

Тернопільський національний економічний університет

На правах рукопису

Марценюк Євгенія Олексіївна

УДК 519.876.5

Методи параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем, що гарантують задану точність

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Науковий керівник :

Дивак Микола Петрович

доктор технічних наук, професор

Тернопіль – 2010

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ.....	14
1.1. Задачі побудови інтервальних дискретних моделей динамічних систем	15
1.2. Особливості методів ідентифікації дискретних моделей «вхід- вихід» динамічних систем за умов невизначеності.....	23
1.3. Ідентифікація дискретних динамічних систем методами аналізу інтервальних даних	33
ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ.....	41
РОЗДІЛ 2 МНОЖИННИЙ РОЗВ’ЯЗОК ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	42
2.1. Постановка задачі параметричної ідентифікації дискретної динамічної системи із заданою точністю.....	43
2.2. Особливості розв’язку задач параметричної ідентифікації моделей динамічної системи із заданою точністю	47
2.3. Обґрунтування методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю.....	52
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ	61

РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ.....	62
3.1. Оцінювання змінних стану на основі аналізу інтервальних даних спостережень за вихідними змінними.....	62
3.2. Метод та алгоритм параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю.....	69
3.3. Дослідження збіжності та часової складності методу та алгоритму параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю	79
ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ	101
РОЗДІЛ 4 ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ З ІНТЕРВАЛЬНОЮ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ У БІОГАЗОВИХ УСТАНОВКАХ ПЕРЕРОБКИ ОРГАНІЧНИХ ПОБУТОВИХ ВІДХОДІВ.....	103
4.1. Особливості експериментального дослідження процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічних побутових відходів у біогазових установках.....	104
4.2. Обґрунтування вибору структури математичної моделі.....	111
4.3. Інтервальна дискретна динамічна модель процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічних побутових відходів.....	115
ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ	123
ВИСНОВКИ.....	124
ДОДАТОК А. UML-діаграми реалізації методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем.....	127
ДОДАТОК Б. Діаграма послідовностей виконання методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем	130
ДОДАТОК В. Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи	131
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	136

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ІСЛАР	інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь
ІСНАР	інтервальна система нелінійних алгебричних рівнянь
МНК	метод найменших квадратів
ММП	метод максимальної правдоподібності

ВСТУП

Актуальність теми. Одною з актуальних проблем сьогодення є розвиток методів математичного макромодельовання складних динамічних систем та процесів, дослідження та впровадження яких дає значний економічний ефект. До таких систем належать системи відновлювальної енергетики, зокрема біогазові установки для переробки побутових відходів.

Не залежно від типу системи, за умови вибору часу дискретизації набагато меншого від періоду перехідного процесу, такого типу процеси і системи достатньо адекватно можуть бути описані як дискретні лінійні та нелінійні динамічні системи. Як правило, динаміку системи описують змінними стану. Для ідентифікації рівнянь змінних стану використовують експериментальні дані, отримані для виходів системи. Для неавтономних систем – при заданих «входах», а для автономних систем – без заданих вхідних змінних.

Процес побудови макромоделі динаміки, у випадку відомої структури моделі динамічної системи, передбачає знаходження параметрів різницевих рівнянь динаміки. При цьому неврахування усіх зовнішніх впливів, похибок спостережень за вихідними змінними призводить до неточності побудованої моделі. У таких випадках для оцінки точності моделі використовують ймовірнісний чи інтервальний підходи.

Переважаючий ймовірнісний підхід до моделювання динамічних систем для оцінки прогностичних властивостей цих моделей вимагає використання великої кількості спостережень за вихідною змінною. Тим часом як методи аналізу інтервальних даних, хоча і дають загублені оцінки прогностичних властивостей динамічних систем, проте не вимагають великої кількості спостережень за вихідною змінною. Для цих методів обчислювальні процедури уточнення моделей достатньо просто враховують додаткові спостереження про виходи системи, отримані у вигляді числових інтервалів.

Задачі побудови дискретних моделей динамічних систем на основі інтервальних даних у значній мірі описано у працях ряду українських та зарубіжних вчених: Черноусько Ф.Л., Шарого С.П., Куржанського А.Б., Кунцевича В.М.,

Личака М.М., Куссуль Н.М., Бакана Г.М. Проте переважно усі методи, описані у працях вказаних авторів, націлені на отримання гарантованих оцінок параметрів моделей. У роботах Стахіва П.Г., Дивака М.П., Дезоера Ч., Стрейца В. хоча і розглядаються методи побудови допускових коридорів для змінних стану дискретних динамічних систем, проте виключно для лінійних систем і без урахування зв'язку між змінними стану та вихідними змінними, а також обмежених за амплітудою похибок спостережень за ними. Проте системи відновлювальної енергетики та процеси в них часто не можуть бути описані лінійними моделями. До того ж вказані методи параметричної ідентифікації недостатньо обґрунтовані.

Тому актуальною є наукова задача створення методів та алгоритмів параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Тема дисертаційної роботи відповідає напрямку наукових робіт згідно з координаційним планом науково-дослідних робіт і науково-технічних програм Міністерства освіти і науки України, розділ "Моделювання складних соціально-економічних та технічних систем на основі перспективних інформаційних технологій", а також робота проводилась відповідно з планами навчальної та науково-дослідної роботи Тернопільського національного економічного університету, зокрема на тему "Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об'єктів на основі інтервальних даних" (номер державної реєстрації 0106U000529), у якій автором обґрунтовано та удосконалено метод параметричної ідентифікації моделей нелінійних дискретних динамічних систем, встановлено його збіжність та часову складність, на тему "Розробка методу ідентифікації дискретної динамічної моделі на основі інтервальних даних для управління процесами збуту хлібобулочної продукції" (номер державної реєстрації 0105U008180), у якій автором створено ряд дискретних динамічних моделей та досліджено збіжність методу параметричної ідентифікації цих моделей.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка методів ідентифікації параметрів нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю прогнозування, яка визначається граничними похибками спостережень за вихідними змінними, і на цій основі створення обчислювальних алгоритмів, що уможливають побудову макромоделей складних процесів у біогазових установках.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі необхідно вирішити такі основні завдання:

- проаналізувати методи параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем за умов невизначеності;
- формалізувати задачу параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю в межах граничних похибок спостережень за вихідними змінними;
- встановити властивості розв'язків задачі параметричної ідентифікації лінійних та нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю, отриманих на основі аналізу інтервальних даних;
- обґрунтувати та створити метод параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю;
- створити методи допускового оцінювання змінних стану моделей дискретних динамічних систем, придатні для розв'язування задач параметричної ідентифікації моделей вказаних систем із заданими прогностичними властивостями в межах похибок спостережень за вихідними змінними;
- створити алгоритмічне та програмне забезпечення для реалізації методів параметричної ідентифікації;
- апробувати створені методи, алгоритми та програмне забезпечення для ідентифікації параметрів моделей динамічних процесів у біогазових установках та для конкретних прикладів.

Об'єкт дослідження: лінійні та нелінійні дискретні математичні моделі динамічних систем з інтервальним представленням вихідних змінних.

Предмет дослідження: методи параметричної ідентифікації та моделі дискретних динамічних систем із заданою точністю на змінні стану.

Методи дослідження базуються на положеннях загальної теорії систем, методах теоретики-множинного підходу, методах аналізу інтервальних даних, які є визначальними для досягнення мети дисертаційної роботи. Для встановлення властивостей розв'язків задачі параметричної ідентифікації лінійних та нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю та для створення методів параметричної ідентифікації використано методи аналізу інтервальних даних та методи оптимізації. Для дослідження збіжності та чисельної складності створеного методу використано комп'ютерне моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше на основі аналізу інтервальних даних показано, що задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною, є задачами оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь, що уможливило обґрунтувати застосування для цих задач ітераційного методу, який відрізняється наявністю процедури настроювання кроку для випадкового пошуку параметрів моделі та параметрів управління.

2. Удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю способом уведення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі у вигляді розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь, що уможливило порівняно з існуючими методами підвищити його збіжність та знизити обчислювальну складність.

3. Вперше отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками, що уможливило побудову методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних

систем із заданою точністю, яка безпосередньо пов'язана з точністю представлення вихідних змінних.

4. Вперше на основі розроблених методів параметричної ідентифікації створено нелінійні математичні моделі процесів у біогазових установках, які, на відміну від існуючих, прогнозують параметри процесів із заданою точністю.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що:

Запропоновані методи параметричної ідентифікації моделей динамічних систем уможливив створення програмного забезпечення для побудови макромоделей із заданими прогностичними властивостями для таких складних нелінійних систем, як системи та процеси відновлювальної енергетики;

- створене програмне забезпечення окремо може бути використане для розв'язування нелінійних інтервальних систем алгебричних рівнянь;

- створена модель процесів у біогазових установках може бути використана для організації управління процесами виробництва біогазу та для переробки органічних побутових відходів. і впроваджена в державному управлінні охорони навколишнього середовища в Тернопільській області, що засвідчено довідкою про впровадження.

Розроблені методи та алгоритми параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем впроваджено: у ПП для організації управління постачанням хлібобулочних виробів; для виконання науково-дослідних робіт на кафедрі комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету.

За результатами проведених у дисертаційній роботі досліджень створено методичне та програмне забезпечення, яке використовують у Тернопільському національному економічному університеті для викладання дисциплін «Моделювання систем» та «Програмне забезпечення дискретних динамічних систем» при підготовці фахівців за напрямом «програмна інженерія».

Особистий внесок здобувача.

Здобувачем самостійно на основі проведених досліджень встановлено властивості розв'язку задач параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною, отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допусккових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками і на цій основі обґрунтовано та удосконалено метод і алгоритми параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем у спосіб введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цих моделей, створено алгоритмічне та програмне забезпечення для реалізації методу і ряд лінійних та нелінійних дискретних моделей реальних динамічних систем.

Основні результати досліджень опубліковано в таких фахових виданнях (з вказанням особистого внеску автора):

1. Дивак М. Дослідження властивостей множини параметрів інтервальної дискретної моделі динамічної системи /М. Дивак, Є. Марценюк // Вісник Тернопільського державного технічного університету. Науковий журнал. №3, 2006. – С. 163– 168. – встановлено властивості області параметрів інтервальних моделей дискретних динамічних систем.

2. Дивак М.П. Оптимальна процедура настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи. / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, І.Ф. Матола. // Відбір і обробка інформації. Міжвідомчий збірник наукових праць. – Вип. 27 (103). – 2007. – С. 17– 24. – обґрунтовано та розроблено процедуру оптимального настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи, досліджено збіжність алгоритмів та їх обчислювальну складність.

3. Дивак М.П. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, А.В. Пукас, Є.О. Марценюк, І.Ф. Войтюк // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. Збірник праць. Відповідальний редактор д. т. н.

Степашко В. С. – Київ: МННЦ ІТЦ, 2008. – С. 79– 91. – удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю у спосіб введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі, апробовано метод на прикладі побудови моделі динаміки забруднень автотранспортом.

4. Дивак М.П. Моделювання динамічних систем за умов інтервальної ідентифікації параметрів стану в каналі вимірювань / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, О.Л. Козак // Вісник Хмельницького національного університету. – 2009. – №5(139). – С. 249–255. – отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками.

5. Марценюк Є.О. Особливості розв'язку задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності / Є.О. Марценюк // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. Т. 12, №1. – С. 30– 38. – встановлено властивості розв'язків задач параметричної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем із заданою точністю та обґрунтовано метод їх ідентифікації.

6. Марценюк Є.О. Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття/ Є.О. Марценюк, М.П. Дивак, Ю.Р. Піговський, Т.М. Дивак// Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. – створено адекватні інтервальні дискретні макромоделі динамічних процесів у біогазових установках.

7. Дивак М.П. Інтервальні дискретні динамічні моделі виробництва біогазу з побутових органічних відходів / М.П. Дивак, А.В. Пукас, Є.О. Марценюк // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. – 2010. Спеціальний випуск. – С. 179 – 184.

8. Dyvak M. Interval identification of dynamic model of realization of bakery produce / M. Dyvak, I. Kalishchuk, Ye. Martsenyuk // Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science TCSET'2006. – Lviv-Slavsko, Ukraine, February 28 – March 4, 2006. – P. 159– 163. –

проведено апробацію відомих алгоритмів параметричної ідентифікації інтервальних моделей дискретних динамічних систем для побудови інтервальної моделі динамічного процесу реалізації хлібобулочної продукції.

9. Dyvak M. Research of properties of area of parameters of interval discrete model of dynamic system / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, I. Kalishchuk // Proceedings of the VII International Workshop of Computational Problems of Electrical Engineering CPEE'2006. – Odessa, Ukraine, August 27– 30, 2006. – P. 26–30. – встановлено особливості розв'язування ІСЛАР.

10. Dyvak M. Identification of parameters of Interval Discrete Model of the Dynamic System on the Basis of Selection of the Saturated Blocks of ISLAE / M. Dyvak, L. Honchar, Ye. Martsenyuk, I. Matola // Proceedings of the IX International Conference CADSM'2007 Lviv-Polyana, Ukraine, 20– 24 February 2007 – P. 362– 364. – встановлено особливості вибору початкових наближень у методі ідентифікації параметрів моделей динамічних систем із розв'язку ІСЛАР.

11. Дивак М. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних Матеріали проблемно-наукової міжгалузевої конференції / М. Дивак, Є. Марценюк, І. Войтюк // „Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання” (ПНМК-2008) Випуск №4. Том 1. Бучач 2008 р. – С. 130 – 133. – досліджено можливі варіанти задання структури каналу вимірювання лінійних динамічних систем з інтервальним представленням вихідних змінних.

12. Dyvak M. Design of Cyclic Periodic Processes of Bakery Products Realization Based on the Non-Autonomous Interval Model / M. Dyvak, P. Stakhiv, L. Honchar, Ye. Martsenyuk // Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science TCSET'2008. – Lviv-Slavsko, Ukraine, February 25 – 29, 2008, – P. 159 – 163. – встановлено особливості вибору початкових наближень у методі ідентифікації параметрів моделей динамічних систем із розв'язку ІСЛАР.

13. Дивак М. Аналіз інтервальних даних в задачах моделювання динамічних систем за умов параметричної ідентифікації каналу вимірювання. Матеріали

проблемно-наукової міжгалузевої конференції / М. Дивак, Є. Марценюк, І. Войтюк // „Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання” (ПНМК-2009) Випуск №4. Том 1. Бучач 2009 р. – С. 252 – 257. – отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками.

14. Dyvak M. Design of Cyclic Periodic Processes of Bakery Products Realization Based on the Non-Autonomous Interval Model / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, Y. Pigovsky // Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science TCSET’2010. – Lviv-Slavske, Ukraine, February 23 – 27, 2010, – P. 323 – 324. – створено адекватні інтервальні дискретні макромоделі динамічних процесів у біогазових установках.

Апробація результатів дисертації

Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на семи науково-технічних конференціях та семінарах:

- VII International Workshops “Computational Problems of Electrical Engineering” CPPE (Odessa, 2006);
- International Conferences “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” CADSM (Lviv – Polyana, 2007);
- International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science” TCSET (Lviv-Slavske, 2006, Lviv-Slavske, 2008, Lviv-Slavske, 2010).
- Проблемно-науковій міжгалузевій конференції «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання», SPIC-2008, SPIC-2009 (Скоморохи).
- Школі –семінарі для молодих науковців „Індуктивне моделювання: теорія і застосування” (с. Жукин, Київська обл. 2008).
- Міжнародному симпозиумі «Питання оптимізації обчислень(ПОО-XXXV)» (Україна, Крим, Велика Ялта, смт. Кацивелі, 2009).

Публікації Основні результати дисертаційної роботи висвітлено в чотирнадцяти друкованих працях, загальним обсягом 82 сторінки, із них 7 статей у фахових наукових виданнях.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Реальні технічні системи характеризуються складною поведінкою і взаємозв'язками „вхідні дані та впливи – вихідні дані та дії”. До таких систем належать системи відновлювальної енергетики, зокрема біогазові установки для переробки органічних побутових відходів.

Такого типу системи, за умови вибору часу дискретизації набагато меншого від періоду перехідного процесу, достатньо адекватно можуть бути описані як дискретні лінійні та нелінійні динамічні системи. Як правило, динаміку системи описують змінними стану. Для ідентифікації рівнянь змінних стану використовують експериментальні дані, отримані для виходів системи. Для неавтономних систем – при заданих входах, а для автономних систем – без заданих вхідних змінних.

Процес побудови математичної моделі динаміки, у випадку відомої структури моделі динамічної системи, передбачає знаходження параметрів різницевих рівнянь динаміки. При цьому неврахування усіх зовнішніх впливів, похибок спостережень за вихідними змінними призводить до неточності побудованої моделі. Для оцінки точності моделі використовують ймовірнісний чи інтервальний підходи.

Переважно ймовірнісний підхід до моделювання динамічних систем базується на узгодженні експериментальних та модельних даних на основі середньоквадратичного критерію, а для оцінки прогностичних властивостей моделей цей підхід вимагає використання великої кількості спостережень за вихідною змінною. Останнім часом для моделювання динамічних систем та процесів широко використовують методи аналізу інтервальних даних, які уможливають отримання загрублених гарантованих оцінок прогностичних властивостей динамічних систем за результатами незначної кількості спостережень за вихідною змінною. Використання в методах аналізу інтервальних даних критерію узгодження між експериментальними даними та результатами моделювання у вигляді забезпечення заданої точності моделі в межах похибок спостережень

результатів експерименту має певні переваги порівняно з середньоквадратичним критерієм, проте суттєвим чином ускладнює обчислювальні процедури параметричної ідентифікації. Отже, застосування методів аналізу інтервальних даних для побудови дискретних динамічних систем можливе винятково за певних умов і для певних динамічних систем та процесів.

У цьому розділі розглянуто випадки таких систем і задачі їхнього моделювання. Проведено аналіз можливих методів ідентифікації дискретних моделей „вхід-вихід” динамічних систем за умов невизначеності і на цій основі обґрунтовано вибір методів параметричної ідентифікації цих систем. Розглянуто алгоритми ідентифікації дискретних моделей динамічних систем методами аналізу інтервальних даних, проведено критичний аналіз цих алгоритмів і сформульовано задачі дисертаційного дослідження.

1.1. Задачі побудови інтервальних дискретних моделей динамічних систем

Під системою розуміють об’єкт дослідження (ОД) і керування, у якому відбувається взаємодія між різнотипними змінними та шляхом використання спеціалізованих пристроїв формуються вихідні сигнали, які підлягають контролю та обробці. Слід зазначити, що зміни інформативних параметрів вихідних сигналів системи (амплітудних, частотних та фазових характеристик) відбуваються під впливом контрольованих та неконтрольованих збурень.

Термін „динамічна система” в науковій літературі [10,12-14, 51, 107] використовують для опису поведінки об’єктів досліджень в часі, наприклад у вигляді математичних моделей (залежностей). За визначенням [90] у динамічній системі поточне значення вихідного сигналу залежить не тільки від поточного значення вхідних змінних, але й від значень у попередні моменти часу. Тобто динамічні системи – це інерційні системи із післядією. Даний термін ототожнюють [12] із системою звичайних диференціальних рівнянь, права частина якої задовольняє умовам, які гарантують існування і єдиність розв’язку. Отже, у роботі розглядається клас об’єктів, які за певних умов у певних часових інтервалах можна описати системою диференціальних рівнянь.

При дослідженні систем, що характеризуються фазовими змінними різних видів, прийнято поділяти їх на „вхідні”, „вихідні” і „змінні стану”. Самі системи записують у вигляді [12]:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = F(\bar{x}(t), \bar{u}(t), t); \\ \bar{y}(t) = G(\bar{x}(t), \bar{u}(t), t), \end{cases} \quad (1.1)$$

де $\bar{x}(t)$ – змінні стану системи; $\bar{u}(t)$ – вхідні дії, $\bar{y}(t)$ – вихідні сигнали; F, G – вектор-функції, що відображають вектори вхідних впливів $\bar{u}(t) \in R^p$ та внутрішніх змінних стану системи $\bar{x}(t) \in R^m$ на множину вихідних величин $\bar{y}(t) \in R^n$.

Аналогічно можна записати і різницеві рівняння для дискретних моделей:

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = F(\bar{x}_k, \bar{u}_k, t_k) \\ \bar{y}_k = G(\bar{x}_k, \bar{u}_k, t_k) \end{cases} \quad (1.2)$$

У лінійному випадку для систем звичайних диференціальних рівнянь отримують таку систему:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x} + B\bar{u}; \\ \bar{y}(t) = C\bar{x} + D\bar{u}. \end{cases} \quad (1.3)$$

Розмірності матриць, які входять до системи, вибирають із таких міркувань:

$A - (n \times n)$ – матриця, де n – розмірність вектора стану;

$B - (n \times p)$ – матриця, де p – розмірність вхідного вектора;

$C - (r \times n)$ – матриця, де r – розмірність вихідного вектора;

$D - (r \times p)$ – матриця.

При ідентифікації безпосередньо використовують експериментальні дані [8;15;18–21;48–50;72;78;80;96;98;119;127;129;132;133;135;136;160], причому здійснюють реєстрацію вхідних та вихідних змінних системи, а модель формують в результаті обробки відповідних даних. Згідно з теорією Я. З. Ципкіна [105;106], ідентифікація динамічних об’єктів в загальному випадку складається з визначення їхньої структури і параметрів за даними спостережень – вхідного впливу і вихідної

величини. Для вирішення цієї задачі необхідно окреслити клас об'єктів, вибрати модель, вибрати показники якості ідентифікації, які б характеризували різницю між значеннями вихідних змінних об'єкта і моделлю, сформулювати алгоритм ідентифікації, який, використовуючи доступні для спостереження значення вхідних та вихідних величин, змінював би параметри моделі так, щоб показники якості ідентифікації з ростом часу досягали мінімуму.

Існує клас систем, суцільне середовище яких розподілене в просторі і змінне в часі. У кожній точці гомогенності таких систем проходять процеси перенесення речовини, енергії та імпульсу при наявності їхніх джерел або витоків. Системи цього класу прийнято називати хіміко-технологічними системами і вони складають основу виробництв багатьох галузей промисловості: хімічної, нафтопереробної, коксогазової, металургійної, целюлозно-паперової, харчової, енергетичної та ін. [63;64].

Розглянемо особливості описаного класу систем. На вхід системи надходять потоки суцільного середовища, які характеризуються вхідними змінними $u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)$, до них можна віднести склад і температуру фаз, що надходять на фізико-хімічну переробку, тиск, швидкість, густину, концентрацію, в'язкість, характеристики дисперсності і т.п. У межах системи вхідні змінні $u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)$ (реагенти) зазнають цілеспрямованих фізико-хімічних перетворень у вихідні змінні $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$ під час відповідного хіміко-технологічного процесу, або, іншими словами, вектор $\vec{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t))$ під впливом фізико-хімічних дій перетворюється у вектор вихідних змінних $\vec{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))$ [63], що схематично проілюстровано на рис 1.1.

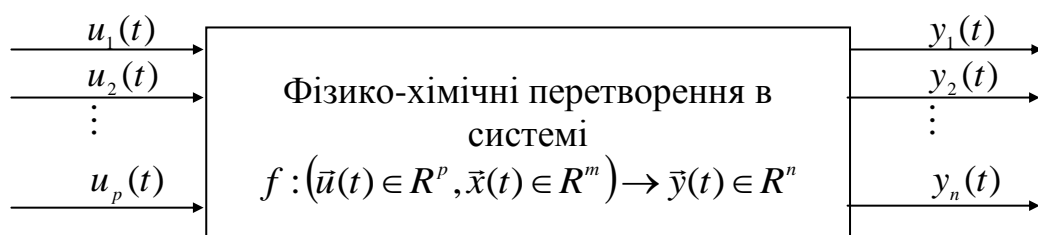


Рис.1.1. Хіміко-технологічна система

З практичного погляду важливе значення має моніторинг і управління концентраціями комплексів речовин у 7 системах [97]. Ці концентрації належать до внутрішніх змінних стану системи $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ і про їх динаміку можна судити лише опосередковано, через виходи $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$, що відповідають різним фізичним величинам.

Модель системи можна записати у вигляді відображення:

$$f : (\bar{u}(t) \in R^p, \bar{x}(t) \in R^m) \rightarrow \bar{y}(t) \in R^n,$$

де f – вектор-функція, що відображає вектори вхідних впливів $\bar{u}(t) \in R^p$ та внутрішніх змінних стану системи $\bar{x}(t) \in R^m$ на множину вихідних величин $\bar{y}(t) \in R^n$.

Виходячи з особливостей реальних процесів, можна стверджувати, що оператор f має складну структуру. Це зумовлено тим, що реальний процес є суперпозицією (або результатом накладання) цілого ряду елементарних перетворень: хімічних і фазових; дифузійного, конвективного і турбулентного перенесення речовини і теплоти; змішування і т.д. У загальному випадку оператор f мав би відобразити сукупність лінійних, нелінійних, розподілених в просторі і змінних в часі процесів зі змішаною детерміновано-стохастичною природою. Тому динаміка концентрацій речовин $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ є нестационарною і їхня взаємозалежність має значні ступені нелінійності. Отже, достатню для моніторингу і управління адекватність оцінок концентрації можуть забезпечити лише нелінійні моделі.

Ідентифікація моделей полягає в оцінюванні структури і параметрів відображення f і вимагає збору динаміки концентрацій речовин у різних умовах. Зібрати ці дані можна лише опосередковано, через інші фізичні параметри за допомогою сенсорів і вимірювальних схем. Усі сенсори та вимірювальні схеми мають обмежену точність, бо значення того чи іншого фізичного параметра може одночасно корелювати з концентраціями кількох речовин і шумами, а згадані

процеси відбуваються в кожній точці гомогенності систем і на межах поділу фаз, тоді як сенсор розміщується лише в одній з цих точок.

До виокремленого класу систем належать системи відновлюваної енергетики та процеси, які у них відбуваються, зокрема біогазові установки [122]. Складність і нелінійність процесів, що відбуваються в них, неодноразово відзначалася в літературі [153;158;161].

Входи біогазової системи \vec{y} можна умовно поділити на основне середовище і додатково введені компоненти. Під час процесу відбуваються фізико-хімічні перетворення, про результати яких можна судити за виходами \vec{y} . Виходи можна поділити на цільовий продукт (біогаз), побічні продукти і вторинні матеріальні ресурси (органічне добриво) [138].

Такого типу системи бувають двох видів: з неперервним і періодичним режимом. На вхід системи з неперервним режимом основне середовище разом з іншими компонентами надходить неперервним потоком, а продукти неперервним потоком виводяться з неї. На вхід системи з періодичним режимом компоненти подаються одноразово на початку процесу, а продукти, також одноразово, виводяться після його завершення [138].

Важливим аспектом використання біогазових установок є знезараження відходів тваринництва та переробка твердих органічних побутових відходів. В Україні функціонує декілька біогазових установок потужністю до 1 МВт, орієнтованих на переробку органічних відходів тваринництва. Водночас в Україні існує зацікавленість у створенні таких біогазових установок, особливо разом із створенням заводів із сортування і переробки органічних побутових відходів. Кількісне обґрунтування щодо створення біогазових установок для цих цілей можна здійснити на основі математичного моделювання процесів анаеробного бродіння у біогазових установках та вироблення біогазу із застосуванням експериментальних даних, отриманих на діючих біогазових установках вказаного типу, наведених у працях [122;86].

Основною компонентою біогазової установки є реактор, в який завантажуються органічні відходи та мікроорганізми, що здійснюють процес

розкладання вуглеводів на простіші речовини, зокрема на біогаз. Динаміка концентрацій відродженого субстрату, мікроорганізмів та біогазу є нестационарною, а їхня взаємозалежність має значні ступені нелінійності, які можуть бути описані нелінійними диференціальними рівняннями Моно [138]. Процес переробки органічних побутових відходів вимагає задання температурних умов, управління біомасою та ін. на основі побудованих моделей. Такі моделі, як правило, будуються на основі експериментальних даних. Зібрати ці дані можна лише опосередковано, через інші фізичні параметри за допомогою сенсорів і вимірювальних схем з обмеженою точністю, бо значення вказаних концентрацій залежні між собою, до того ж вказані процеси відбуваються в кожній точці реактора в неоднорідному середовищі відродженого субстрату, а сенсори фіксують концентрації в його окремих точках. За цих умов природною є інтервальна форма представлення експериментальних даних, які характеризують процеси анаеробного бродіння у вигляді моделі з обмеженою за амплітудою адитивною похибкою:

$$\vec{y}_{k+1} = C \cdot \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1.4)$$

де $\vec{x}_{k+1} = (x_{1k+1}, x_{2k+1})^T$ – вектор змінних стану системи (маси мікроорганізмів, маси відродженого субстрату) в $k+1$ -й дискретний момент часу; $\vec{y}_{k+1} = (y_{1,k+1}, y_{2,k+1})^T$ – вектор вимірних значень „виходів” (маси мікроорганізмів, маси субстрату); C – квадратна (2×2) матриця „виходів”, елементи якої представляють опосередковане вимірювання фізичних величин; $\vec{e}_{k+1} = (e_{1,k+1}, e_{2,k+1})^T$ – вектор обмежених за амплітудою похибок, $|e_{1,k+1}| \leq \Delta_{1,k+1}$, $|e_{2,k+1}| \leq \Delta_{2,k+1}$, $\forall k = 1, \dots, N$, $\Delta_{1,k+1}$, $\Delta_{2,k+1}$ – відомі граничні значення похибок при отриманні експериментальних даних.

