженнях. Наприклад, у якості критерію оптимальності можна мінімум необхідного обсягу величини коштів, які повинні знаходитися в касі. Задача оптимізації балансу являє собою складну процедуру і є однією із складових системи раціонального управління банківськими коштами.

Кількісний аналіз починається із вибору цільової функції і критерія оптимальності. Далі будується система обмежень моделі, в якій з допомогою лінійних рівнянь і нерівностей описується процес розміщення фінансових коштів. Даний процес включає в себе визначення рахунків, які планується розглянути в моделі, та межі зміни нарахованих по них коштів. На завершення виконується поетапний розрахунок оптимального значення цільової функції для різних часових горизонтів.

Для побудови моделі середньотермінового розміщення коштів банку розглянемо поняття розміщення. Під розміщенням будемо розуміти наступні напрямки фінансових вкладень:

- кредитування підприємств і організацій;
- вкладення у цінні папери (казначейські зобов'язання, внутрішня валютна позика, вкладення в акції банків, підприємств і фінансових організацій, боргові зобов'язання);
- кредитування інших банків;
- придбання іноземної валюти;
- факторингові та лізингові операції;
- ф'ючерні.

Позначимо через t - індекс часу, $t \in T$; T - множина періодів; i - індекс виду вкладу, $i = 1 \dots n$; Q_t - загальний обсяг коштів, яким розпоряджається банк в момент часу t .

Невідомою величиною в даній моделі будуть розміри розміщення вкладень i -го виду в періоді t і позначимо їх через x_{ij} .

У подальшому будемо вважати, що всі вкладення мають одну і ту ж оборотність, тобто період τ однаковий. Наприклад, період $\tau = 3$ міс. є найбільш характерним для стану справ у кредитуванні позичальників банками.

Для кожного виду активу, який вкладується у будь-який напрямок, передбачені процентні ставки (діючі на один період), які будемо вважати заданими на початку кожного періоду t . Зменшивши процентні ставки на величину податку (податків), який сплачує банк з отриманого прибутку для відповідного виду розміщення коштів, ми можемо отримати матрицю процентних ставок з врахуванням оподаткування для i -го виду активу у періоді t . Позначимо дану матрицю через $[A_{ij}]$.

Кошти, розміщені банком у довільний момент часу t , після завершення одного періоду τ змінюються за формулою:

$$\sum_{i=1}^n x_{it+1} = Q_{t+1}, x_{it+1} = A_{it}, i = 1, \dots, n, t \in T$$

Розміщенню активів у види вкладень з максимальною процентною ставкою заважають обмеження, які накладаються Центральним банком і податковим законодавством. Крім цього на даний процес великий вплив має

ставлення керівництва банку до ризику, оскільки різні види діяльності, як правило, мають неоднаковий ступінь ризику. Ступінь ризику залежить від статей активів, кожна з яких має відповідний коефіцієнт ризику r , та відповідну ставку податку P_i .

Банк не повинен повністю ігнорувати певний вид вкладень і поряд з тим не повинен зосереджувати всю свою діяльність на самих доходних операціях. Така тактика викликана не тільки бажанням банку мати у своєму портфелі максимальний набір послуг, але і з необхідністю диверсифікації банківських операцій. З цією метою введемо нижню (α_i) та верхню (β_i) межі частки розміщення вкладень в активи i -го виду від загального розміру коштів банку.

Враховуючи сформульовану вище постановку задачі та введені позначення, економіко-математична модель оптимального розміщення фінансових коштів банку прийме вигляд.

Знайти максимальний дохід банку в момент часу $t+1$ від коштів, розміщених у попередньому періоді:

$$Z = \sum_{i=1}^n A_i x_{it} \rightarrow \max, t \in T$$

при виконанні наступних умов:

1) по розподілу загального обсягу коштів банку між видами активів:

$$\sum_{i=1}^n x_{it} = Q_t, t \in T$$

2) по відображенню динаміки процесу розміщення коштів:

$$x_{it+1} = A_{it}, i = 1, \dots, n, t \in T$$

3) по структурі розміщення коштів:

$$\alpha Q_t \leq x_{it} \leq \beta_i Q_t, i = 1, \dots, n, t \in T$$

4) по величині середнього ризику розміщення вкладень:

$$\frac{\sum_{i=1}^n r_i x_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{it}} \leq R_t, t \in T$$

де R_t - величина середнього ризику операції розміщення коштів банку в періоді t ;

5) по невід'ємності змінних:

$$x_{it} \geq 0, i = 1, \dots, n, t \in T,$$

Побудована модель є задачею лінійного програмування, для розв'язку якої можна використати наявні програмні продукти.

5.3. Модель розподілу кредитних ресурсів банку.

Враховуючи цілі функціонування банку, розглянемо кількісну оцінку ефективності кредитування з використанням функції максимізації величини сподіваного доходу від кредитування з врахуванням ризику.

При побудові моделей оптимізації структури кредитного портфелю банку будемо враховувати що:

- функціонування банку координується НБУ;
- координація відбувається шляхом встановлення нормативів, обов'язкових для економічної діяльності банку;
- надаючи кредити, банк прагне максимізувати прибуток від кредитної діяльності вцілому.

Враховуючи ці умови, побудуємо моделі, які в загальному вигляді можна сформулювати так: знайти оптимальний розподіл ресурсів кредитування, що дозволяє максимізувати функцію сподіваного прибутку банку за певних умов. Нехай i - індекс позичальника, $i = 1, \dots, n$. Позначимо через x_i -величину кредиту, який надається i -му позичальнику. Запишемо основні обмеження, що впливають на економічну діяльність банку:

1) норматив обов'язкового резервування:

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq K_k + K_{kp} + v$$

де K_k - кошти каси, K_p - кошти на коррахунку, n - кількість позичальників, V - кошти, що отримані по міжбанківському кредиту. При цьому $K_{kp} + v \geq 0.17K_3$ де K_3 - залучені банком кошти;

2) норматив платоспроможності:

$$\frac{K}{A_p + \sum_{i=1}^n x_i} \geq 0.08$$

де A_p - сукупні активи, зважені щодо відповідних коефіцієнтів за ступенем, K - капітал банку;

3) норматив миттєвої ліквідності

$$\frac{K_k + K_{kp} - \sum_{i=1}^T x_i}{\Pi_p + \sum_{i=1}^n x_i}$$

де Π_p - поточні рахунки;

4) норматив співвідношення високоліквідних активів до робочих активів банку:

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i + B_a \right) \geq 0.2P_a$$

де B_a - обсяг високоліквідних активів, P_a - робочі активи банку;

5) норматив максимального розміру ризику на одного позичальника:

$$Z_c + x_i \leq 0.125K, i = 1, \dots, n,$$

де Z_c - сукупна заборгованість за позичальником;

б) норматив "великих" кредитних ризиків:

$$\sum_{i=1}^n x_i + C_k \leq 8K,$$

де C_k - сукупний розмір "великих" кредитів, виданих банком з врахуванням позабалансових зобов'язань банку;

7) норматив максимального розміру наданих міжбанківських позик

$$\sum_{i=1}^n x_i + M_{\bar{m}} \leq 2K$$

де $M_{\bar{m}}$ - загальна сума наданих банком міжбанківських позик;

8) норматив максимального розміру отриманих міжбанківських позик

$M_{\text{до}}$

$$v + M_{\text{до}} \leq 3K$$

9) умова невід'ємності змінних.

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, v \geq 0.$$

При цих обмеженнях цільова функція прийме вигляд:

$$Z(x, v) = \sum_{i=1}^n (1 + \tau_i)^{t_i} x_i - \beta v \rightarrow \max$$

де τ_i - ставка відсотків i -му кредиту; t_i - період дії i -ї кредитної угоди; β - ставка відсотків міжбанківської позики.

5.4. Моделювання процесів управління капіталом, активами і пасивами банку.

Управління власним капіталом банку повинне виходити із поєднання прибутковості та ліквідності. Джерела формування власного банку, як правило, складають випуск акцій, продаж боргових зобов'язань, приріст резервів на покриття непогашених позичок і розподілений прибуток, позабалансова діяльність банку. Найбільш привабливим збільшення власного капіталу є випуск акцій, тому що по існуючому законодавству банк-емітент не зобов'язаний викуповувати акції в акціонерів і навіть при позитивному сальдо може відмовитися від виплати дивідендів, мотивуючи це рішення необхідністю підвищення стійкості банку, у той же час при збільшенні резервів власного капіталу росте рівень безпеки банку та його ліквідностей, але при цьому за інших умов знижується їх прибутковість.

Аналіз ринку банківських послуг дозволяє одержати інформацію про умови залучення внесків іншими банками певного регіону (держави). Банк виявиться більш конкурентно здатним, якщо зможе запропонувати більш вигідні умови внесків, нові фінансові інструменти та продукти, більш високий рівень обслуговування, консалтинг і надійність, і конфіденційність внесків.

Портфельний підхід управління активами банку можна виразити цільовою функцією виду:

$$M^A = hf(r^M, r^A, r^B, \dots, W^A) \rightarrow \max Da \text{ б о м i n } R$$

де M^A - вартість активів банку; p - абсолютний рівень цін; r^M - ставка прибутковості грошей; r^A - ставка прибутковості активу A ; r^B - ставка прибутковості активу B (абсолютний рівень цін); W - норма прибутковості від величини багатства банку; D - дохід банку; R - рівень сукупного ризику. Активи A, B - ліквідні цінні папери, акції, облігації, векселі, зобов'язання й ін.

Структура портфеля активів - функція від норми прибутковості грошей, активів A, B, W (багатство банку, виражене в активах, що важко реалізуються, - нерухомості, дорогоцінних металах, антикваріаті і т.п.). З цільової функції випливає, що середній дохід від портфеля активів - це середньозважена величина доходів від окремих активів (банківські депозити, позички, цінні папери, акції, облігації, векселі, державні казначейські облігації й ін.); нерухомість і інші об'єкти матеріальної власності, що належать банку. Структура портфеля активів повинна будуватися таким чином, щоб одержати максимально можливий в конкретній ситуації на фінансовому ринку прибуток від активів.

