

**BULLETIN 3-4' 2014  
ENGINEERING  
ACADEMY  
OF UKRAINE**



**3-4' 2014**

**ВІСНИК**

**ІНЖЕНЕРНОЇ  
АКАДЕМІЇ  
УКРАЇНИ**

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ  
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

THEORETICAL AND APPLIED SCIENCE JOURNAL  
ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE



***В І С Н И К***

***ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ***

***ВИПУСК 3-4***

***BULLETIN OF ENGINEERING  
ACADEMY OF UKRAINE***

***Issue 3-4***

Київ 2014 Kyiv

**Зміст****Авіаційна й космічна техніка**

<b>Бабушкин А.А.</b> ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ СБОРКИ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	7
<b>Безвесільна О. М., Чепюк Л.О.</b> МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧ СТРУННОГО ГРАВИМЕТРА АВІАЦІЙНОЇ ГРАВИМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	11
<b>Безвесільна О. М., Горбачов А. А., Козько К. С., Чепюк Л.О.</b> МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ЗБУРЕНЬ НА РОБОТУ ГРАВИМЕТРА АГС	16
<b>Безвесільна О. М., Цірук В. Г., Смоляков Д. О., Чепюк Л.О.</b> ВИТРАТОМІР БІОПАЛИВА ЛЕГКОЇ БРОНЬОВАНОЇ ТЕХНІКИ	23
<b>Карускевич М.В., Погребняк А.Д., Плащинская А.В., Щепак С.В., Линник О.П., Олексюк В.М.</b> ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ВТОМНИХ ТРИЩИН У ПЛАКОВАНОМУ СПЛАВІ ДІ6АТ	27
<b>Лінник О.П.</b> МЕТОДИКА ПРИЗНАЧЕННЯ МЕТОДІВ ТЕХНІЧНОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ КОМПЛЕКТУЮЧИХ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ	33
<b>Будівництво і будіндустрія</b>	
<b>Гамеляк, І.П., Слізков А.М., Гончаров О.С., Дмитренко Л.А., Котлярова І.І.</b> ВПЛИВ КОРОТКОСТРОКОВИХ ЦИКЛОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ГЕОСИНТЕТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ	39
<b>Інженерні проблеми агропромислового комплексу</b>	
<b>Гевко Р. Б., Синій С. В., Паньків М. Р., Варголяк М. А.</b> РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ РОБОТИ МАШИН ДЛЯ ЕНЕРГООЩАДНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ЗБИРАННЯ КОРЕНЕБУЛЬБОПЛОДІВ	46
<b>Медична інженерія</b>	
<b>Лебедев Д.Ю.</b> МОДЕЛЮВАННЯ БЛОКУ РЕЄСТРАЦІЇ СИГНАЛІВ ЗАТРИМАНОЇ ВИКЛИКАНОЇ ОТОАКУСТИЧНОЇ ЕМІСІЇ	53
<b>Інформаційні системи, обчислювальна й Електронна техніка, системи зв'язку та приладобудування</b>	
<b>Іванов В.В.</b> АНАЛІЗ РИЗИКІВ В СКЛАДНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ	58
<b>Квасніков В.П., Ганєва Т.І.</b> ЧУТЛИВІ ЕЛЕМЕНТИ СЕНСОРІВ ДЕФОРМАЦІЇ В СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ	65
<b>Квасников В.П., Шелуха А.О.</b> СИСТЕМА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	68
<b>Кучерук В.Ю., Ліщук Р.І.</b> МОДИФІКОВАНИЙ ХВИЛЬОВИЙ МЕТОД СКЕЛЕТИЗАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ	73
<b>Кучерук В.Ю., Мостовий Д.В.</b> ВИЗНАЧЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ СИЛОВИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЯК ОБ'ЄКТІВ ДІАГНОСТУВАННЯ	77
<b>Краснопольський А.О.</b> ОГЛЯД КАНАЛІВ ВИТОКІВ КОНФІДЕНЦІЙНИХ ДАНИХ В КОРПОРАТИВНІЙ АРХІТЕКТУРІ	84
<b>Кузовик В.Д., Оникієнко Ю.Ю.</b> ФУНКЦІОНУВАННЯ ОПТИЧНОГО КАНАЛУ КЕФАЛОГРАФІЧНОГО КОМПЛЕКСУ	88