Тоді інтервальні оцінки змінних стану $[\vec{z}_{k+1}^-, \vec{z}_{k+1}^+]$ в загальному випадку отримаємо на основі даних спостережень за вихідними змінними \vec{y}_{k+1} , з урахуванням обмежених за амплітудою похибок $|\vec{e}_{k+1}| \leq \vec{\Delta}_{k+1}$, та матриці C із застосуванням виразу (1.4), а для пошуку інтервальних оцінок динаміки змінних

стану $[\hat{x}_{k+1}^-; \hat{x}_{k+1}^+]$ на основі нелінійних дискретних моделей вимагатимемо таке включення:

$$[\hat{x}_{k+1}^-; \hat{x}_{k+1}^+] \subseteq [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+], k = 0, \dots, N-1, \quad (1.5)$$

де $\bar{z}_{k+1}^-, \bar{z}_{k+1}^+, \hat{x}_{k+1}^-, \hat{x}_{k+1}^+$ – означають нижнє та верхнє значення інтервалів оцінок змінних стану, отриманих за результатами спостережень та на основі побудованих нелінійних дискретних моделей динамічних систем, відповідно.

Нелінійні дискретні моделі динамічних систем, які уможливають отримати інтервальні оцінки змінних стану $[\hat{x}_{k+1}^-; \hat{x}_{k+1}^+]$, що задовольняють включення (1.5), називатимемо інтервальними дискретними моделями динамічних систем.

З вищепроведеного аналізу випливає таке:

1) для розв'язання задач моніторингу і управління процесами в описаному класі систем доцільно розглядати задачу ідентифікації нелінійних моделей, що оцінюють стан системи;

2) враховуючи опосередковане спостереження та збір експериментальних даних, через інші фізичні параметри за допомогою сенсорів і вимірювальних схем з обмеженою точністю, за умови, що процеси відбуваються в кожній точці гомогенності систем і на границях поділу фаз, тоді як сенсор розміщується лише в одній з цих точок, в описаному класі систем доцільно розглядати задачу ідентифікації моделей, що оцінюють стан системи з точністю, що не поступається точності вимірювань на основі забезпечення включення (1.5).

1.2. Особливості методів ідентифікації дискретних моделей вхід-вихід динамічних систем за умов невизначеності.

На підставі аналізу, проведеного у підрозділі 1.1, надалі розглядатимемо динамічні системи, які можна описати рівняннями змінних стану (1.1), або дискретними рівняннями (1.2), приймаючи до уваги, що і вхідні і вихідні сигнали не змінюються, або мало змінюються на інтервалі між дискретами.

Також сформулюємо деякі додаткові зауваження про припущення стосовно досліджуваних об'єктів у підрозділі 1.1. Першочергово враховуємо, що досліджувані об'єкти в динамічному відношенні є стійкими, тобто починаючи з моменту часу t_0 , до якого динамічна система перебувала у стані рівноваги, реакція на кожен обмежену вхідну змінну $|u(t)| \leq M_u < \infty$ буде також обмеженою вихідною змінною $|y(t)| = M_y < \infty$. А також будемо вважати, що вказані об'єкти є спостережними, а їх не стаціонарність не виходить за межі певних відомих інтервалів.

Рівняння змінних стану для опису динамічних систем почали використовувати переважно після виходу першої роботи Калмана [59;60]. У цих моделях змінні стану часто мають фізичну інтерпретацію. Ми ж вихідні змінні розглядатимемо як лінійну комбінацію змінних стану з відповідним адитивним шумом. Тобто для отримання вихідних змінних замість рівняння $\vec{y}_k = G(\vec{x}_k, \vec{u}_k, t_k)$ системи (1.2) використовуватимемо систему рівнянь (1.4).

Як було вказано у попередньому підрозділі із посиланням на праці Я. З. Ципкіна [105;106], для ідентифікації моделі у вигляді змінних стану (1.2) безпосередньо використовують експериментальні дані. Причому для отримання моделі необхідно розв'язати дві задачі: задачу структурної ідентифікації, тобто пошуку загального виду функціоналу F у системі (1.2), та параметричної – оцінюванні параметрів відомого функціоналу F . У процесі структурної ідентифікації вибирають групу моделей-претендентів, наприклад поліноміальних, серед яких шукають найбільш прийнятну [84]. Це найбільш складна процедура. Досить часто на цьому етапі неможливо застосувати формальні методи, і вибір моделей здійснюють із фізичних міркувань. Іншим підходом є використання лінійних моделей без урахування фізичних міркувань. Вибір структури моделей можна здійснити також спираючись на дослідження інших вчених. Так, відомо [158], що процеси анаеробного бродіння, які проходять у біогазових установках досить точно можна описати системами диференціальних рівнянь Моно та численними їхніми модифікаціями.

Формальні підходи до розв'язування задач структурної ідентифікації розглянуто у працях В.С. Степашка, В.Г. Івахненка [58;100], які ґрунтуються на методі групового урахування аргументів. У свою чергу алгоритми реалізації цих методів ґрунтуються на багаторазовому розв'язанні задач параметричної ідентифікації для різних моделей з метою напрямленого синтезу оптимальної структури кінцевої моделі.

Таким чином, параметрична ідентифікація моделей динамічних систем є основою для синтезу структури, як у випадку застосування формального підходу, так і для оцінки параметрів моделей.

Одним з найважливіших завдань в розв'язанні задачі параметричної ідентифікації є вибір критерію узгодження між експериментальними даними та результатами моделювання. Для розв'язання цієї задачі необхідно окреслити зміст поняття «хороша модель». У теорії систем найчастіше модель характеризують трьома властивостями: точність, повнота та складність [95]. Перші дві визначають адекватність моделі. Під адекватною розуміють модель, яку можна використати для прогнозування поведінки об'єкта [58]. Однак таке розуміння не завжди збігається з цілями моделювання. Більш практично інтерпретує адекватність моделі Льюнг [84]. Перефразовуючи її, під адекватною будемо розуміти модель, що є корисною для цілей моделювання. Наприклад модель, яка з точністю, що визначається в межах похибок спостережень, описує процеси в біогазовій установці і уможливорює отримати задовільні прогностичні оцінки виробленого біогазу, можемо називати адекватною. У свою чергу, поняття «задовільні прогностичні оцінки», можемо інтерпретувати як такі, що уможливають прийняття рішення про доцільність чи недоцільність створення біогазової установки.

Точність моделі, як правило, має кількісну оцінку. Переважно в теорії ідентифікації використовують середньоквадратичний критерій мінімізації відхилень між експериментальними та модельованими значеннями вихідних змінних, а критерії якості ґрунтуються на оцінюванні статистичних характеристик вихідних змінних та оцінок параметрів [79].

Розглянемо формальну постановку задачі параметричної ідентифікації дискретної моделі багатовимірної динамічної системи та методи її розв'язання. Таку систему будемо описувати у загальному випадку нелінійними рівняннями динаміки станів, а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представимо рівняннями:

$$x_{ik+1} = f_i(\bar{g}_i, \bar{q}_i, \bar{x}_k, \bar{u}_k), \quad i=1, \dots, m \quad k=0, \dots, N-1, \quad (1.6)$$

$$y_{jk+1} = \sum_{i=1}^m c_{ji} \cdot x_{ik+1} + e_{jk+1}, \quad j=1, \dots, n \quad k=0, \dots, N-1, \quad (1.7)$$

де $f_i, i=1, \dots, m$ – у загальному випадку нелінійні функції;

\bar{g}_i – невідомі вектори параметрів моделі системи, $\bar{g}_i \in R^m, i=1, \dots, m$;

\bar{q}_i – невідомі вектори параметрів управління, $\bar{q}_i \in R^p, i=1, \dots, m$;

c_{ji} – невідомі вагові коефіцієнти;

y_{jk+1} – вихідні змінні об'єкта;

x_{ik} – змінні стану об'єкта в k -й дискретний момент часу;

\bar{u}_k – вектор управління в k -й дискретний момент часу, $\bar{u}_k \in R^p$;

$e_{1k+1}, \dots, e_{jk+1}, \dots, e_{nk+1}$ – випадкові похибки.

У векторному вигляді (1.6), (1.7) мають вигляд:

$$\bar{x}_{k+1} = F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k), \quad k=0, \dots, N-1, \quad (1.8)$$

$$\bar{y}_{k+1} = C \cdot \bar{x}_{k+1} + \bar{e}_{k+1}, \quad k=0, \dots, N-1, \quad (1.9)$$

де G та Q – матриці параметрів з розмірністю $m \times m$ та $m \times p$, стрічки яких відповідно утворені векторами параметрів $G = \{\bar{g}_i | i = \overline{1, m}\}$ та $Q = \{\bar{q}_i | i = \overline{1, m}\}$; $F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k)$ – вектор-функція, утворена значеннями функцій $f_i(\bar{g}_i, \bar{q}_i, \bar{x}_k, \bar{u}_k)$, кожна з яких приймає аргументами i -ті стрічки параметрів \bar{g}_i, \bar{q}_i ($i=1, 2, \dots, m$) з матриць параметрів G та Q :

$$F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k) = \begin{pmatrix} f_1(\bar{g}_1, \bar{q}_1, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \\ f_2(\bar{g}_2, \bar{q}_2, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \\ \vdots \\ f_m(\bar{g}_m, \bar{q}_m, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \end{pmatrix}.$$

Переважно стосовно похибок \bar{e}_{k+1} висувують припущення, що вони є з нульовим математичним сподіванням з відомими дисперсіями і некорельовані між собою та у часових дискретах.

Невідомі параметри G та Q моделі (1.8)-(1.9) у імовірнісному підході отримуються з використанням методу найменших квадратів або методу максимальної правдоподібності. Кожен з цих методів ґрунтується на гіпотезах, що накладають умови на значення параметрів і щільність їхнього розподілу. Далі розглянемо їх докладніше.

Оскільки суть моделі полягає у її здатності до прогнозування, то саме з цієї перспективи слід розглядати її якість. Нехай похибку прогнозування в час t задано виразом:

$$\bar{\mu}(G, Q, t) = \bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(G, Q, t), \quad (1.10)$$

де $\bar{x}(t)$ – істинне значення вектора змінних стану системи; $\hat{\bar{x}}(G, Q, t)$ – його модельна оцінка для значень параметрів G та Q . У дискретній формі (1.10) має вигляд:

$$\bar{\mu}_k(G, Q) = \bar{x}_k - \hat{\bar{x}}_k(G, Q). \quad (1.11)$$

Імовірнісні методи оцінювання параметрів G та Q спираються на гіпотезу про те, що вихід моделі \bar{y}_{k+1} спостерігається точно, тобто без похибок вимірювань ($\bar{e}_k = \bar{0} \mid \forall k$), тому з виразу (1.9) випливає:

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{y}_{k+1} C^{-1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1.12)$$

де C – квадратна (2×2) матриця, елементи якої описують взаємний вплив вихідних фізичних величин на значення змінних стану за умови повної відсутності вимірювальних похибок.

Слід наголосити, що вираз (1.12) справедливий лише в умовах підтвердження гіпотези про точне вимірювання виходу (без похибок), що можна допустити лише для дуже обмеженого класу динамічних систем.

Якщо відомо вибірку експериментальних даних виходів та управлінь системи $\{\bar{y}_k, \bar{u}_k \mid k = 0, \dots, N-1\}$, то на основі (1.12) можна отримати вибірку істинних значень змінних стану \bar{x}_k , $k = 0, \dots, N-1$ і оцінити на їхній основі значення невідомих параметрів G та Q .

„Хорошою” називають ту модель, яка добре прогнозує, тобто породжує малі похибки прогнозування $\bar{\mu}_k(\bullet)$ для певної вибірки експериментальних даних $\{\bar{y}_k, \bar{u}_k \mid k = 0, \dots, N-1\}$. Відповідно основний принцип параметричної ідентифікації формулюють так: на основі вибірки експериментальних даних можна визначити похибку прогнозування $\bar{\mu}_k(G, Q)$. Оцінки значень параметрів G та Q вибирають, щоб похибки прогнозування $\bar{\mu}_k(G, Q)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$ були найменші.

Суть методу найменших квадратів та методу максимальної правдоподібності полягає у формуванні критерію оцінки величини $\bar{\mu}_k(G, Q)$ [79; 93].

Нехай вектор-функція прогнозування $F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k)$ лінійна за параметрами, тоді модельна оцінка (1.8) змінних стану при використанні параметрів G та Q набуде вигляду:

$$\bar{\hat{x}}_{k+1} = F_1^T(\bar{x}_k)G + F_2^T(\bar{u}_k)Q, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1.13)$$

де $F_1(\bar{x}_k)$ та $F_2(\bar{u}_k)$ – в загальному нелінійні вектор-функції, що, утворюючи лінійну комбінацію з параметрами G та Q , описують різницеву схему зміни стану системи.

Згідно з методом найменших квадратів похибка прогнозування (1.11) має вигляд:

$$\bar{\mu}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} - F_1^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)G - F_2^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)Q, \quad (1.14)$$

де \bar{x}_{k+1} – істинні значення змінних стану, оцінені в умовах відсутності вимірювальних похибок за експериментальними даними $\{\bar{y}_k, \bar{u}_k \mid k = 0, \dots, N-1\}$.

Критеріальна функція методу найменших квадратів має вигляд:

$$V(G, Q, \bar{x}_k | k = 1, \dots, N-1) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{2} [\bar{x}_{k+1} - F_1^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)G - F_2^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)Q]^2. \quad (1.15)$$

Функція (1.15) – критерій найменших квадратів для лінійної регресії $\bar{x}_{k+1} = F_1^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)G + F_2^T(\bar{x}_k, \bar{u}_k)Q + \bar{\mu}_{k+1}$. Унікальною властивістю цього критерію є його квадратичність за параметрами G, Q , яку отримують в результаті лінійної параметризації і квадратичності критерію. Відповідно, мінімум може бути знайдений аналітично за умови, що існує вказана обернена матриця:

$$\begin{aligned} [G^{LS}, Q^{LS}] &= \arg \min V(G, Q, \bar{x}_k | k = 1, \dots, N-1) = \\ &= \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k) F^T(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \bar{x}_{k+1}, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де $F(G, Q, \bar{x}_k, \bar{u}_k) = F_1^T(\bar{x}_k)G + F_2^T(\bar{u}_k)Q$.

Вираз (1.16) є оцінкою $[G^{LS}, Q^{LS}]$ методу найменших квадратів для параметрів G, Q .

Припустимо, що дані спостережень генерують у відповідності з рівнянням:

$$\bar{x}_k = \phi_{1,k}^T G_0 + \phi_{2,k}^T Q_0 + \bar{v}_{0,k}, \quad (1.17)$$

для деякої послідовності $\{\bar{v}_{0,k}\}$. Значення G_0, Q_0 визначають як «істинні» значення параметрів. Підставляючи (1.17) в (1.16), отримаємо:

$$\begin{aligned} [G^{LS}, Q^{LS}] &= [R(N)]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \phi_k^T [\phi_{1,k}^T G_0 + \phi_{2,k}^T Q_0 + \bar{v}_{0,k}] = \\ &= G_0 + [R(N)]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \phi_{1,k} \bar{v}_{0,k} + Q_0 + [R(N)]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \phi_{2,k} \bar{v}_{0,k}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Очікувані властивості оцінок G^{LS}, Q^{LS} МНК (методу найменших квадратів) повинні бути такі:

- 1) оцінки близькі до G_0, Q_0 ;
- 2) оцінки прямують у межах до G_0, Q_0 при $N \rightarrow \infty$.

Зазначимо, що якщо величина $\nu_0(t)$ у (1.18) менша від величин $\varphi_{1,k}, \varphi_{2,k}$, то помилкові члени $[R(N)]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_{i,k} \nu_{0,k}$, $i=1,2$ будуть малими, тому G^{LS}, Q^{LS} будуть близькими до G_0, Q_0 .

При $N \rightarrow \infty$ матриця $R(N)$ буде збігатись (з ймовірністю 1) до $R(N) \rightarrow R^*$, $(= \bar{E} \varphi_{i,k} \varphi_{i,k}^T)$ і $\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_{i,k} \nu_{0,k}(t) \rightarrow h^*$, $(= \bar{E} \varphi_{i,k} \nu_{0,k})$, $i=1,2$.

Таким чином $[G^{LS}, Q^{LS}] \rightarrow [G_0 + (R^*)^{-1} h^*, Q_0 + (R^*)^{-1} h^*]$ при $N \rightarrow \infty$.

Отже, для того щоб оцінка МНК була спроможна, тобто щоб G^{LS}, Q^{LS} сходилось до G_0, Q_0 , необхідно:

- 1) матриця R^* повинна бути невиродженою;
- 2) $h^* = 0$.

Із викладеного видно, що МНК при оцінюванні параметрів не використовує ніякої статистичної аргументації для оцінювання.

У ММП (методі максимальної правдоподібності) спостереження розглядають як реалізацію випадкових значень виходів системи $\{\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{N-1}\}$. Користуючись згаданою гіпотезою про відсутність вимірювальних похибок за допомогою виразу (1.12), формують систему випадкових векторів змінних стану $X^N = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{N-1}\}$, кожен з яких приймає значення із R^m . Наступною гіпотезою, на яку спирається ММП, є те, що відомо функцію щільності $\rho(G, Q; \bar{x}_k)$ розподілу ймовірності того, що модель з параметрами, які набули значень G, Q , описує реалізацію \bar{x}_k :

$$P(G, Q; \bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{N-1}) = P(G, Q; X^N) = \sum_{k=0}^{N-1} \rho(G, Q; \bar{x}_k). \quad (1.19)$$

У виразі (1.19) G, Q – параметри, які описують властивості спостереженої величини \bar{x}_{k+1} . Ці параметри є невідомими, а мета спостереження полягає в їхньому оцінюванні за X^N і реалізується оцінками $G^{ML}(X^N)$ та $Q^{ML}(X^N)$. Якщо

спостережені значення X^N задані вектором X_*^N , то відповідно отримані оцінки мають вигляд: $G_*^{ML} = G^{ML}(X_*^N)$ та $Q_*^{ML} = Q^{ML}(X_*^N)$.

Оцінка, яка максимізує ймовірність того, що вибірка X_*^N описується моделлю, параметри якої задано значеннями G_*^{ML}, Q_*^{ML} , була введена Фішером і отримала назву оцінки максимальної правдоподібності. При цьому ймовірність того, що спостереження дійсно повинно прийняти значення X_*^N , пропорційна $P(G, Q; X_*^N)$. Це є детермінована функція G, Q , оскільки замість X^N підставлені числові значення X_*^N . Дану функцію називають функцією правдоподібності, яка відображає «правдоподібність» того, що подія, яку спостерігають, дійсно має місце.

Оцінкою параметрів G, Q може бути вибрана така величина, при якій подія, яку спостерігають, «найбільш правдоподібна», тому:

$$G^{ML}(X_*^N) = \arg \max_G P(G, Q; X_*^N), \quad (1.20)$$

$$Q^{ML}(X_*^N) = \arg \max_Q P(G, Q; X_*^N), \quad (1.21)$$

де максимізація відбувається при фіксованому X_*^N . Вирази типу (1.20) (1.21) відомі як оцінки максимальної правдоподібності.

З наведеного аналізу можна зробити висновок, що для визначення найкращих оцінок невідомих параметрів необхідно задати міру близькості математичної моделі до отриманих експериментальних даних. У МНК таким критерієм є функція квадратів похибок, мінімальне значення якої визначає оцінки параметрів. У ММП – є функція правдоподібності, максимальне значення якої і є оцінкою параметрів. Проте в обох методах залишається основна проблема – як послабити або повністю відійти від тих невизначеностей, які зустрічаються при ідентифікації: вибір вигляду моделі системи, моделі випадкової похибки та кроку дискретизації.

Розглянуті критерії точності та «якості» моделі ґрунтуються на гіпотезі про відсутність вимірювальних похибок. Проте умови невизначеності пов'язані як з неповнотою знань про математичну модель процесу, так з похибкою у

вимірюваннях. Розглянуті вище традиційні підходи параметричної ідентифікації широко застосовуються в технічних системах. Ці підходи є швидкодіючими і легкими у реалізації, але у випадку розглянутих систем у підрозділі 1.1, де похибки спостережень зручно задавати в інтервальному вигляді, їхнє застосування характеризується рядом недоліків.

За наявності невизначеностей або шумів у спостереженнях, асимптотична збіжність середніх оцінок гарантується лише при підтвердженні відповідних статистичних гіпотез. Зокрема, до таких гіпотез належить відомість значень математичного сподівання і коваріаційних характеристик адитивного шуму. У такому випадку для дослідника важливим є з'ясування питання про те, чи ці гіпотези підтверджуються на вимірювальних даних. Дуже часто зустрічаються випадки, у яких складно або неможливо перевірити ці гіпотези.

У зв'язку з невизначеностями, статичні оцінки початкових значень змінних стану в загальному випадку не узгоджуються з поточними значеннями цих змінних, тому виникає необхідність застосування адаптивного динамічного методу. При оцінюванні значення деякого параметра може виявитися, що він пов'язаний з характеристикою, що повільно змінюється з часом і в такому випадку практичну цінність може мати задача відтворення цих варіацій за допомогою динамічних методів [113].

У зв'язку із необхідністю оцінювання динаміки змінних стану в реальному масштабі часу, методи статичної мінімізації непридатні.

Інші підходи доступні в теорії управління, як-от теорія спостерігачів та випадкових процесів [159]. При цьому потрібно з'ясувати, чи можна розглядати невизначеність у вигляді випадкових величин, для яких статистичні дослідження можуть дати достатньо інформації про функцію щільності їхнього розподілу. Якщо це справджується, то стан системи – це також вектор випадкових змінних, для яких шукаються оцінки їхнього математичного сподівання в поточний час. Тоді модель можна будувати у рамках теорії фільтрації і стохастичних процесів. Проте на практиці цей підхід можна застосовувати лише для процесів з адитивним Гаусовим шумом в рівняннях динаміки, що унеможливорює їхнє використання для

дослідження процесів у біогазових установках. Крім того, припущення щодо характеристик випадковості важко підтвердити.

Однак при моделюванні багатьох технічних систем, незважаючи навіть на відсутність точних статистичних даних, невизначеність спостережень залишається в апріорі відомих межах (інтервалах). Тому альтернативою до стохастичного підходу є розгляд невизначеності у вигляді динамічної моделі з невідомими параметрами, що входить в межі часового ряду інтервалів експериментальних вимірювань і тим самим узгоджується з ними. Саме такий підхід доцільно застосовувати у випадку обмеженого за амплітудою шуму в динамічних системах, розглянутих у підрозділі 1.1.

Слід також зазначити, що методи ідентифікації, які застосовують для безпосереднього оцінювання матриць в рівняннях стану, розвинуті меншою мірою, ніж методи, які застосовують для побудови класичних моделей, таких як імпульсна перехідна функція, передавальна функція і т.д. Будь-який з цих методів ідентифікації систем дозволяє знайти модель тільки тієї частини об'єкта, яку досягають і спостерігають, оскільки при обчисленнях можна використовувати тільки спостереження на вході і виході об'єкта.

1.3 Ідентифікація дискретних динамічних систем методами аналізу інтервальних даних

В процесі управління технологічними процесами в реальному часі необхідно забезпечити розрахунок і оптимізацію режиму, який гарантовано буде належати області допустимих режимів і буде реалізовуватись системами автоматичного управління нижчого рівня ієрархічної системи управління. Стандартні методи, які застосовують на практиці, малоприсадибні для розв'язання задач такого класу у зв'язку з низькими швидкостями збіжності істотних ітераційних методів і можливістю появи випадкових неконтрольованих похибок в результатах за наявності похибок в реальних даних. Разом з тим, залежно від існуючого виду невизначеності, при прийнятті рішень необхідно забезпечити проведення на ЕОМ

розрахунків з інтервальними і нечіткими величинами [15-17;24;25;31- 33;40-42;45-47;57;66;99;120;128].

На даний час найбільш перспективними для знаходження розв'язків систем рівнянь з урахуванням відзначених особливостей роботи алгоритмів реального часу в умовах невизначеності є інтервальні методи. Ці методи одержали широке застосування при розв'язанні систем диференціальних рівнянь, систем лінійних і нелінійних рівнянь, задач глобальної оптимізації. На відміну від традиційних, інтервальні методи дозволяють отримати на ЕОМ розв'язки задач разом з повним і строгим аналізом помилок обчислення.

Спочатку ці методи виникли як засіб автоматичного обліку помилок округлення при обчисленнях на ЕОМ. Ідеї, закладені в їхню основу, виявились досить конструктивними і корисними для застосування в практиці. Внаслідок цього виникла інтервальна арифметика, яка отримала широке застосування для вирішення чисельних задач. Це зумовлено фактичною відсутністю конкурентноспроможних підходів до побудови надійного (гарантованого) програмного підходу. Інтервальний підхід дозволяє внести математичну строгість у побудову чисельних алгоритмів, які мають за основу апроксимацію точного значення одним „досить близьким” до нього наближенням. Для інтервальних методів даються гарантовані двосторонні апроксимації шуканих рішень, які мають представлення найгіршого випадку з погляду зору опису невизначеностей.

Методи аналізу інтервальних даних та теоретико-множинний підхід, які реалізуються в межах даного підходу, становлять велику цінність в задачах, де невизначеність і неоднозначність виникають з самого початку. На перших етапах свого розвитку інтервальний аналіз виник як засіб автоматичного обліку похибок заокруглення при розрахунках з кінцевою точністю представлення чисел. З розвитком інтервальних методів виявилось, що інтервальні підходи і моделі найбільшого застосування отримали як мова опису деякого особливого класу невизначеностей, так званих обмежених за амплітудою невизначеностей.

Основна ідея інтервальних обчислень полягає у наведенні дійсного числа не одним машинним числом, а двома, які задають його гарантовані межі, тобто

інтервал. Під інтервалом $[a, b], a \leq b$ розуміють замкнену обмежену підмножину R виду $[a, b] = \{x \in R, a \leq x \leq b\}$, де R – множина всіх дійсних чисел.

Арифметичні операції над інтервальними числами визначають так. Нехай $*$ $\in \{+, -, \cdot, /\}$, $A, B \in I(R)$, де $I(R)$ – множина всіх інтервалів. Тоді

$$A * B := \{a * b \mid a \in A, b \in B\}. \quad (1.22)$$

Не важко перевірити, що визначення (1.22) еквівалентне до співвідношень:

$$A + B = [a^-; a^+] + [b^-; b^+] = [a^- + b^-, a^+ + b^+], \quad (1.23)$$

$$A - B = [a^-; a^+] + [b^-; b^+] = [a^- - b^+, a^+ - b^-], \quad (1.24)$$

$$A \cdot B = [\min\{a^-b^-, a^-b^+, a^+b^-, a^+b^+\}, \max\{a^-b^-, a^-b^+, a^+b^-, a^+b^+\}], \quad (1.25)$$

$$A/B = x \cdot [1/b^+, 1/b^-], \text{ для } y \notin 0. \quad (1.26)$$

У теорії управління динамічними системами існує проблема визначення або оцінювання множини можливих фазових станів системи в різні моменти часу. Такі множини відіграють важливу роль при розв'язанні задач управління, спостереження та прогнозування. Зокрема точне або наближене значення множини досягнення системи, якою управляють, дозволяє оцінити граничні можливості системи управління, вибрати оптимальне або субоптимальне управління. Методи диференціальних ігор та гарантованої фільтрації за даними спостережень також тісно пов'язані з поняттям множини досягнення.

Такого типу задачі зводять до побудови або оцінювання множин, до яких може належати фазовий вектор системи, і до операцій з цими множинами [100-102]. Проте побудова таких множин на практиці, особливо в системах великої розмірності, представляє собою дуже складну задачу навіть при використанні сучасних ЕОМ. Тому заслуговують уваги ефективні методи апроксимації цих множин.

Так, в працях Личака М.М. та Кунцевича В.М. [68-71;81-82] пропонується методика розв'язання цієї задачі, яка використовує процедури формування багатогранних областей у просторі, який розглядається. Тут фундаментальне

значення відіграє відпрацьована процедура визначення перетину опуклого многогранника апріорної невизначеності в багатовимірному просторі з гіперсмугою (лінійною нерівністю), породженою черговим вимірюванням вектора вихідних змінних. При цьому здійснюють відкидання малоінформативних обмежуючих нерівностей на основі даних вимірювань за спеціальними критеріями якості. Під малоінформативною нерівністю розуміють таку нерівність, для якої найдальша, яка відтинається півпростором вершина апріорного многогранника, знаходиться достатньо близько до січної гіперсмуги. Щоб зберегти достатню точність управління застосовують математичну модель низького порядку для оцінки параметрів об'єкта управління.