Портфельний підхід у формуванні активів полягає в *максимізації корисності (максимізації прибутковості активів) при одночасній мінімізації ризиків* за рахунок диверсифікованості. Зниження ризику шляхом сполучення активів (диверсифікованості портфеля) є звичайним ефектом при збереженні портфеля.

Управління портфелем активів, зміна його структури з метою досягнення максимуму доходу базується на методах прогнозування й аналізу динаміки процентної ставки по банківських депозитах, тому що граничний дохід від активів як різновиду цінних паперів, нерухомості й ін. повинен бути не нижче прибутковості, одержуваної від банківських депозитів. При зміні процентної ставки та рівня прибутковості по різних активах змінюється структура активів. При портфельному керуванні активами співвідношення між активами визначається прагненням банків звести до мінімуму ризику і домогтися максимуму

прибутковості. Тому, що це суперечлива задача (мал. 5.4.1), то крива OF відбиває залежність сполучення прибутковості та ризику від різних активів.

Оскільки формування портфеля активів багато в чому визначається обраною стратегією банку, що керується з врахуванням ситуації, яка складається на фінансовому ринку, то процес управління портфелем містить у собі наступний алгоритм.

1. Чітке визначення та формалізація цілей банку у виді математичних критеріїв оптимізації при раціональному сполученні обмежень по рівнях прибутковості та ризику.

2. Розробка стратегії банку на основі аналізу поточної ситуації на фінансовому ринку, пропозиції нових фінансових інструментів і продуктів, і вибору оптимального сполучення напрямків диверсифікованості, і нових напрямків діяльності банку.

3. Реалізація визначеної стратегії банку з формуванням оптимального портфеля активів на базі якісного прогнозу настання тієї чи іншої ситуації на фінансовому ринку і визначення імовірності її настання.

Помітимо, що чим точніше визначені поточні ситуації на фінансовому ринку, тим менший рівень ризику та невизначеності - рівня інфляції, зміни процентної ставки, номінальної і реальної норм відсотка, обумовлених по формулах:

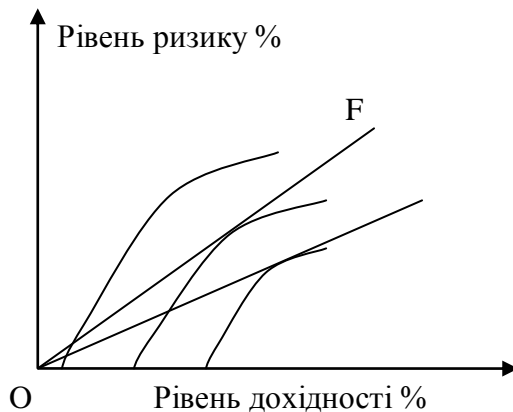
$$r = f(P', M/P, Y)$$

де P' - очікувані темпи інфляції, M/P - реальні грошові залишки (номінальна грошова маса / рівень цін); Y - фактично отриманий внутрішній валовий продукт.

Тоді реальна процентна ставка складатиме:

$$r_p = r - p'$$

де r_p - реальна процентна ставка, p' - темпи росту інфляції, r - номінальна процентна ставка.



Для аналізу частки цінних паперів у структурі активів, необхідно враховувати, що норма відсотка на абсолютно надійні цінні папери обумовлена невизначеністю майбутніх процентних ставок. У цілому структура активів повинна змінюватися в залежності від ситуації на фінансовому ринку. Зниження темпів їхнього росту стосовно вартості акції є попереджувальним сигналом про неефективність управління портфелем активів, тому для розрахунку норми доходу по портфелі застосовують формулу:

$$S_A = O_{DO}(1+T)(R-T) = O_{Dn}(R-T)$$

де S_A – вартість акції; $O_{DO}(O_{Dn})$ – останній виплачений дивіденд у попередній період (дивіденди протягом n періодів); R – відома очікувана прибутковість від повторного інвестування акцій.

5.5. Оптимальне управління портфелем фінансових активів.

Економіко-математичний інструментарій, що розглядається далі, призначений для розв'язування задач оптимального управління портфелем фінансових активів. Будуть опрацьовані ситуації прийняття рішень у детермінованих умовах, умовах ризику, а також за умов невизначеності. Для побудови економіко-математичних моделей задачі оптимального управління портфелем цінних паперів уведемо необхідні позначення.

Відомі величини:

n - число напрямів інвестування (видів цінних паперів, якими володіє або може володіти інвестор);

j - номер окремого напрямку інвестування ($j = \overline{1, n}$);

a_j - кількість цінних паперів j -го виду, наявних у інвестора в поточний момент часу;

p_j - ціна реалізації інвестором одного свого j -го цінного паперу (за умови продажу в поточний момент часу);

q_j - ціна придбання інвестором однієї додаткової одиниці j -го цінного паперу в поточний момент часу;

r - процентна ставка за кредит у випадку залучення інвестором у поточний момент часу позикових коштів;

s - ставка банківського депозитного процента;

I - розмір вільного капіталу інвестора в поточний момент часу.

Невідомі величини:

v - розмір позикових коштів, що доцільно залучити інвестору в поточний момент часу для переформування свого фінансового портфеля;

w - залишок вільного капіталу інвестора після переформування ним свого фінансового портфеля. Передбачається, що цей залишок буде розміщений на депозитному рахунку з процентною ставкою s ;

x_j - кількість цінних паперів j -го виду (із наявних в інвестора), що підлягають реалізації в поточний момент часу;

y_j - кількість цінних паперів j -го виду, що інвестору доцільно придбати в поточний момент часу;

z - загальний дохід фінансового портфеля інвестора за планований період.

Некеровані параметри:

d_j - дохід, який забезпечуватиме у плановому періоді один цінний

папір j -го виду. Наприклад, якщо цінним папером є проста акція, то за умови виплати дивідендів до кінця планового періоду дохід за цим цінним папером -

це сума величини дивідендів і ціни реалізації даної акції наприкінці планового періоду.

У детермінованих умовах значення некерованих параметрів у момент прийняття рішення передбачаються відомими. За умов ризику вони розглядаються як випадкові величини з відомими їх деякими статистичними характеристиками. Нарешті, в умовах невизначеності некеровані параметри вважаються невизначеними в межах певних діапазонів їхніх можливих значень.

Співвідношення між відомими, невідомими величинами і некерованими параметрами задачі оптимального управління портфелем фінансових активів:

1. Умова дотримання фінансового балансу при переформуванні фінансового портфеля:

$$I + \sum_{j=1}^n p_j x_j + v = \sum_{j=1}^n q_j y_j + w$$

- наявний вільний капітал плюс капітал, виручений від продажу власних цінних паперів, плюс позиковий капітал у сумі дорівнюють витратам на придбання нових фінансових активів плюс новий залишок вільного капіталу інвестора.

2. Правило обчислення загального доходу фінансового портфеля інвестора за плановий період:

$$z = \sum_{j=1}^n d_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w$$

- загальний дохід визначається дохідністю кожного з напрямів інвестування і кількістю відповідних цінних паперів, що міститимуться в переформованому фінансовому портфелі, мінус повернення позикових коштів, з урахуванням сплати процентів за цей кредит, плюс дохід від розміщення залишку вільного капіталу на депозит.

3. Обмеження на кількість цінних паперів, що підлягають реалізації в поточний момент часу із числа наявних у інвестора:

$$0 \leq x_j \leq a_j, j = \overline{1, n}$$

4. Природні умови невід'ємності інших основних керованих змінних:

$$y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad v_j \geq 0, \quad w_j \geq 0.$$

З урахуванням наведених співвідношень економіко-математична модель задачі оптимального управління портфелем фінансових активів у детермінованих умовах набирає такого виду:

$$z = \sum_{j=1}^n d_j(a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n (-p_j x_j + q_j y_j) - v + w = I$$

$$0 \leq x_j \leq a_j, \quad y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad w, v \geq 0.$$

Цільова функція цієї моделі відповідає вимозі вибору такого портфеля фінансових активів, що забезпечував би інвестору в плановому періоді якнайбільший загальний дохід. Обмеження моделі випливають з співвідношень між відомими величинами, невідомими величинами і некерованими параметрами.

Дослідження моделі проведемо в слідуючих припущеннях про співвідношення між відомими величинами задачі оптимального управління портфелем фінансових активів:

1. Кількість цінних паперів, наявних у інвестора, і його вільний капітал у поточний момент часу - невід'ємні:

$$a_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad I \geq 0.$$

Дана умова означає, що інвестор на поточний момент часу вже сплатив свої боргові зобов'язання за минулий період, якщо такі мали місце раніше.

2. Ринкова вартість цінних паперів невід'ємна, причому для інвестора ціна продажу власних цінних паперів нижча, аніж ціна придбання їм аналогічних цінних паперів:

$$0 \leq p_j < q_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

Дане припущення виключає ситуацію, коли інвестор може необмежено продавати власні цінні папери за рахунок одночасного придбання їм у ще більшій кількості таких же фінансових інструментів, але за меншу ціну.

3. Процентні ставки невід'ємні, причому ставка за позикові кошти вища, аніж ставка у випадку розміщення інвестором вільного капіталу на депозит:

$$0 \leq s < r$$

Дане припущення виключає ситуацію, коли є можливість брати необмежений кредит і розміщати його на депозит під більш високий процент, ніж ставка за кредит.

Можна переконатися, що при виконанні у п.п. 1-3, співвідношень поточний портфель фінансових активів інвестора буде оптимальним, тобто не підлягатиме переформуванню, коли виконуються нерівності:

$$(1+s)p_j \leq d_j \leq (1+s)q_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

Це правило стає зрозумілим після вилучення з цільової функції моделі на основі основного обмеження-рівняння змінної w :

$$w = I + \sum_{j=1}^n (p_j x_j - q_j y_j) + v$$

У результаті такого виключення залежність доходу I інвестора від інших змінних набере вигляду:

Бачимо, що при виконанні усіх нерівностей достатньої умови оптимальності збільшення значення довільної із змінних x_j, y_j , $j = \overline{1, n}$, або v не буде призводити до збільшення доходу z інвестора, тобто нульові значення цих змінних є оптимальними.