<b>Лактіонов О.І.</b> РОЗРОБКА СТРУКТУРНОЇ СХЕМИ СКЛОВАРНОЇ ПЕЧІ У ВИГЛЯДІ ОБ'ЄКТА УПРАВЛІННЯ ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ	93
<b>Латенко В.І.</b> ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РЕЗИСТИВНИХ СЕНСОРІВ ТЕМПЕРАТУРИ ДЛЯ МЕТЕОРОЛОГІЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ	98
<b>Левченко Є.Г.</b> ВИКОРИСТАННЯ ЛАЗЕРІВ З ПЕРЕБУДОВОЮ ЧАСТОТИ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ВИСОКОТОЧНИХ ПРИЛАДІВ ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ І КУТОВИХ ВЕЛИЧИН	103
<b>Марченкова С.В., Квасніков В.П.</b> МЕТОД ОЦІНКИ СКЛАДНОСТІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ МОБІЛЬНИМ РОБОТОМ	107
<b>Німченко Т.В., Мужик І.М., Мужик А.І.</b> АЛГОРИТМ ВИЯВЛЕННЯ НЕСАНКЦІОНОВАНОГО ВИТОКУ ПЕРСОНАЛЬНИХ ДАНИХ МЕРЕЖЕВИМИ КАНАЛАМИ	111
<b>Овчаров Ю.В.</b> УЛЬТРАЗВУКОВОЙ МЕТОД ДИСТАНЦІОННОГО КОНТРОЛЯ СРЕД	116
<b>Подчашинський Ю.О.</b> КОМПЕНСАЦІЯ ВПЛИВУ НЕСПРИЯТЛИВИХ ФАКТОРІВ ПРИ ВИЗНАЧЕНІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИРОБІВ ЗА ЇХ ВІДЕОЗОБРАЖЕННЯМИ	122
<b>Рудик А.В., Рудик В.А., Семенова О.О., Семенов А.О.</b> АНАЛІЗ ЗМІНИ ХАРАКТЕРИСТИК ФІЛЬТРА ТОУ	129
<b>Юдін О.К., Бучик С.С., Фролов О.В.</b> РЕЄСТР ЕЛЕКТРОННИХ ДЕРЖАВНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ НОРМАТИВНО-ПРАВОВИЙ АНАЛІЗ, ЗМІСТ ТА ІЄРАРХІЯ	135
<b>Хохлячова Ю., Чумаченко С., Дуксенко О.</b> СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО ОЦІНЮВАННЯ УРАЗЛИВОСТЕЙ І МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВІВ НА ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ	142
<b>Шмельова Т.Ф., Шостак О.В., Шишаков В.В., Васильєв М.В.</b> МЕТОД ДІАГНОСТИКИ ПОТОЧНОГО ЕМОЦІЙНОГО СТАНУ ПІЛОТА В ПОЛЬОТІ	147
<b>Хімічні технології й інженерна біотехнологія</b>	
<b>Кулаков П.І.</b> ОЦІНЮВАННЯ СТАНУ ТВАРИН НА ОСНОВІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАЛЬНОГО КОНТРОЛЮ ЇХ ЗООТЕХНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ	154
<b>Стандартизація, метрологія і сертифікація</b>	
<b>Грабовський О. В., Габер А. А.</b> АНАЛІЗ ЗАДОВОЛЕНОСТІ ЗАМОВНИКІВ ЯК ВАЖЛИВИЙ ЕЛЕМЕНТ АНАЛІЗУВАННЯ СУЯ З БОКУ ВИЩОГО КЕРІВНИЦТВА	159
<b>Зенкін М.А., Коваль О.О.</b> ВПРОВАДЖЕННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ ВІДПОВІДНО ДО МІЖНАРОДНОГО СТАНДАРТУ ISO 9001 В УНІВЕРСИТЕТІ ІННОВАЦІЙНОГО ТИПУ	163
<b>Дяченко О.Ф., Штовба Ю.О.</b> КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ СУМНІВНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ЛАБОРАТОРНИХ ВИПРОБУВАНЬ	169
<b>Карпов Ю. О., Каців С. Ш., Козловський А. В.</b> АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ІНДУКТИВНИХ КОЛАХ З ПОРУШЕННЯМ ЗАКОНІВ КОМУТАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ІДЕЙ ТА МЕТОДІВ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛІЗУ	173
<b>Геологія, видобування та переробка корисних Копалин</b>	
<b>Кухарчук В. В., Каців С. Ш., Мадьяров В. Г., Усов В. В., Биковський С. О.</b> ПОПЕРЕДНІ ДІАГНОСТИЧНІ ВИСНОВКИ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ДЕФЕКТІВ ГІДРОАГРЕГАТІВ ДЛЯ 3-ГО ГІДРОАГРЕГАТУ ДНІСТРОВСЬКОЇ ГЕС-2	179