Вихідна модель об'єкта є неперервною, тобто має вигляд диференціальних рівнянь при моделюванні динамічних систем в умовах невизначеності. Проте, застосувавши цифрову техніку для реалізації алгоритмів ідентифікації і управління, надають поведінці всієї системи "об'єкт+система управління" відверто вираженого дискретного характеру. Тому при побудові моделей дискретних систем використовують моделі у вигляді систем різницевих рівнянь. Нехай матриці G, Q параметрів моделі (1.8)-(1.9) кодуються єдиним вектором параметрів \vec{L} , що має розмірність $r = m \cdot m + m \cdot p$. Тоді моделлю системи будуть різницеві рівняння:

$$\vec{x}_{k+1} = \Phi(\vec{x}_k, \vec{u}_k, \vec{L}, \vec{F}_k), \quad \vec{x}_0 = \vec{x}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.27)$$

де \vec{x}_k – m – вимірний вектор фазових координат, \vec{u}_k та \vec{F}_k – p -вимірний вектор управлінь та s -вимірний вектор неконтрольованих збурень, відповідно, \vec{L} – r – вимірний вектор постійних параметрів, точне значення яких невідоме, $\Phi(\bullet)$ – задана в загальному випадку нелінійна m -вимірна вектор-функція.

Варто відмітити, що всі компоненти вектора стану доступні для безпосереднього вимірювання і, відповідно, можуть бути використані для формування управління. Це пояснюється тим, що при отриманні математичної моделі об'єкта у вигляді різницевих рівнянь виду (1.27) завжди можна так вибрати вид фазового простору, щоб вектор стану був складений лише із значень

вимірюваних координат у різні моменти часу. Такий вибір виду фазового простору автоматично знімає проблему “структурних обмежень”.

У даній постановці задачі відносно вектора параметрів \vec{L} відома лише його апріорна оцінка:

$$\vec{L} \in \underset{\sim}{\Omega}_0, \quad (1.28)$$

де $\underset{\sim}{\Omega}_0$ – задана опукла множина, яка надалі прийматиме вигляд многогранника.

Для вектора збурень \vec{F}_k рахується також лише його апріорна оцінка:

$$F_k \in \underset{\sim}{\mathcal{V}} \quad \forall k \geq 0.$$

Вектор управлінь \vec{u}_k формується на основі вимірів вектора \vec{x}_k , і його значення вибираються з врахуванням обмежень:

$$\vec{u}_k \in U, \quad (1.29)$$

де U – деяка задана множина в просторі управлінь.

Приймаючи до уваги можливість зміни значення X_1 із (1.27)-(1.28), отримують оцінку прогнозу вектора параметрів \vec{L} при $n = 1$ у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \vec{L} \in \underset{\sim}{\Omega}_1, \underset{\sim}{\Omega}_1 &= \underset{\sim}{\Omega}_1 \cap \underset{\sim}{\Omega}_0, \\ \underset{\sim}{\Omega}_1 &= \left\{ \vec{L} : \vec{x}_1 = \Phi(\vec{x}_0, \vec{u}_0, \vec{L}, \vec{F}_0) \quad \forall \vec{F}_0 \in \underset{\sim}{\mathcal{V}} \right\} \end{aligned} \right\}, \quad (1.30)$$

де множина $\underset{\sim}{\Omega}_1$ залежить від наперед невідомого значення \vec{x}_1 . Аналогічно при $k = 2$ отримують множинні оцінки, які залежать від наперед невідомих значень \vec{x}_1 та \vec{x}_2 , які будуть реалізовані, а після того виміряні в процесі руху.

Математична модель прогнозованого руху системи, яка враховує наявність факторів невизначенності, має вигляд різницевих включень:

$$\bar{x}_{k+1} \in \mathcal{X}_{k+1}; \mathcal{X}_{k+1} = \left\{ \bar{x}_{k+1} : \bar{x}_{k+1} = \Phi(\bar{x}_k, \bar{u}_k, \bar{L}, \bar{F}_k) \forall \bar{F}_k, \bar{x}_k \in \mathcal{X}_n, \bar{L} \in \check{\Omega}_k \right\}, \quad (1.31)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

і рівняння еволюції множин $\check{\Omega}_k$, які є оцінками прогнозу вектора параметрів:

$$\bar{L} \in \check{\Omega}_k, \quad \check{\Omega}_k = \check{\Omega}_k \cap \check{\Omega}_{k-1}, \quad \check{\Omega}_0 = \check{\Omega}_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.32)$$

Відмітимо, що на відміну від традиційних методів розв'язання задачі ідентифікації, які дозволяють отримувати наближені “точкові” оцінки параметрів [29, 115], оцінка у вигляді (1.32) є гарантованою у тому розумінні, що істинні значення параметрів, які визначаються, належать множині оцінок. При цьому всі елементи (точки) множини рівноправні у тому розумінні, що не можна, наприклад, вибрати у цій множині деяку точку і вважати, що це значення найближче до істинного, оскільки між елементами множини не існує будь-яких переваг одного елемента над іншим.

Слід також відмітити, що в останні роки з'явився ряд робіт, у яких запропоновані наближені методи побудови оцінок вектора параметрів, які засновані на апроксимації множини досягнення відповідним чином підібраними еліпсоїдами [36,53-54,65,74-75,108,109]. Такий підхід дозволяє спростити обчислювальну процедуру побудови оцінок, але призводить до загрублення отриманих оцінок. Проте головним недоліком методу є необхідність апріорного задання замкнутої множини, яка містить початковий вектор стану.

У праці [6] цей недолік усувають шляхом вибору параметричного сімейства еліпсоїдів (нечіткої еліпсоїдальної множини) у ролі множинної оцінки замість одного еліпсоїда і будується алгоритм ідентифікації параметрів статичного одновимірного об'єкта.

У працях [74-75] підхід [6] розповсюджується на оцінювання вектора фазових координат багатовимірного динамічного об'єкта.

Однією з особливостей розробленого в працях [74-75] методу оцінювання параметрів лінійного дискретного динамічного об'єкта є те, що дані про початковий вектор стану \vec{x}_0 відсутні, тому формально не можна вказати замкнуту множину в просторі станів, яка буде гарантовано містити вектор \vec{x}_0 . Тому у ролі множинної оцінки початкового та поточного вектора станів, а також вектора неконтрольованих збурень, використовують нечітку множину, поверхні рівня якої утворюють багатовимірні еліпсоїди у розширеному просторі станів. Таким чином, вирішуючи задачу ідентифікації параметрів будують послідовність розмитих еліпсоїдальних множин, послідовність центрів яких утворюють послідовність оцінок невідомого вектора стану.

Слід зазначити, що останнім часом з'явилися роботи [82], в яких запропоновано методику розв'язання задачі лінійного програмування, що використовує процедури формування багатогранних множин у просторі. В основі методики лежить ідея, що розроблений ітераційний алгоритм розв'язання задачі ЛП на кожному кроці будує деяку оцінку понад виділену лінійними нерівностями множину аргументів, використовуючи при цьому лише частину заданих лінійних нерівностей. На отриманій таким способом спрощеній оцінці загальної множини аргументів знаходиться рішення задачі лінійного програмування і відбувається перевірка: чи задовольняє отримане рішення всю задану систему нерівностей. Якщо так – тоді рішення задачі ЛП отримано. Якщо ні – будується нова оцінка і процедура повторюється. Такий підхід дозволяє отримати точні оцінки множини аргументів. Проте головним недоліком є часова складність, яка визначається як час, необхідний для знаходження рішення однієї задачі ЛП, помножений на $2N$, де N – кількість задач ЛП.

У працях [43-44] описано метод знаходження допустимого розв'язку ІСЛАР – вектора параметрів динамічної моделі “вхід-вихід”. Так, ідея методу пошуку допустимого розв'язку \vec{g}_{dop} ІСЛАР полягає в знаходженні передусім початкового наближення \vec{g}_0 до допустимого розв'язку ІСЛАР (яке є досить грубим). Потім, шляхом реалізації ітераційної процедури, уточнюють наближений розв'язок доти,

поки наступні ітерації процедури не поліпшать поточного наближення. У цьому методі покращення наближення передбачає генерування випадкового вектора $\vec{\xi}$ з постійною довжиною r , який додають до поточного наближення вектора \vec{g}_{dop} , що призводить до поганої збіжності методу та виникнення ефекту “зациклення”.

Недоліком запропонованого методу ітераційного поліпшення допустимого розв’язку ІСЛАР є необґрунтований вибір параметра r та його сталість під час реалізації ітераційної процедури, що досить часто призводить до зациклення та поганої збіжності. У даному методі використовують спрощене представлення структури каналу вимірювання у вигляді одиничної матриці, коли вихідні змінні ототожнюють із змінними стану, що для ряду практичних задач є непридатним, коли канал вимірювання задають прямокутною матрицею, яка зв’язує змінні стану через вихідні змінні з інтервальною невизначеністю.

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

Отже, підсумуємо викладене у цьому розділі.

1. Визначені основні поняття і напрями ідентифікації лінійних динамічних об'єктів.

2. Аналіз літератури, присвяченої задачі ідентифікації, показав, що на даний момент проблемі інтервальної невизначеності при розв'язанні задачі приділяється недостатньо уваги. Більша частина досліджень спрямована на побудову інтервальних моделей з відомою структурою в просторі станів.

3. Розглянуто особливості методів розв'язування задач параметричної ідентифікації на прикладі методу найменших квадратів і методу максимальної правдоподібності, показано їхню непридатність до розв'язання задач ідентифікації параметрів на основі аналізу інтервальних даних.

4. Розглянуто особливості методів розв'язання задач параметричної ідентифікації теоретико-множинного підходу та визначено їхні недоліки.

РОЗДІЛ 2

МНОЖИННИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ В УМОВАХ
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Як було показано у розділі 1, для опису поведінки систем у будь-який момент часу з урахуванням дії зовнішніх впливів використовують математичні методи моделювання динамічних систем. Не залежно від типу моделювання системи за умови вибору часу дискретизації суттєво меншого від періоду перехідного процесу достатньо часто динамічні системи можуть бути описані дискретними лінійними диференціальними рівняннями. Процеси побудови моделей динаміки у випадку заданої структури різницевих рівнянь націлені на знаходження параметрів цих різницевих рівнянь на основі експериментальних даних. При цьому неврахування зовнішніх впливів похибок спостережень за вихідними змінними призводить до неточності побудованої моделі.

У першому розділі дисертаційної роботи показано, що для оцінки точності моделі використовують імовірнісний чи інтервальний підходи. У випадку, коли похибки обмежені за амплітудою, то задача побудови моделей дискретної динамічної системи зводиться до задачі моделювання із заданою точністю. Тобто динаміку системи чи процесу необхідно описати коридором моделей, який із заданою точністю описує даний процес. У цьому розділі розглянуто саме таку задачу отримання допускових коридорів динаміки системи на основі результатів ідентифікації параметрів моделі. Досліджено складність цієї задачі. Встановлено властивості розв'язків задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем. Досліджено та обґрунтовано підходи до розробки методу ідентифікації параметрів дискретних динамічних систем з оптимальним настроюванням параметрів пошуку розв'язків [46].

2.1 Постановка задачі параметричної ідентифікації моделі дискретної динамічної системи із заданою точністю

Розглянемо багатовимірну динамічну систему за умов повної спостережуваності. Припустимо, що результати спостереження за вихідними змінними містять адитивні похибки, з невідомими статистичними характеристиками, але з відомими граничними значеннями. Таку систему будемо описувати у загальному випадку нелінійними рівняннями динаміки, а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представимо лінійними рівняннями:

$$\begin{cases} x_{1k+1} = f_1(\bar{g}_1, \bar{q}_1, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \\ \vdots \\ x_{ik+1} = f_i(\bar{g}_i, \bar{q}_i, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \quad , \quad k = 0, \dots, N-1, \\ \vdots \\ x_{mk+1} = f_m(\bar{g}_m, \bar{q}_m, \bar{x}_k, \bar{u}_k) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\bar{y}_{k+1} = C \cdot \bar{x}_{k+1} + \bar{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2.2)$$

де $f_i, i=1, \dots, m$ – в загальному випадку нелінійні функції за параметрами та за \bar{x}_k і \bar{u}_k ;

\bar{g}_i – невідомі вектори параметрів системи, $\bar{g}_i \in R^m, i=1, \dots, m$;

\bar{q}_i – невідомі вектори параметрів управлінь, $\bar{q}_i \in R^p, i=1, \dots, m$;

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1n} \\ c_{12} & \cdots & c_{2i} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mi} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} \text{ – відома матриця виходів;}$$

k – дискретне часове значення, $k = 0, \dots, N-1$;

\bar{y}_{k+1} – вектор вихідних змінних об'єкта, $\bar{y}_{k+1} \in R^n$;

\bar{x}_k – вектор змінних стану об'єкта в k -й дискретний момент часу, $\bar{x}_k \in R^m$;

\bar{x}_{k+1} – вектор змінних стану системи в $k+1$ -й дискретний момент часу, $\bar{x}_{k+1} \in R^m$;

\bar{u}_k – вектор управлінь в k -й дискретний момент часу, $\bar{u}_k \in R^p$;

$\bar{e}_{k+1} = (e_{1k+1}, e_{2k+1}, \dots, e_{nk+1})^T$ – вектор похибок із відомими граничними значеннями.

Для похибок спостережень усіх виходів виконуються такі умови:

$$|e_{jk+1}| \leq \Delta_{jk+1}, \quad \Delta_{jk+1} > 0, \quad j=1, \dots, n, \quad k=0, \dots, N-1, \quad (2.3)$$

де Δ_{jk+1} – гранична амплітуда похибки спостереження за відповідним виходом.

Позначимо за **Tol** перетворення, що дозволяє отримати допускові оцінки інтервалів вектора параметрів стану $[\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+]$ на основі даних спостережень за вихідними змінними, тобто:

$$[\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+] = \mathbf{Tol}(\bar{y}_{k+1}, |\bar{e}_{k+1}| \leq \bar{\Delta}_{k+1}, C), \quad k=0, \dots, N-1, \quad (2.4)$$

де $\bar{\Delta}_{k+1} = (\Delta_{1k+1}, \dots, \Delta_{jk+1}, \dots, \Delta_{nk+1})^T$.

Умовою отримання допускових коридорів динаміки параметрів стану системи є таке включення:

$$[\hat{x}_{k+1}] = [\hat{x}_{k+1}^-; \hat{x}_{k+1}^+] \subseteq [\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+], \quad k=0, \dots, N-1, \quad (2.5)$$

де

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1k+1}] = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{ik+1}] = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{mk+1}] = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \end{cases}, \quad k=0, \dots, N-1. \quad (2.6)$$

При цьому передбачаємо, що інтервальні оцінки змінних стану у момент $k=0$ є відомими, або задамо їх у такий спосіб, щоб вони належали інтервальним оцінкам змінних стану, отриманим за результатами спостережень за вихідними змінними, тобто:

$$[\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0]. \quad (2.7)$$

Математичні моделі, представлені системою (2.6), називатимемо інтервальними моделями дискретної динамічної нелінійної системи.

Користуючись умовами (2.5), виразами для моделей об'єкта (2.6) та відомими інтервальними оцінками змінних стану у початковий момент (2.7), складемо систему інтервальних рівнянь для оцінювання параметрів \vec{g}_i моделі системи та управліннь \vec{q}_i , $i=1, \dots, m$:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0] \\ z_{1\ k+1}^- \leq f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{1\ k+1}^+ \\ \vdots \\ z_{i\ k+1}^- \leq f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{i\ k+1}^+ \\ \vdots \\ z_{m\ k+1}^- \leq f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{m\ k+1}^+, k = 0, \dots, N-1. \\ [\hat{x}_{1\ k+1}] = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{i\ k+1}] = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{m\ k+1}] = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Зауважимо, що інтервальні оцінки вектора змінних стану $[\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+]$ отримані за результатами спостережень за вихідними змінними системи для заданих дискретних значень вектора управлінь \bar{u}_{k+1} . Методи отримання цих оцінок залежно від розмірності матриці виходів C є предметом окремого розгляду у третьому розділі дисертації.

Розв'язками системи інтервальних рівнянь (2.8) є оцінки \hat{g}_i ($i=1, \dots, m$) параметрів системи та оцінки \hat{q}_i ($i=1, \dots, m$) вектора параметрів управлінь, які забезпечують умови включення (2.5).

Розглянемо також спрощений варіант постановки задачі, коли динамічна система є лінійною. Такий варіант у подальшому буде використаний для дослідження властивостей розв'язку задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем, а також для дослідження та обґрунтування методів її розв'язування.

Отже, лінійну динамічну систему описуватимемо системою різницевих рівнянь:

$$\bar{x}_{k+1} = G \cdot \bar{x}_k + Q \cdot \bar{u}_k, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2.9)$$

де

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1i} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & \cdots & g_{2i} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{ni} & \cdots & g_{nm} \end{pmatrix} \text{ – матриця невідомих параметрів системи;}$$

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \cdots & q_{1i} & \cdots & q_{1p} \\ q_{12} & \cdots & q_{2i} & \cdots & q_{2p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ q_{n1} & \cdots & q_{ni} & \cdots & q_{np} \end{pmatrix} - \text{матриця управліннь.}$$

Рівняння, які описують спостереження за вихідними змінними, задані виразом (2.2). При цьому властивості похибок спостережень задані умовами (2.3).

Інтервальні моделі дискретної динамічної лінійної системи матимуть такий вигляд:

$$[\bar{x}_{k+1}] = \hat{G} \cdot [\bar{x}_k] + \hat{Q} \cdot \bar{u}_k, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2.10)$$

де \hat{G} та \hat{Q} – оцінки параметрів лінійної динамічної системи та параметрів управління, відповідно.

У розгорнутому вигляді система інтервальних рівнянь для ідентифікації параметрів лінійної дискретної динамічної системи матиме такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0] \\ z_{1k+1}^- \leq \hat{g}_1^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_1^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{1k+1}^+; \\ \vdots \\ z_{ik+1}^- \leq \hat{g}_i^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{ik+1}^+; \\ \vdots \\ z_{mk+1}^- \leq \hat{g}_m^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_m^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{mk+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1, \\ [\hat{x}_{1k+1}] = \hat{g}_1^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_1^T \cdot \bar{u}_k \\ \vdots \\ [\hat{x}_{ik+1}] = \hat{g}_i^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_k \\ \vdots \\ [\hat{x}_{mk+1}] = \hat{g}_m^T \cdot [\hat{x}_k^-; \hat{x}_k^+] + \hat{q}_m^T \cdot \bar{u}_k, \end{array} \right. \quad (2.11)$$

де $\hat{g}_i^T = (\hat{g}_{i1}, \dots, \hat{g}_{ii}, \dots, \hat{g}_{im})$ – вектор-стрічка матриці \hat{G} ;

$\hat{q}_i^T = (\hat{q}_{i1}, \dots, \hat{q}_{ii}, \dots, \hat{q}_{ip})$ – вектор-стрічка матриці \hat{Q} .

Отже, задача параметричної ідентифікації моделі дискретної динамічної нелінійної системи із заданою точністю, в межах граничних похибок оцінювання вихідних змінних за результатами спостережень, є математичною задачею знаходження хоча б одного розв'язку нелінійної інтервальної системи алгебричних

рівнянь (2.8) [47], а для ідентифікації лінійної динамічної системи необхідно оцінити розв'язки інтервальної системи (2.11).

2.2 Особливості розв'язку задач параметричної ідентифікації моделей динамічної системи із заданою точністю

Основною проблемою при формуванні системи (2.8) та (2.11) є неможливість розрахувати інтервальні оцінки $[\hat{x}_{1,0}], [\hat{x}_{2,0}], \dots, [\hat{x}_{m,0}], [\hat{x}_{i,1}], [\hat{x}_{i,2}], \dots, [\hat{x}_{i,m}], \dots, [\hat{x}_{n,1}], [\hat{x}_{n,2}], \dots, [\hat{x}_{n,m}]$ (за винятком початково заданих) без відомих оцінок параметрів \hat{g}^T . За таких умов слід використати рекурентну схему формування інтервальної системи алгебричних рівнянь (2.8) чи (2.11), дослідити властивості її розв'язків і на цій основі розробити алгоритм параметричної ідентифікації дискретної динамічної системи.

Для отримання прогнозу на основі динамічного об'єкта (2.8) необхідно на початку задати інтервальні оцінки $[\hat{x}_{1,0}], [\hat{x}_{2,0}], \dots, [\hat{x}_{m,0}]$.

Не порушуючи загальності, розглянемо процедуру формування інтервальної системи алгебричних рівнянь на прикладі побудови моделі динаміки для автономної лінійної динамічної системи у такому вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = g_{11}[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] + g_{12}[\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = g_{21}[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] + g_{22}[\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] \end{cases}, k = 0, \dots, N-1. \quad (2.12)$$

Тепер задамо в інтервальному вигляді початкові умови для змінних стану у такому вигляді:

$$z_{1,0}^- \leq [\hat{x}_{1,0}] \leq z_{1,0}^+, \quad z_{2,0}^- \leq [\hat{x}_{2,0}] \leq z_{2,0}^+. \quad (2.13)$$

З урахуванням умови включення (2.5) та підстановки початкових умов (2.13) у вирази (2.12), перше і друге рівняння інтервальної системи алгебричних рівнянь (2.11) для даного прикладу ідентифікації параметрів g_{11} , g_{12} , g_{21} , g_{22} матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,1}^- \leq g_{11}[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{1,1}^+ \\ z_{2,1}^- \leq g_{21}[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{2,1}^+ \end{cases} \quad (2.14)$$

Для формування третього та четвертого рівняння інтервальної системи (2.11) визначимо на основі рівнянь (2.12) прогнозовані значення змінних стану у момент часу $k = 1$ для заданих початкових умов (2.13):

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,1}^-; \hat{x}_{1,1}^+] = g_{11}[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \\ [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] = g_{21}[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \end{cases} \quad (2.15)$$

Із урахуванням умови включення (2.5) та підстановки рівнянь із системи (2.15) у вирази (2.12) для $k=1$, третє та четверте рівняння інтервальної системи

алгебричних рівнянь для ідентифікації параметрів g_{11} , g_{12} , g_{21} , g_{22} матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,2}^- \leq g_{11}^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{11}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{12}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}g_{22} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,2}^+ \\ z_{2,2}^- \leq g_{21}g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{21}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{22}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}^2 [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] \leq z_{2,2}^+ \end{cases} \quad (2.16)$$

Об'єднуючи системи інтервальних рівнянь для $k=1,2$, відповідно (2.14) та (2.16), отримаємо інтервальну систему алгебричних рівнянь для ідентифікації параметрів g_{11} , g_{12} , g_{21} , g_{22} лінійної динамічної системи, описаної рівняннями (2.12):

$$\begin{cases} z_{1,1}^- \leq g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{1,1}^+ \\ z_{2,1}^- \leq g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \leq z_{2,1}^+ \\ z_{1,2}^- \leq g_{11}^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{11}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{12}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{12}g_{22} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,2}^+ \\ z_{2,2}^- \leq g_{21}g_{11} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{21}g_{12} [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + g_{22}g_{21} [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + g_{22}^2 [\hat{x}_{2,1}^-; \hat{x}_{2,1}^+] \leq z_{2,2}^+ \end{cases} \quad (2.17)$$

Як видно, навіть для ідентифікації лінійного дискретного динамічного об'єкта за умов включення (2.5), які є по суті критерієм узгодження спостережуваних значень виходу із прогнозованими, отримана інтервальна система алгебричних рівнянь є нелінійною, що суттєвим чином ускладнює алгоритми параметричної ідентифікації. Зокрема, відомо [], що розв'язком таких систем є не опукла область. Цей факт виключає можливість використання методів лінійного програмування для оцінювання їх розв'язків. До того ж очевидно, що подальше урахування дискретних значень спостережень за вихідними змінними суттєвим чином ускладнить інтервальну систему алгебричних рівнянь у вигляді (2.17).

Далі розглянемо графічну ілюстрацію розв'язку таких інтервальних систем. Подібні дослідження проведені за задачі параметричної ідентифікації лінійного різницевого оператора [52]. Однак у випадку моделювання динамічних систем з великою кількістю змінних стану розв'язування інтервальної системи алгебричних рівнянь суттєво ускладнюється.

Для графічної ілюстрації розв'язку отриманої інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) (2.17) скористаємося прикладом ідентифікації динаміки шкідливих викидів потоку автотранспорту з постійною інтенсивністю.

Розглядається прогноз концентрацій двох шкідливих речовин, діоксиду азоту та пилу, у напрямі перпендикулярному до дороги за умови лінійного джерела шкідливих викидів. Результати вимірювань цих концентрацій для трьох дискрет із урахуванням початково заданої, наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Результати вимірювань шкідливих речовин: діоксиду азоту та пилу

№ Дискрети	Інтервальні значення концентрації діоксиду азоту	Інтервальні значення концентрації пилу
------------	--	--

K	$[z_{1,k}] = [z_{1,k}^-; z_{1,k}^+]$	$[z_{2,k}] = [z_{2,k}^-; z_{2,k}^+]$
0	[30,2;40,8]	[38,5;48,5]
1	[45,3;55,7]	[43,3;55,7]
2	[47,3;57,7]	[33,4;37,6]

Такий процес описують автономною системою із двох лінійних різницевих рівнянь у вигляді (2.12) із заміною $g_{22} = 0$ [93]. З урахуванням даних таблиці 2.1 інтервальна система (2.17) для ідентифікації параметрів g_{11} , g_{12} , g_{21} моделі лінійної динамічної системи для прогнозування викидів діоксиду азоту та пилу матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} 45,3 \leq g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] \leq 58,7 \\ 43,3 \leq g_{21}[33,22;36,78] \leq 55,7 \\ 47,3 \leq g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 \leq 57,7 \\ 33,4 \leq g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] \leq 37,6. \end{cases} \quad (2.18)$$

На рис. 2.1 зображено отриманий розв'язок перших двох рівнянь системи (2.18). Оскільки перших два інтервальних рівняння цієї системи є лінійними, то їх розв'язок у просторі параметрів є опуклим многогранником.

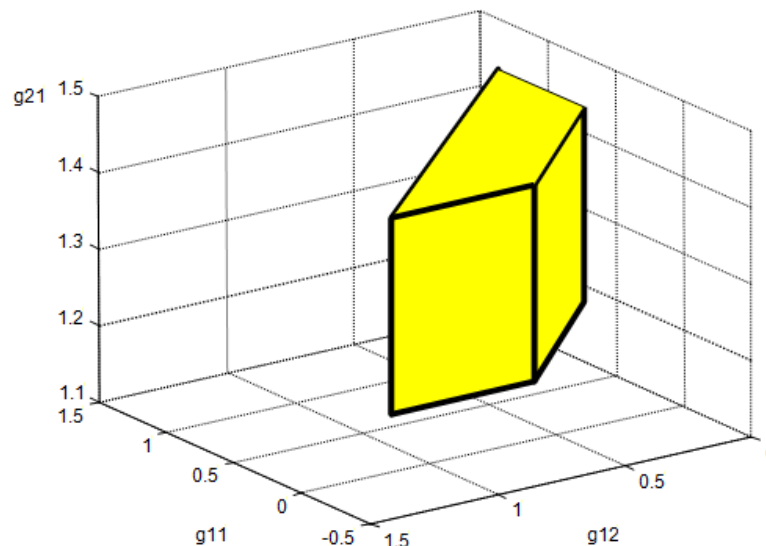


Рис. 2.1. Розв'язок перших двох рівнянь ІСНАР (2.18)

Інакша ситуація із розв'язком третього інтервального рівняння системи (2.18) у вигляді:

$$47,3 \leq g_{11}^2[33,22;36,22] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2[42,35;43,65] \leq 57,7.$$

Аналіз цього рівняння показує, що в просторі параметрів g_{11}, g_{12}, g_{21} його розв'язком є незамкнена область, обмежена парами поверхонь, утворених гіперболоїдами.

На рис. 2.2 наведено розв'язок перших трьох рівнянь ІСНАР (2.18), отриманий із використанням ППП Matlab.

Із проведеного аналізу випливає, що задача параметричної ідентифікації моделі дискретної динамічної лінійної чи нелінійної систем із заданою точністю, в межах граничних похибок оцінювання вихідних змінних за результатами спостережень, є достатньо складною задачею пошуку неопуклої області розв'язків ІСНАР.