Доходимо висновку, що необхідність у переформуванні фінансового портфеля виникає тоді, коли:

- або є напрям інвестування j , що характеризується більш високою дохідністю, аніж розміщення капіталів на депозитному рахунку:

$$j \in \overline{1, n} \quad \left. \vphantom{j} \right\} \frac{d_j}{q_j} > (1+s)$$

- або дохідність наявних у інвестора цінних паперів виду нижче, аніж дохідність від розміщення виручених у результаті реалізації цих активів коштів на депозитний рахунок:

$$j \in \overline{1, n} \quad \left. \vphantom{j} \right\} \frac{d_j}{q_j} < (1+s)$$

Отже, якщо має місце один з останніх двох випадків, інвестору варто звернутися до пошуку рішення задачі. Вилучивши з її цільової функції сталий доданок $\sum_{j=1}^n d_j a_j$ перепишемо задачу у такий спосіб:

$$z = \sum_{j=1}^n d_j x_j + \sum_{j=1}^n d_j y_j - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max$$

$$- \sum_{j=1}^n p_j x_j + \sum_{j=1}^n q_j y_j - v + w = I$$

$$x_j \leq a_j, \quad j = \overline{1, n},$$

$$x_j, y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, w, v \geq 0.$$

Маємо задачу лінійного програмування, яку легко розв'язати з використанням поширених спеціалізованих програмних засобів. Проте попередні висновки стають помітними в результаті теорії двоїстості для лінійного програмування..

Двоїстою до останньої слугує така задача лінійного програмування:

$$\gamma = I\alpha + \sum_{j=1}^n \alpha_j \beta_j \rightarrow \min,$$

$$-p_j \alpha + \beta_j \geq -d_j \quad j = \overline{1, n};$$

$$q_j \alpha \geq d_j, \quad j = \overline{1, n};$$

$$(1+s) \leq \alpha \leq (1+r),$$

$$\beta_j \geq 0, j = \overline{1, n},$$

де $\alpha, \beta_j, j = \overline{1, n}$, - основні невідомі величини цієї задачі, а $\alpha_j, d_j, p_j, q_j, j = \overline{1, n}$; r і s - ті самі відомі величини, що й у вихідній задачі.

Розв'язок двоїстої задачі можна записати таким чином:

$$\alpha^* = \min\{\max(1+s); \frac{d_j}{q_j}, j = \overline{1, n}\}; (1+r),$$

$$\beta_j^* = \max\{p_j \alpha^* - d_j; 0\}, j = \overline{1, n}.$$

Щодо оптимального значення a^* проглядаються два варіанти, які ми охарактеризуємо докладніше.

Варіант 1. Припустимо, що $a^* = (1 + s)$. Цей випадок має місце, якщо дохідність від розміщення капіталів на депозит не нижча, аніж дохідність у результаті придбання яких-небудь цінних паперів:

$$\frac{d_j}{q_j} \leq (1+s) \text{ для усіх } j = \overline{1, n}.$$

Зараз придбання додаткових цінних паперів є недоцільним, причому відсутня і необхідність у залученні позикових коштів:

$$y_j^* = 0, j = \overline{1, n}; v^* = 0.$$

Усі ті наявні у інвестора цінні папери, продаж яких із подальшим розміщенням виручених коштів на депозит забезпечить дохід вище, ніж володіння цими активами, підлягають реалізації:

$$p_j(1+r) > d_j \Rightarrow x_j^* = a_j$$

а виручений від цієї реалізації обсяг коштів повинен бути спрямований на приріст вільного капіталу, розміщеного на депозитному рахунку:

$$w^* = I + \sum_{j=1}^n p_j x_j^*.$$

Варіант 2. Цей варіант виникає, коли дохідність за одним із напрямків інвестування перевищує дохідність від розміщення капіталу на депозит. Нехай j^* -напрямок інвестування з найбільшою дохідністю, тобто, для розглянутого випадку,

$$\frac{d_{j^*}}{q_{j^*}} = \max_{j \in \{1, n\}} (1 + s)$$

Якщо при цьому $\frac{d_{j^*}}{q_{j^*}} > (1+r)$, то тоді $a^* = (1+r)$

Це свідчить про необхідність залучення позикових коштів ($v^* \geq 0$), причому весь капітал, включаючи і наявний вільний, доцільно вкласти в придбання активів виду j^* , оскільки $w^* = 0$.

Якщо ж $\frac{d_{j^*}}{q_{j^*}} < (1+r)$, то тоді $(1+r) < a^* = \frac{d_{j^*}}{q_{j^*}} < (1+r)$, тобто брати кредит

недоцільно ($v^* = 0$). Залишати вільний капітал також недоцільно ($w^* = 0$), а усі кошти, із необхідним переформуванням фінансового портфеля, доцільно направити на придбання цінних паперів із якнайбільшою дохідністю.

На закінчення проведеного аналізу відзначимо, що коли некеровані параметри, детерміновані, то оптимальний план переформування портфеля фінансових активів визначається в результаті розв'язування задачі лінійного програмування, причому необхідність використання методів лінійного програмування з'являється лише при невиконанні достатніх умов оптимальності поточного портфеля.

Розв'язування задачі за умов ризику. Перейдемо тепер до дослідження задачі оптимального управління портфелем фінансових активів для випадку, коли рішення приймається в умовах ризику, тобто коли некеровані параметри можна вважати випадковими величинами з відомими їх деякими статистичними характеристиками. Вибір еконо-міко-математичного інструментарію визначатиметься типом ставлення до ризику конкретного інвестора.

Якщо інвестор нейтральний до ризику, то тоді оптимальний план переформування його фінансового портфеля є результатом розв'язування задачі лінійного програмування:

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^n \bar{d}_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n (-p_j x_j + q_j y_j) - v + w = I,$$

$$0 \leq x_j \leq a_j, y_j \geq 0, j = \overline{1, n}, w, v \geq 0.$$

де через \bar{d}_j позначене очікуване значення доходу, який забезпечуватиме в плановому періоді одиниця цінного паперу j -го виду ($j = \overline{1, n}$), а через \bar{z} - загальний очікуваний дохід фінансового портфеля інвестора (розраховується за правилом, обчислення суми випадкових величин).

Бачимо, що математично задача принципово не відрізняється від уже досліджуваної, за тим лише винятком, що замість детермінованих значень показників доходу різних фінансових інструментів використовуються математичні очікування відповідних випадкових величин. Тому її аналіз і розв'язування можна виконати за тією самою методикою, що була описана для детермінованого випадку.

Процес розв'язування задачі оптимального управління портфелем фінансових активів у випадку, коли ставлення інвестора до ризику відрізняється від нейтрального, дещо складніший, ніж у попередніх випадках. Насамперед відзначимо, що найкращий для інвестора фінансовий портфель потрібно буде шукати серед ефективних планів даокритеріальної задачі:

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^n \bar{d}_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j (a_i - x_i + y_i)(a_j - x_j + y_j) \rightarrow \min(\max),$$

$$\sum_{j=1}^n (-p_j x_j + q_j y_j) - v + w = I,$$

$$0 \leq x_j \leq a_j, y_j \geq 0, j = \overline{1, n}, w, v \geq 0.$$

яка відрізняється від попередньої задачі наявністю додаткової цільової функції. Новий критеріальний показник - σ^2 - це дисперсія загального доходу фінансового портфеля; оптимізацій на спрямованість цього показника (до мінімуму або, навпроти, до максимуму) відповідає типу ставлення до ризику конкретного інвестора (несхильності або, навпаки, схильності).

Дисперсія σ^2 випадкової величини доходу z фінансового портфеля інвестора розраховується за формулою для дисперсії лінійної функції випадкових величин. У нашій задачі для запису цієї формули були використані такі позначення: ρ_{ij} - коефіцієнт кореляції між показниками доходу цінних паперів видів i і j ; σ_i (σ_j) - стандартне відхилення дохідності i -го (j -го) цінного паперу ($i, j = \overline{1, n}$).

Розв'язок задачі визначається тією з її ефективних оцінок (z^*, σ^{2*}), що найбільшою мірою відповідає переважанню інвестора. Опишемо процедуру пошуку цього розв'язку з використанням узагальненої методики багатокритеріальної оптимізації.

Етап 1. Визначаються діапазони зміни кожної із цільових функцій на множині ефективних планів відповідної задачі - інтервали $[z_{\min}^-; z_{\max}^-]$ і $[\sigma_{\min}^2; \sigma_{\max}^2]$. Якщо хоча б один із них перетвориться в точку (при цьому другий інтервал також буде точкою), то це означатиме, що всі ефективні плани рівноцінні, довільний з них може бути вибраний за рішення.

У більш типовому випадку кожний із виявлених інтервалів буде мати ненульову довжину, у зв'язку з чим для вирішення проблеми вибору будуть потрібні подальші розрахунки.

Етап 2. Будуємо узагальнену адитивну цільову функцію

$$u = \frac{\bar{z}}{\bar{z}_{\max} - \bar{z}_{\min}} \mp \frac{\sigma^2}{\sigma_{\max}^2 - \sigma_{\min}^2}$$

(знак між доданками відповідає типу ставлення до ризику інвестора: «-» - несхильності, «+» - схильності)

і знаходимо такий фінансовий портфель, що відповідає максимуму цієї функції на множині допустимих планів. Цей план ефективний; його показники очікуваного доходу і дисперсії доходу повідомляються інвестору.

Етап 3. Якщо інвестор не погоджується з досягнутими рівнями очікуваного доходу і дисперсії доходу, то він повинен вказати такі рівні цих критеріальних показників, які він вважає задовільними.

Етап 4. Встановлюється реальність указаних інвестором задовільних рівнів критеріальних показників. За необхідності здійснюється корекція рівнів - або у бік поліпшення, якщо рівні реальні, або у бік послаблення - щоб зробити реальними.

Етап 5. Визначається такий ефективний фінансовий портфель, критеріальні показники якого відповідають реальним (скоригованим) задовільним рівням. Інформація про нього передається інвестору.

Етап 6. Якщо інвестор не погоджується з черговою рекомендацією, він повинен внести корекцію в указані ним раніше рівні задовільних значень критеріальних показників, після чого варто повернутися до етапу 4.

Деяка складність у реалізації запропонованої методики може полягати у тому, що задачі, які розв'язуються на етапах 1, 2, 4 і 5, є нелінійними. Ще однією особливістю методики є можливість виникнення необхідності кількаразової реалізації етапів 4-6, проте відомі прийоми, котрі забезпечують збіжність цього діалогу за скінчене, причому достатньо невелике число кроків.