УДК 621.3(075)

Ю. О. Карпов, д.т.н.  
С. Ш. Каців, к.т.н.  
А. В. Козловський, к.т.н.

**АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ІНДУКТИВНИХ КОЛАХ  
З ПОРУШЕННЯМ ЗАКОНІВ КОМУТАЦІЇ  
ЗА ДОПОМОГОЮ ІДЕЙ ТА МЕТОДІВ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛІЗУ**

Вінницький національний технічний університет, e-mail: kaciv@ineeem.vntu.edu.ua

*Розглянуто використання математичного апарату нестандартного аналізу для розв'язання деяких нетривіальних задач теоретичної електротехніки. Аксиоматика нестандартного аналізу дає можливість спростити аналіз перехідних процесів в електричних колах з порушенням законів комутації. Наведені приклади розв'язання таких задач.*

**Ключові слова:** нескінченно мале число, нескінченно велике число, гіпердійсне число, нестандартне число, стандартне число.

**Вступ**

В роботах [1, 2] були розглянуті задачі розрахунку кіл постійного струму з ідеальними реактивними елементами з використанням математичного апарату нестандартного аналізу. Це дало можливість застосовувати для аналізу таких кіл уніфіковані методи розрахунку з використанням комплексних чисел. Разом з тим, методи нестандартного аналізу можуть бути також корисними і для інших задач теорії електричних кіл, а саме – для аналізу перехідних процесів в колах з порушенням законів комутації.

Перед тим, як перейти до цих задач, коротко нагадаємо аксиоматику нестандартного аналізу.

Число  $\alpha$  будемо називати нескінченно малим числом, число  $\beta = \frac{1}{\alpha}$  – нескінченно великим числом. До нескінченно малих та великих чисел можуть бути застосовані всі алгебраїчні операції (додавання, віднімання, множення, ділення, зведення в ступінь тощо) та теореми (комутативності, асоціативності тощо).

Розрізняють нескінченно малі та великі числа різного порядку, а саме:  $\alpha > \alpha^k$  – нескінченно малі числа першого та  $k$ -го порядку;  $\beta < \beta^k$  – нескінченно великі числа першого та  $k$ -го порядку.

Разом з дійсними числами  $r \in R$  нескінченно малі та великі числа утворюють впорядковану множину гіпердійсних чисел  $*R$ . Прийнято називати дійсні числа  $r \in R$  стандартними або архімедовими на відміну від нестандартних (неархімедових) чисел  $*r \in *R$ . Два нестандартних числа  $*a$  та  $*b$  називаються еквівалентними (або нескінченно близькими одне до одного) тоді та лише тоді коли  $*a - *b \approx \alpha$ . Позначення  $\approx$  буде означати еквівалентність двох нестандартних чисел.

В [1, 2] були наведені різноманітні співвідношення, які необхідні для проведення алгебраїчних перетворень в межах нестандартного аналізу. Введемо ще декілька додаткових співвідношень, необхідних для аналізу перехідних процесів.