Із проведеного аналізу також можна зробити такі узагальнення:

1) задача параметричної ідентифікації лінійної чи нелінійної динамічної системи з урахування початкових умов у вигляді інтервально заданих наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики є задачею розв'язку інтервальної системи нелінійних рівнянь;

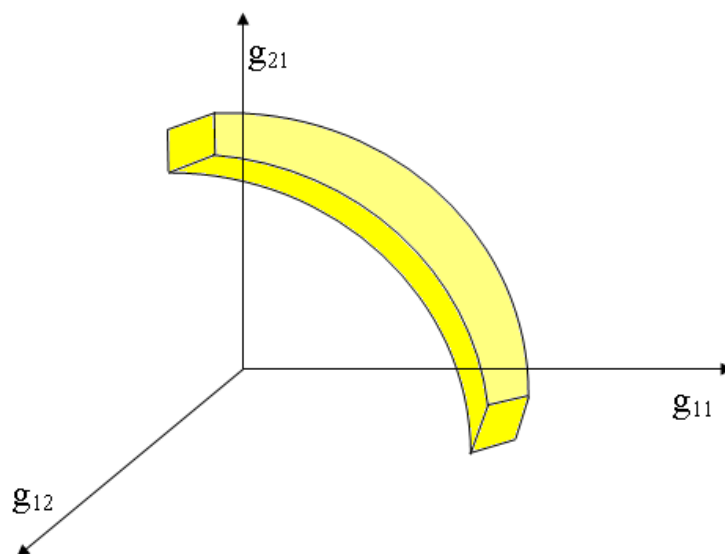


Рис.2.2. Не опукла область розв'язків ІСНАР (2.18)

2) розв'язком цієї задачі є неопукла область оцінок параметрів динамічної системи;

3) актуальним є аналіз та розробка простих з погляду обчислювальної складності можливих обчислювальних схем для розв'язання вказаної задачі.

2.3 Обґрунтування методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю

Результати досліджень, отримані у першому та другому підрозділі даного розділу, дозволяють стверджувати, що задачу параметричної ідентифікації нелінійної дискретної системи, сформульовану у вигляді задачі оцінювання хоча б одного розв'язку ІСНАР, слід розв'язувати, користуючись відомими методами, розробленими в інтервальному аналізі [2,23,154]. Практично всі методи інтервального аналізу, які використовують для розв'язування такого типу задач, на першій ітерації вимагають знаходження хоча б одного розв'язку ІСНАР (2.8) [42].

Користуючись аналогією із методами інтервального оцінювання розв'язків ІСЛАР, де широко застосовують методи лінійного програмування для знаходження гарантованих інтервальних оцінок та допускових точкових і множинних оцінок із розв'язку задач ЛП, сформулюємо задачу оцінювання розв'язку ІСНАР (2.8) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_i \rightarrow \min(\max) \\
 & [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0] \\
 & z_{1k+1}^- \leq f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{1k+1}^+ \\
 & \vdots \\
 & z_{ik+1}^- \leq f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{ik+1}^+ \\
 & \vdots \\
 & z_{mk+1}^- \leq f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{mk+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (2.19) \\
 & [\hat{x}_{1k+1}] = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & [\hat{x}_{ik+1}] = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & [\hat{x}_{mk+1}] = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k)
 \end{aligned}$$

Сформульована задача, з достатньо простою лінійною цільовою функцією та нелінійними обмеженнями, в цілому є задачею нелінійного програмування, яку

можна розв'язати методами умовної оптимізації. Хоча область допустимих розв'язків такої задачі є не опуклою, але цільова функція лінійною. Можна стверджувати, що розв'язок задачі (2.19) умовної оптимізації досягається на межі допустимої області, як це проілюстровано на рис. 2.3, побудованого для прикладу, розглянутого у попередньому підрозділі.

Тоді задачу (2.19) з обмеженнями – нерівностями можна переписати у еквівалентному вигляді задачі оптимізації із обмеженнями – рівностями:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_i \rightarrow \min(\max) \\
 & [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0] \\
 & z_{1\ k+1}^- = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & z_{1\ k+1}^+ = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & z_{i\ k+1}^- = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & z_{i\ k+1}^+ = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & z_{m\ k+1}^- = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & z_{m\ k+1}^+ = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & [\hat{x}_{1k+1}] = f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & [\hat{x}_{ik+1}] = f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\
 & \vdots \\
 & [\hat{x}_{mk+1}] = f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k)
 \end{aligned}
 , \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (2.20)$$

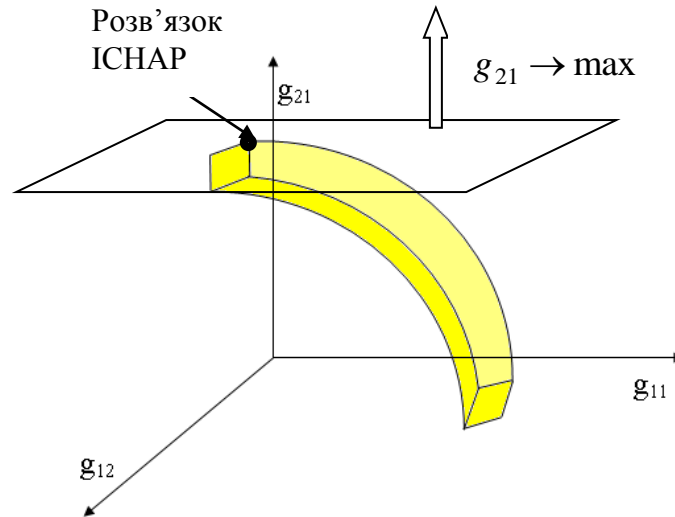


Рис.2.3. Ілюстрація розв'язку задачі умовної оптимізації (2.19)

Як видно із (2.20), дану задачу умовної оптимізації можна звести до задачі безумовної оптимізації із використанням методу невизначених множників Лагранжа [88]. Слід зауважити, що це є практично єдиний серед найкращих методів розв'язування даної задачі. Не порушуючи загальності, але для спрощення аналізу складності розв'язання даної задачі безумовної оптимізації розглянемо її формулювання на прикладі, наведеному в підрозділі 2.2, тобто на прикладі ідентифікації лінійної динамічної системи з двома змінними стану, що описують динаміку концентрацій шкідливих викидів. Для ідентифікації параметрів цієї системи використовуємо ІСНАР (2.18), сформовану всього для двох дискретних значень спостережень за концентраціями шкідливих викидів. Отже, математично дана задача матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \hat{g}_{11} \rightarrow \max \\
 & 45,3 \leq g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] \leq 58,7 \\
 & 43,3 \leq g_{21}[33,22;36,78] \leq 55,7 \\
 & 47,3 \leq g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 \leq 57,7 \\
 & 33,4 \leq g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] \leq 37,6.
 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Перетворимо обмеження нерівності у (2.21) до обмежень у вигляді рівнянь, отримаємо:

$$\hat{g}_{11} \rightarrow \max$$

$$\begin{aligned}
&g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 45,3 = 0 \\
&g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 58,7 = 0 \\
&g_{21}[33,22;36,78] - 43,3 = 0 \\
&g_{21}[33,22;36,78] - 55,7 = 0 \\
&g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 47,3 = 0 \\
&g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 57,7 = 0 \\
&g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 33,4 = 0 \\
&g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 37,6 = 0
\end{aligned}$$

Побудуємо функцію Лагранжа для отриманої задачі оптимізації:

$$\begin{aligned}
&F(\hat{g}_{11}, \hat{g}_{12}, \hat{g}_{21}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8) = \\
&= \hat{g}_{11} - \lambda_1(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 45,3) - \lambda_2(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 58,7) \\
&\quad \lambda_3(g_{21}[33,22;36,78] - 43,3) - \lambda_4(g_{21}[33,22;36,78] - 55,7) - \\
&\quad - \lambda_5(g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 47,3) - \\
&\quad \lambda_6(g_{11}^2[33,22;36,78] + g_{11}g_{12}[42,35;43,65] + g_{12}g_{21}[33,22;36,78] + g_{12}^2 - 57,7) - \\
&\quad \lambda_7(g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 33,4) - \\
&\quad - \lambda_8(g_{21}g_{11}[33,22;36,78] + g_{21}g_{12}[42,35;43,65] - 37,6),
\end{aligned}$$

де $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8$ – невизначені множники Лагранжа.

В кінцевому варіанті еквівалентна система нелінійних інтервальних алгебричних рівнянь, розв'язок якої збігається із розв'язком задачі параметричної ідентифікації лінійної дискретної динамічної системи (2.21), матиме такий вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned}
&1 - \lambda_1[33,22;36,78] - \lambda_2[33,22;36,78] - \\
&- 2\lambda_5g_{11}[33,22;36,78] + \lambda_5g_{12}[42,35;43,65] - 2\lambda_6g_{11}[33,22;36,78] + \lambda_6g_{12}[42,35;43,65] - \\
&\lambda_7g_{21}[33,22;36,78] - \lambda_8g_{21}[33,22;36,78] = 0, \\
&\lambda_1[42,35;43,65] - \lambda_2[42,35;43,65] - \\
&- \lambda_5(g_{11}[42,35;43,65] + g_{21}[33,22;36,78] + 2g_{12}) - \\
&\lambda_6(g_{11}[42,35;43,65] + g_{21}[33,22;36,78] + 2g_{12}) - \lambda_7(g_{21}[42,35;43,65]) - \\
&\lambda_8(g_{21}[42,35;43,65]) = 0, \\
&- \lambda_3([33,22;36,78]) - \lambda_4([33,22;36,78]) - \lambda_5(g_{12}[33,22;36,78]) - \lambda_6(g_{12}[33,22;36,78]) - \\
&\lambda_7(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65]) - \\
&- \lambda_8(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65]) = 0, \\
&-(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 45,3) = 0 \\
&-(g_{11}[33,22;36,78] + g_{12}[42,35;43,65] - 58,7) = 0 \\
&-(g_{21}[33,22;36,78] - 43,3) = 0 \\
&-(g_{21}[33,22;36,78] - 55,7) = 0
\end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
& - (g_{11}^2 [33,22;36,78] + g_{11}g_{12} [42,35;43,65] + g_{12}g_{21} [33,22;36,78] + g_{12}^2 - 47,3) = 0 \\
& - (g_{11}^2 [33,22;36,78] + g_{11}g_{12} [42,35;43,65] + g_{12}g_{21} [33,22;36,78] + g_{12}^2 - 57,7) = 0 \\
& - (g_{21}g_{11} [33,22;36,78] + g_{21}g_{12} [42,35;43,65] - 33,4) = 0 \\
& - (g_{21}g_{11} [33,22;36,78] + g_{21}g_{12} [42,35;43,65] - 37,6) = 0.
\end{aligned}$$

Зауважимо, що отримана система є інтервальною системою дещо простішою за «не лінійністю» від системи обмежень для базової задачі (2.21), проте включає набагато більше рівнянь. Тому використання розглянутого підходу для оцінювання вектора параметрів моделі динамічної системи та вектора параметрів управлінь втрачає сенс.

У цілому, в результаті оцінювання розв'язків ІСНАР (2.11), розв'язок якої збігається із розв'язком задачі параметричної ідентифікації лінійної дискретної динамічної системи із заданою точністю, зводимо до задачі розв'язування достатньо складної задачі розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних $m^*m+m^*p+2m^*k$ рівнянь, які є похідними функцій Лагранжа, прирівняними до нуля із невідомими параметрами \bar{g}_i моделі системи, управлінь \bar{q}_i , $i=1,\dots,m$ та $2m^*k$ невизначеними множниками Лагранжа. Очевидно, що такий підхід не може бути використаний для розв'язання задачі параметричної ідентифікації багатовимірних дискретних лінійних та нелінійних динамічних систем за умов високої розмірності та/або з десятками дискретних значень спостережень. Крім того, для розв'язування отриманої системи нелінійних алгебричних рівнянь чисельними методами необхідно в аналітичному вигляді сформулювати систему обмежень у вигляді ІСНАР. Як видно із розглянутої у підрозділі 2.2. рекурентної схеми формування ІСНАР, для великої кількості інтервальних даних (тобто дискрет) це стає не реальним.

За цих умов доцільно побудувати обчислювальну схему параметричної ідентифікації нелінійного динамічного об'єкта з урахуванням розглянутої у підрозділі 2.2 рекурентної схеми введення обмежень на параметри із заміною перевірки цих обмежень чисельними методами. Зокрема, можливим є використання трьох крокових обчислювальних процедур за такою схемою:

1) введення початкових умов у вигляді інтервальних наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики із виконанням відомих умов включення (2.5);

2) задання початкової $\hat{g}_i^0, \hat{q}_i^0, i=1, \dots, m$ чи формування поточної оцінки векторів параметрів динамічної системи та управлінь, відповідно;

3) реалізація рекурентної схеми з метою отримання інтервальних дискретних оцінок прогнозованих значень вихідних змінних та перевірки „якості” поточної оцінки векторів параметрів динамічної системи та управлінь.

Спираючись на результати проведеного аналізу властивостей області розв’язків ІСНАР, для лінійного динамічного об’єкта виникає можливість отримання початкових оцінок векторів $\hat{g}_i^0, \hat{q}_i^0, i=1, \dots, m$ із використанням одного розв’язку лінійних інтервальних рівняннях, які входять до складу ІСНАР (2.11) у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0] \\ z_{11}^- \leq \hat{g}_1^T \cdot [\hat{x}_0^-; \hat{x}_0^+] + \hat{q}_1^T \cdot \bar{u}_0 \leq z_{11}^+; \\ \vdots \\ z_{i1}^- \leq \hat{g}_i^T \cdot [\hat{x}_0^-; \hat{x}_0^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_0 \leq z_{i1}^+; \\ \vdots \\ z_{m1}^- \leq \hat{g}_m^T \cdot [\hat{x}_0^-; \hat{x}_0^+] + \hat{q}_m^T \cdot \bar{u}_0 \leq z_{m1}^+. \end{array} \right. \quad (2.22)$$

Як відомо [87], розв’язком такої ІСЛАР є опукла множина. Тому початкове наближення оцінок $\hat{g}_i^0, \hat{q}_i^0, i=1, \dots, m$ можна отримати із розв’язку задачі лінійного програмування

$$g_j \rightarrow \min(\max)$$

за обмежень, заданих системою (2.22).

Слід зауважити, що у випадку параметричної ідентифікації нелінійного динамічного об’єкта вибір початкових умов у вигляді векторів $\hat{g}_i^0, \hat{q}_i^0, i=1, \dots, m$ суттєво ускладнюється і є предметом окремого розгляду.

Поточна оцінка вектора параметрів буде задовільною, коли чисельно побудована ІСНАР (2.8) буде сумісною, тобто коли будуть виконуватися усі умови включення (2.5).

Загалом запропонований алгоритм відзначається NP – складністю. Для зниження його складності необхідно вводити процедури напрямленого вибору поточної оцінки параметрів моделі системи та параметрів управлінь, наприклад на основі порівняння його „якості” із „якістю” попередньої поточної оцінки.

Наведеним вище вимогам відповідає метод, описаний у праці [44]. Проте, як відомо [87], цей метод відзначається низькою збіжністю та високою часовою складністю. Тому в дисертаційній роботі для оцінок параметрів лінійної та нелінійної динамічної системи модифіковано вказаний метод та алгоритм, шляхом введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку допустимого розв’язку.

Таким чином, на відміну від методу, наведеного у праці [44], кожна $l+1$ -а ітерація процедури пошуку оцінок параметрів складатиметься з чотирьох кроків:

Крок 1. Генерування випадкового вектора ξ в околі радіусом r :

$$\vec{\xi}_l = r \cdot \left(\frac{\Delta g_{1l}}{R_l}, \frac{\Delta g_{2l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{nl}}{R_l}, \frac{\Delta q_l}{R_l} \right), \quad (2.23)$$

де $\Delta g_{1l}, \Delta g_{2l}, \dots, \Delta g_{nl}, \Delta q_l$ – випадкові числа, згенеровані відповідно до рівномірного закону розподілу на інтервалі $[-1;1]$;

$$R_l = \sqrt{\Delta g_{1l}^2 + \Delta g_{2l}^2 + \dots + \Delta g_{nl}^2 + \Delta q_l^2}.$$

Крок 2. Обчислення нового наближення \vec{g}_{l+1} :

$$\vec{g}_{l+1} = \vec{g}_l + \vec{\xi}_l. \quad (2.24)$$

Крок 3. Перевірка “якості” отриманого наближення:

$$\|\vec{g}_{l+1} - \vec{g}_{dop}\| \leq \|\vec{g}_l - \vec{g}_{dop}\| \quad (2.25)$$

Якість отриманого наближення визначаємо за формулою [93]:

$$\delta_{l+1} = \max_{k+1=1 \dots N, i=1, \dots, m} \left\{ \text{wid}([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}]) - \text{wid}([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}] \cap [z_{ik+1}]) \right\}, \quad (2.26)$$

де \hat{x}_{ik+1}^{l+1} та z_{ik+1} – компоненти вектора прогнозованих значень змінних стану для $l+1$ ітерації процедури та оцінок змінних стану, отриманих за результатами спостережень за вихідними змінними, відповідно;

$wid(\bullet)$ – операція виділення ширини інтервалу.

Крок 4 Настроювання параметра пошуку r за умови:

$$\|\vec{g}_{l+1} - \vec{g}_{dop}\| - \|\vec{g}_l - \vec{g}_{dop}\| \xrightarrow{r} \max \quad (2.27).$$

і перехід на крок 1.

При цьому на кожній ітерації необхідно досягати $\delta_{l+1} < \delta_l$. Умовою завершення процедури є: $\delta_{l+1} = 0$.

Сформульовані вимоги до методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних нелінійних систем та наведене обґрунтування чисельної процедури його реалізації уможлиблює створення відповідного методу. Актуальним залишається також дослідження часової складності та збіжності обґрунтованої обчислювальної схеми.

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

Розглянуто постановку задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною. Досліджено складність цієї задачі та властивості її множинного розв'язку, а також обгрунтовано підходи до її розв'язання. При цьому отримано такі нові наукові та практичні результати.

1. Вперше показано, що задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною, є задачами оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь.

2. На основі застосування методів аналізу інтервальних даних встановлено, що розв'язком задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю в умовах невизначеності є не опукла множина параметрів моделі системи та параметрів управлінь.

3. Вперше для розв'язання задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю в умовах інтервальної невизначеності обгрунтовано застосування ітераційного методу, який відрізняється наявністю процедури настроювання кроку для випадкового пошуку параметрів моделі та параметрів управлінь. Сформульовано вимоги до обчислювальної схеми реалізації методу.

4. Для параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних систем обгрунтовано вибір початкових наближень параметрів моделі та параметрів управлінь в ітераційному методі їх випадкового пошуку.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАДАНОЮ ТОЧНІСТЮ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

У попередньому розділі поставлено задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною. Встановлено, що вказана задача еквівалентна задачі оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь і сформульовано вимоги до підходів її розв'язування.

У даному розділі на основі методів аналізу інтервальних даних розглянуто методи розв'язування задач параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, за умов інтервального оцінювання змінних стану за результатами спостережень за вихідними змінними динамічної системи з похибками, обмеженими за амплітудою. Спочатку розглянуто методи отримання інтервальних оцінок змінних стану за результатами аналізу інтервальних даних спостережень за вихідною змінною. Далі, на основі отриманих оцінок змінних стану, розглянуто методи параметричної ідентифікації. Створено чисельні методи реалізації запропонованих методів. Показана їхня збіжність та проведено дослідження обчислювальної (часової) складності реалізації.

Матеріали цього розділу базуються на працях [45-49,86-87], опублікованих автором.

3.1 Оцінювання змінних стану на основі аналізу інтервальних даних спостережень за вихідними змінними

Для параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем необхідно використовувати експериментальні дані. У цьому розділі розглядаємо такі динамічні системи, у яких спостереження за вихідними змінними задані в інтервальному

вигляді, а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представлені лінійними рівняннями (2.2).

Як показано у другому розділі, для параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем спочатку необхідно отримати оцінки $[\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+]$ змінних стану. Вираз (2.4), який описує перетворення **Tol**, уможлиблює отримання цих оцінок на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками. При цьому отримані оцінки будуть допусковими, що у свою чергу, уможлиблює після проведення параметричної ідентифікації отримання моделей дискретних динамічних систем із гарантованою точністю.

Отже, приймаючи до уваги рівняння (2.2) із заміною вектора змінних стану \bar{x}_{k+1} на його оцінку \bar{z}_{k+1} , а також із урахуванням обмеженості амплітуди похибок \bar{e}_{k+1} (2.3), перетворення (2.4) подамо у вигляді інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь

$$\bar{y}_{k+1} - \bar{\Delta}_{k+1} \leq C \cdot \bar{z}_{k+1} \leq \bar{y}_{k+1} + \bar{\Delta}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (3.1)$$

Таку заміну \bar{x}_{k+1} на його оцінку \bar{z}_{k+1} обґрунтовано у працях [49; 50], оскільки відомо, що розв'язками ІСЛАР у вигляді (3.1) є істинні невідомі значення змінних стану та одночасно їх оцінки у $k = 0, \dots, N-1$ спостереженнях дискретних значень вихідних змінних.

Методи отримання оцінок змінних стану залежать від розмірності матриці C . У працях [90] розглянуто тільки простий випадок, коли матриця C є одиничною. Розглянемо ще три можливих варіанти різної розмірності цієї матриці:

- 1) задана квадратна не вироджена матриця C , тобто кількість вихідних змінних дорівнює кількості змінних стану, тобто $m=n$, $\text{rang}(C)=m$;
- 2) задана прямокутна матриця C і при цьому кількість вихідних змінних більша від кількості параметрів стану, тобто $m < n$;
- 3) задана прямокутна матриця C і при цьому кількість вихідних змінних менша від кількості параметрів стану, тобто $m > n$.

Спочатку розглянемо перший варіант задання матриці C . При цьому передбачаємо, що інтервальні оцінки змінних стану у момент $k=0$ є відомими і представлені у вигляді (2.7).

Введемо позначення $C^{-1} = \{c_{ij}^*, i=1, \dots, m; j=1, \dots, m\}$ – обернена матриця до матриці C . Оскільки матриця C є невиродженою, то інтервальні розширення допусккових оцінок змінних стану отримаємо із ІСЛАР (3.1) у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\Delta_{ik+1} \in \{-\Delta_{ik+1}; +\Delta_{ik+1}\}} \{c_{11}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{li}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{lm}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{mk+1})\} \leq z_{1k+1} \leq \\ \leq \max_{\Delta_{ik+1} \in \{-\Delta_{ik+1}; +\Delta_{ik+1}\}} \{c_{11}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{li}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{lm}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{mk+1})\}; \\ \vdots \\ \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{mk+1})\} \leq z_{ik+1} \leq \\ \leq \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{mk+1})\}; \\ \vdots \\ \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{m1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{mi}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{mk+1})\} \leq z_{mk+1} \leq \\ \leq \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{m1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{mi}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{mk+1})\}; \end{array} \right. ,$$

$$k = 0, \dots, N-1. \quad (3.2)$$

де

$$z_{ik+1}^- = \min_{\Delta_{ik+1} \in \{-\Delta_{ik+1}; +\Delta_{ik+1}\}} \{ c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{mk+1}) \}, i=1, \dots, m; \quad (3.3)$$

$$z_{ik+1}^+ = \min_{\Delta_{ik+1} \in \{-\Delta_{ik+1}; +\Delta_{ik+1}\}} \{ c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{ik+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{mk+1}) \}, i=1, \dots, m. \quad (3.4)$$

Отримані допусккові інтервальні оцінки вектора змінних стану у вигляді (3.2) у подальшому будемо використовувати для розв'язування задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем.

Тепер розглянемо другий варіант задання матриці C . Вирази (3.2) для оцінювання змінних стану базуються на тому, що матриця C є квадратною та не виродженою. У випадку, коли кількість вихідних змінних більша від кількості змінних стану, вказані вирази застосувати неможливо. Перетворення (2.4) в цьому випадку описуватимемо такою ІСЛАР:

$$\bar{y}_{k+1}^- \leq C \cdot \bar{z}_{k+1} \leq \bar{y}_{k+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad n > m, \quad (3.5)$$

де $\bar{y}_{k+1}^- = \bar{y}_{k+1} - \bar{\Delta}_{k+1}$, $\bar{y}_{k+1}^+ = \bar{y}_{k+1} + \bar{\Delta}_{k+1}$ – вектори нижніх і верхніх меж вихідних змінних.

Розв'язком одержаної ІСЛАР є многогранна область оцінок змінних стану Ω . В інтервальному аналізі відомим є підхід наближеного представлення цієї многогранної області паралелотопом. Суть цього підходу полягає у виділенні m – базових вихідних змінних та квадратної матриці взаємозв'язку між цими змінними та m – змінними стану, а решту спостережень за $n-m$ вихідними змінними певним чином урахувати, перераховуючи інтервальні дані спостережень за m – базовими вихідними змінними у кожен дискретний момент часу. Таке представлення є найбільш зручним і точним, оскільки уможливорює звести ІСЛАР (3.5), яка описує оцінки m змінних стану за результатами спостережень n вихідних змінних ($n > m$), до ІСЛАР у такому вигляді:

$$\tilde{y}_{k+1}^- \leq C_m \cdot \bar{z}_{k+1} \leq \tilde{y}_{k+1}^+, k = 1, \dots, N, n = m, \quad (3.6)$$

для якої методами інтервальної арифметики знайдемо розв'язки за аналогією як для ІСЛАР (3.1). У формулі (3.6) використано такі позначення: C_m – квадратна матриця, сформована із m рядків матриці C ІСЛАР (3.5); $\tilde{y}_{k+1}^-, \tilde{y}_{k+1}^+$ – вектори нижніх на верхніх меж для вихідних змінних для m вибраних певним чином вихідних змінних. Метод вибору матриці C_m та відповідних векторів $\tilde{y}_{k+1}^-, \tilde{y}_{k+1}^+$ буде описано нижче.

Розв'язком ІСЛАР (3.6) є область оцінок параметрів $\tilde{\Omega}_m$ у вигляді паралелотопа. Сформулюємо вимоги до його знаходження:

$$V_{\tilde{\Omega}_m} \xrightarrow{\tilde{y}_{k+1}^-, \tilde{y}_{k+1}^+, C_m} \max, \tilde{\Omega}_m \subset \Omega, k = 0, \dots, N-1, \quad (3.7)$$

де $V_{\tilde{\Omega}_m} = \left(\prod_{i=1}^m (\tilde{y}_{jk+1}^+ - \tilde{y}_{jk+1}^-)^2 \right) \cdot \det(C_m \cdot C_m^T)^{-1}$ – об'єм паралелотопа;

$\tilde{y}_{jk+1}^-, \tilde{y}_{jk+1}^+, (j = 1, \dots, m)$ – компоненти відповідних векторів $\tilde{y}_{k+1}^-, \tilde{y}_{k+1}^+$.

Оскільки задача (3.7) є складною задачею нелінійної оптимізації, то шукатимемо її наближений розв'язок у два етапи: спочатку сформуємо матрицю C_m , наприклад із розв'язку задачі:

$$\left(\prod_{i=1}^m (y_{jk+1}^+ - y_{jk+1}^-)^2 \right) \cdot \det(C_m \cdot C_m^T)^{-1} \xrightarrow{C_m} \max, k = 0, \dots, N-1 \quad (3.8)$$

а потім за умови відомої матриці C_m розв'язуватимемо задачу:

$$V_{\tilde{\Omega}_m} \xrightarrow{\tilde{y}_{k+1}^-, \tilde{y}_{k+1}^+} \max, \tilde{\Omega}_m \subset \Omega, k = 0, \dots, N-1. \quad (3.9)$$

У формулі (3.8) y_{jk+1}^+, y_{jk+1}^- – означає m вибраних фіксованих компонент верхніх та нижніх межових значень для m вихідних змінних динамічної системи.

Слід зауважити, що задача (3.8) є складною та нелінійною. Проте дослідник може уникнути її розв'язання і вибрати m – базових вихідних змінних, виходячи із фізичних міркувань. Наприклад, вибрати ті вихідні змінні, для яких найвищою є точність спостережень.

Для пошуку $\tilde{\Omega}_m$ із розв'язку задачі (3.9) побудуємо ітераційну процедуру, на кожному $i+1$ кроці якої шукатимемо допускову область $\Omega_m(i+1)$, додаючи одне інтервальне рівняння з $n-m$, що залишились у системі (3.5) після вибору m – базових рівнянь.

Тоді задачу (3.7) для $i+1$ – кроку запишемо у такому вигляді:

$$V_{\Omega_m(i+1)} \xrightarrow{\tilde{y}_{k+1}^-(i+1), \tilde{y}_{k+1}^+(i+1)} \max, k = 0, \dots, N-1 \quad (3.10)$$

за умови включень

$$\Omega_m(i+1) \subseteq \Omega \subseteq \{\Omega_m(i) \cap \tilde{\Omega}(i+1)\}, \quad (3.11)$$

де $\Omega_m(i+1)$ – m -вимірний паралелепіпед, отриманий на $i+1$ -й ітерації; $\tilde{\Omega}(i+1)$ – “гіперсмуга“, яка визначається $i+1$ -м рівнянням ($i = 0, \dots, n-m-1$) із тих, що залишились у системі (3.5) після вибору m – базових рівнянь.