Розв'язування задачі за умов невизначеності. Звернемося тепер до випадку, коли оптимальне управління портфелем фінансових активів здійснюється в умовах невизначеності. Будемо вважати, що значення некерованих параметрів d_i - показників доходу, що забезпечується в плановому періоді одним цінним папером j -го виду, - можна визначити лише з точністю до діапазонів. Якщо застосувати критерій Вальда прийняття рішень в умовах невизначеності, то задачу інвестора можна записати так:

$$[\min_{d \in D} z(d, x, y, v, w)] \rightarrow \max_{(x, y, v, w) \in \Omega}$$
$$d = (d_1, \dots, d_n), x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n),$$

$$z(d, x, y, v, w) = \sum_{j=1}^n d_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w,$$

$$D = \{(d_1, \dots, d_n), | d_j^{\min} \leq d_j \leq d_j^{\max}, j = 1, \bar{n}\},$$

а множина Ω задається системою обмежень:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n (-p_j x_j + g_j y_j) - v + w = 1 \\ 0 \leq x_j \leq a_j, y_j \geq 0, j = 1, \bar{n} \end{array} \right\}$$

Зміст усіх відомих і невідомих величин у наведеній задачі такий самий, що й раніше.

Для пошуку розв'язку максимінної задачі потрібно реалізувати два кроки.

На першому кроці необхідно при фіксованих $(x, y, v, w) \in \Omega$ розв'язати задачу:

$$z(d) = \sum_{j=1}^n d_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \min$$

$$| d_j^{\min} \leq d_j \leq d_j^{\max}, j = 1, \bar{n},$$

Тут відповідь встановлюється так:

$$d_j^* = \begin{cases} d_j^{\min}, & \text{якщо } a_j - x_j + y_j \geq 0 \\ \text{довільне число з інтервалу } [d_j^{\min}; d_j^{\max}] & \text{якщо } a_j - x_j + y_j = 0 \end{cases}$$

(випадок $a_j - x_j + y_j < 0$ виключений через наявність в описі множини Ω обмежень $(0 \leq x_j \leq a_j, y_j \geq 0)$);

$$z(d)_{\min} = \sum_{j=1}^n d_j^* (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w$$

На другому кроці варто знайти найкращий за критерієм Вальда план перетворення фінансового портфеля (x^*, y^*, v^*, w^*) - як результат розв'язування задачі:

$$z(x, y, v, w) = \sum_{j=1}^n d_j^* (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max,$$

$$(x, y, v, w) \in \Omega$$

У цільовій функції останньої задачі за значення коефіцієнтів d_j^* можна обрати значення d_j^{\min} . Таким чином, для розв'язування задачі оптимального управління портфелем фінансових активів в умовах невизначеності за критерієм Вальда знову приходимо до попередніх економіко-математичних моделей, з тією

лише особливістю, що за значення некерованих параметрів d_j у цільовій функції варто взяти найгірші з їх можливих невизначених значень, тобто значення d_j^{\min} .

5.6. Оптимальне управління валютним резервом.

Валютний резерв є вагомим чинником стабілізації інфляційних процесів та підтримки зовнішньоекономічних зв'язків. Він утворюється з набору валют та періодично переформовується. Необхідність переформування валютного резерву зумовлена, зокрема, тим, що відносна цінність окремих валют із часом змінюється. Отже, щоб підтримувати оптимальну цінність валютного резерву, його потрібно постійно переглядати, обмінюючи певну частину валюти, відносна цінність якої зменшуватиметься, на таку, відносна цінність якої зростатиме. За умов, коли динаміка майбутньої цінності валют на короткостроковий період визначається абсолютно точно, цінність валютного резерву за рахунок серії послідовних операцій переформування можна значно збільшити. Щоб зменшити ризик можливого знецінення валютного резерву внаслідок непередбачуваних змін відносної цінності окремих валют, в умовах ризику оптимальний план переформування валютного резерву слід визначати за критеріями максимізації очікуваної цінності майбутнього резерву та мінімізації дисперсії його цінності. Нарешті, у випадку невизначеності майбутніх значень показників відносної цінності валют для зміцнення цінності валютного резерву доцільно використати критерій Вальда.

З метою побудови економіко-математичних моделей для задачі оптимального управління валютним резервом уведемо необхідні позначення.

Відомими величинами вважатимемо такі: n - кількість різних валют, з яких утворено або може бути утворено валютний резерв; i, j - номер окремої валюти ($i, j=1, n$); a_i - кількість i -ї валюти, що знаходиться у валютному резерві в поточний момент часу; v_{ij} - коефіцієнт переведення, що дорівнює кількості валюти i -го виду, яка потрібна, щоб отримати одиницю валюти j -го виду при переформуванні валютного резерву (при $j = i$ очевидно, що $v_{ij} = 1$).

Некеровані параметри: w_i^1 - майбутня відносна цінність одиниці j -ї валюти.

Керовані змінні: x_{ij} - кількість i -ї валюти, яку буде витрачено для придбання j -ї валюти; y_j - кількість j -ї валюти, яка міститиметься у переформованому валютному резерві; u - загальна майбутня цінність переформованого валютного резерву.

Взаємозалежності між керованими змінними, некерованими параметрами та відомими величинами:

1) загальна цінність переформованого валютного резерву визначається майбутньою відносною цінністю одиниці кожної валюти та кількістю відповідної валюти, яка міститиметься у цьому резерві:

$$u = \sum_{j=1}^n w_j^1 y_j$$

2) кількість j -ї валюти, яка міститиметься у переформованому валютному резерві, визначається кількістю валюти різних видів, яку використано під час переформування резерву для придбання цієї валюти:

$$y_j = \sum_{i=1}^n \frac{x_{ij}}{v_{ij}}, j = 1, \dots, n;$$

3) кількість i -ї валюти, яку буде використано для придбання валют під час переформування валютного резерву, відповідає початковій кількості цієї валюти у поточному резерві:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, n;$$

4) кількість i -ї валюти, яку буде витрачено для придбання j -ї валюти, невід'ємна:

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, \dots, n.$$

Задача переформування валютного резерву у детермінованих умовах, тобто при фіксованих значеннях некерованих параметрів полягає у визначенні такого резерву, загальна цінність якою було якнайбільшою, з урахуванням взаємозалежностей між керованими змінними, некерованими параметрами та

відомими величинами економіко-математична модель цієї задачі набуває такого вигляду:

$$u = \sum_{j=1}^n w_j^1 y_j \rightarrow \max$$

$$y_j = \sum_{i=1}^n \frac{x_{ij}}{v_{ij}}, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, n;$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, \dots, n.$$

Маємо розподільчу задачу лінійного програмування. Її розв'язок визначається конкретними значеннями некерованих параметрів.

Дослідження задачі. Передусім звернемо увагу на те, що коефіцієнти переведення є фактично поточними курсами валют, тобто визначаються поточною відносною цінністю відповідних валют w_i^0 та w_j^0 .

$$v_{ij} = \frac{w_j^0}{w_i^0}, i, j = 1, \dots, n.$$

Тому співвідношення між керованими змінними можна подати так:

$$w_j^0 y_j = \sum_{i=1}^n w_i^0 x_{ij}, j = 1, \dots, n.$$

Позначимо поточну цінність існуючого валютного резерву через u^0 :

$$u^0 = \sum_{i=1}^n w_i^0 a_i.$$

Умовно утворення цінності поточного валютного резерву можна уявити як реалізацію всієї валюти за їхньою поточною цінністю. Тоді задача переформування валютного резерву постає як задача про придбання за ціною, що відповідає поточній відносній цінності, такої кількості відповідних валют, при якій загальна цінність валютного резерву у майбутньому буде якнайбільшою:

$$u = \sum_{j=1}^n w_j^1 y_j \rightarrow \max$$

$$u^0 = \sum_{j=1}^n w_j^0 y_j.$$

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

Цю задачу називатимемо задачею визначення складу валютного резерву. Після знаходження її оптимального плану, який ми позначимо через $y_j^*, j=1, \dots, n$, конкретну схему переформування валютного резерву можна побудувати як розв'язок задачі балансування:

$$w_j^0 y_j^* = \sum_{i=1}^n w_i^0 x_{ij}, j = 1, \dots, n.$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, n;$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, \dots, n.$$

Попередню задачу, яка належить до класу розподільчих задач лінійного програмування, але містить лише одне основне обмеження, можна спростити шляхом уведення нових змінних: $w_j^0 y_j = z_j, j = 1, \dots, n$.

У нових змінних задача визначення складу валютного резерву набирає такого вигляду:

$$u = \sum_{j=1}^n \frac{w_j^1}{w_j^0} z_j \rightarrow \max$$

$$u^0 = \sum_{j=1}^n z_j.$$

$$z_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

Таким чином, оптимальний склад валютного резерву визначається тими валютами, темп зміни відносної цінності яких (відношення $\frac{w_j^1}{w_j^0}$) є найбільшим.

Щоб проілюструвати ефективність заходів з оптимального переформування валютного резерву в детермінованому випадку, скористаємося реальними статистичними даними за один місяць, протягом якого було 23 операційних дні. Для числових розрахунків використано 6 валют: англійські фунти стерлінгів - GBP-1, американські долари - USD, сингапурські долари - SGD-1, російські рублі - RUR-10, японські єни - JPY-100, євро - EUR-1 (число біля коду валюти означає обрану нами одиницю виміру цієї валюти; наприклад,

RUR-10 означає, що одиницею виміру для цієї валюти є 10 російських рублів). Відносна цінність одиниці кожної валюти розраховувалась на основі офіційних курсів НБУ. Початковий валютний резерв було обрано як такий, що містить по 100 одиниць кожної валюти. Всі вихідні дані та процес розрахунків відображені в табл.5.6.1. Бачимо, що на початок 23-го операційного дня оптимальний валютний резерв складається лише з англійських фунтів стерлінгі (GBP-1) у кількості 383,86 одиниці. Якщо врахувати відносну цінність валют у цей день (GBP-1 - 0,2915; USD-1 - 0,1798; SGD-1 - 0,1059; RUR-10 - 0,0743; JPY-100 - 0,1561; EUR-1 - 0,1923), робимо висновок, що цей резерв рівноцінний такому: GBP-1 - 111,89; USD-1 - 111,89; SGD-1 - 111,89; RUR 10 - 111,89; JPY-100 - 111,89; EUR-1 111,89. Спостерігаємо зростання цінності валютного резерву внаслідок послідовних 22-х переформувань у 1,1189 разу. Відомо, що 11 12 % місячної ставки прибутковості відповідають 250-280% річних.