Стандартне число 0 в нестандартному аналізі можна розглядати як нескінченно мале число нескінченно великого порядку тобто  $0 \approx \alpha^\beta$ , тому

$$\frac{0}{\alpha} \approx 0, 0 \cdot \beta \approx 0, e^{-\beta \cdot 0} \approx 1, e^{-\alpha} \approx 1.$$

(1)

Нестандартне число  $\infty$  в нестандартному аналізі можна розглядати як нескінченно велике число нескінченно великого порядку тобто  $\infty \approx \beta^\beta$ , тому

$$\frac{\infty}{\beta} \approx \infty, \infty \cdot \alpha \approx \infty, e^{-\infty \cdot \alpha} \approx \alpha, e^{-\beta} \approx \alpha. \quad (2)$$

Перед тим, як перейти до застосування вищенаведених виразів для розв'язання різноманітних прикладних задач відзначимо, що не існує загальних правил вибору параметру, який доцільно прирівняти до нескінченно малого (або нескінченно великого) числа. Цей вибір здійснюється дослідником в залежності від контексту конкретної задачі. При цьому слід мати на увазі, що у випадку необхідності заміни нескінченно малими числами одразу кількох *різномірних* параметрів однієї задачі, визначення співвідношень порядків цих чисел є зовсім непростю проблемою і вимагає, іноді, додаткових досліджень.

Детальніше з цим математичним апаратом можна ознайомитися в [3–5].

### Аналіз перехідних процесів в індуктивних колах з порушенням законів комутації

*Приклад 1.* Розглянемо це на прикладі кола, яке зображено на рис. 1, а. Параметри схеми:  $U = 600$  В,  $r_1 = r_2 = 20$  Ом,  $L_1 = 0.2$  Гн,  $L_2 = 0.3$  Гн. Визначимо перехідні струми  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ .

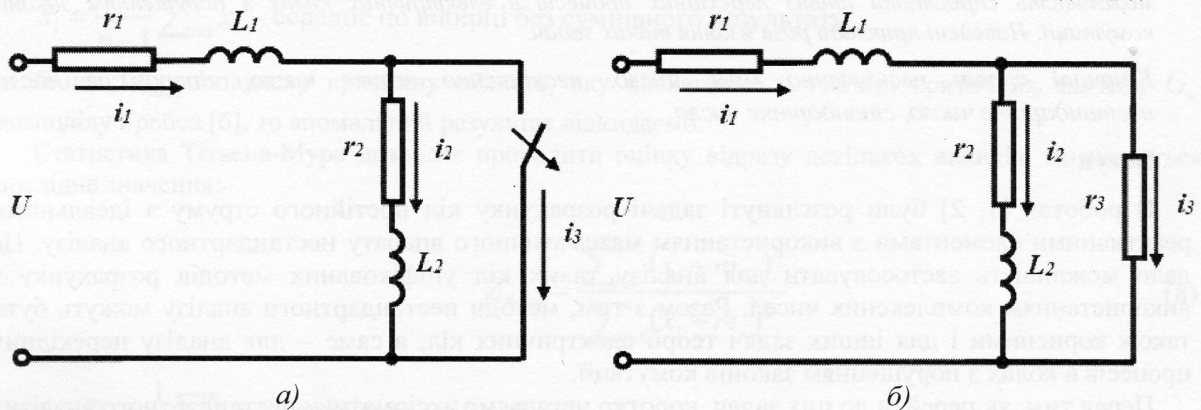


Рис. 1. Електричні кола змінного струму

Зазвичай, в такому колі аналіз перехідного процесу виконують застосовуючи узагальнений закон комутації, який відноситься до поточкозчеплень. Разом з тим, ми можемо використати і звичайний закон комутації, якщо застосувати методи нестандартного аналізу.

Оскільки вітка з комутаційним апаратом до комутації була закорочена, будемо вважати, що до комутації вона мала опір  $r_3 = \alpha$ . Після комутації замінимо розрив 3 вітки нескінченно великим опором  $r_3 = \beta$  (рис. 1, б), вилучивши таким чином індуктивний переріз, що дає можливість застосувати стандартні закони комутації.