Фактично процедура одержання допускової оцінки $\Omega_m(i+1)$ на $i+1$ -му кроці полягає у переміщенні відповідних граней паралелепіпеда $\Omega_m(i)$ так, щоб вершина, яка на i -му кроці розміщена на найбільшій відстані від гіперплощини, заданої активним обмеженням у вигляді певної частини інтервального рівняння ІСЛАР (3.5) із $n-m$, опинилась на цій гіперплощині.

Процедуру переміщення граней для двох кроків у випадку $m = 2$ зображено на рис. 3.1.

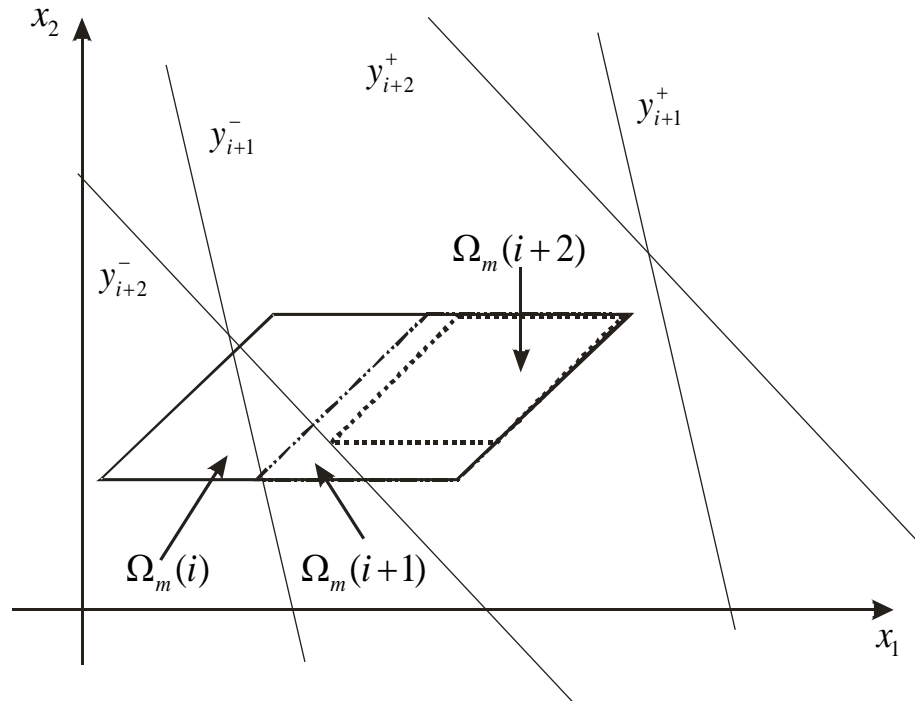


Рис. 3.1 Ілюстрація процедури допускового оцінювання області значень змінних стану у вигляді паралелограма, для випадку $m = 2$

У результаті реалізації цієї процедури для $n - m$ кроків одержимо допускову область $\tilde{\Omega}_m = \Omega_m(i = n - m)$.

Як зазначено вище, розв'язок цієї задачі на $i + 1$ -му кроці одержимо внаслідок переміщення відповідних граней паралелепіпеда $\Omega_m(i)$ за умови виконання включень (3.11). Таке переміщення еквівалентне використанню перетворень:

$$\tilde{y}_{jk+1}^+(i+1) = \tilde{y}_{jk+1}^+(i) - \delta_{jk+1}^+(i+1), k = 0, \dots, N-1, \quad (3.12)$$

$$\tilde{y}_{jk+1}^-(i+1) = \tilde{y}_{jk+1}^-(i) - \delta_{jk+1}^-(i+1), k = 0, \dots, N-1. \quad (3.13)$$

Беручи до уваги вищевикладене, ітераційну процедуру (3.10) можемо переписати у такому еквівалентному вигляді:

$$\prod_{k=1}^m \left(\tilde{y}_{jk+1}^+(i+1) - \tilde{y}_{jk+1}^-(i+1) \right)^2 \cdot \det(C_m \cdot C_m^T)^{-1} \xrightarrow{\tilde{y}_{jk+1}^+(i+1), \tilde{y}_{jk+1}^-(i+1), j=1, \dots, m} \max \quad (3.14)$$

$$i = 1, \dots, n - m, k = 0, \dots, N - 1.$$

Еквівалентні перетворення формули (3.14), проведені у працях [51], уможливили задачу (3.14) за умов включення (3.11) перетворити до послідовності задач лінійного програмування:

$$2 \cdot \sum_{j=1}^m \ln(\tilde{y}_{jk+1}^+(i) - \delta_{jk+1}^+(i+1) - \tilde{y}_{jk+1}^-(i) - \delta_{jk+1}^-(i+1)) + \ln(\det(C_m \cdot C_m^T)^{-1}) \rightarrow \quad (3.15)$$

$$\xrightarrow{\delta_{jk+1}^-(i+1), \delta_{jk+1}^+(i+1), j=1, \dots, m} \max, i = 1, \dots, n - m, k = 0, \dots, N - 1$$

$$y_{j+1k+1}^- - c_{j+1}^T \cdot C_m^{-1} \cdot \bar{y}_s^*(i+1) = 0, \quad (3.16)$$

$$c_{j+1}^T \cdot C_m^{-1} \cdot \bar{y}_s^*(i+1) - y_{j+1k+1}^+ = 0, \quad (3.17)$$

$$0 \leq \delta_{jk+1}^+(i+1) \leq \tilde{y}_{jk+1}^+(i) - \tilde{y}_{jk+1}^-(i), \quad 0 \leq \delta_{jk+1}^-(i+1) \leq y_{jk+1}^+(i) - y_{jk+1}^-(i). \quad (3.18)$$

У результаті реалізації даного методу одержимо систему m інтервальних рівнянь виду (3.6). Тоді, використовуючи інтервальну арифметику, отримаємо допускові оцінки параметрів стану у такому вигляді:

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{11}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{1j}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} - \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{1m}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} - \Delta_{mk+1}) \right\} \leq z_{1k+1} \leq \\ & \leq \max_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{11}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{1j}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} + \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{1m}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} + \Delta_{mk+1}) \right\}; \\ & \vdots \\ & \min_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{j1}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{jj}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} - \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{jm}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} - \Delta_{mk+1}) \right\} \leq z_{jk+1} \leq \\ & \leq \max_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{j1}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{jj}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} + \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{jm}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} + \Delta_{mk+1}) \right\}; \\ & \vdots \\ & \min_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{m1}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} - \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{mj}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} - \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} - \Delta_{mk+1}) \right\} \leq z_{mk+1} \leq \\ & \leq \max_{\Delta_{jk+1} \in \{-\Delta_{jk+1}; +\Delta_{jk+1}\}} \left\{ c_{m1}^* \cdot (\tilde{y}_{1k+1} + \Delta_{1k+1}) + \dots + c_{mj}^* \cdot (\tilde{y}_{jk+1} + \Delta_{jk+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (\tilde{y}_{mk+1} + \Delta_{mk+1}) \right\}; \\ & k = 0, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Для випадку, коли задана прямокутна матриця C і при цьому кількість вихідних змінних менша від кількості параметрів стану, тобто $m > n$, легко до визначити ІСЛАР обмеженнями на змінні стану у такому вигляді:

$$z_{jk+1}^- \leq z_{jk+1} \leq z_{jk+1}^+, \quad j = m - n, \dots, m. \quad (3.20)$$

Запропоновані підходи до отримання допускових оцінок змінних стану дозволяють суттєво спростити процедури ідентифікації дискретних моделей динамічних систем.

3.2 Метод та алгоритм параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю

Тепер перейдемо до безпосереднього розгляду методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною.

Для знаходження оцінок параметрів моделі та параметрів управліннь у вигляді вектора $\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{1dop}^T, \dots, \hat{g}_{mdop}^T, \hat{q}_{1dop}^T, \dots, \hat{q}_{mdop}^T)$ у підрозділі 2.3. обґрунтовано використання чотирьох крокової процедури із настроюванням параметрів пошуку вказаних оцінок.

В основу процедури пошуку розв'язків системи (2.8) покладено ітераційний метод уточнення наближеного розв'язку, описаний у підрозділі 2.3. Розглянемо даний алгоритм детальніше.

Крок 1. Задання початкового наближення \hat{g}_0 . Для лінійної дискретної динамічної системи цей розв'язок можемо отримати із розв'язку задачі

$$g_j \rightarrow \min(\max)$$

за обмежень, заданих системою (2.22).

Крок 2. Покладемо $l = 0$, де l – номер ітерації пошуку \hat{g}_{dop} .

Крок 3. Обчислення $[\hat{x}_{l+1,k+1}]$, $k = 0, \dots, N-1$ за формулами (2.6), модифікованими для $l+1$ - ітерації:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1k+1}^{l+1}] = f_1(\hat{g}_{1l+1}, \hat{q}_{1l+1}, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{ik+1}^{l+1}] = f_i(\hat{g}_{il+1}, \hat{q}_{il+1}, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \\ \vdots \\ [\hat{x}_{mk+1}^{l+1}] = f_m(\hat{g}_{ml+1}, \hat{q}_{ml+1}, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \end{cases}, k = 0, \dots, N-1.$$

Крок 4. Обчислення величини, що задає якість поточного наближення до допускового вектора за формулою (2.26):

$$\delta_{l+1} = \max_{k+1=1..N, i=1, \dots, m} \{wid([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}]) - wid([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}] \cap [z_{ik+1}])\}.$$

Крок 5. Якщо $\delta_l = 0$, обчислене за формулою (2.26), то $\hat{g}_{dop} = \hat{g}_l$ і кінець пошуку, інакше – покладемо $l=l+1$ і перехід на крок 6.

Крок 6. Генерування вектора $\vec{\xi}_l$ за формулою:

$$\vec{\xi}_l = r \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right), \quad (3.21)$$

де $\Delta g_{11l}, \dots, \Delta g_{1ml}, \dots, \Delta g_{m1l}, \dots, \Delta g_{mml}, \Delta q_{11l}, \dots, \Delta q_{1pl}, \dots, \Delta q_{mll}, \dots, \Delta q_{mpl}$ – випадкові числа, згенеровані відповідно до рівномірного закону розподілу на інтервалі $[-1; 1]$;

$$R_l = \left((\Delta g_{11l})^2 + (\Delta g_{1ml})^2 + \dots + (\Delta g_{m1l})^2 + \dots + (\Delta g_{mml})^2 + (\Delta q_{11l})^2 + \dots + (\Delta q_{1pl})^2 + \dots + (\Delta q_{mll})^2 + \dots + (\Delta q_{mpl})^2 \right)^{1/2}.$$

Параметр пошуку r отримуємо на кожній ітерації за допомогою алгоритму настроювання, який розглянемо окремо.

Крок 7. Обчислення нового наближення \hat{g}_{l+1} за формулою:

$$\hat{g}_{l+1} = \hat{g}_l + \vec{\xi}_l \quad (3.22)$$

і перехід на крок 3.

Як видно із формули (3.22), „якість“ нового наближення залежить від згенерованого вектора $\vec{\xi}_l$, зокрема від оптимального вибору параметра пошуку r . З метою забезпечення співвідношення $\hat{g}_{l+1} \succ \hat{g}_l$, де \succ – відношення переваги, а також забезпечення швидкої збіжності алгоритму необхідно розробити алгоритм настроювання параметра пошуку r .

Для настроювання параметра r використаємо метод дихотомії. Схематично процедура настроювання параметра проілюстрована на рис. 3.2.

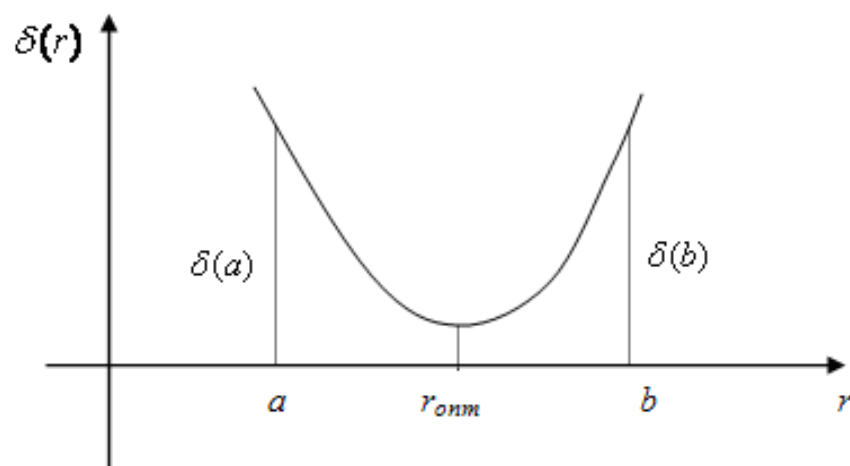


Рис. 3.2. Функція $\delta(r)$

Вибір методу дихотомії для настроювання параметра r кроку обґрунтовано тим, що функція $\delta(r)$ не обов'язково є унімодальною. Цей факт приводить до певних труднощів в реалізації більш ефективних порівняно з методом дихотомії методів одновимірної оптимізації, зокрема «методу золотого перетину» та «методу Фібоначчі», які є більш чутливими до похибок заокруглень при розбитті інтервалів пошуку мінімуму функції $\delta(r)$. Якщо функція $\delta(r)$ виявиться не унімодальною, то ефективність методу дихотомії також знижується, але в цілому це не є перешкодою для знаходження субоптимального значення параметра пошуку r . Для знаходження r необхідно вибрати діапазон пошуку $[a, b]$, який включає його субоптимальне значення.

Позначимо за l_{\max} найдовшу відстань для пошуку оптимального значення r . Тоді за інтервал $[a, b]$ можна вибрати інтервал $[-l_{\max}/2, l_{\max}/2]$, який гарантовано включає оптимальне значення параметра r .

Розглянемо особливості реалізації алгоритму дихотомії для розв'язування задачі настроювання параметра r .

Крок 1. Задання l_{\max} .

Крок 2. Покладемо $[a, b] = [-l_{\max}/2, l_{\max}/2]$.

Крок 3. Покладемо $r = (a+b)/2$.

Крок 4. Якщо $(b-a) \leq 2 \cdot \varepsilon$, то $r_{opt} = r$ і завершення процедури. Інакше – перехід на крок 5.

Крок 5. Обчислення значень функції $\delta_{l+1}(r + \varepsilon)$ та $\delta_{l+1}(r - \varepsilon)$ за формулами:

$$\delta_{l+1}(r + \varepsilon) = \max_{k=1, \dots, N, i=1, \dots, m} \left\{ \text{wid} \left(\left(\bar{g}_l^T + (r + \varepsilon) \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right) \cdot [\hat{x}_k] \right) - \right. \\ \left. \text{wid} \left(\left(\bar{g}_l^T + (r + \varepsilon) \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \right. \right. \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \left. \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right) \cdot [\hat{x}_k] \right) \cap [z_{ik+1}] \right\}; \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \delta_{l+1}(r - \varepsilon) = \max_{k=1, \dots, N, i=1, \dots, m} \left\{ \text{wid} \left(\left(\bar{g}_l^T + (r - \varepsilon) \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right) \cdot [\hat{x}_k] \right) - \right. \\ \left. \text{wid} \left(\left(\left(\bar{g}_l^T + (r - \varepsilon) \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mll}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right) \cdot [\hat{x}_k] \right) \cap [z_{ik+1}] \right) \right\}. \quad (3.24) \end{aligned}$$

Крок 6. Якщо $\delta_{l+1}(r + \varepsilon) \leq \delta_{l+1}(r - \varepsilon)$, то покладемо $a = r - \varepsilon$, інакше – $b = r + \varepsilon$. Перехід на крок 3.

Зауважимо, що значення ε доцільно вибирати достатньо малим, оскільки ним визначатиметься точність знаходження оптимального значення параметра r .

Проведемо на прикладі порівняльний аналіз обчислювальної складності та швидкості збіжності відомого методу із запропонованим.

Приклад ідентифікації динамічної моделі розподілу хлібобулочної продукції.

Вказана модель має один “вхід” (u_k) – обсяг виробленої хлібобулочної продукції та три “виходи” $x_{1,k+1}, x_{2,k+1}, x_{3,k+1}$ – обсяги реалізації у трьох магазинах.

Цей процес є динамічним і може бути описаний системою лінійних різницевих рівнянь:

$$\begin{cases} x_{1k+1} = \bar{g}_{1\text{ dop}}^T \cdot \bar{x}_k + \bar{q}_{\text{dop}} \cdot u_k \\ x_{2k+1} = \bar{g}_{2\text{ dop}}^T \cdot \bar{x}_k + \bar{q}_{\text{dop}} \cdot u_k \\ x_{3k+1} = \bar{g}_{3\text{ dop}}^T \cdot \bar{x}_k + \bar{q}_{\text{dop}} \cdot u_k \end{cases}$$

Експериментальні дані для проведення ідентифікації, які задають обсяги реалізації у трьох магазинах і обсяги виробництва в певному періоді (місяці), наведені в таблиці 3.1.

Дискретні значення обсягів реалізації в магазинах x_1, x_2, x_3 .

№	$x_{1,k+1}^-$	$x_{1,k+1}^+$	$x_{2,k+1}^-$	$x_{2,k+1}^+$	$x_{3,k+1}^-$	$x_{3,k+1}^+$	u_k
1	669,75	740,25	446,5	493,5	380	420	1653,75
2	703	777	513	567	570	630	1974
3	750,5	829,5	546,25	603,75	612,75	677,25	2110,5
4	593,75	656,25	422,75	467,25	422,75	467,25	1590,75
5	574,75	635,25	389,5	430,5	403,75	446,25	1512
6	636,5	703,5	508,25	561,75	451,25	498,75	1764
7	755,25	834,75	631,75	698,25	489,25	540,75	2073,75
8	912	1008	693,5	766,5	584,25	645,75	2420,25
9	940,5	1039,5	817	903	731,5	808,5	2751

У результаті використання даних таблиці 3.1 для лінійних дискретних рівнянь отримаємо систему інтервальних рівнянь типу (2.11). Зауважимо, що інтервальні дані в таблиці 3.1 отримані з урахуванням граничних випадкових коливань обсягів реалізації хлібобулочних виробів протягом місяця.

Для розв'язання даної системи з використанням мови C++ розроблено програмний модуль PROGNOZ. Екранну форму для формування ІСЛАР наведено на рис. 3.3.

Обсяги реалізації продукції по магазинах

Файл Довідник магазинів

Значення обсягів реалізації продукції по таких магазинах

Вид продукції: бублики

Магазин: Коржик

Пані Паляниця
Хлібзавод №2
Коржик

x_k^- x_k^+ x_{k+1}^- x_{k+1}^+

1	669.75 703 750.5 593.75 574.75 636.5	740.25 777 829.5 656.25 635.25 703.5	703 750.5 593.75 574.75 636.5 755.25	777 829.5 656.25 635.25 703.5 834.75	u_k
2	446.5 513 546.25 422.75 389.5 508.25	493.5 567 603.75 467.25 430.5 561.75	513 546.25 422.75 389.5 508.25 631.75	567 603.75 467.25 430.5 561.75 698.25	
3	380 570 612.75 422.75 403.75 451.25	420 630 677.25 467.25 446.25 498.75	570 612.75 422.75 403.75 451.25 489.25	630 677.25 467.25 446.25 498.75 540.75	

1653.75
1974
2110.5
1590.75
1512
1764
2073.75
2420.25

Повернутися Ввести Вихід

Рис.3.3. Ілюстрація екранної форми введення дискретних значень обсягів реалізації

Таким чином, в результаті ідентифікації параметрів наведеної моделі отримана така інтервальна динамічна модель:

$$[\hat{x}_{k+1}] = \hat{G}_{dor} \cdot [\hat{x}_k] + \hat{q}_{dor} \cdot u_k,$$

де $[\hat{x}_{k+1}], [\hat{x}_k]$ – інтервальні прогнози для реалізації хлібобулочної продукції на $k+1, k$ період відповідно;

$$\hat{G}_{dop} = \begin{pmatrix} 0.644 & 0.486 & 0.163 \\ -0.048 & 0.315 & 0.815 \\ 0.535 & 0.143 & 0.187 \end{pmatrix}, \hat{q}^T_{dop} = (0.164; 0.167; 0.159).$$

Коридори інтервальних моделей разом із експериментальними наведено на рис. 3.4-3.6. Як видно із рисунків 3.4-3.6, отриманий розв'язок є допусковим, тобто отримано в межах максимальних граничних коливань, відображених у інтервальних даних таблиці, оскільки прогнозовані коридори перебувають в межах експериментальних.

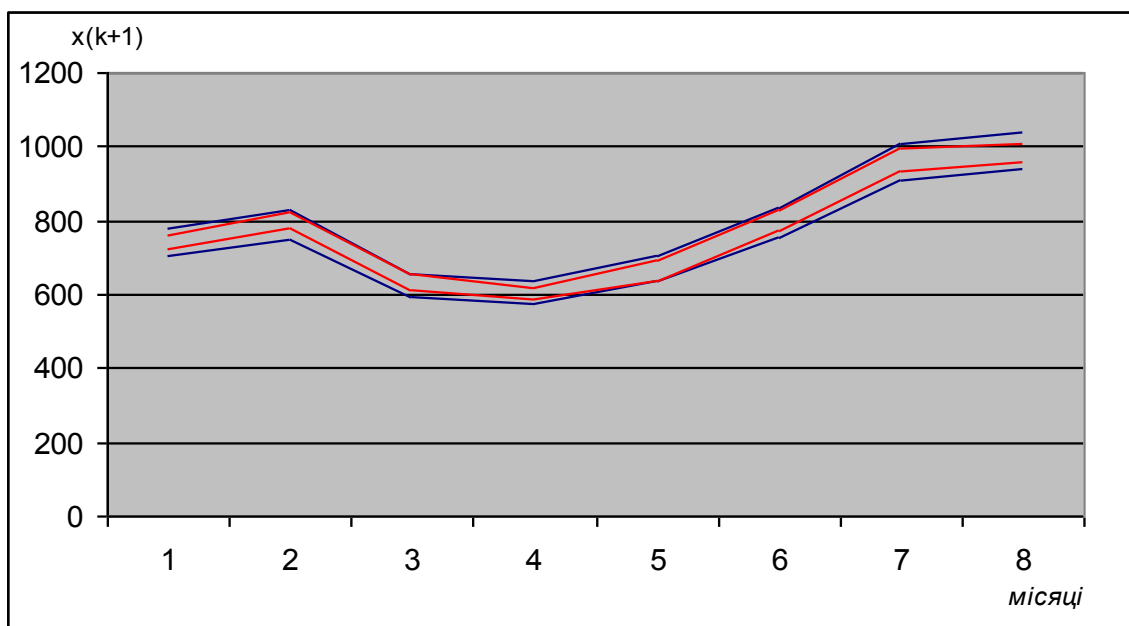


Рис.3.4. Коридор інтервальних моделей динаміки обсягів реалізації для першого магазину

Подібним чином було розв'язано дану задачу без використання адаптивної процедури настроювання. Результати порівняння збіжності для обох методів, наведені на рис 3.7-3.9, показують ефект суттєвого зменшення кількості пошукових ітерацій через введення процедури оптимального настроювання параметрів пошуку.

Так, для знаходження вектора параметрів моделі, що задаватиме прогноз для першого магазину, в існуючій процедурі необхідно близько 140 ітерацій (крива 1), а в запропонованому методі (крива 2) близько 20. Аналогічна картина для векторів параметрів інших двох моделей.

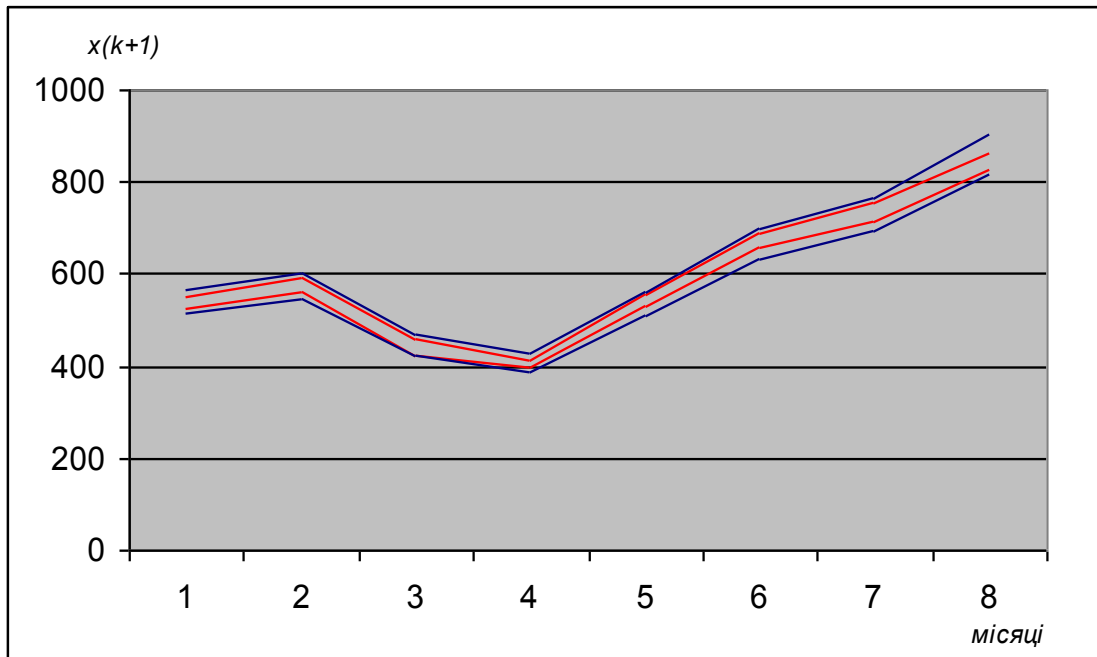


Рис.3.5. Коридор інтервальних моделей динаміки обсягів реалізації для другого магазину.

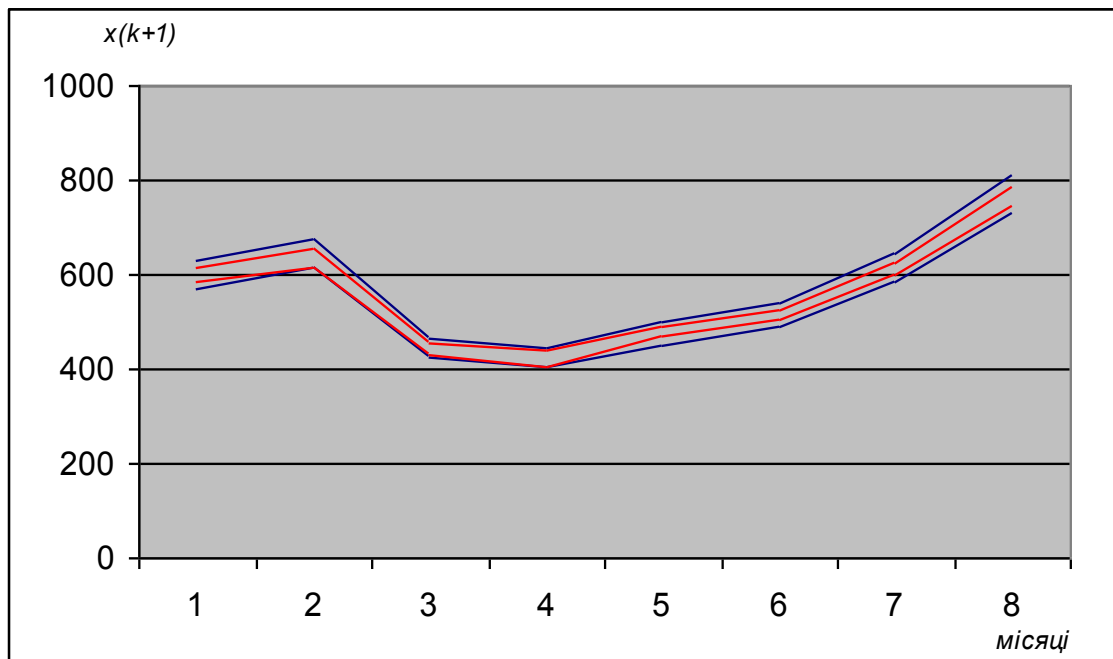


Рис.3.6. Коридор інтервальних моделей динаміки обсягів реалізації для третього магазину.