За умов ризику вважатимемо некеровані параметри w_j^I які показують відносну цінність одиниці j -ї валюти у майбутньому, випадковими величинами з відомими середніми значеннями w_j^{-I} , та стандартними відхиленнями σ_j ($j= 1,..n$). При керуванні валютним резервом до ризику доцільно ставитися несхильно. Тому для визначення оптимального складу валютного резерву слід звертатися до множини ефективних планів двокритеріальної задачі:

$$\bar{u} = \sum_{j=1}^n w_j^{-1} y_j \rightarrow \max$$

$$\sigma^2(u) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j y_i y_j \rightarrow \min$$

$$u^0 = \sum_{j=1}^n w_j^0 y_j.$$

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

де ρ_{ij} - коефіцієнт кореляції між параметрами w_i^I та w_j^I (при $i=j$, очевидно, $\rho_{ij} = 1$).

Перша цільова функція задачі орієнтує на вибір такого валютного резерву, загальна очікувана цінність якого \bar{u} була б найбільшою. Друга цільова функція відбиває вимогу вибору валютного резерву з найменшою дисперсією своєї

загальної цінності $\sigma^2(u)$. Розв'язок задачі має відповідати системі переважань ОПР (особи, що приймає рішення).

Таблиця 5.6.1

Зростання цінності валютного резерву внаслідок його оптимального переформовування у детермінованому випадку

Опер. день	Валютний резерв на початок дня					
	GBR-1	USD-1	SGD-1	RUR-10	JPY-100	EUR-1
1	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
2	0.00	0.00	928.35	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	928.35	0.00	0.00	0.00
4	346.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00	667.44	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	667.44	0.00
7	0.00	0.00	0.00	1337.53	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	670.35	0.00
9	0.00	0.00	0.00	1339.97	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	542.43
11	0.00	0.00	0.00	0.00	671.69	0.00
12	356.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	1358.30	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	674.17	0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	554.42
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	554.42
17	368.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	688.95	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	564.90
20	380.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0.00	0.00	0.00	0.00	707.36	0.00
22	383.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	383.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Таблиця 5.6.1 (продовження)

Опер. день	Відносна цінність						
	GBR-1	USD-1	SGD-1	RUR-10	JPY-100	EUR-1	сума
1	0,2897	0,1841	0,1077	0,0760	0,1523	0,1901	1,000
2	0,2906	0,1841	0,1082	0,0760	0,1522	0,1889	1,000
3	0,2905	0,1843	0,1083	0,0759	0,1523	0,1887	1,000
4	0,2910	0,1846	0,1085	0,0760	0,1509	0,1889	1,000
5	0,2903	0,1850	0,1087	0,0756	0,1514	0,1891	1,000
6	0,2887	0,1853	0,1089	0,0758	0,1518	0,1895	1,000
7	0,2888	0,1856	1,1091	0,0760	0,1515	0,1890	1,000
8	0,2880	0,1856	0,1091	0,0760	0,1519	0,1894	1,000
9	0,2884	0,1859	0,1092	0,0762	0,1520	0,1882	1,000
10	0,2886	0,1853	0,1091	0,0760	0,1524	0,1887	1,000
11	0,2886	0,1851	0,1091	0,0760	0,1531	0,1882	1,000
12	0,2892	0,1847	0,1088	0,0759	0,1531	0,1884	1,000
13	0,2894	0,1846	0,1087	0,0759	0,1530	0,1884	1,000
14	0,2882	0,1849	0,1088	0,0761	0,1543	0,1876	1,000
15	0,2881	0,1831	0,1078	0,0754	0,1549	0,1907	1,000
16	0,2880	0,1832	0,1074	0,0755	0,1543	0,1916	1,000
17	0,2887	0,1826	0,1071	0,0753	0,1546	0,1917	1,000
18	0,2881	0,1821	0,1068	0,0752	0,1567	0,1911	1,000
19	0,2878	0,1811	0,1062	0,0748	0,1565	0,1937	1,000
20	0,2888	0,1816	0,1065	0,0750	0,1553	0,1929	1,000
21	0,2880	0,1815	0,1068	0,0749	0,1563	0,1925	1,000
22	0,2893	0,1805	0,1063	0,0746	0,1565	0,1928	1,000
23	0,2915	0,1798	0,1059	0,0743	0,1561	0,1923	1,000

Таблиця 5.6.1 (продовження)

Темп зміни відносної цінності						Макс. темп зміни	Цінність резерву
GBR-1	USD-1	SGD-1	RUR-10	JPY-100	EUR-1		
1,00305	0,99992	1,00403	0,99992	0,99933	0,99372	1,004035	100,00000
0,99963	1,00126	1,00126	0,99795	1,00054	0,99901	1,001257	100,40317
1,00196	1,00177	1,00177	1,00175	0,99089	1,00089	1,001965	100,52941
0,99731	1,00192	1,00192	0,99417	1,00333	1,00085	1,003328	100,72690
0,99455	1,00193	1,00193	1,00272	1,00283	1,00203	1,002830	101,06216
1,00049	1,00151	1,00151	1,00235	0,99799	0,99757	1,002354	101,34818
0,99709	0,99995	0,99995	1,00077	1,00260	1,00213	1,002596	101,58680
1,00142	1,00166	1,00166	1,00247	1,00055	0,99381	1,002467	101,85049
1,00062	0,99650	0,99914	0,99733	1,00222	1,00230	1,002303	102,10174
0,99996	0,99914	0,99914	0,99998	1,00464	0,99767	1,004644	102,33685
1,00232	0,99754	0,99754	0,99836	1,00021	1,00078	1,002317	102,81212
1,00065	0,99994	0,99900	1,00073	0,99914	1,00004	1,000730	103,05035
0,99575	1,00155	1,00155	1,00237	1,00875	0,99605	1,008751	103,12557
0,99967	0,99033	0,99033	0,99119	1,00380	1,01610	1,016098	104,02803
0,99980	1,00009	0,99634	1,00090	0,99611	1,00509	1,005089	105,70264
1,00223	0,99705	0,99705	0,99787	1,00171	1,00058	1,002234	106,24054
0,99807	0,99715	0,99715	0,99757	1,01403	0,99686	1,014029	106,47790
0,99890	0,99437	0,99437	0,99477	0,99844	1,01351	1,013505	107,97170
1,00360	1,00265	1,00265	1,00264	0,99223	0,99599	1,003596	109,42989
0,99703	0,99974	1,00368	0,99973	1,00656	0,99748	1,006555	109,82345
1,00456	0,99463	0,99463	0,99507	1,00160	1,00185	1,004555	110,54338
1,00762	0,99619	0,99619	0,99699	0,99741	0,99749	1,007623	111,04694
н/д	н/д	н/д	н/д	н/д	н/д	-	111,89351
Темп зміни цінності валютного резерву за місяць						1,11894	
Середньодобовий темп зміни цінності валютного резерву						1,005121	

Оптимальний валютний резерв є таким з ефективних планів двокритеріальної задачі, при якому співвідношення показників очікуваної цінності та дисперсії цінності є найпереважнішим.

Для розв'язування задачі скористаємося узагальненою методикою багатокритеріальної оптимізації. Згідно з нею, пошук оптимального валютного резерву можна організувати шляхом послідовної реалізації наступних шести етапів.

Етап 1. Визначення меж варіації кожної з цільових функцій на множині ефективних планів - інтервалів $[u_{\min}^-; u_{\max}^-]$ та $[\sigma^2(u)_{\min}; \sigma^2(u)_{\max}]$. Якщо для кожної з цільових функцій її найкраще значення на множині ефективних планів збігатиметься з найгіршим, робимо висновок, що всі ефективні плани рівноцінні. Довільний із них може бути обраним за розв'язок задачі. У типовому випадку, який вимагає подальшого опрацювання, інтервали варіації значень кожної з цільових функцій на множині ефективних планів матимуть ненульову довжину.

Етап 2. Побудова узагальненої адитивної цільової функції

$$h = \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}} - \frac{\sigma^2(u)}{\sigma^2(u)_{\max} - \sigma^2(u)_{\min}}$$

та визначення валютного резерву y^1 , який відповідає максимуму цієї функції на множині Y допустимих планів. Цей план є ефективним. Його показники очікуваної цінності та дисперсії цінності разом із межами варіації критеріальних показників на множині ефективних планів передаються ОПР.

Етап 3. ОПР або погоджується обрати план y^1 за розв'язок задачі, або повинна по кожній із цільових функцій вказати такі припустимі рівні $u\bar{u}_\xi$ та σ_ξ^2 , які вона вважає задовільними.

Етап 4. Визначається реальність припустимих рівнів критеріальних показників та здійснюється їх корекція або в бік покращання, якщо вони є реальними, або в бік послаблення, щоб зробити реальними. Для цього розв'язують таку однокритеріальну задачу опуклого програмування:

$$t \rightarrow \max$$

$$\bar{u} \geq \bar{u}_\xi + t(\bar{u}_{\max} - \bar{u}_\xi)$$

$$\sigma^2(u) \leq \sigma_{\xi}^2 - t(\sigma_{\xi}^2 - \sigma^2(u)_{\min})$$

$$y \in Y$$

Реальні припустимі рівні критеріальних показників визначаються оптимальним значенням t^* параметра t . Зазначимо, що $t^* < 1$, причому випадок $t^* \geq 0$ свідчить про реальність первісних припустимих рівнів, а випадок $t^* \leq 0$ - про їх нереальність.