Тоді початкові умови знаходяться як:

$$i_1(0_+) = i_1(0_-) = \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}} = \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 \alpha}{r_2 + \alpha}} \approx \frac{U}{r_1} = 30 \text{ А,}$$

$$i_2(0_+) = i_2(0_-) = i_1(0_-) \frac{r_3}{r_2 + r_3} = i_1(0_-) \frac{\alpha}{r_2 + \alpha} \approx 0 \text{ А.}$$

Примусову складову визначимо як:

$$i_{1np} = i_{2np} = \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 \beta}{r_2 + \beta}} \frac{\beta}{r_2 + \beta} \approx \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 \beta}{\beta}} \frac{\beta}{\beta} = \frac{U}{r_1 + r_2} = 15 \text{ А.}$$

За методом вхідного опору

$$Z_{\text{вх}}(p) = r_1 + pL_1 + \frac{(r_2 + pL_2)\beta}{r_2 + pL_2 + \beta} = \frac{r_1 r_2 + p r_1 L_2 + r_1 \beta + p r_2 L_1 + p \beta L_1 + p^2 L_1 L_2 + r_2 \beta + p \beta L_2}{r_2 + pL_2 + \beta},$$

сформуємо характеристичне рівняння:

$$p^2 L_1 L_2 + p(r_2 L_1 + r_1 L_2 + \beta L_1 + \beta L_2) + r_1 r_2 + \beta(r_1 + r_2) = 0. \quad (3)$$

Це квадратне рівняння має два корені, перший з яких визначимо, виконавши необхідні перетворення  $p^2 L_1 L_2 + p(r_2 L_1 + r_1 L_2 + \beta L_1 + \beta L_2) + r_1 r_2 + \beta(r_1 + r_2) \approx \beta[p(L_1 + L_2) + (r_1 + r_2)] = 0$ ,

звідки  $p_1 = -\frac{r_1 + r_2}{L_1 + L_2} = -80 \text{ c}^{-1}$ . Другий корінь знайдемо за допомогою теореми Вієта (для

квадратного рівняння  $ap^2 + bp + c = 0$  справедлива формула  $p_1 p_2 = \frac{c}{a}$ ). З характеристичного рівняння (3) отримаємо:

$$p_2 = \frac{r_1 r_2 + \beta(r_1 + r_2)}{L_1 L_2 \left(-\frac{r_1 + r_2}{L_1 + L_2}\right)} = -\frac{[r_1 r_2 + \beta(r_1 + r_2)](L_1 + L_2)}{L_1 L_2 (r_1 + r_2)} \approx -\frac{\beta(r_1 + r_2)(L_1 + L_2)}{L_1 L_2 (r_1 + r_2)} = -\frac{\beta(L_1 + L_2)}{L_1 L_2} = -8.333\beta \text{ c}^{-1}.$$

Тоді

$$i_2(t) = i_{2np} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = 15 + A_1 e^{-80t} + A_2 e^{-8.333\beta t}, \quad (4)$$

а

$$i_1(t) = i_2(t) + \frac{i_2(t)r_2 + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}}{r_3} = (i_{2np} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}) \left(1 + \frac{r_2}{\beta}\right) + \frac{L_2}{\beta} (p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}) \approx 15 + A_1 e^{-80t} - 1.5 A_2 e^{-8.333\beta t}.$$

$$\text{Струм } i_3(t) = i_1(t) - i_2(t) = -2.5 A_2 e^{-8.333\beta t}.$$

Для визначення сталих інтегрування треба у виразах (4) та (5) підставити замість змінної  $t$  значення початкового моменту часу  $t = 0_+ \approx \alpha_1$  (початковий моменту часу позначається символом  $\alpha_1$ , оскільки за своєю фізичною природою відрізняється від опору  $r_3 = \beta = \frac{1}{\alpha}$ ). При

цьому виникає невизначеність  $e^{-\frac{8.333\alpha_1}{\alpha}}$ .