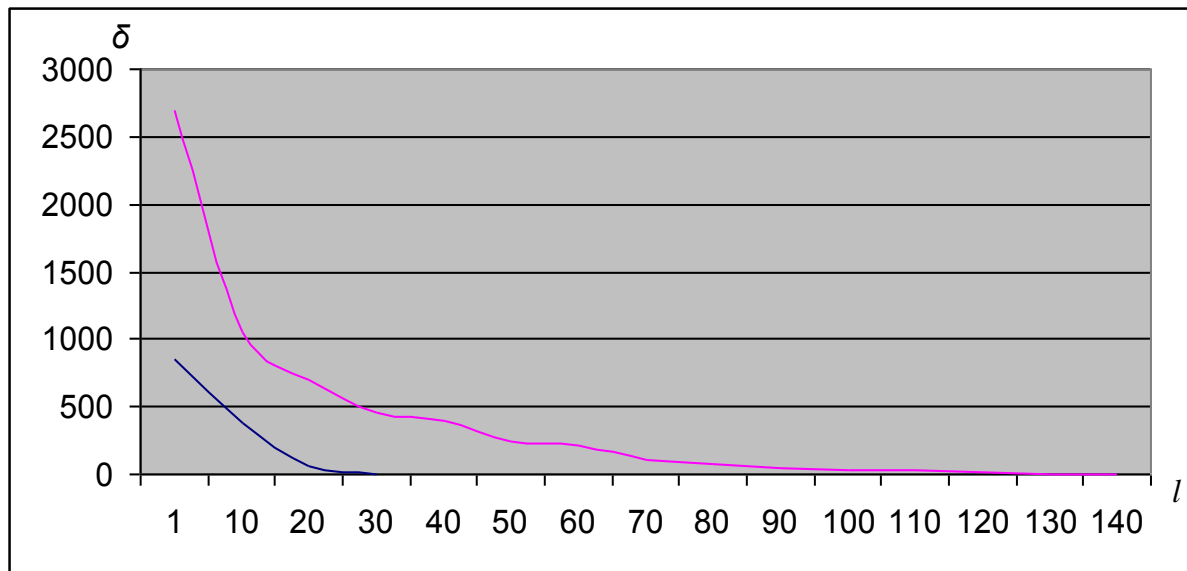


Рис.3.7. Ілюстрація збіжності методу при ідентифікації інтервальних моделей для першого магазину.

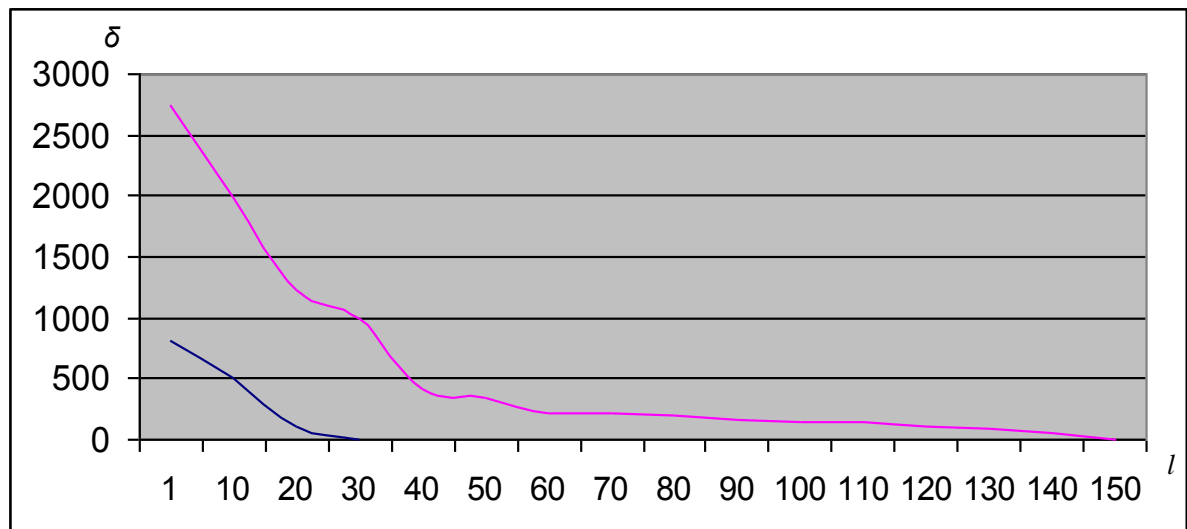


Рис.3.8. Ілюстрація збіжності методу при ідентифікації інтервальних моделей для другого магазину.

Таким чином, комп'ютерне моделювання підтверджує ефективність введення процедури настроювання параметрів пошуку у запропонованому методі ідентифікації.

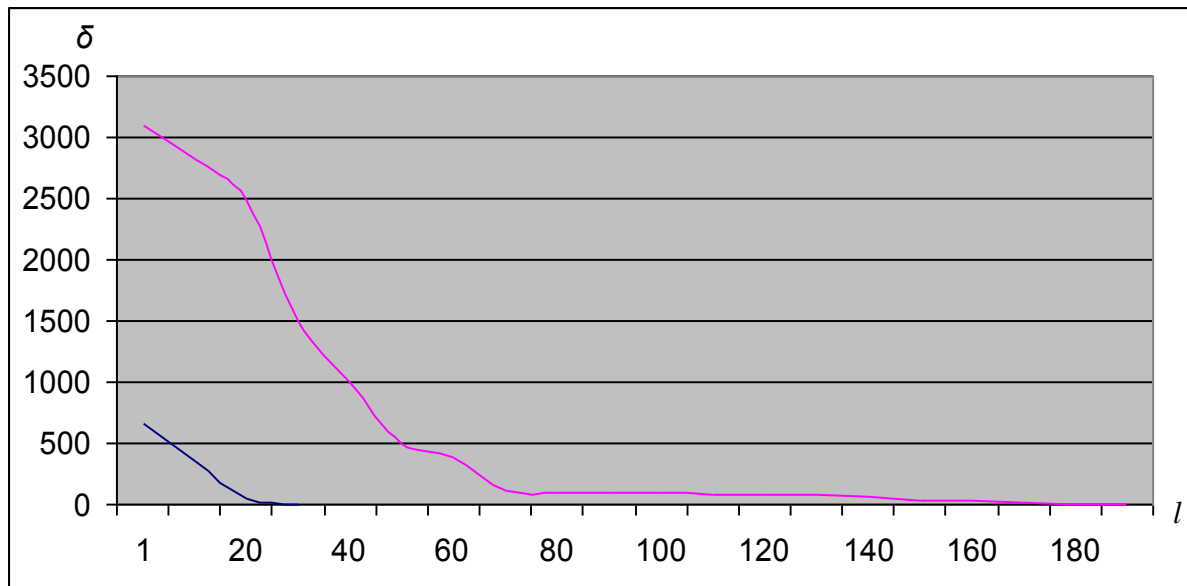


Рис.3.9. Ілюстрація збіжності методу при ідентифікації інтервальних моделей для третього магазину.

Крім того, наведені графіки на рисунках 3.7-3.9 ілюструють нижчу обчислювальну складність удосконаленого методу, оскільки комп'ютерне моделювання показало, що складність однієї ітерації у запропонованому методі вища порівняно з базовим методом приблизно у два рази, а кількість ітерацій менша майже у 7 разів.

3.3 Дослідження збіжності та часової складності методу та алгоритму параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю

Дослідження часової складності та збіжності запропонованого методу проведемо на основі комп'ютерного моделювання шляхом застосування розробленого методу і алгоритму та на їх основі програмного забезпечення для розв'язування задач параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних моделей різної складності. Спроектвані UML- діаграми, на основі яких створено програмне забезпечення, наведено у додатку А.

Метою дослідження є встановлення ступеня впливу кількості параметрів моделі, точності моделі, яка задається шириною коридору на часову складність практичної реалізації методу.

Для досягнення вказаної мети використовуватимемо ряд відомих в теорії систем дискретних динамічних моделей [104] за різних умов їх побудови. А саме обчислювальні експерименти побудуємо так, щоб для кожної моделі різної складності (з різною кількістю невідомих параметрів) встановити часову складність реалізації розробленого методу та алгоритму параметричної ідентифікації для шести варіантів задання точності 30%, 25%, 20%, 15%, 10%, 5%. Крім цього, враховуючи використання процедури випадкового пошуку параметрів у запропонованому методі параметричної ідентифікації із настроюванням кроку необхідно для кожного випадку проводити серію експериментів для кожного випадку і за оцінку часової складності реалізації методу приймати середнє значення, отримане у серії. Приймаємо кількість експериментів у серії за 10. Отже, для кожної моделі необхідно провести 60 експериментів. З метою забезпечення чистоти обчислювальних експериментів за початкові умови для пошуку параметрів для усіх моделей приймаємо вектор параметрів з нульовими компонентами. Результати експериментів зводимо в таблиці, які надалі використовуємо для побудови залежностей, необхідних для аналізу часової складності та формулювання рекомендацій щодо практичного застосування розробленого методу параметричної ідентифікації.

Отже, найпростішою моделлю, для якої проводитимемо дослідження. є дискретна динамічна модель, що описує колективи біологічних організмів, побудована із застосуванням явної схеми Ейлера – модель Мальтуса [97]:

$$x_{1,k+1} = x_{1,k} + hA_1x_{1,k}. \quad (3.25)$$

де A_1 – коефіцієнт інтенсивності росту ($A_1 > 0$). Дані для розв'язування параметричної ідентифікації моделі у вигляді (3.25) наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Дискретні значення для параметричної ідентифікації моделі Мальтуса

№	Точність моделі		
	30%	25%	20%
k	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$
0	[1.40e+000; 2.60e+000]	[1.50e+000; 2.50e+000]	[1.60e+000; 2.40e+000]
1	[1.71e+000; 3.18e+000]	[1.83e+000; 3.05e+000]	[1.95e+000; 2.93e+000]
2	[2.09e+000; 3.88e+000]	[2.24e+000; 3.73e+000]	[2.39e+000; 3.58e+000]
3	[2.55e+000; 4.74e+000]	[2.73e+000; 4.56e+000]	[2.92e+000; 4.37e+000]
4	[3.12e+000; 5.79e+000]	[3.34e+000; 5.56e+000]	[3.56e+000; 5.34e+000]
5	[3.81e+000; 7.07e+000]	[4.08e+000; 6.80e+000]	[4.35e+000; 6.52e+000]
6	[4.65e+000; 8.63e+000]	[4.98e+000; 8.30e+000]	[5.31e+000; 7.97e+000]
7	[5.68e+000; 1.05e+001]	[6.08e+000; 1.01e+001]	[6.49e+000; 9.73e+000]
8	[6.93e+000; 1.29e+001]	[7.43e+000; 1.24e+001]	[7.93e+000; 1.19e+001]
9	[8.47e+000; 1.57e+001]	[9.07e+000; 1.51e+001]	[9.68e+000; 1.45e+001]
10	[1.03e+001; 1.92e+001]	[1.11e+001; 1.85e+001]	[1.18e+001; 1.77e+001]
11	[1.26e+001; 2.35e+001]	[1.35e+001; 2.26e+001]	[1.44e+001; 2.17e+001]
12	[1.54e+001; 2.87e+001]	[1.65e+001; 2.76e+001]	[1.76e+001; 2.65e+001]
13	[1.89e+001; 3.50e+001]	[2.02e+001; 3.37e+001]	[2.15e+001; 3.23e+001]
14	[2.30e+001; 4.28e+001]	[2.47e+001; 4.11e+001]	[2.63e+001; 3.95e+001]
15	[2.81e+001; 5.22e+001]	[3.01e+001; 5.02e+001]	[3.21e+001; 4.82e+001]
16	[3.43e+001; 6.38e+001]	[3.68e+001; 6.13e+001]	[3.93e+001; 5.89e+001]
17	[4.20e+001; 7.79e+001]	[4.50e+001; 7.49e+001]	[4.79e+001; 7.19e+001]
18	[5.13e+001; 9.52e+001]	[5.49e+001; 9.15e+001]	[5.86e+001; 8.79e+001]
19	[6.26e+001; 1.16e+002]	[6.71e+001; 1.12e+002]	[7.15e+001; 1.07e+002]
20	[7.64e+001; 1.42e+002]	[8.19e+001; 1.36e+002]	[8.74e+001; 1.31e+002]
21	[9.34e+001; 1.73e+002]	[1.00e+002; 1.67e+002]	[1.07e+002; 1.60e+002]
22	[1.14e+002; 2.12e+002]	[1.22e+002; 2.04e+002]	[1.30e+002; 1.95e+002]
23	[1.39e+002; 2.59e+002]	[1.49e+002; 2.49e+002]	[1.59e+002; 2.39e+002]
24	[1.70e+002; 3.16e+002]	[1.82e+002; 3.04e+002]	[1.94e+002; 2.92e+002]
25	[2.08e+002; 3.86e+002]	[2.23e+002; 3.71e+002]	[2.37e+002; 3.56e+002]

Продовження табл. 3.2

26	[2.54e+002; 4.71e+002]	[2.72e+002; 4.53e+002]	[2.90e+002; 4.35e+002]
----	------------------------	------------------------	------------------------

27	[3.10e+002; 5.76e+002]	[3.32e+002; 5.53e+002]	[3.54e+002; 5.31e+002]
28	[3.79e+002; 7.03e+002]	[4.06e+002; 6.76e+002]	[4.33e+002; 6.49e+002]
29	[4.63e+002; 8.59e+002]	[4.96e+002; 8.26e+002]	[5.29e+002; 7.93e+002]
30	[5.65e+002; 1.05e+003]	[6.05e+002; 1.01e+003]	[6.46e+002; 9.68e+002]
31	[6.90e+002; 1.28e+003]	[7.39e+002; 1.23e+003]	[7.88e+002; 1.18e+003]
32	[8.43e+002; 1.56e+003]	[9.03e+002; 1.50e+003]	[9.63e+002; 1.44e+003]
33	[1.03e+003; 1.91e+003]	[1.10e+003; 1.84e+003]	[1.18e+003; 1.76e+003]
34	[1.26e+003; 2.33e+003]	[1.35e+003; 2.24e+003]	[1.44e+003; 2.15e+003]
35	[1.54e+003; 2.85e+003]	[1.65e+003; 2.74e+003]	[1.76e+003; 2.63e+003]
36	[1.88e+003; 3.48e+003]	[2.01e+003; 3.35e+003]	[2.14e+003; 3.22e+003]
37	[2.29e+003; 4.25e+003]	[2.45e+003; 4.09e+003]	[2.62e+003; 3.93e+003]
38	[2.80e+003; 5.20e+003]	[3.00e+003; 5.00e+003]	[3.20e+003; 4.80e+003]
39	[3.42e+003; 6.35e+003]	[3.66e+003; 6.10e+003]	[3.91e+003; 5.86e+003]
40	[4.17e+003; 7.75e+003]	[4.47e+003; 7.45e+003]	[4.77e+003; 7.15e+003]
41	[5.10e+003; 9.47e+003]	[5.46e+003; 9.10e+003]	[5.83e+003; 8.74e+003]
42	[6.23e+003; 1.16e+004]	[6.67e+003; 1.11e+004]	[7.12e+003; 1.07e+004]
43	[7.60e+003; 1.41e+004]	[8.15e+003; 1.36e+004]	[8.69e+003; 1.30e+004]
44	[9.29e+003; 1.72e+004]	[9.95e+003; 1.66e+004]	[1.06e+004; 1.59e+004]
45	[1.13e+004; 2.11e+004]	[1.22e+004; 2.03e+004]	[1.30e+004; 1.94e+004]
46	[1.39e+004; 2.57e+004]	[1.48e+004; 2.47e+004]	[1.58e+004; 2.38e+004]
47	[1.69e+004; 3.14e+004]	[1.81e+004; 3.02e+004]	[1.93e+004; 2.90e+004]
48	[2.07e+004; 3.84e+004]	[2.22e+004; 3.69e+004]	[2.36e+004; 3.54e+004]
49	[2.52e+004; 4.69e+004]	[2.71e+004; 4.51e+004]	[2.89e+004; 4.33e+004]
50	[3.08e+004; 5.73e+004]	[3.30e+004; 5.51e+004]	[3.52e+004; 5.29e+004]
51	[3.77e+004; 7.00e+004]	[4.04e+004; 6.73e+004]	[4.30e+004; 6.46e+004]
52	[4.60e+004; 8.55e+004]	[4.93e+004; 8.22e+004]	[5.26e+004; 7.89e+004]
53	[5.62e+004; 1.04e+005]	[6.02e+004; 1.00e+005]	[6.42e+004; 9.64e+004]
54	[6.86e+004; 1.27e+005]	[7.35e+004; 1.23e+005]	[7.84e+004; 1.18e+005]
55	[8.38e+004; 1.56e+005]	[8.98e+004; 1.50e+005]	[9.58e+004; 1.44e+005]

Продовження табл. 3.2

56	[1.02e+005; 1.90e+005]	[1.10e+005; 1.83e+005]	[1.17e+005; 1.76e+005]
----	------------------------	------------------------	------------------------

57	[1.25e+005; 2.32e+005]	[1.34e+005; 2.23e+005]	[1.43e+005; 2.14e+005]
58	[1.53e+005; 2.84e+005]	[1.64e+005; 2.73e+005]	[1.75e+005; 2.62e+005]
59	[1.87e+005; 3.47e+005]	[2.00e+005; 3.33e+005]	[2.13e+005; 3.20e+005]
60	[2.28e+005; 4.23e+005]	[2.44e+005; 4.07e+005]	[2.60e+005; 3.91e+005]
61	[2.78e+005; 5.17e+005]	[2.98e+005; 4.97e+005]	[3.18e+005; 4.77e+005]
62	[3.40e+005; 6.31e+005]	[3.64e+005; 6.07e+005]	[3.88e+005; 5.83e+005]
63	[4.15e+005; 7.71e+005]	[4.45e+005; 7.41e+005]	[4.75e+005; 7.12e+005]
64	[5.07e+005; 9.42e+005]	[5.43e+005; 9.06e+005]	[5.80e+005; 8.70e+005]
65	[6.20e+005; 1.15e+006]	[6.64e+005; 1.11e+006]	[7.08e+005; 1.06e+006]
66	[7.57e+005; 1.41e+006]	[8.11e+005; 1.35e+006]	[8.65e+005; 1.30e+006]
67	[9.24e+005; 1.72e+006]	[9.90e+005; 1.65e+006]	[1.06e+006; 1.58e+006]
68	[1.13e+006; 2.10e+006]	[1.21e+006; 2.02e+006]	[1.29e+006; 1.93e+006]
69	[1.38e+006; 2.56e+006]	[1.48e+006; 2.46e+006]	[1.58e+006; 2.36e+006]
70	[1.68e+006; 3.13e+006]	[1.80e+006; 3.01e+006]	[1.92e+006; 2.89e+006]
71	[2.06e+006; 3.82e+006]	[2.20e+006; 3.67e+006]	[2.35e+006; 3.53e+006]
72	[2.51e+006; 4.67e+006]	[2.69e+006; 4.49e+006]	[2.87e+006; 4.31e+006]
73	[3.07e+006; 5.70e+006]	[3.29e+006; 5.48e+006]	[3.51e+006; 5.26e+006]
74	[3.75e+006; 6.96e+006]	[4.01e+006; 6.69e+006]	[4.28e+006; 6.42e+006]
75	[4.58e+006; 8.50e+006]	[4.90e+006; 8.17e+006]	[5.23e+006; 7.85e+006]
76	[5.59e+006; 1.04e+007]	[5.99e+006; 9.99e+006]	[6.39e+006; 9.59e+006]
77	[6.83e+006; 1.27e+007]	[7.32e+006; 1.22e+007]	[7.80e+006; 1.17e+007]
78	[8.34e+006; 1.55e+007]	[8.94e+006; 1.49e+007]	[9.53e+006; 1.43e+007]
79	[1.02e+007; 1.89e+007]	[1.09e+007; 1.82e+007]	[1.16e+007; 1.75e+007]
80	[1.24e+007; 2.31e+007]	[1.33e+007; 2.22e+007]	[1.42e+007; 2.13e+007]
81	[1.52e+007; 2.82e+007]	[1.63e+007; 2.71e+007]	[1.74e+007; 2.61e+007]
82	[1.86e+007; 3.45e+007]	[1.99e+007; 3.32e+007]	[2.12e+007; 3.18e+007]
83	[2.27e+007; 4.21e+007]	[2.43e+007; 4.05e+007]	[2.59e+007; 3.89e+007]
84	[2.77e+007; 5.14e+007]	[2.97e+007; 4.94e+007]	[3.16e+007; 4.75e+007]
85	[3.38e+007; 6.28e+007]	[3.62e+007; 6.04e+007]	[3.86e+007; 5.80e+007]

Продовження табл. 3.2

86	[4.13e+007; 7.67e+007]	[4.43e+007; 7.38e+007]	[4.72e+007; 7.08e+007]
----	------------------------	------------------------	------------------------

87	[5.05e+007; 9.37e+007]	[5.41e+007; 9.01e+007]	[5.77e+007; 8.65e+007]
88	[6.16e+007; 1.14e+008]	[6.60e+007; 1.10e+008]	[7.04e+007; 1.06e+008]
89	[7.53e+007; 1.40e+008]	[8.07e+007; 1.34e+008]	[8.60e+007; 1.29e+008]
90	[9.19e+007; 1.71e+008]	[9.85e+007; 1.64e+008]	[1.05e+008; 1.58e+008]
91	[1.12e+008; 2.09e+008]	[1.20e+008; 2.00e+008]	[1.28e+008; 1.92e+008]
92	[1.37e+008; 2.55e+008]	[1.47e+008; 2.45e+008]	[1.57e+008; 2.35e+008]
93	[1.68e+008; 3.11e+008]	[1.80e+008; 2.99e+008]	[1.91e+008; 2.87e+008]
94	[2.05e+008; 3.80e+008]	[2.19e+008; 3.65e+008]	[2.34e+008; 3.51e+008]
95	[2.50e+008; 4.64e+008]	[2.68e+008; 4.46e+008]	[2.86e+008; 4.28e+008]
96	[3.05e+008; 5.67e+008]	[3.27e+008; 5.45e+008]	[3.49e+008; 5.23e+008]
97	[3.73e+008; 6.92e+008]	[3.99e+008; 6.66e+008]	[4.26e+008; 6.39e+008]
98	[4.55e+008; 8.46e+008]	[4.88e+008; 8.13e+008]	[5.20e+008; 7.81e+008]
99	[5.56e+008; 1.03e+009]	[5.96e+008; 9.93e+008]	[6.36e+008; 9.53e+008]
100	[6.79e+008; 1.26e+009]	[7.28e+008; 1.21e+009]	[7.76e+008; 1.16e+009]
№ диск рети	Точність моделі		
	15%	10%	5%
К	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$
0	[1.70e+000; 2.30e+000]	[1.80e+000; 2.20e+000]	[1.90e+000; 2.10e+000]
1	[2.08e+000; 2.81e+000]	[2.20e+000; 2.69e+000]	[2.32e+000; 2.56e+000]
2	[2.54e+000; 3.43e+000]	[2.69e+000; 3.28e+000]	[2.83e+000; 3.13e+000]
3	[3.10e+000; 4.19e+000]	[3.28e+000; 4.01e+000]	[3.46e+000; 3.83e+000]
4	[3.78e+000; 5.12e+000]	[4.01e+000; 4.90e+000]	[4.23e+000; 4.67e+000]
5	[4.62e+000; 6.25e+000]	[4.89e+000; 5.98e+000]	[5.16e+000; 5.71e+000]
6	[5.64e+000; 7.64e+000]	[5.98e+000; 7.30e+000]	[6.31e+000; 6.97e+000]
7	[6.90e+000; 9.33e+000]	[7.30e+000; 8.92e+000]	[7.71e+000; 8.52e+000]
8	[8.42e+000; 1.14e+001]	[8.92e+000; 1.09e+001]	[9.41e+000; 1.04e+001]
9	[1.03e+001; 1.39e+001]	[1.09e+001; 1.33e+001]	[1.15e+001; 1.27e+001]
10	[1.26e+001; 1.70e+001]	[1.33e+001; 1.63e+001]	[1.40e+001; 1.55e+001]
11	[1.53e+001; 2.08e+001]	[1.62e+001; 1.99e+001]	[1.71e+001; 1.90e+001]

Продовження табл. 3.2

12	[1.87e+001; 2.54e+001]	[1.98e+001; 2.43e+001]	[2.09e+001; 2.32e+001]
13	[2.29e+001; 3.10e+001]	[2.42e+001; 2.96e+001]	[2.56e+001; 2.83e+001]
14	[2.80e+001; 3.78e+001]	[2.96e+001; 3.62e+001]	[3.12e+001; 3.45e+001]
15	[3.41e+001; 4.62e+001]	[3.62e+001; 4.42e+001]	[3.82e+001; 4.22e+001]
16	[4.17e+001; 5.64e+001]	[4.42e+001; 5.40e+001]	[4.66e+001; 5.15e+001]
17	[5.09e+001; 6.89e+001]	[5.39e+001; 6.59e+001]	[5.69e+001; 6.29e+001]
18	[6.22e+001; 8.42e+001]	[6.59e+001; 8.05e+001]	[6.96e+001; 7.69e+001]
19	[7.60e+001; 1.03e+002]	[8.05e+001; 9.84e+001]	[8.49e+001; 9.39e+001]
20	[9.28e+001; 1.26e+002]	[9.83e+001; 1.20e+002]	[1.04e+002; 1.15e+002]
21	[1.13e+002; 1.53e+002]	[1.20e+002; 1.47e+002]	[1.27e+002; 1.40e+002]
22	[1.38e+002; 1.87e+002]	[1.47e+002; 1.79e+002]	[1.55e+002; 1.71e+002]
23	[1.69e+002; 2.29e+002]	[1.79e+002; 2.19e+002]	[1.89e+002; 2.09e+002]
24	[2.07e+002; 2.80e+002]	[2.19e+002; 2.67e+002]	[2.31e+002; 2.55e+002]
25	[2.52e+002; 3.41e+002]	[2.67e+002; 3.27e+002]	[2.82e+002; 3.12e+002]
26	[3.08e+002; 4.17e+002]	[3.26e+002; 3.99e+002]	[3.44e+002; 3.81e+002]
27	[3.76e+002; 5.09e+002]	[3.99e+002; 4.87e+002]	[4.21e+002; 4.65e+002]
28	[4.60e+002; 6.22e+002]	[4.87e+002; 5.95e+002]	[5.14e+002; 5.68e+002]
29	[5.62e+002; 7.60e+002]	[5.95e+002; 7.27e+002]	[6.28e+002; 6.94e+002]
30	[6.86e+002; 9.28e+002]	[7.26e+002; 8.88e+002]	[7.67e+002; 8.47e+002]
31	[8.38e+002; 1.13e+003]	[8.87e+002; 1.08e+003]	[9.36e+002; 1.03e+003]
32	[1.02e+003; 1.38e+003]	[1.08e+003; 1.32e+003]	[1.14e+003; 1.26e+003]
33	[1.25e+003; 1.69e+003]	[1.32e+003; 1.62e+003]	[1.40e+003; 1.54e+003]
34	[1.53e+003; 2.07e+003]	[1.62e+003; 1.98e+003]	[1.71e+003; 1.89e+003]
35	[1.86e+003; 2.52e+003]	[1.97e+003; 2.41e+003]	[2.08e+003; 2.30e+003]
36	[2.28e+003; 3.08e+003]	[2.41e+003; 2.95e+003]	[2.55e+003; 2.81e+003]
37	[2.78e+003; 3.76e+003]	[2.94e+003; 3.60e+003]	[3.11e+003; 3.44e+003]
38	[3.40e+003; 4.60e+003]	[3.60e+003; 4.40e+003]	[3.80e+003; 4.20e+003]
39	[4.15e+003; 5.61e+003]	[4.39e+003; 5.37e+003]	[4.64e+003; 5.13e+003]
40	[5.07e+003; 6.86e+003]	[5.37e+003; 6.56e+003]	[5.66e+003; 6.26e+003]
41	[6.19e+003; 8.38e+003]	[6.56e+003; 8.01e+003]	[6.92e+003; 7.65e+003]