Етап 5. Розшукується ефективний план y^2 , який відповідає реальним припустимим рівням критеріальних показників. Він є розв'язком задачі квадратичного програмування з лінійними та нелінійними обмеженнями:

$$h = \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\max} - \bar{z}_{\min}} - \frac{\sigma^2(u)}{\sigma^2(u)_{\max} - \sigma^2(u)_{\min}} \rightarrow \max$$

$$\bar{u} \geq \bar{u}_{\xi} + t(\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\xi})$$

$$\sigma^2(u) \leq \sigma_{\xi}^2 - t(\sigma_{\xi}^2 - \sigma^2(u)_{\min})$$

$$y \in Y$$

Результатом є рекомендація про затвердження за розв'язок плану y^2 , яка надсилається ОПР.

Етап 6. Якщо ОПР не погоджується з рекомендацією обрати за розв'язок план y^2 , то вона повинна здійснити корекцію первісних припустимих рівнів критеріальних показників (для забезпечення збіжності методу нові рівні повинні бути слабкішими від попередніх). У результаті або робимо висновок про завершення процесу, або повертаємося до етапу 4, маючи на увазі нові значення припустимих рівнів критеріальних показників.

Примітки.

1. Якщо ОПР на етапах 3, 6 залишає один або обидва критеріальні показники поза увагою, то за припустимі рівні таких критеріальних показників обираються відповідно значення \bar{u}_{\min} або $\sigma^2(u)_{\max}$.

2. Якщо діалог з ОПР неможливий, тоді етапи 2, 3, 6 випускаються, а за розв'язок задачі обирається план y^2 , який буде знайдено після реалізації етапів 1, 4, 5, з урахуванням примітки 1.

Приклад. Для числових розрахунків скористаємося відомими даними за 23 операційних дні, наведеними в табл. 5.6.1. Очікувану на 24-й операційний день відносну цінність валют у першому наближенні визначимо з моделей лінійного тренду

$$w_j^{-1} = \alpha_j T + \beta_j, T = 24 (j = 1, \dots, n)$$

параметри α_j та β_j яких, а також параметри σ_j та ρ_{ij} ($i, j = 1, \dots, n$) обчислені на основі масивів даних $\{w_j(T) | T = 1, \dots, 23, j = 1, \dots, n\}$, з таблиці 5.6.1. Результати розрахунків наведено в таблиці 5.6.2.

Таблиця 5.6.2

Статистичні оцінки некерованих параметрів задачі визначення оптимального складу валютного резерву в умовах ризику

Валюта j	w_j^{-1}	σ_j	Оціночні коефіцієнти кореляції між віносними цінностями, ρ_{ij}					
			GBP-1	USD-1	SGD-1	RUR-10	JPY-100	EUR-1
GBP-1	0.2884	0.0011	1.0000	-0.0605	-0.0440	-0.0112	-0.3168	-0.1675
USD-1	0.1811	0.0018	-0.0605	1.0000	0.9836	0.9503	-0.8887	-0.9062
SGD-1	0.1065	0.0011	-0.0440	0.9836	1.0000	0.9206	-0.8560	-0.9345
RUR-10	0.0748	0.0005	-0.0112	0.9503	0.9206	1.0000	-0.8486	-0.9042
JPY-100	0.1567	0.0019	-0.3168	-0.8887	-0.8560	-0.8486	1.0000	0.7953
EUR-1	0.1925	0.0018	-0.1675	-0.9062	-0.9345	-0.9042	0.7953	1.0000

Склад валютного резерву на початок 23-го операційного дня вважатимемо таким: GBP-1 - 100; USD-1 - 100; SGD-1 - 100; RUR-10 - 100; JPY-100 - 100; EUR-1 - 100. Інформація про підсумки реалізації етапів 1, 5, 6 розв'язування задачі визначення оптимального складу валютного резерву наведена у таблиці 5.6.3.

Таблиця 5.6.3

Інформація про процес та підсумки розв'язування задачі визначення оптимального складу валютного резерву в умовах ризику

Критеріальні показники	Значення критеріальних показників на множині ефективних планів		Критеріальні показники оптимального валютного резерву
	найкраще	найгірше	
Очікувана цінність	100,7230	100,0241	100,6222
Дисперсія цінності	0,000006	1,0022	0,1530

За умов ризику оптимальним на кінець 23-го, тобто на початок 24-го операційного дня є такий валютний резерв: GBP-1 - 0; USD-1 – 85,38; SGD-1 -

0; RUR-10 – 870,18; JPY-100 – 128,08; EUR-1 - 0. Його очікувана відносна цінність дорівнює 100,62 од. (проти 100,00 од., яку мав початковий резерв), при помітній дисперсії відносної цінності, якщо порівнювати її з майже нульовою дисперсією відносної цінності початкового резерву.

Звернемося тепер до фактичних курсів валют, які склалися на 24-й операційний день. Обчислені на їх основі показники відносної цінності валют такі: GBP-1 – 0,2909; USD-1 – 0,1798; SGD-1 – 0,1058; RUR-10 – 0,0743; JPY-100 – 0,1573; EUR-1 – 0,1918. бачимо, що використання методики оптимізації валютного резерву в умовах ризику дозволило отримати валютний резерв, цінність якого дорівнює 100,182 од., тобто переформування валютного резерву забезпечило зростання його цінності в 1,0018 раз. Цей показник є меншим за середньодобовий темп зміни цінності валютного резерву, який спостерігається в детермінованому випадку ($\sqrt[22]{1.00894} = 1.005$), що підкреслює необхідність ґрунтовного оцінювання некерованих параметрів. Водночас слід врахувати й ту обставину, що за умов ризику завжди існує імовірність того, що в окремих випадках кінцевий результат буде гіршим очікуваного. Тому практика управління валютними резервами має супроводжуватись систематичними ретельними розрахунками, особливо щодо прогнозних значень показників відносної цінності валют.

Водночас часто виникають ситуації, коли про значення показників майбутньої відносної цінності валют на перспективу можна говорити лише з точністю до певних діапазонів, тобто коли управління валютним резервом здійснюється в умовах невизначеності. Розглянемо методику визначення оптимального валютного резерву саме для цього випадку. Якщо позначити поточну цінність існуючого валютного резерву через u^0 :

$$u^0 = \sum_{j=1}^n w_j^0 a_j.$$

де w_j^0 - відома на момент прийняття рішення поточна відносна цінність j -ї валюти, $j= 1, \dots, n$, то задачу переформування валютного резерву можна звести до задачі визначення складу валютного резерву, яка для випадку невизначеності

щодо некерованих параметрів - показників майбутньої відносної цінності валют - записується так:

$$u = f(w^1 y) = \sum_{j=1}^n w_j^1 y_j \rightarrow m.pref ,$$

$$u^0 = \sum_{j=1}^n w_j^0 y_j .$$

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

.....

$$w_j^1 \in [w_j^{\min}; w_j^{\max}], j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^1 = 1.$$

У записі цієї задачі через w^j та y позначено відповідно вектор невизначених некерованих параметрів та вектор невідомих керованих змінних: $w^1 = (w_1^1, \dots, w_n^1)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$. Обмеження задачі щодо керованих змінних відбивають вимогу переформування валютного резерву без залучення додаткових валютних ресурсів. Стосовно некерованих параметрів припускається, що відомі діапазони $[w_j^{\min}; w_j^{\max}]$, у межах яких може знаходитися майбутня відносна цінність відповідної валюти w_j^1 ; ($j = 1, \dots, n$); враховано також вимогу нормування, згідно з якою сума показників відносних цінностей усіх валют завжди дорівнює одиниці.

У цільовій функції задачі підкреслено, що цінність u майбутнього валютного резерву є залежною як від складу цього валютного резерву y , так і від недетермінованих некерованих параметрів w^j , причому розв'язок задачі утворюватиме найпереважніший за цінністю валютний резерв з точки зору ОПР.

Позначимо множину допустимих валютних резервів через Y , а множину можливих значень некерованих параметрів через W^j :

$$Y = \{(y_1, \dots, y_n) \mid \sum_{j=1}^n w_j^0 y_j = u^0; y_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

$$W^1 = \{(w_1^1, \dots, w_n^1) \mid \sum_{j=1}^n w_j^1 = 1; w_j^{\min} \leq w_j^1 \leq w_j^{\max}, j = 1, \dots, n\}$$

За відсутності довільної додаткової інформації про некеровані параметри для визначення оптимального складу валютного резерву скористаємося максимінним

критерієм Вальда, який забезпечуватиме отримання валютного резерву якнайбільшої цінності у найгіршій з ситуацій щодо значень некерованих параметрів. З використанням цього критерію задача визначення оптимального складу валютного резерву набирає вигляду:

$$[\min_{w^1 \in W^1} f(w^1, y)] \rightarrow \max_{y \in Y}$$

З теорії про сідлові точки доходимо висновку, що розв'язок цієї максимінної задачі буде отримано шляхом визначення розв'язку міні-максної задачі:

$$[\max_{y \in Y} f(w^1, y)] \rightarrow \min_{w^1 \in W^1}$$

яку досліджувати та розв'язувати дещо простіше, аніж вихідну.

Процес розв'язування мінімаксної задачі можна розкласти на два етапи. На першому етапі розшукуватимуться значення некерованих параметрів w^{1*} розв'язанням оптимізаційної задачі:

$$t \rightarrow \min,$$

$$w_j^1 \leq w_j^0 t, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^1 = 1$$

$$w_j^{\min 1} \leq w_j^1 \leq w_j^{\max}, j = 1, \dots, n$$

а на другому етапі визначатиметься оптимальний склад валютного резерву y^* :

$$u = \sum_{j=1}^n w_j^1 y_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^0 y_j = u^0$$

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

Обґрунтування цього підходу засноване на співвідношенні:

$$\max_{y \in Y} f(w^1, y) = u^0 \max_{j=1, \dots, n} \frac{w_j^1}{w_j^0}, \text{ з якого випливає, що}$$

$$f(w^{1*}, y^*) = \max_{y \in Y} f(w^{1*}, y) = u^0 t^*$$

де t^* - оптимальне значення цільової функції відповідної оптимізаційної задачі.

Можемо, зокрема, зробити висновок про те, що коли $w_j^0 \in [w_j^{\min}, w_j^{\max}]$ для всіх $j=1, \dots, n$, тоді $t^*=1$ і $w^{1*}=w^0$, тобто переформувувати існуючий валютний резерв

недоцільно. Навпаки, потреба у переформуванні валютного резерву може виникнути лише тоді, коли принаймні для однієї з валют діапазон можливих значень її майбутньої відносної цінності $[w_j^{\min}, w_j^{\max}]$ не включатиме поточного значення відносної цінності цієї валюти w_j^0 , тобто коли $w_j^0 \notin [w_j^{\min}, w_j^{\max}]$ для деякого $j \in 1, \dots, n$.