Співвідношення нескінченно малих чисел  $\alpha$  та  $\alpha_1$  неможливо встановити суто математичним шляхом, оскільки вони відносяться до *різномірних* параметрів. Проаналізуємо їх з фізичної точки зору. Оскільки  $\alpha_1$  – це *початковий моменту часу*, а  $\alpha$  – це активна провідність розриву кола, яку ми спеціально вводимо для виконання стандартних законів комутації, то завжди можна забезпечити умову  $\alpha_1 \approx \alpha^2$ . Таким чином можна записати

$$e^{-\frac{8.333\alpha_1}{\alpha}} = e^{-\frac{8.333\alpha^2}{\alpha}} = e^{-8.333\alpha} \approx 1, \quad (6)$$

Враховуючи (4), (5) та (6) отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування

$$15 + A_1 - 1.5 A_2 = 30,$$

$$15 + A_1 + A_2 = 0.$$

Звідси  $A_1 = -3$ ,  $A_2 = -12$ .

Таким чином

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 15 - 3e^{-80t} + 18e^{-8.333\beta t} \text{ А,} \\ i_2(t) &= 15 - 3e^{-80t} - 12e^{-8.333\beta t} \text{ А,} \\ i_3(t) &= 30e^{-8.333\beta t} \text{ А.} \end{aligned} \quad (7)$$

Враховуючи (2) можна записати

$$\forall (t > 0 \wedge t \neq 0_+) \begin{cases} i_1(t) = 15 - 3e^{-80t} + 18e^{-8.333\beta t} \approx 15 - 3e^{-80t} + 18\alpha \approx 15 - 3e^{-80t}, \\ i_2(t) = 15 - 3e^{-80t} - 12e^{-8.333\beta t} \approx 15 - 3e^{-80t} - 12\alpha \approx 15 - 3e^{-80t}, \\ i_3(t) = 30e^{-8.333\beta t} \approx 30\alpha \approx 0. \end{cases}$$

Нагадаємо, що нескінченно великий опір  $r_3 = \beta$  було штучно введено для забезпечення виконання стандартних законів комутації. Розглянемо тепер які значення приймають струми у вітках в моменти  $t = 0$  і  $t = 0_+$  в реальному колі для якого  $r_3 = \infty \approx \beta$ .

Як вже визначалось, до комутації при  $t < 0$  (зокрема при  $t = 0_-$ )  $i_1 = i_3 = 30$  А,  $i_2 = 0$  А.

В момент часу  $t = 0_+ \approx \alpha_1$  вирази (7) з урахуванням (2) приймуть вигляд

$$i_1(0_+) = 15 - 3e^{-80\alpha_1} + 18e^{-8.333\infty\alpha_1} \approx 15 - 3 + 18\alpha \approx 12 \text{ А,}$$

$$i_2(0_+) = 15 - 3e^{-80\alpha_1} - 12e^{-8.333\infty\alpha_1} \approx 15 - 3 - 12\alpha \approx 12 \text{ А,}$$

$$i_3(t) = 30e^{-8.333\infty\alpha_1} \approx 30\alpha \approx 0 \text{ А.}$$

В момент часу  $t = 0 \approx \alpha_1^\beta$  вираз  $e^{-8.333\infty\alpha_1}$  стає невизначеним, оскільки час та опір є різномірними параметрами, тому точне значення струмів в цей момент часу визначити неможливо. Ми можемо лише знати інтервали їх можливих значень, як то

$$30 \geq i_1(0) \geq 12,$$

$$0 \leq i_2(0) \leq 12,$$

$$30 \geq i_3(0) \geq 0.$$

Нарешті розглянемо енергетичні співвідношення в колі.

До комутації ( $t < 0$ ) енергія була запасена лише в магнітному полі першої котушки і дорівнювала  $W(0_-) = \frac{L_1 i_1^2(0_-)}{2} = \frac{0.2 \cdot 30^2}{2} = 90$  Дж. В перший момент часу після комутації ( $t = 0_+$ ) енергія присутня вже в полі обох котушок  $W(0_+) = \frac{L_1 i_1^2(0_+)}{2} + \frac{L_2 i_2^2(0_+)}{2} = 36$  Дж.

Таким чином дефіцит енергії складає  $\Delta W = 90 - 36 = 54$  Дж.