Продовження табл. 3.2

42	[7.56e+003; 1.02e+004]	[8.01e+003; 9.79e+003]	[8.45e+003; 9.34e+003]
43	[9.23e+003; 1.25e+004]	[9.78e+003; 1.19e+004]	[1.03e+004; 1.14e+004]
44	[1.13e+004; 1.53e+004]	[1.19e+004; 1.46e+004]	[1.26e+004; 1.39e+004]
45	[1.38e+004; 1.86e+004]	[1.46e+004; 1.78e+004]	[1.54e+004; 1.70e+004]
46	[1.68e+004; 2.28e+004]	[1.78e+004; 2.18e+004]	[1.88e+004; 2.08e+004]
47	[2.06e+004; 2.78e+004]	[2.18e+004; 2.66e+004]	[2.30e+004; 2.54e+004]
48	[2.51e+004; 3.40e+004]	[2.66e+004; 3.25e+004]	[2.81e+004; 3.10e+004]
49	[3.07e+004; 4.15e+004]	[3.25e+004; 3.97e+004]	[3.43e+004; 3.79e+004]
50	[3.74e+004; 5.07e+004]	[3.96e+004; 4.85e+004]	[4.18e+004; 4.63e+004]
51	[4.57e+004; 6.19e+004]	[4.84e+004; 5.92e+004]	[5.11e+004; 5.65e+004]
52	[5.59e+004; 7.56e+004]	[5.92e+004; 7.23e+004]	[6.24e+004; 6.90e+004]
53	[6.82e+004; 9.23e+004]	[7.23e+004; 8.83e+004]	[7.63e+004; 8.43e+004]
54	[8.33e+004; 1.13e+005]	[8.83e+004; 1.08e+005]	[9.32e+004; 1.03e+005]
55	[1.02e+005; 1.38e+005]	[1.08e+005; 1.32e+005]	[1.14e+005; 1.26e+005]
56	[1.24e+005; 1.68e+005]	[1.32e+005; 1.61e+005]	[1.39e+005; 1.54e+005]
57	[1.52e+005; 2.05e+005]	[1.61e+005; 1.97e+005]	[1.70e+005; 1.88e+005]
58	[1.86e+005; 2.51e+005]	[1.96e+005; 2.40e+005]	[2.07e+005; 2.29e+005]
59	[2.27e+005; 3.07e+005]	[2.40e+005; 2.93e+005]	[2.53e+005; 2.80e+005]
60	[2.77e+005; 3.74e+005]	[2.93e+005; 3.58e+005]	[3.09e+005; 3.42e+005]
61	[3.38e+005; 4.57e+005]	[3.58e+005; 4.37e+005]	[3.78e+005; 4.17e+005]
62	[4.13e+005; 5.58e+005]	[4.37e+005; 5.34e+005]	[4.61e+005; 5.10e+005]
63	[5.04e+005; 6.82e+005]	[5.34e+005; 6.52e+005]	[5.64e+005; 6.23e+005]
64	[6.16e+005; 8.33e+005]	[6.52e+005; 7.97e+005]	[6.88e+005; 7.61e+005]
65	[7.52e+005; 1.02e+006]	[7.97e+005; 9.74e+005]	[8.41e+005; 9.29e+005]
66	[9.19e+005; 1.24e+006]	[9.73e+005; 1.19e+006]	[1.03e+006; 1.13e+006]
67	[1.12e+006; 1.52e+006]	[1.19e+006; 1.45e+006]	[1.25e+006; 1.39e+006]
68	[1.37e+006; 1.85e+006]	[1.45e+006; 1.77e+006]	[1.53e+006; 1.69e+006]
69	[1.67e+006; 2.26e+006]	[1.77e+006; 2.17e+006]	[1.87e+006; 2.07e+006]
70	[2.05e+006; 2.77e+006]	[2.17e+006; 2.65e+006]	[2.29e+006; 2.53e+006]
71	[2.50e+006; 3.38e+006]	[2.64e+006; 3.23e+006]	[2.79e+006; 3.09e+006]

Продовження табл. 3.2

72	[3.05e+006; 4.13e+006]	[3.23e+006; 3.95e+006]	[3.41e+006; 3.77e+006]
73	[3.73e+006; 5.04e+006]	[3.94e+006; 4.82e+006]	[4.16e+006; 4.60e+006]
74	[4.55e+006; 6.16e+006]	[4.82e+006; 5.89e+006]	[5.09e+006; 5.62e+006]
75	[5.56e+006; 7.52e+006]	[5.88e+006; 7.19e+006]	[6.21e+006; 6.87e+006]
76	[6.79e+006; 9.19e+006]	[7.19e+006; 8.79e+006]	[7.59e+006; 8.39e+006]
77	[8.29e+006; 1.12e+007]	[8.78e+006; 1.07e+007]	[9.27e+006; 1.02e+007]
78	[1.01e+007; 1.37e+007]	[1.07e+007; 1.31e+007]	[1.13e+007; 1.25e+007]
79	[1.24e+007; 1.67e+007]	[1.31e+007; 1.60e+007]	[1.38e+007; 1.53e+007]
80	[1.51e+007; 2.04e+007]	[1.60e+007; 1.96e+007]	[1.69e+007; 1.87e+007]
81	[1.85e+007; 2.50e+007]	[1.95e+007; 2.39e+007]	[2.06e+007; 2.28e+007]
82	[2.25e+007; 3.05e+007]	[2.39e+007; 2.92e+007]	[2.52e+007; 2.78e+007]
83	[2.75e+007; 3.72e+007]	[2.92e+007; 3.56e+007]	[3.08e+007; 3.40e+007]
84	[3.36e+007; 4.55e+007]	[3.56e+007; 4.35e+007]	[3.76e+007; 4.15e+007]
85	[4.11e+007; 5.56e+007]	[4.35e+007; 5.31e+007]	[4.59e+007; 5.07e+007]
86	[5.02e+007; 6.79e+007]	[5.31e+007; 6.49e+007]	[5.61e+007; 6.20e+007]
87	[6.13e+007; 8.29e+007]	[6.49e+007; 7.93e+007]	[6.85e+007; 7.57e+007]
88	[7.48e+007; 1.01e+008]	[7.93e+007; 9.69e+007]	[8.37e+007; 9.25e+007]
89	[9.14e+007; 1.24e+008]	[9.68e+007; 1.18e+008]	[1.02e+008; 1.13e+008]
90	[1.12e+008; 1.51e+008]	[1.18e+008; 1.44e+008]	[1.25e+008; 1.38e+008]
91	[1.36e+008; 1.84e+008]	[1.44e+008; 1.76e+008]	[1.52e+008; 1.68e+008]
92	[1.67e+008; 2.25e+008]	[1.76e+008; 2.16e+008]	[1.86e+008; 2.06e+008]
93	[2.03e+008; 2.75e+008]	[2.15e+008; 2.63e+008]	[2.27e+008; 2.51e+008]
94	[2.49e+008; 3.36e+008]	[2.63e+008; 3.22e+008]	[2.78e+008; 3.07e+008]
95	[3.03e+008; 4.11e+008]	[3.21e+008; 3.93e+008]	[3.39e+008; 3.75e+008]
96	[3.71e+008; 5.01e+008]	[3.92e+008; 4.80e+008]	[4.14e+008; 4.58e+008]
97	[4.53e+008; 6.12e+008]	[4.79e+008; 5.86e+008]	[5.06e+008; 5.59e+008]
98	[5.53e+008; 7.48e+008]	[5.85e+008; 7.16e+008]	[6.18e+008; 6.83e+008]
99	[6.75e+008; 9.14e+008]	[7.15e+008; 8.74e+008]	[7.55e+008; 8.34e+008]
100	[8.25e+008; 1.12e+009]	[8.73e+008; 1.07e+009]	[9.22e+008; 1.02e+009]

Результати ідентифікації параметрів (3.25) за даними таблиці 3.2 на основі розробленого методу наведено в таблиці 3.3. У цій же таблиці наведено часову складність реалізації методу в секундах.

Таблиця 3.3.

Результати комп'ютерного дослідження методу параметричної ідентифікації дискретної динамічної моделі Мальтуса

Структура моделі	$x_{1,k+1} = x_{1,k} + hA_1x_{1,k}$					
Точність моделі	30%	25%	20%	15%	10%	5%
Значення параметрів моделі	$A_1=21,769$	$A_1=21,849$	$A_1=21,935$	$A_1=22,005$	$A_1=22,026$	$A_1=22,088$
Часова складність реалізації методу, с	1,826	1,886	1,991	2,147	2,230	2,890

Результати розв'язування рівняння (3.25), побудованого за даними таблиці 3.2, із 5% точністю наведено на рис. 3.9. Як видно, отримана математична модель є адекватною, оскільки прогнозовані інтервали знаходяться в межах експериментальних.

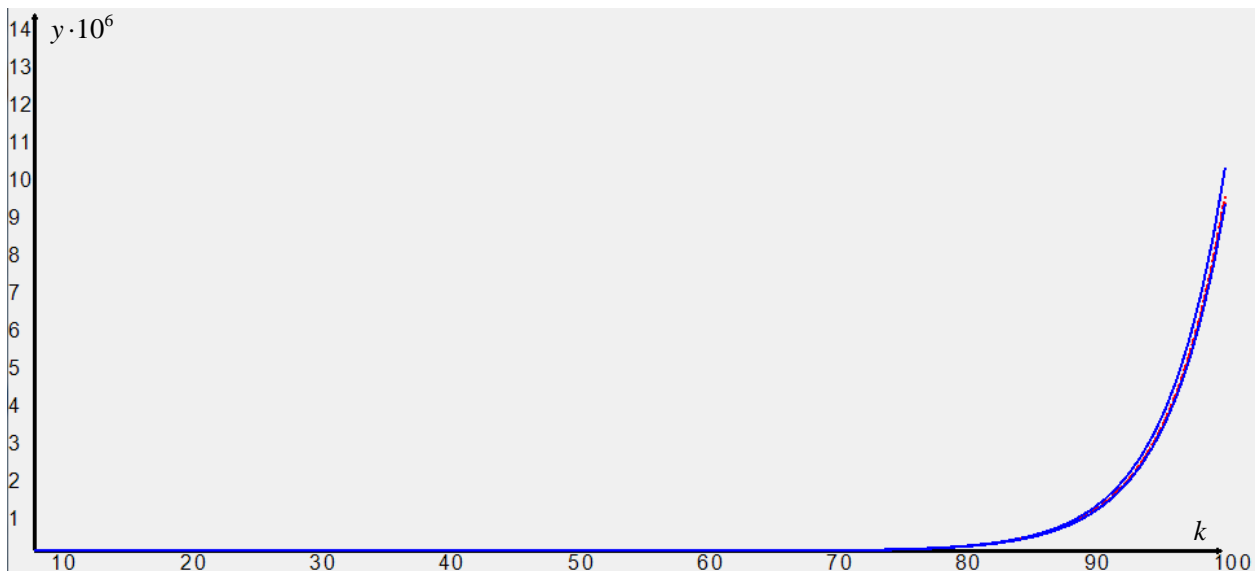


Рис.3.9. Інтервальна дискретна динамічна модель Мальтуса.

Таблиця 3.3 в подальшому буде слугувати для оцінки обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем.

Наступна модель для дослідження складності методу представлена у вигляді логістичного рівняння Ферхюльста з двома параметрами у такому вигляді [103]:

$$\frac{dy(t)}{dt} = A_1 y(t) \frac{A_2 - y(t)}{A_2}, \quad (3.26)$$

де $y(t)$ – кількість особин в час t , A_1 – константа швидкості росту популяції, A_2 – максимальна чисельність популяції, можлива в даних умовах.

Застосування явної схеми Ейлера уможливило представити дане рівняння у вигляді дискретного рівняння динаміки:

$$y_{1,i+1} = y_{1,i} + hA_1 y_{1,i} \frac{A_2 - y_{1,i}}{A_2} \quad (3.27)$$

Дані для параметричної ідентифікації моделі у вигляді (3.27) наведено в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4

Дискретні значення для параметричної ідентифікації
логістичного рівняння Ферхюльста

№ дискр ети	Точність моделі					
	30%	25%	20%	15%	10%	5%
k	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$
0	[1.4; 2.6]	[1.5; 2.5]	[1.6; 2.4]	[1.7; 2.3]	[1.8; 2.2]	[1.9; 2.1]
1	[1.7; 3.2]	[1.8; 3.0]	[2.0; 2.9]	[2.1; 2.8]	[2.2; 2.7]	[2.3; 2.6]
2	[2.1; 3.9]	[2.2; 3.7]	[2.4; 3.6]	[2.5; 3.4]	[2.7; 3.3]	[2.8; 3.1]
3	[2.5; 4.7]	[2.7; 4.5]	[2.9; 4.3]	[3.1; 4.2]	[3.3; 4.0]	[3.4; 3.8]
4	[3.1; 5.7]	[3.3; 5.5]	[3.5; 5.3]	[3.8; 5.1]	[4.0; 4.9]	[4.2; 4.6]
5	[3.8; 7.0]	[4.0; 6.7]	[4.3; 6.5]	[4.6; 6.2]	[4.8; 5.9]	[5.1; 5.6]
6	[4.6; 8.5]	[4.9; 8.2]	[5.2; 7.8]	[5.6; 7.5]	[5.9; 7.2]	[6.2; 6.9]

Продовження табл. 3.4

7	[5.6; 10.3]	[6.0; 9.9]	[6.4; 9.5]	[6.8; 9.1]	[7.2; 8.7]	[7.6; 8.3]
8	[6.8; 12.5]	[7.2; 12.1]	[7.7; 11.6]	[8.2; 11.1]	[8.7; 10.6]	[9.2; 10.1]
9	[8.2; 15.2]	[8.8; 14.6]	[9.4; 14.0]	[9.9; 13.5]	[10.5; 12.9]	[11.1; 12.3]
10	[9.9; 18.4]	[10.6; 17.7]	[11.3; 17.0]	[12.0; 16.3]	[12.8; 15.6]	[13.5; 14.9]
11	[12.0; 22.3]	[12.9; 21.4]	[13.7; 20.6]	[14.6; 19.7]	[15.4; 18.8]	[16.3; 18.0]
12	[14.5; 26.9]	[15.5; 25.8]	[16.5; 24.8]	[17.6; 23.8]	[18.6; 22.7]	[19.6; 21.7]
13	[17.4; 32.3]	[18.6; 31.1]	[19.9; 29.8]	[21.1; 28.6]	[22.4; 27.3]	[23.6; 26.1]
14	[20.9; 38.8]	[22.4; 37.3]	[23.9; 35.8]	[25.3; 34.3]	[26.8; 32.8]	[28.3; 31.3]
15	[25.0; 46.3]	[26.7; 44.6]	[28.5; 42.8]	[30.3; 41.0]	[32.1; 39.2]	[33.9; 37.4]
16	[29.7; 55.1]	[31.8; 53.0]	[33.9; 50.9]	[36.1; 48.8]	[38.2; 46.7]	[40.3; 44.5]
17	[35.2; 65.3]	[37.7; 62.8]	[40.2; 60.3]	[42.7; 57.8]	[45.2; 55.3]	[47.7; 52.8]
18	[41.4; 76.9]	[44.4; 74.0]	[47.3; 71.0]	[50.3; 68.0]	[53.2; 65.1]	[56.2; 62.1]
19	[48.5; 90.0]	[51.9; 86.5]	[55.4; 83.1]	[58.9; 79.6]	[62.3; 76.2]	[65.8; 72.7]
20	[56.3; 104.6]	[60.3; 100.6]	[64.4; 96.6]	[68.4; 92.5]	[72.4; 88.5]	[76.4; 84.5]
21	[65.0; 120.6]	[69.6; 116.0]	[74.2; 111.3]	[78.9; 106.7]	[83.5; 102.1]	[88.1; 97.4]
22	[74.3; 137.9]	[79.6; 132.6]	[84.9; 127.3]	[90.2; 122.0]	[95.5; 116.7]	[100.8; 111.4]
23	[84.1; 156.2]	[90.1; 150.2]	[96.1; 144.2]	[102.2; 138.2]	[108.2; 132.2]	[114.2; 126.2]
24	[94.4; 175.3]	[101.1; 168.6]	[107.9; 161.8]	[114.6; 155.1]	[121.4; 148.3]	[128.1; 141.6]
25	[104.9; 194.7]	[112.4; 187.3]	[119.8; 179.8]	[127.3; 172.3]	[134.8; 164.8]	[142.3; 157.3]
26	[115.3; 214.2]	[123.6; 205.9]	[131.8; 197.7]	[140.0; 189.5]	[148.3; 181.2]	[156.5; 173.0]
27	[125.6; 233.2]	[134.5; 224.2]	[143.5; 215.3]	[152.5; 206.3]	[161.5; 197.3]	[170.4; 188.4]
28	[135.4; 251.5]	[145.1; 241.8]	[154.8; 232.2]	[164.5; 222.5]	[174.1; 212.8]	[183.8; 203.1]
29	[144.7; 268.8]	[155.1; 258.5]	[165.4; 248.1]	[175.8; 237.8]	[186.1; 227.5]	[196.4; 217.1]
30	[153.4; 284.9]	[164.4; 273.9]	[175.3; 263.0]	[186.3; 252.0]	[197.2; 241.1]	[208.2; 230.1]
31	[161.3; 299.5]	[172.8; 288.0]	[184.3; 276.5]	[195.9; 265.0]	[207.4; 253.5]	[218.9; 241.9]
32	[168.4; 312.7]	[180.4; 300.7]	[192.4; 288.6]	[204.5; 276.6]	[216.5; 264.6]	[228.5; 252.6]
33	[174.7; 324.4]	[187.1; 311.9]	[199.6; 299.4]	[212.1; 286.9]	[224.6; 274.5]	[237.0; 262.0]
34	[180.2; 334.6]	[193.0; 321.7]	[205.9; 308.9]	[218.8; 296.0]	[231.6; 283.1]	[244.5; 270.3]
35	[184.9; 343.5]	[198.1; 330.2]	[211.4; 317.0]	[224.6; 303.8]	[237.8; 290.6]	[251.0; 277.4]
36	[189.0; 351.0]	[202.5; 337.5]	[216.0; 324.0]	[229.5; 310.5]	[243.0; 297.0]	[256.5; 283.5]
37	[192.5; 357.5]	[206.3; 343.8]	[220.0; 330.0]	[233.8; 316.3]	[247.5; 302.5]	[261.3; 288.8]
38	[195.5; 363.0]	[209.4; 349.0]	[223.4; 335.1]	[237.3; 321.1]	[251.3; 307.1]	[265.3; 293.2]
39	[198.0; 367.6]	[212.1; 353.5]	[226.2; 339.4]	[240.4; 325.2]	[254.5; 311.1]	[268.7; 296.9]

Продовження табл. 3.4

40	[200.1; 371.5]	[214.3; 357.2]	[228.6; 343.0]	[242.9; 328.7]	[257.2; 314.4]	[271.5; 300.1]
41	[201.8; 374.8]	[216.2; 360.3]	[230.6; 345.9]	[245.0; 331.5]	[259.5; 317.1]	[273.9; 302.7]
42	[203.2; 377.4]	[217.7; 362.9]	[232.3; 348.4]	[246.8; 333.9]	[261.3; 319.4]	[275.8; 304.8]
43	[204.4; 379.6]	[219.0; 365.0]	[233.6; 350.4]	[248.2; 335.8]	[262.8; 321.2]	[277.4; 306.6]
44	[205.4; 381.5]	[220.1; 366.8]	[234.7; 352.1]	[249.4; 337.4]	[264.1; 322.8]	[278.8; 308.1]
45	[206.2; 383.0]	[221.0; 368.3]	[235.7; 353.5]	[250.4; 338.8]	[265.2; 324.1]	[279.9; 309.3]
46	[206.9; 384.3]	[221.7; 369.5]	[236.5; 354.7]	[251.3; 339.9]	[266.0; 325.2]	[280.8; 310.4]
47	[207.5; 385.3]	[222.3; 370.5]	[237.1; 355.7]	[251.9; 340.9]	[266.8; 326.0]	[281.6; 311.2]
48	[207.9; 386.2]	[222.8; 371.3]	[237.6; 356.4]	[252.5; 341.6]	[267.3; 326.7]	[282.2; 311.9]
49	[208.3; 386.8]	[223.2; 371.9]	[238.0; 357.1]	[252.9; 342.2]	[267.8; 327.3]	[282.7; 312.4]
50	[208.6; 387.4]	[223.5; 372.5]	[238.4; 357.6]	[253.3; 342.7]	[268.2; 327.8]	[283.1; 312.9]
51	[208.8; 387.8]	[223.8; 372.9]	[238.7; 358.0]	[253.6; 343.1]	[268.5; 328.2]	[283.4; 313.3]
52	[209.1; 388.3]	[224.0; 373.3]	[238.9; 358.4]	[253.9; 343.5]	[268.8; 328.5]	[283.7; 313.6]
53	[209.2; 388.6]	[224.2; 373.6]	[239.1; 358.7]	[254.1; 343.7]	[269.0; 328.8]	[284.0; 313.9]
54	[209.4; 388.9]	[224.3; 373.9]	[239.3; 358.9]	[254.3; 344.0]	[269.2; 329.0]	[284.2; 314.1]
55	[209.5; 389.1]	[224.5; 374.1]	[239.4; 359.1]	[254.4; 344.2]	[269.4; 329.2]	[284.3; 314.2]
56	[209.6; 389.2]	[224.6; 374.3]	[239.5; 359.3]	[254.5; 344.3]	[269.5; 329.3]	[284.4; 314.4]
57	[209.6; 389.3]	[224.6; 374.4]	[239.6; 359.4]	[254.6; 344.4]	[269.5; 329.4]	[284.5; 314.5]
58	[209.7; 389.4]	[224.7; 374.5]	[239.7; 359.5]	[254.6; 344.5]	[269.6; 329.5]	[284.6; 314.6]
59	[209.8; 389.5]	[224.7; 374.6]	[239.7; 359.6]	[254.7; 344.6]	[269.7; 329.6]	[284.7; 314.6]
60	[209.8; 389.6]	[224.8; 374.6]	[239.8; 359.7]	[254.8; 344.7]	[269.7; 329.7]	[284.7; 314.7]
61	[209.8; 389.7]	[224.8; 374.7]	[239.8; 359.7]	[254.8; 344.7]	[269.8; 329.8]	[284.8; 314.8]
62	[209.9; 389.8]	[224.9; 374.8]	[239.9; 359.8]	[254.9; 344.8]	[269.8; 329.8]	[284.8; 314.8]
63	[209.9; 389.8]	[224.9; 374.8]	[239.9; 359.8]	[254.9; 344.8]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
64	[209.9; 389.9]	[224.9; 374.9]	[239.9; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
65	[209.9; 389.9]	[224.9; 374.9]	[239.9; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
66	[209.9; 389.9]	[224.9; 374.9]	[239.9; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
67	[209.9; 389.9]	[224.9; 374.9]	[239.9; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
68	[209.9; 389.9]	[224.9; 374.9]	[239.9; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
69	[210.0; 389.9]	[225.0; 374.9]	[240.0; 359.9]	[254.9; 344.9]	[269.9; 329.9]	[284.9; 314.9]
70	[210.0; 389.9]	[225.0; 374.9]	[240.0; 359.9]	[255.0; 344.9]	[270.0; 329.9]	[285.0; 314.9]
71	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
72	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]

Продовження табл. 3.4

73	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
74	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
75	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
76	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
77	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
78	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
79	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
80	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
81	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
82	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
83	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
84	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
85	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
86	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
87	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
88	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
89	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
90	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
91	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
92	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
93	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
94	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
95	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
96	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
97	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
98	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
99	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]
100	[210.0; 390.0]	[225.0; 375.0]	[240.0; 360.0]	[255.0; 345.0]	[270.0; 330.0]	[285.0; 315.0]

Результати ідентифікації параметрів (3.25) за даними таблиці 3.4 на основі розробленого методу наведено в таблиці 3.5. У цій же таблиці вказано часову складність реалізації методу.

Таблиця 3.5.

Результати комп'ютерного дослідження методу
параметричної ідентифікації дискретизованого за явною схемою Ейлера
логістичного рівняння Ферхюльста

Структура моделі	$y_{1,i+1} = y_{1,i} + hA_1 y_{1,i} \frac{A_2 - y_{1,i}}{A_2}$					
Точність моделі	30%	25%	20%	15%	10%	5%
Значення параметрів моделі	$A_1=25,77$ $A_2=210,86$	$A_1= 20,71$ $A_2=225,62$	$A_1= 20,99$ $A_2=240,03$	$A_1= 21,19$ $A_2=256,15$	$A_1= 23,01$ $A_2=270,28$	$A_1=22,01$ $A_2=285,03$
Часова складність реалізації методу	5,13	5,330	5,622	5,930	6,265	6,928

Результати розв'язування рівняння (3.27), побудованого за даними таблиці 3.4, із 10% точністю наведено на рис. 3.10. Отримана математична модель є адекватною, оскільки прогнозовані інтервали знаходяться в межах експериментальних.

Тепер перейдемо до найскладнішої динамічної системи у серії досліджень складності методу. Розглянемо динамічні процеси очищення води і ґрунтів від канцерогенних та токсичних речовин (поліциклічних вуглеводів, нафталіну і 2-метилнафталіну), які описують періодичною (batch) системою Моно у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} = \left(A_1 \frac{y_2(t)}{A_3 + y_2(t)} - A_2 \right) y_1(t), \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = - \frac{y_2(t)}{A_3 + y_2(t)} y_1(t), \end{cases} \quad (3.28)$$

де A_1 – коефіцієнт максимальної швидкості росту мікроорганізмів, A_2 – коефіцієнт швидкості відмирання мікроорганізмів, A_3 – константа Моно, яка дорівнює концентрації субстрату при половині швидкості росту мікроорганізмів.

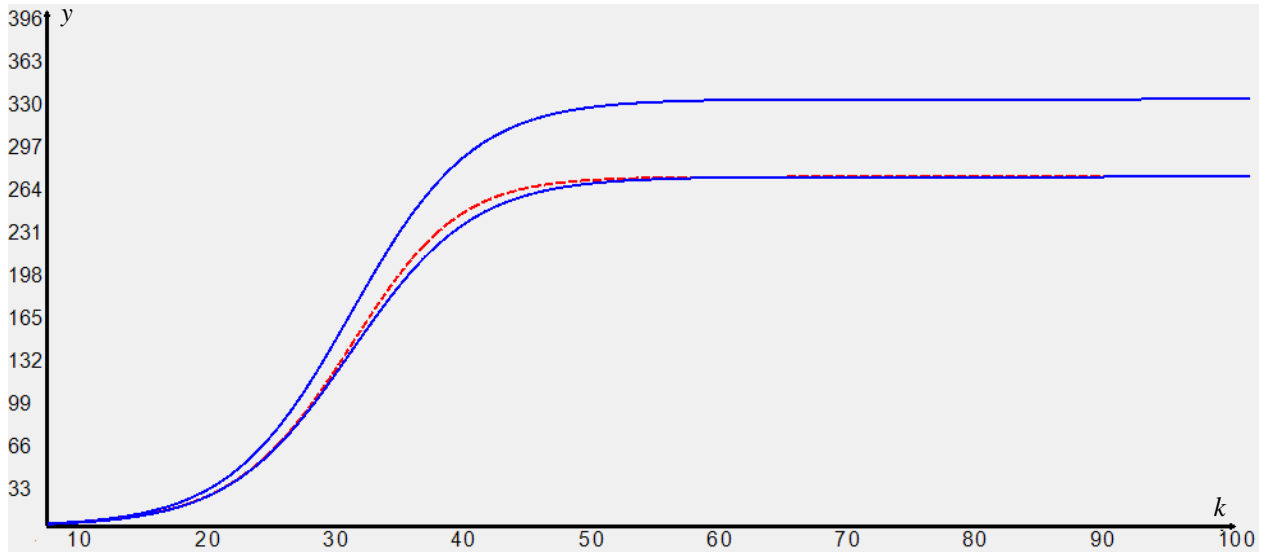


Рис.3.10. Інтервальне представлення розв'язку дискретизованого за явною схемою Ейлера логістичного рівняння Ферхюльста.

Після застосування явної схеми Ейлера отримаємо таку систему різницьових рівнянь

$$\begin{cases} y_{1,i+1} = y_{1,i} + h \left(A_1 \frac{y_{2,i}}{A_3 + y_{2,i}} - A_2 \right) y_{1,i}, \\ y_{2,i+1} = y_{2,i} - h \frac{y_{2,i}}{A_3 + y_{2,i}} y_{1,i}. \end{cases} \quad (3.29)$$

Дані для параметричної ідентифікації моделі у вигляді (3.29) наведено в таблиці 3.6.

Результати ідентифікації параметрів (3.29) за даними таблиці 3.6 на основі розробленого методу наведено в таблиці 3.7. У цій же таблиці наведено часову складність реалізації методу у випадку задання різної точності моделі.