Приклад. Припустимо, що валютний резерв може утворюватись з трьох валют: EUR, GBP та USD, причому в момент прийняття рішення відносні цінності одиниці кожної валюти описуються вектором $w^0 = (0,28; 0,45; 0,27)$. Вважатимемо, що наявний валютний резерв містить по 100 одиниць кожної валюти, тобто його загальна цінність (у відносних одиницях) складає:

$$u^0 = 0,28 \times 100 + 0,45 \times 100 + 0,27 \times 100 = 100 \text{ (одиниць)}.$$

Якщо межі діапазонів можливих значень майбутньої відносної цінності валют такі, як це показано в таблиці 5.6.4 для випадку 1, то тоді за умов невизначеності, виходячи з критерію Вальда, валютний резерв змінювати не потрібно. Ознакою цього є те, що діапазони можливих значень майбутньої відносної цінності кожної з валют включають у себе поточні значення відносних цінностей відповідних валют.

Таблиця 5.6.4

Поточна відносна цінність та межі діапазонів
Можливих значень майбутньої відносної цінності валют

Показник відносної цінності валют	Випадок 1			Випадок 2		
	EUR	GBP	USD	EUR	GBP	USD
	$J=1$	$J=2$	$J=3$	$J=1$	$J=2$	$J=3$
Поточна відносна цінність w_j^0	0.28	0.45	0.27	0.28	0.45	0.27
Мінімально можлива майбутня відносна цінність w_j^{\min}	0.25	0.40	0.25	0.25	0.40	0.30
Максимально можлива майбутня відносна цінність w_j^{\max}	0.30	0.50	0.35	0.30	0.44	0.35

У випадку 2 проілюстровано ситуацію, коли діапазони можливих значень майбутньої відносної цінності валют не містять у собі поточних значень

відповідних відносних цінностей. А саме: поточна відносна цінність GBP перевищує максимально можливе значення майбутньої відносної цінності: $w_2^0 = 0.45 > w_2^{max} = 0.44$; водночас поточна відносна цінність USD є меншою від мінімально можливого значення майбутньої відносної цінності одиниці цієї валюти: $w_3^0 = 0.27 < w_3^{min} = 0.30$. За таких умов для визначення оптимального складу валютного резерву за критерієм Вальда спочатку потрібно розв'язати задачу визначення некерованих параметрів, яка в нашому конкретному випадку буде такою:

$$t \rightarrow \min,$$

$$w_1^1 \leq 0.28t, \quad w_2^1 \leq 0.45t, \quad w_3^1 \leq 0.27t$$

$$w_1^1 + w_2^1 + w_3^1 = 1$$

$$0.25 \leq w_1^1 \leq 0.30, \quad 0.40 \leq w_2^1 \leq 0.44, \quad 0.30 \leq w_3^1 \leq 0.35$$

Розв'язок цієї задачі лінійного програмування описується так:

$$t^* = \frac{30}{27}, \quad w_3^1 = 0.30$$

$$w_1^{1*} + w_2^{1*} = 0.70$$

$$0.25 \leq w_1^{1*} \leq 0.30, \quad 0.40 \leq w_2^{1*} \leq 0.44$$

Далі для визначення оптимального складу валютного резерву, отримуємо таку задачу лінійного програмування:

$$u = w_1^{1*} y_1 + w_2^{1*} y_2 + 0.30 y_3 \rightarrow \max$$

$$0.28 y_1 + 0.45 y_2 + 0.27 y_3 = 100$$

$$y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad y_3 \geq 0.$$

Зваживши на обмеження щодо некерованих параметрів w_1^{1*} та w_2^{1*} , визначаємо розв'язок останньої задачі:

$$y_1^* = 0, \quad y_2^* = 0, \quad y_3^* = \frac{100}{0.27} = 370.37, \quad u^* = \frac{30}{27} 100 = 111.11.$$

Таким чином, за умов невизначеності у випадку 2 оптимальним планом перетворення валютного резерву (EUR, GBP, USD) = (100, 100, 100) є обмін валют EUR та GBP на USD і отримання валютного резерву (EUR, GBP, USD) = (0, 0, 370.37). Якщо майбутня відносна цінність валют дійсно знаходиться у

межах розрахункових діапазонів невизначеності, тоді цінність валютного резерву внаслідок його переформування зросте принаймні на 11% (у найнесприятливішому з випадків). Наприкінці зазначимо, що наведений приклад підкреслює необхідність якомога точнішого визначення меж діапазонів можливих значень майбутньої відносної цінності валют, оскільки вони можуть істотно впливати на тактику переформування валютного резерву.

5.7. Оптимізація кредитного портфеля за умов ризику щодо платоспроможності позичальників.

Особливістю сучасного стану кредитної сфери України є надмірна кількість короткострокових кредитів порівняно до довгострокових. Значною є також частка проблемних кредитів. Із збільшенням термінів надання позики зменшується імовірність своєчасного та повного виконання позичальником кредитної угоди. Водночас серйозні інвестиційні проекти вимагають довгострокового кредитування. Тому постійно виникає актуальна проблема - як збільшити частку великих довгострокових кредитів і водночас зменшити ризик несвоєчасного повернення коштів позичальниками. Одним із засобів, спрямованих на вирішення цієї проблеми, є використання кредитними установами методик оптимізації кредитного портфеля, які враховують ризик неповернення коштів позичальниками. Методика, що розглядається, дозволяє врахувати як вимогу максимізації очікуваного загального зведеного чистого доходу кредитного портфеля, так і вимогу мінімізації дисперсії доходу, тобто вимогу зменшити ризик отримання загального зведеного чистого доходу у розмірі, меншому за очікуваний. Враховуються також особливості індивідуального ставлення до ризику конкретного кредитора. Наведено приклади проведення необхідних розрахунків.

Кредитний запит. Кожний кредитний запит характеризується розміром позики (Q , яку бажано було б отримати позичальнику у момент часу T_0 , та графіком повернення позичкових коштів та відсотків за кредит. Цей графік

повинен містити інформацію про розміри майбутніх платежів V_i , які здійснюватимуться позичальником у календарні моменти часу $T_i, i=1, \dots, n$.

Позначимо через r нормативну добову ставку використання банком кредитних ресурсів. Тоді, у разі прийняття банком кредитного запиту до виконання та за умов повного та своєчасного виконання позичальником кредитної угоди, чистий дохід D банку, зведений до моменту часу T_0 , обчислюватиметься за формулою:

$$D = -Q + \sum_{i=1}^m \frac{V_i}{1+r_i}$$

де r_i - ставка дисконту для моменту часу T_i :

$$r_i = (1+r)^{T_i-T_0} - 1, i=1, \dots, m.$$

Припустимо, що кредитний запит має характеристики, які наведені у таблиці 5.7.1.

Таблиця 5.7.1

Опис кредитного запиту						
Показник	Позика	Сплати				
		1	2	3	4	5
Розмір, тис.грн	100	10	20	30	30	40
Дата	01.09.2002	01.10.02	01.11.02	01.12.02	01.01.03	01.02.03

Якщо норматив добової ставки дисконту складатиме 0,1%, то зведений на 1 вересня 2002 року чистий дохід банку (за умов дотримання позичальником графіка сплат) дорівнюватиме:

$$D = -100 + \frac{10}{1.001^{30}} + \frac{20}{1.001^{61}} + \frac{30}{1.001^{91}} + \frac{30}{1.001^{122}} + \frac{40}{1.001^{153}} = 16.8 \text{ (тис. грн.)}$$

Показники розміру позики Q та чистого зведеного доходу банку D вважатимемо основними вихідними показниками кредитного запиту, запропонованого на момент часу T_0 .

Визначення оптимального кредитного портфеля у детермінованому випадку. Нехай на момент часу T_0 є певна множина кредитних запитів. Вважатимемо, що кожний з n кредитних запитів цієї множини вже пройшов попередню експертизу та є таким, який може бути обраним банком для

виконання. Через обмеженість кредитних ресурсів перед банком постає питання: які саме з цих запитів доцільно включити до кредитного портфеля? За відсутності ризику неповернення коштів позичальниками це питання зводиться до задачі визначення такого кредитного портфеля, який забезпечував би банку якнайбільший зведений чистий дохід D_{Σ} від розміщення наявних у нього на момент T_0 кредитних ресурсів R . Маємо цілочислову задачу математичного програмування з бульовими змінними:

$$D_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n D_j x_j \rightarrow \max,$$

$$\sum_{j=1}^n Q_j x_j \leq R$$

$$x_j \in \{0;1\}, j = 1, \dots, n$$

де D_j та Q_j відповідно, - зведений чистий дохід та розмір позики за окремим j -м кредитним запитом із числа тих, що розглядаються для моменту часу T_0 ($j = 1, \dots, n$).

Невідомими виступають логічні змінні x_j ($j = 1, \dots, n$), які відбивають факт включення j -го кредитного запиту до кредитного портфеля чи, навпаки, відмови від цього:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } j\text{-й кредитний запит буде включено до} \\ & \text{кредитного портфеля;} \\ 0 & \text{- у супротивному випадку} \end{cases}$$

Припустимо, що на 1 вересня 2002 року є 5 кредитних запитів, інформація про які наведена у таблиці 5.7.2. якщо

Таблиця 5.7.2

Основні показники кредитних запитів

Показник	Номер запиту				
	1	2	3	4	5
Розмір позики	100	200	300	400	500
Чистий зведений дохід	16,8	30,5	50,1	62,7	80,2

Якщо ліміт кредитних ресурсів банку на 1 вересня 2002 року дорівнює 1 млн. грн., то оптимальний кредитний портфель, $x^1=(0,1,1,0,1)$ включатиме другий, третій та п'ятий запити. Запити перший та четвертий через брак

кредитних ресурсів буде відхилено. Знайдений портфель за детермінованих умов забезпечуватиме банку загальний чистий дохід, зведений до 1 вересня 2002 року, у розмірі 160,8 тис. грн.