В момент комутації струми в усіх вітках стрибком міняють своє значення. Час цих змін є нескінченно малим числом, тому в першій та в другій вітках, де активні опори мають скінчені значення, на цих резисторах втрати активної енергії за цей час відсутні. Опір же третьої вітки  $r_3 = \beta$ , тому саме в ньому витрачається така кількість енергії

$$\Delta W = \int_0^\infty i_3^2(t) r_3 dt = \int_0^\infty (30e^{-8.333\beta t})^2 \beta dt = \frac{900e^{-16.666\beta t} \beta}{-16.666\beta} \Big|_0^\infty = -54e^{-16.666\beta \cdot \infty} + 54e^{-16.666\beta \cdot 0} \approx 54 \text{ Дж.}$$

*Приклад 2.* Розглянемо тепер коло, в якому між індуктивностями існує магнітний зв'язок (рис. 2). Параметри схеми:  $U = 60$  В,  $r_1 = 5$  Ом,  $r_2 = r_3 = 10$  Ом,  $L_1 = 0.1$  Гн,  $L_2 = 0.2$  Гн,  $M = 0.05$  Гн. Визначимо перехідний струм  $i_1(t)$ .

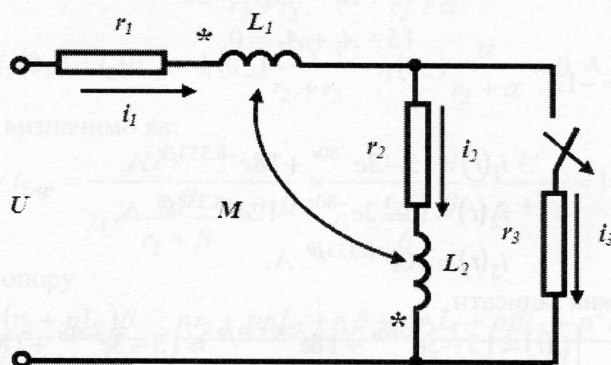


Рис. 2. Коло змінного струму

Будемо вважати, що третя вітка після комутації буде мати опір  $r_3 = \beta$ .

Тоді початкові умови знаходяться як:



$$i_1(0_+) = i_1(0_-) = \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}} = 6 \text{ А}, \quad i_2(0_+) = i_2(0_-) = i_1(0_-) \frac{r_3}{r_2 + r_3} = 3 \text{ А}.$$

Примусову складову визначимо як:  $i_{1np} = \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 \beta}{r_2 + \beta}} \approx \frac{U}{r_1 + \frac{r_2 \beta}{\beta}} = \frac{U}{r_1 + r_2} = 4 \text{ А}.$

Для формування характеристичного рівняння складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3, \\ L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + r_1 i_1 + r_3 i_3 &= U, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + r_2 i_2 - r_3 i_3 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Алгебраїзуємо цю систему, підставивши  $i_3 = i_1 - i_2$ .

$$\begin{aligned} (L_1 p + r_1 + r_3) i_1 - (M p + r_3) i_2 &= U, \\ -(M p + r_3) i_1 + (L_2 p + r_2 + r_3) i_2 &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Прирівнявши визначник системи (11) нулю після незначних перетворень отримаємо характеристичне рівняння у вигляді

$$(L_1 L_2 - M^2) p^2 + [L_1 r_2 + L_2 r_1 + (L_1 + L_2 - 2M) r_3] p + r_1 r_2 + (r_1 + r_2) r_3 = 0,$$

або

$$0.018 p^2 + (2 + 0.2\beta) p + 50 + 15\beta = 0. \quad (10)$$

Це квадратне рівняння має два корені, перший з яких визначимо, виконавши необхідні перетворення  $0.018 p^2 + (2 + 0.2\beta) p + 50 + 15\beta \approx \beta(0.2p + 15) = 0$ , звідки  $p_1 = -\frac{15}{0.2} = -75 \text{ с}^{-1}$ .