Показники ризику кредитного запиту. Розглянемо окремих кредитний запит, який характеризується розміром позики Q грошових одиниць та зведеного чистого доходу D грошових одиниць. Завжди існує імовірність $p \in [0;1]$ майбутньої неплатоспроможності позичальника. З урахуванням цього ризику слід залучити до розгляду показники очікуваного зведеного чистого доходу \bar{D} та дисперсії зведеного чистого доходу σ^2 . У найпершому наближенні їх можна обчислити за формулами:

$$\bar{D} = D(1-p) + (-Q)p = D - (D+Q)p,$$

$$\sigma^2 = (D - \bar{D})^2(1-p) + (-Q - \bar{D})^2 p = (D+Q)p(1-p)$$

Замість показника дисперсії можна розглядати показник σ стандартного відхилення зведеного чистого доходу, який є арифметичним коренем з дисперсії:

$$\sigma = (D+Q)\sqrt{p(1-p)}$$

Результати обчислення показників ризику кожного з 5-ти кредитних запитів, які розглядалися раніше (табл. 5.7.2), наведено у таблиці 5.7.3.

Таблиця 5.7.3

Обчислення показників ризику кредитних запитів

Показник одиниця виміру	Номер запиту				
	1	2	3	4	5
Розмір позики тис.грн	100	200	300	400	500
Чистий зведений дохід тис.грн	16,8	30,5	50,1	65,7	80,2
Імовірність неплатоспроможності, експертна оцінка, б/р	0,03	0,05	0,02	0,01	0,04
Очікуваний чистий зведений дохід, тис.грн	13,30	18,98	43,10	58,07	56,99
Стандартне відхилення чистого зведеного прибутку, тис. грн..	2,871	6,658	7,017	6,240	15,724

Показники ризику кредитного портфеля. Розглянемо множину з n різних кредитних запитів та довільний кредитний портфель $x=(x_1, \dots, x_n)$. За умов ризику загальний зведений чистий дохід банку (дохід портфеля) D_Σ слід

вважати випадковою величиною. Її сподіване значення \bar{D}_Σ визначається показниками очікуваного чистого зведеного доходу \bar{D}_j кожного з кредитних запитів ($j=1, \dots, n$):

$$\bar{D}_\Sigma = \sum_{j=1}^n \bar{D}_j x_j$$

Для обчислення дисперсії загального зведеного чистого доходу кредитного портфеля σ_Σ^2 потрібно поряд із даними про дисперсії зведених чистих доходів за окремими кредитними запитами використати інформацію про коефіцієнти кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників. Має місце формула:

$$\sigma_\Sigma^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{jk} \sigma_j \sigma_k x_j x_k$$

де σ_j - стандартне відхилення зведеного чистого доходу j -го кредитного запиту, ρ_{jk} - експертна оцінка коефіцієнта кореляції між неплатоспроможністю позичальників j -го та k -го кредитних запитів.

Припустимо, що коефіцієнти кореляції між неплатоспроможністю позичальників саме такі, які зазначено у таблиці 5.7.4.

Таблиця 5.7.4

Експертні оцінки коефіцієнтів кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників

Запит	Номер запиту				
	1	2	3	4	5
1	1,0	0,7	-0,1	0	0,3
2	0,7	1,0	0	0	0,1
3	-0,1	0	1,0	-0,2	-0,1
4	0	0	-0,2	1,0	0,1
5	0,3	0,1	-0,1	0,1	1,0

Обчислимо для кредитного портфеля $x^1=(0,1,1,0,1)$, який був оптимальним у детермінованому випадку, показники ризику за даними, що наведені у табл. 5.7.3, 5.7.4. Очікуваний зведений загальний чистий дохід та його стандартне відхилення будуть такі:

$$\bar{D}_\Sigma(x^1) = 13.30 \times 0 + 18.98 \times 1 + 43.10 \times 1 + 58.07 \times 0 + 56.99 \times 1 = 119.07 \text{ (тис.грн.)}$$

$$\sigma_{\Sigma}^2(x^1) = 6.658^2 + 7.017^2 + 15.724^2 + 2 \times 0 \times 6.658 \times 7.017 + 2 \times 0.1 \times 6.658 \times 15.724 + 2 \times (-0.1) \times 7.017 \times 15.724 = 339.68$$

$$\sigma_{\Sigma}(x^1) = \sqrt{339.68} = 18.430 \text{ (тис.грн.)}$$

Аналогічним способом обчислюватимуться показники ризику довільного іншого кредитного портфеля.

Визначення оптимального кредитного портфеля за умов ризику. За умов ризику неплатоспроможності позичальників оптимальний кредитний портфель визначатиметься показниками очікуваного загального зведеного чистого доходу та стандартного відхилення загального зведеного чистого доходу, виходячи з особливостей ставлення до ризику кредитора. За неохочості до ризику оптимальний кредитний портфель відповідає розв'язку задачі цілочислового квадратичного програмування з бульовими змінними:

$$z = \sum_{j=1}^n \bar{D}_j x_j - k \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{jk} \sigma_j \sigma_k x_j x_k \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n Q_j x_j \leq R$$

$$x_j \in \{0,1\}$$

Цільова функція задачі відбиває як вимогу максимізувати очікуваний загальний зведений чистий дохід кредитного портфеля, так і вимогу мінімізувати дисперсію доходу, тобто вимогу зменшити ризик отримати загальний зведений чистий дохід у розмірі меншому від очікуваного. Параметр k , який введено до цільової функції, забезпечує досягнення певного компромісу між зазначеними критеріями. Він визначається рівнем неохочості до ризику, який є прийнятним у конкретній кредитній установі. Зокрема, можна скористатися рекомендаціями, зазначеними у таблиці 5.7.5.

Таблиця 5.7.5

Експертні оцінки коефіцієнтів кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників

Рівень неохочості до ризику	Помірний	Середній	Високий
Рекомендоване значення параметрів	0,02	0,05	0,10

Для виконання конкретних розрахунків знову скористаємося даними таблиць 5.7.3 і 5.7.5, ліміт кредитних ресурсів банку на 1 вересня 2002 року теж залишимо без змін - 1 млн. грн. Рівень несхильності до ризику вважатимемо середнім ($\kappa = 0,05$). Оптимальним за допомогою Excel буде визначено кредитний портфель $x^2 = (1,1,1,1,0)$. Статистичні характеристики показника його економічної ефективності такі:

$$\bar{D}_{\Sigma}(x^2) = 133.44, \sigma_{\Sigma}(x^2) = 12.081 \text{ тис. грн.}$$

У порівнянні з попереднім портфелем x^1 спостерігаємо не лише збільшення очікуваного чистого зведеного доходу (з 119,07 до 133,44 тис. грн.), а також зменшення ризику отримати дохід у розмірі меншому, ніж очікуваний (стандартне відхилення зменшилося з 18,430 до 12,081 тис.грн.). це засвідчує доцільність використання запропонованої методики при плануванні кредитного портфеля за умов ризику.

Рекомендована література

1. Банковское дело / Под ред. О.И. Лаврушина.- М.: Банковский и биржевой научно – консультационный центр; ТОО «ЭКОС», 1992. – 428 с.
2. Банковское дело: Учебник / Под ред. О.И. Лаврушина. – М.: Финансы и статистика, 1998.
3. Білокінь Г. Застосування економіко – математичних моделей у внутрібанківському аудиті. // Вісник НБУ, 2005. – №4. – С.54 – 56.
4. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник. – К.:КНЕУ, 2003
5. Кігель В.Р. Математичні методи ринкової економіки: навч. посібник. – К: Кондор, 2003
6. Конюховский П.В. Микроэкономическое моделирование банковской деятельности. Спб.: Питер, 2001
7. Іващук О.Т. Кількісні методи та моделі фінансового прогнозування: навч. посібник. – Тернопіль «Економічна думка» 2004
8. Малиш Н.А. Моделювання економічних процесів ринкової економіки: навч. посібник. – К: МАУП, 2004
9. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001
- 10.Хованов Н.В. Математические модели риска и неопределённости: - Спб.: 1998
- 11.Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учебн. пособие – М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2001

Зміст

Передмова	5
1. Теоретико-методологічні засади економіко-математичного моделювання.	6
1.1 Основи економіко-математичних методів моделювання	6
1.2 Основні класифікації моделей	8
1.3 Етапи і принципи процесу моделювання	10
2. Економіко – математичні моделі управління ресурсами банку.	14
2.1.1. Економічна модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу розподілу активів.	15
2.1.2 Математична модель управління ресурсами банку побудована на основі методу розподілу активів.	17
2.1.3. Застосування методу розподілу активів	22
2.2.2. Метод загального фонду коштів	30
2.3. Економічна модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу спільного фонду коштів.	32
2.4. Математична модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу спільного фонду коштів.	34
3. Банки та стохастичне моделювання фінансових потоків.	38
3.1. Банки та загальна теорія рівноваги.	38
3.2. Основні концепції стохастичного моделювання фінансових потоків.	42
3.3. Найпростіша мультиплікативна стохастична модель динаміки фінансового ресурсу. .	47
3.4. Моніторинг стохастичної динаміки фінансового ресурсу банку.	52
3.5. Рекурентні моделі динаміки фінансових ресурсів.	55
3.6. Багатоетапна динаміка фінансових ресурсів на підставі мультиплікативної стохастичної моделі.	57
4. Моніторинг оптимізації ресурсного забезпечення ліквідності банку.	62
4.1 Ліквідність банку як об'єкт фінансового управління	62
4.2. Регулювання ліквідності банку в умовах існуючої конкуренції	68
4.3 Оптимізація ресурсного забезпечення ліквідності банку.	74
5. Оптимізаційні моделі в діяльності банківських установ.	89
5.1 Модель оптимального розподілу вільних ресурсів.	93
5.2 Модель оптимального розміщення фінансових коштів банку.	96
5.3. Модель розподілу кредитних ресурсів банку.	99
5.4. Моделювання процесів управління капіталом, активами і пасивами банку.	101
5.5. Оптимальне управління портфелем фінансових активів.	104
5.6. Оптимальне управління валютним резервом.	116
5.7. Оптимізація кредитного портфеля за умов ризику щодо платоспроможності позичальників.	132
Рекомендована література	139
Зміст.....	140