Другий корінь знову знайдемо за допомогою теореми Вієта:

$$p_2 = \frac{c}{p_1 a} = \frac{50 + 15\beta}{(-75)0.018} \approx -\frac{15\beta}{(-75)0.018} = -11.43\beta \text{ с}^{-1}.$$

Тоді  $i_1(t) = i_{1np} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$  і перше рівняння для визначення сталих інтегрування з урахуванням (6) виглядає як  $i_1(0_+) = i_{1np} + A_1 + A_2 = 4 + A_1 + A_2 = 6$ .

Знайдемо першу похідну струму  $i_1(t)$ :  $\frac{di_1(t)}{dt} = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}$ .

Початкову умову для першої похідної струму визначимо за системою рівнянь (8) для моменту часу  $t = (0_+)$ .

$$\begin{aligned} i_1(0_+) &= i_2(0_+) + i_3(0_+), \\ L_1 \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0_+} - M \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} + r_1 i_1(0_+) + r_3 i_3(0_+) &= U, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} - M \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0_+} + r_2 i_2(0_+) - r_3 i_3(0_+) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Враховуючи, що  $i_3(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = 6 - 3 = 3 \text{ А}$ , і підставивши числові значення запишемо систему (11) у вигляді

$$\begin{aligned} 0.1 \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0_+} - 0.05 \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} + 30 + 3\beta &= 60, \\ 0.2 \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} - 0.05 \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0_+} + 30 - 3\beta &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Звідси  $\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0+} = 428.57 - 25.7\beta = p_1 A_1 + p_2 A_2$  і система рівнянь для визначення сталих інтегрування прийме остаточний вигляд

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= 2, \\ -75A_1 - 11.43\beta A_2 &= 428.57 - 25.7\beta. \end{aligned} \quad (13)$$

Після перетворень другого рівняння системи отримаємо  $-11.43\beta A_2 = -25.7\beta$ , звідки  $A_2 = \frac{25.7\beta}{11.43\beta} = 2.25$ , а  $A_1 = 2 - A_2 = -0.25$ .

Таким чином  $i_1(t) = 4 - 0.25e^{-75t} + 2.25e^{-11.45\beta t} \approx 4 - 0.25e^{-75t}$  А.

### Висновки

1. Застосування ідей та методів нестандартного аналізу в галузі теоретичної електротехніки дає можливість використовувати традиційний класичний метод аналізу перехідних процесів в колах з порушенням законів комутації.
2. Лише користуючись методами нестандартного аналізу можна строго довести виконання закону збереження енергії в таких колах.

### Список літературних джерел

1. Карпов Ю. О. Розширення області застосування символічного методу розрахунку електричних кіл за рахунок використання методів нестандартного аналізу (частина 1) / Ю. О. Карпов, С. Ш. Качив, А. В. Козловський // Вісник Інженерної Академії України. – 2013 – №1. – с. 236-239.
2. Карпов Ю. О. Розширення області застосування символічного методу розрахунку електричних кіл за рахунок використання методів нестандартного аналізу (частина 2) / Ю. О. Карпов, С. Ш. Качив, А. В. Козловський // Вісник Інженерної Академії України. – 2013 – №2. – с. 262-265.
3. Робинсон А. Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры / Робинсон А. – М.: Наука, 1967. – 376 с.
4. Девис М. Прикладной нестандартный анализ / Девис М. – М.: Мир, 1980. – 237 с.
5. Гордон Е. И. Инфинитезимальный анализ. – 2-е изд., дополн. и испр. / Гордон Е. И., Курсаев А. Г., Кутеладзе С. С. – Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2006. – 526 с.

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ  
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ



**В І С Н И К**  
**ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ**

ВИПУСК 3-4 2014

Підп. до друку 30.09.2014р. Формат 60×84/8. Папір офсет. № 1.  
Гарнітура Тип Таймс. Друк офсет. Ум. друк. арк. 33,1  
Обл.-вид. арк. 35,6. Наклад 300 прим. Зам. № 3012/14

Віддруковано: СПД «Андрієвська Л.В.»  
м. Київ, вул. Бориспільська, 9,  
Свідоцтво серія ВОЗ № 919546 від 19.09.2004 р