Таблиця 3.6

Дискретні значення для параметричної ідентифікації дискретного представлення періодичної системи Моно

№ Диск рети	Точність моделі					
	30%	25%	20%	15%	10%	5%

K	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$	$[x_{1,k+1}^- \ x_{1,k+1}^+]$
0	[0.70; 1.30]	[0.75; 1.25]	[0.80; 1.20]	[0.85; 1.15]	[0.90; 1.10]	[0.95; 1.05]
1	[0.73; 1.36]	[0.78; 1.30]	[0.83; 1.25]	[0.89; 1.20]	[0.94; 1.15]	[0.99; 1.09]
2	[0.76; 1.40]	[0.81; 1.35]	[0.86; 1.30]	[0.92; 1.24]	[0.97; 1.19]	[1.03; 1.13]
3	[0.78; 1.44]	[0.83; 1.39]	[0.89; 1.33]	[0.94; 1.28]	[1.00; 1.22]	[1.06; 1.17]
4	[0.79; 1.47]	[0.85; 1.42]	[0.91; 1.36]	[0.96; 1.30]	[1.02; 1.25]	[1.08; 1.19]
5	[0.81; 1.50]	[0.86; 1.44]	[0.92; 1.38]	[0.98; 1.32]	[1.04; 1.27]	[1.09; 1.21]
6	[0.81; 1.51]	[0.87; 1.45]	[0.93; 1.39]	[0.99; 1.33]	[1.04; 1.28]	[1.10; 1.22]
7	[0.81; 1.51]	[0.87; 1.45]	[0.93; 1.39]	[0.99; 1.34]	[1.05; 1.28]	[1.10; 1.22]
8	[0.81; 1.50]	[0.87; 1.45]	[0.93; 1.39]	[0.98; 1.33]	[1.04; 1.27]	[1.10; 1.21]
9	[0.80; 1.49]	[0.86; 1.43]	[0.92; 1.37]	[0.97; 1.32]	[1.03; 1.26]	[1.09; 1.20]
10	[0.79; 1.47]	[0.85; 1.41]	[0.90; 1.35]	[0.96; 1.30]	[1.02; 1.24]	[1.07; 1.18]
11	[0.77; 1.44]	[0.83; 1.38]	[0.88; 1.33]	[0.94; 1.27]	[1.00; 1.22]	[1.05; 1.16]
12	[0.76; 1.40]	[0.81; 1.35]	[0.86; 1.30]	[0.92; 1.24]	[0.97; 1.19]	[1.03; 1.13]
13	[0.74; 1.37]	[0.79; 1.31]	[0.84; 1.26]	[0.89; 1.21]	[0.95; 1.16]	[1.00; 1.10]
14	[0.71; 1.32]	[0.76; 1.27]	[0.81; 1.22]	[0.86; 1.17]	[0.92; 1.12]	[0.97; 1.07]
15	[0.69; 1.28]	[0.74; 1.23]	[0.79; 1.18]	[0.84; 1.13]	[0.88; 1.08]	[0.93; 1.03]
16	[0.66; 1.23]	[0.71; 1.18]	[0.76; 1.14]	[0.80; 1.09]	[0.85; 1.04]	[0.90; 0.99]
17	[0.64; 1.18]	[0.68; 1.14]	[0.73; 1.09]	[0.77; 1.05]	[0.82; 1.00]	[0.86; 0.95]
18	[0.61; 1.13]	[0.65; 1.09]	[0.70; 1.05]	[0.74; 1.00]	[0.78; 0.96]	[0.83; 0.91]
19	[0.58; 1.08]	[0.62; 1.04]	[0.67; 1.00]	[0.71; 0.96]	[0.75; 0.92]	[0.79; 0.87]
20	[0.56; 1.03]	[0.60; 0.99]	[0.64; 0.95]	[0.68; 0.91]	[0.72; 0.87]	[0.76; 0.83]
21	[0.53; 0.99]	[0.57; 0.95]	[0.61; 0.91]	[0.64; 0.87]	[0.68; 0.83]	[0.72; 0.80]
22	[0.50; 0.94]	[0.54; 0.90]	[0.58; 0.87]	[0.61; 0.83]	[0.65; 0.79]	[0.69; 0.76]
23	[0.48; 0.89]	[0.51; 0.86]	[0.55; 0.82]	[0.58; 0.79]	[0.62; 0.75]	[0.65; 0.72]
24	[0.46; 0.85]	[0.49; 0.81]	[0.52; 0.78]	[0.55; 0.75]	[0.59; 0.72]	[0.62; 0.68]
25	[0.43; 0.80]	[0.46; 0.77]	[0.49; 0.74]	[0.52; 0.71]	[0.56; 0.68]	[0.59; 0.65]
26	[0.41; 0.76]	[0.44; 0.73]	[0.47; 0.70]	[0.50; 0.67]	[0.53; 0.64]	[0.56; 0.61]

Продовження табл. 3.6

27	[0.39; 0.72]	[0.42; 0.69]	[0.44; 0.66]	[0.47; 0.64]	[0.50; 0.61]	[0.53; 0.58]
28	[0.37; 0.68]	[0.39; 0.65]	[0.42; 0.63]	[0.45; 0.60]	[0.47; 0.58]	[0.50; 0.55]
29	[0.35; 0.64]	[0.37; 0.62]	[0.40; 0.59]	[0.42; 0.57]	[0.45; 0.54]	[0.47; 0.52]
30	[0.33; 0.61]	[0.35; 0.58]	[0.37; 0.56]	[0.40; 0.54]	[0.42; 0.51]	[0.44; 0.49]

31	[0.31; 0.57]	[0.33; 0.55]	[0.35; 0.53]	[0.37; 0.51]	[0.40; 0.49]	[0.42; 0.46]
32	[0.29; 0.54]	[0.31; 0.52]	[0.33; 0.50]	[0.35; 0.48]	[0.37; 0.46]	[0.40; 0.44]
33	[0.27; 0.51]	[0.29; 0.49]	[0.31; 0.47]	[0.33; 0.45]	[0.35; 0.43]	[0.37; 0.41]
34	[0.26; 0.48]	[0.28; 0.46]	[0.30; 0.44]	[0.31; 0.43]	[0.33; 0.41]	[0.35; 0.39]
35	[0.24; 0.45]	[0.26; 0.44]	[0.28; 0.42]	[0.30; 0.40]	[0.31; 0.38]	[0.33; 0.37]
36	[0.23; 0.43]	[0.25; 0.41]	[0.26; 0.39]	[0.28; 0.38]	[0.30; 0.36]	[0.31; 0.34]
37	[0.22; 0.40]	[0.23; 0.39]	[0.25; 0.37]	[0.26; 0.36]	[0.28; 0.34]	[0.29; 0.32]
38	[0.20; 0.38]	[0.22; 0.36]	[0.23; 0.35]	[0.25; 0.33]	[0.26; 0.32]	[0.28; 0.31]
39	[0.19; 0.36]	[0.21; 0.34]	[0.22; 0.33]	[0.23; 0.32]	[0.25; 0.30]	[0.26; 0.29]
40	[0.18; 0.34]	[0.19; 0.32]	[0.21; 0.31]	[0.22; 0.30]	[0.23; 0.28]	[0.24; 0.27]
41	[0.17; 0.32]	[0.18; 0.30]	[0.19; 0.29]	[0.21; 0.28]	[0.22; 0.27]	[0.23; 0.25]
42	[0.16; 0.30]	[0.17; 0.29]	[0.18; 0.27]	[0.19; 0.26]	[0.21; 0.25]	[0.22; 0.24]
43	[0.15; 0.28]	[0.16; 0.27]	[0.17; 0.26]	[0.18; 0.25]	[0.19; 0.24]	[0.20; 0.23]
44	[0.14; 0.26]	[0.15; 0.25]	[0.16; 0.24]	[0.17; 0.23]	[0.18; 0.22]	[0.19; 0.21]
45	[0.13; 0.25]	[0.14; 0.24]	[0.15; 0.23]	[0.16; 0.22]	[0.17; 0.21]	[0.18; 0.20]
46	[0.12; 0.23]	[0.13; 0.22]	[0.14; 0.21]	[0.15; 0.20]	[0.16; 0.20]	[0.17; 0.19]
47	[0.12; 0.22]	[0.13; 0.21]	[0.13; 0.20]	[0.14; 0.19]	[0.15; 0.18]	[0.16; 0.18]
48	[0.11; 0.20]	[0.12; 0.20]	[0.13; 0.19]	[0.13; 0.18]	[0.14; 0.17]	[0.15; 0.17]
49	[0.10; 0.19]	[0.11; 0.18]	[0.12; 0.18]	[0.13; 0.17]	[0.13; 0.16]	[0.14; 0.16]
50	[0.10; 0.18]	[0.10; 0.17]	[0.11; 0.17]	[0.12; 0.16]	[0.12; 0.15]	[0.13; 0.15]
51	[0.09; 0.17]	[0.10; 0.16]	[0.10; 0.16]	[0.11; 0.15]	[0.12; 0.14]	[0.12; 0.14]
52	[0.09; 0.16]	[0.09; 0.15]	[0.10; 0.15]	[0.10; 0.14]	[0.11; 0.13]	[0.12; 0.13]
53	[0.08; 0.15]	[0.09; 0.14]	[0.09; 0.14]	[0.10; 0.13]	[0.10; 0.13]	[0.11; 0.12]
54	[0.08; 0.14]	[0.08; 0.14]	[0.09; 0.13]	[0.09; 0.12]	[0.10; 0.12]	[0.10; 0.11]
55	[0.07; 0.13]	[0.08; 0.13]	[0.08; 0.12]	[0.09; 0.12]	[0.09; 0.11]	[0.10; 0.11]
56	[0.07; 0.12]	[0.07; 0.12]	[0.08; 0.11]	[0.08; 0.11]	[0.09; 0.10]	[0.09; 0.10]
57	[0.06; 0.12]	[0.07; 0.11]	[0.07; 0.11]	[0.08; 0.10]	[0.08; 0.10]	[0.08; 0.09]
58	[0.06; 0.11]	[0.06; 0.10]	[0.07; 0.10]	[0.07; 0.10]	[0.08; 0.09]	[0.08; 0.09]
59	[0.06; 0.10]	[0.06; 0.10]	[0.06; 0.09]	[0.07; 0.09]	[0.07; 0.09]	[0.07; 0.08]

Продовження табл. 3.6

60	[0.05; 0.10]	[0.06; 0.09]	[0.06; 0.09]	[0.06; 0.09]	[0.07; 0.08]	[0.07; 0.08]
61	[0.05; 0.09]	[0.05; 0.09]	[0.06; 0.08]	[0.06; 0.08]	[0.06; 0.08]	[0.07; 0.07]
62	[0.05; 0.08]	[0.05; 0.08]	[0.05; 0.08]	[0.06; 0.07]	[0.06; 0.07]	[0.06; 0.07]
63	[0.04; 0.08]	[0.05; 0.08]	[0.05; 0.07]	[0.05; 0.07]	[0.06; 0.07]	[0.06; 0.06]

64	[0.04; 0.07]	[0.04; 0.07]	[0.05; 0.07]	[0.05; 0.07]	[0.05; 0.06]	[0.05; 0.06]
65	[0.04; 0.07]	[0.04; 0.07]	[0.04; 0.06]	[0.05; 0.06]	[0.05; 0.06]	[0.05; 0.06]
66	[0.04; 0.07]	[0.04; 0.06]	[0.04; 0.06]	[0.04; 0.06]	[0.05; 0.06]	[0.05; 0.05]
67	[0.03; 0.06]	[0.04; 0.06]	[0.04; 0.06]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.05]	[0.05; 0.05]
68	[0.03; 0.06]	[0.03; 0.06]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.05]
69	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.05]	[0.04; 0.04]
70	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.04; 0.04]	[0.04; 0.04]
71	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.05]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]
72	[0.02; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]
73	[0.02; 0.04]	[0.02; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.04]	[0.03; 0.03]
74	[0.02; 0.04]	[0.02; 0.04]	[0.02; 0.04]	[0.03; 0.03]	[0.03; 0.03]	[0.03; 0.03]
75	[0.02; 0.04]	[0.02; 0.04]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.03; 0.03]	[0.03; 0.03]
76	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.03; 0.03]
77	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]
78	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.02]
79	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]
80	[0.01; 0.03]	[0.02; 0.03]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]
81	[0.01; 0.03]	[0.01; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]
82	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]
83	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.02; 0.02]	[0.02; 0.02]
84	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.02; 0.02]
85	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]
86	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.01]
87	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
88	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
89	[0.01; 0.02]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
90	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
91	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
92	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]

Продовження табл. 3.6

93	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
94	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
95	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
96	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]

97	[0.00; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
98	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
99	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]
100	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.00; 0.01]	[0.01; 0.01]	[0.01; 0.01]

Таблиця 3.7.

Результати комп'ютерного дослідження методу параметричної ідентифікації дискретного представлення періодичної системи Моно

Структура моделі	$\begin{cases} y_{1,i+1} = y_{1,i} + h \left(A_1 \frac{y_{2,i}}{A_3 + y_{2,i}} - A_2 \right) y_{1,i}, \\ y_{2,i+1} = y_{2,i} - h \frac{y_{2,i}}{A_3 + y_{2,i}} y_{1,i}. \end{cases}$			
Точність моделі	30%	25%	20%	15%
Значення параметрів моделі	$A_1=0,795$ $A_2=0,207$ $A_3=3,121$	$A_1=0,708$ $A_2=0,232$ $A_3=2,471$	$A_1=0,688$ $A_2=0,230$ $A_3=2,705$	$A_1=0,863$ $A_2=0,245$ $A_3=3,099$
Часова складність реалізації методу	4,0	12,0	15,0	31,0

Результати розв'язування рівняння (3.29), побудованого за даними таблиці 3.6, із 15% точністю наведено на рис. 3.11. Отримані математичні моделі є адекватними, оскільки прогнозовані інтервали знаходяться в межах експериментальних, що у черговий раз підтверджує працездатність запропонованого методу та програмного забезпечення для його реалізації.

Тепер на основі результатів комп'ютерного моделювання, наведеного у таблицях 3.3, 3.5, 3.7, можемо провести аналіз обчислювальної складності алгоритму запропонованого у дисертації методу параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей динамічних систем.

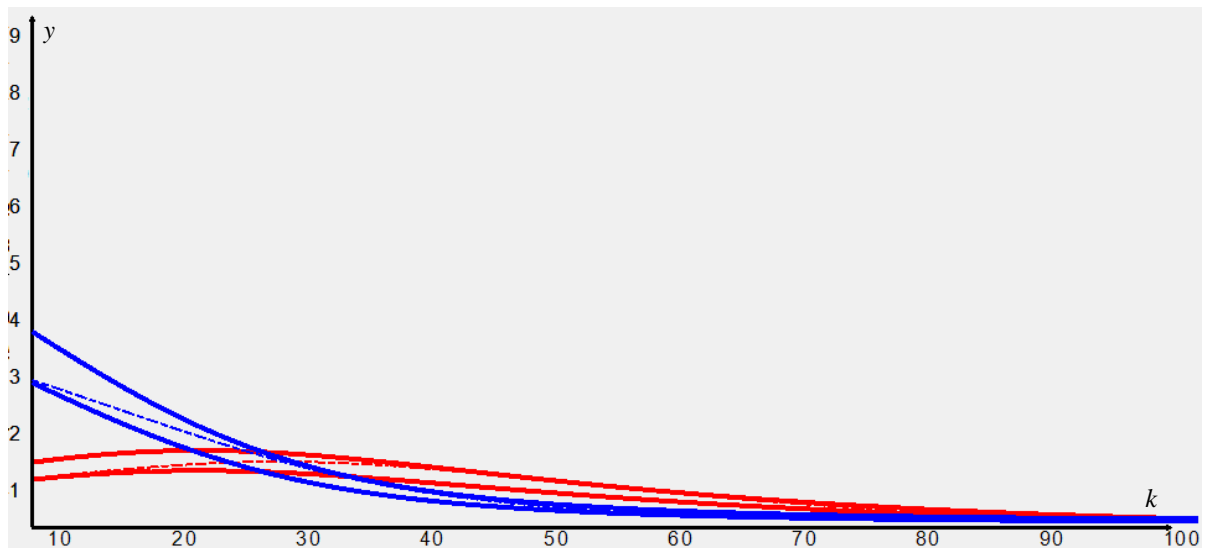


Рис.3.11. Інтервальні дискретні моделі на основі періодичної системи Моно

На рис. 3.12 узагальнено результати досліджень, представлених у таблицях 3.3, 3.5, 3.7.

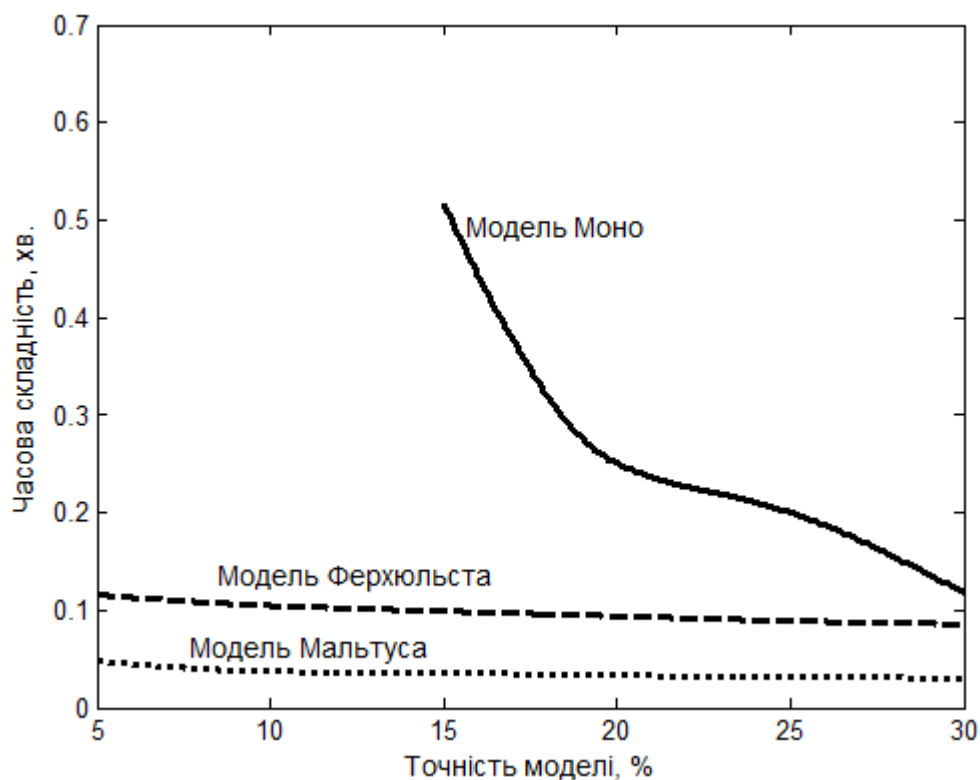


Рис.3.12. Залежності часової складності реалізації методу параметричної ідентифікації від складності та точності моделі

Як видно із рис. 3.12, часова складність розробленого в дисертаційній роботі методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем суттєвим чином

залежить від заданої точності моделі тільки для складних моделей. Для простих моделей така залежність не є відчутною.

Проведені дослідження розробленого в дисертації методу та алгоритму параметричної ідентифікації дискретних інтервальних моделей динамічних систем із настроюванням кроку дають можливість зробити такі висновки:

1) створений метод та його програмна реалізація є працездатними, тобто уможлиблює побудову адекватних моделей із заданою точністю (якщо вона існує в межах вибраної структури);

2) часова складність методу суттєво залежить від складності структури моделі;

3) для складних моделей спостерігається суттєве зростання часової складності у випадку підвищення вимог до точності моделі.

ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ

Розглянуто метод та алгоритм параметричної ідентифікації моделей динамічних систем із заданою точністю, за результатами спостережень за вихідною змінною з обмеженими за амплітудою похибками спостережень і при цьому отримано такі результати:

1. Вперше отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками, що уможливило побудову методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем із заданою точністю, яка безпосередньо пов'язана із точністю представлення вихідних змінних. Отримані вирази для допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи побудовано на лінійній залежності між змінними стану та вихідними змінними для трьох випадків: кількість вихідних змінних збігається з кількістю змінних стану; кількість вихідних змінних більша та менша від кількості змінних стану.

2. Удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю способом введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі у вигляді розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь, що уможливило по відношенню до існуючого методу підвищити його збіжність та знизити обчислювальну складність.

3. Із використанням запропонованого методу побудовано інтервальну дискретну динамічну модель реалізації хлібобулочної продукції. При цьому показано, що запропонований метод порівняно із відомим забезпечує вищу збіжність, меншу обчислювальну складність та знаходження допустимого прогнозованого коридору інтервальних моделей.

4. Проведено комп'ютерне моделювання, дослідження та підтвердження працездатності методу на прикладі побудови дискретних інтервальних моделей динаміки різної складності, відповідно із одним, двома та трьома параметрами та

для різних відсотків точності. За результатами комп'ютерного моделювання встановлено, що часова складність методу суттєво залежить від складності структури моделі, а для складних моделей спостерігається суттєве зростання часової складності у випадку підвищення вимог до точності моделі.

РОЗДІЛ 4

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ З ІНТЕРВАЛЬНОЮ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ У БІОГАЗОВИХ УСТАНОВКАХ ПЕРЕРОБКИ ОРГАНІЧНИХ ПОБУТОВИХ ВІДХОДІВ

Одною з основних проблем великих міст є вивезення та переробка органічних побутових відходів. Водночас органічні побутові відходи можуть бути не лише джерелом забруднення навколишнього середовища, але й джерелом відновлюваної енергії – біогазу (метану), який утворюється при анаеробному мікробіологічному бродінні. Крім того, у відбродженому субстраті зменшується доля твердих домішок і він може бути використаний як добриво при вирощуванні сільськогосподарських культур.

На сьогодні за рубежом широкого застосування набули біогазові установки, придатні для переробки органічних побутових відходів. Найбільшого поширення такі установки набули у Німеччині. Тільки у Баварії сьогодні функціонує більше тисячі таких установок, більшість з яких були побудовані за останні 10 років. В Україні нараховується декілька таких установок. Проте, у зв'язку із збільшенням органічних відходів у великих містах та із потребою розвитку відновлюваних джерел енергії, ця проблема для України залишається актуальною.

Основною компонентою біогазової установки є реактор, у який одноразово або неперервно завантажуються органічні побутові відходи та мікроорганізми, які здійснюють процес розкладання вуглеводів на простіші речовини, зокрема на біогаз. Процес переробки органічних побутових відходів вимагає задання температурних умов, управління біомасою та ін. За цих умов актуальною є організація оптимального управління, яке у свою чергу, базується на математичних моделях. Такі моделі, як правило, будуються на основі експериментальних даних, отриманих в умовах невизначеності. Аналіз невизначеності в таких процесах показав, що неточність експериментальних даних в основному зумовлена недотриманням технологічних вимог та похибками вимірювальних пристроїв, які для біогазових установок закордонного виробництва є визначальними. За цих умов природною є

інтервальна форма представлення експериментальних даних, які характеризують процеси анаеробного бродіння.

Аналіз літературних джерел [11, 97, 161] показує, що природною формою опису цих процесів є дискретні динамічні моделі, що базуються на рівняннях Моно та на їх численних модифікаціях.

Із вищевикладеного випливає, що для управління процесами переробки органічних побутових відходів та вироблення біогазу в біогазових установках актуальною є задача математичного моделювання цих процесів на основі інтервальних даних. Розв'язання даної задачі сприятиме розвитку систем відновлювальної енергетики в Україні та вирішенню проблем з утилізацією органічних побутових відходів великих міст.

У цьому розділі дисертаційної роботи розглядається актуальна задача моделювання процесів анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, розв'язання якої ґрунтується на розроблених у другому та третьому розділах дисертаційної роботи методах ідентифікації дискретних динамічних систем на основі інтервальних даних. Усі наукові та практичні результати даного розділу отримані та опубліковані автором у працях [86, 138]

4.1 Особливості експериментального дослідження процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічного побутових відходів у біогазових установках

Основним продуктом, який виникає у результаті переробки органічного побутових відходів в біогазовій установці, є біогаз, який включає до 85% горючого метану CH_4 . Перші дослідження біогазу здійснював італійський дослідник Олександро Вольта ще у 1770 р. Відомий французький бактеріолог Пастер в 1884 р. практично створив першу біогазову установку і виділив біогаз із органічних відходів. Проте першу біогазову установку було створено в місті Бомбей (Індія) у 1897 р.

Найбільш бурхливого розвитку біоенергетика набула у Німеччині, де у 1906 р. Імхоффом була створена перша біогазова установка. Проте у 70-х роках, внаслідок

здешевлення енергоносіїв, розвиток біоенергетики дещо сповільнився. Останніх 10 років зацікавленість до відновлювальних джерел енергетики, яким є біоенергетика, суттєво зріс. Як результат – на сьогоднішній день у Німеччині нараховується понад 4 тисячі біогазових установок, без урахування малопотужних, що використовуються у невеликих фермерських господарствах. Одним з основних виробників таких установок є Німецька фірма ZORG.

Усі біогазові установки поділяють на два типи: з періодичним та неперервним завантаженням органічних відходів. У біогазовій установці з періодичним завантаженням органічних відходів процес анаеробного бродіння від початку до завершення здійснюється без додавання органічних відходів без змінних технологічних умов. Натомість, у біогазових установках з неперервним завантаженням маса органічного побутових відходів підтримується на незмінному рівні за рахунок управління завантаженням реактора органічними відходами та підтриманням відповідного рівня концентрації мікроорганізмів у реакторі. На рисунку 4.1 зображено схему біогазової установки із неперервним завантаженням органічного побутових відходів, де 1 – отримувач органічного побутових відходів, 2 – водонагрівний котел, 3 – бункер завантаження, 4 – реактор, 5 – водяний затвор, 6 – запобіжний клапан, 7 – манометр електроконтактний, 8 – компресор, 9 – мішалка газова, 10 – накопичувач, 11 – сховище для органічних добрив, 12 – відвід труби для завантаження в транспорт, 13 – газгольдер, 14 – газовий редуктор.

Такі установки відзначаються високою ціною та складністю організації процесів управління і в основному використовуються для вироблення біогазу з органічної маси, спеціально вирощеної для цих цілей.

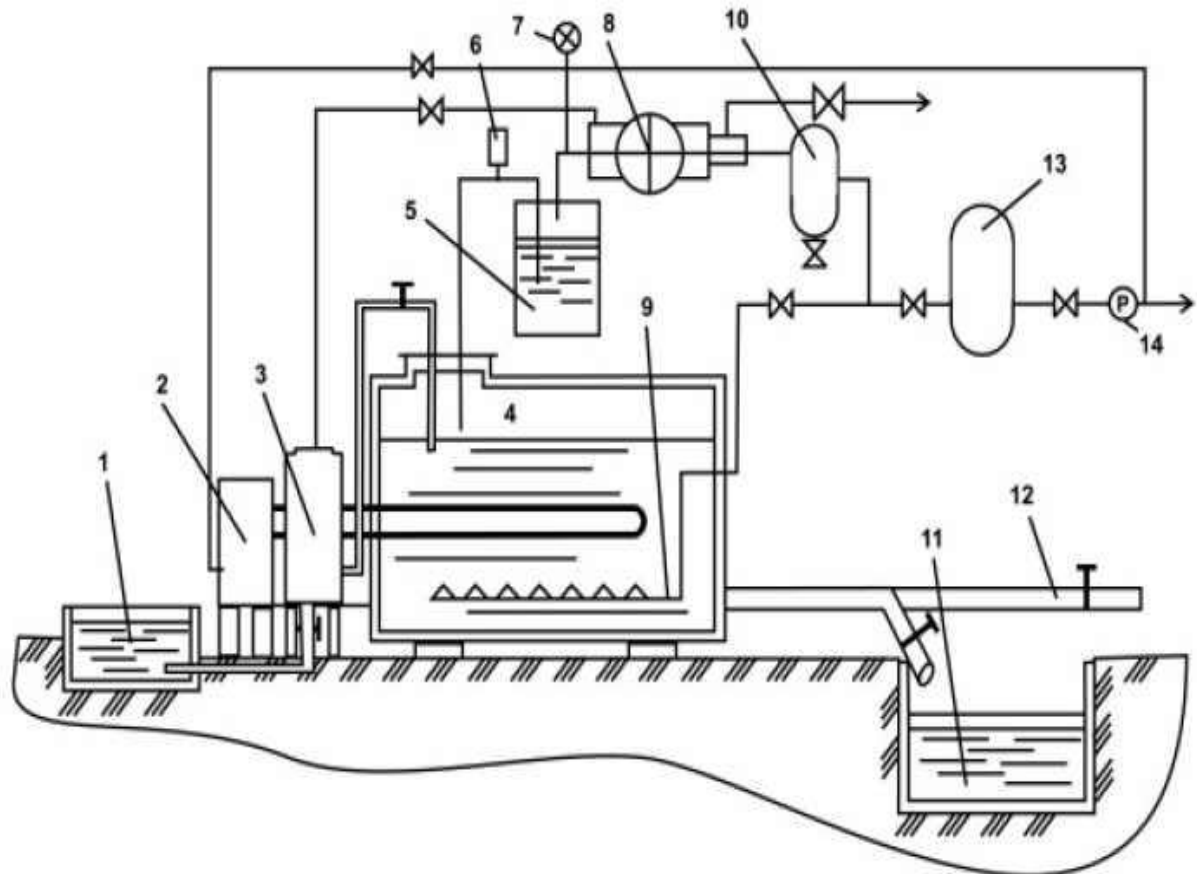


Рис. 4.1 Приклад схеми біогазової установки
із неперервним завантаженням

У дисертаційній роботі моделювання процесів анаеробного бродіння органічних побутових відходів здійснювалося на основі даних, отриманих з біогазової установки з періодичним завантаженням. Схему такої установки наведено на рис. 4.2, де 1 – котел водонагрівний, 2 – бункер завантаження, 3 – пристрій перемішування, 4 – реактор, 5 – водяний затвор, 6 – газовідвід, 7 – вивантажувальний бункер, 8 – сховище для органічних добрив, 9 – вивантажувальна труба.

У реактор завантажуються органічні відходи, а також відповідний об'єм популяції мікроорганізмів. Мікроорганізми під час бродіння розщеплюють органічні речовини, утворюючи мікробіологічну біомасу та інші прості речовини включно з водою, двоокисом вуглецю та метаном. Такий процес відбувається практично за відсутності кисню. Отриманий біогаз, до 85% складу якого становить метан, піднімається у верхню частину реактора і збільшення його об'єму створює тиск, що

приводить до відкриття спеціального клапана і заповнення біогазом балона, який знаходиться ззовні реактора.

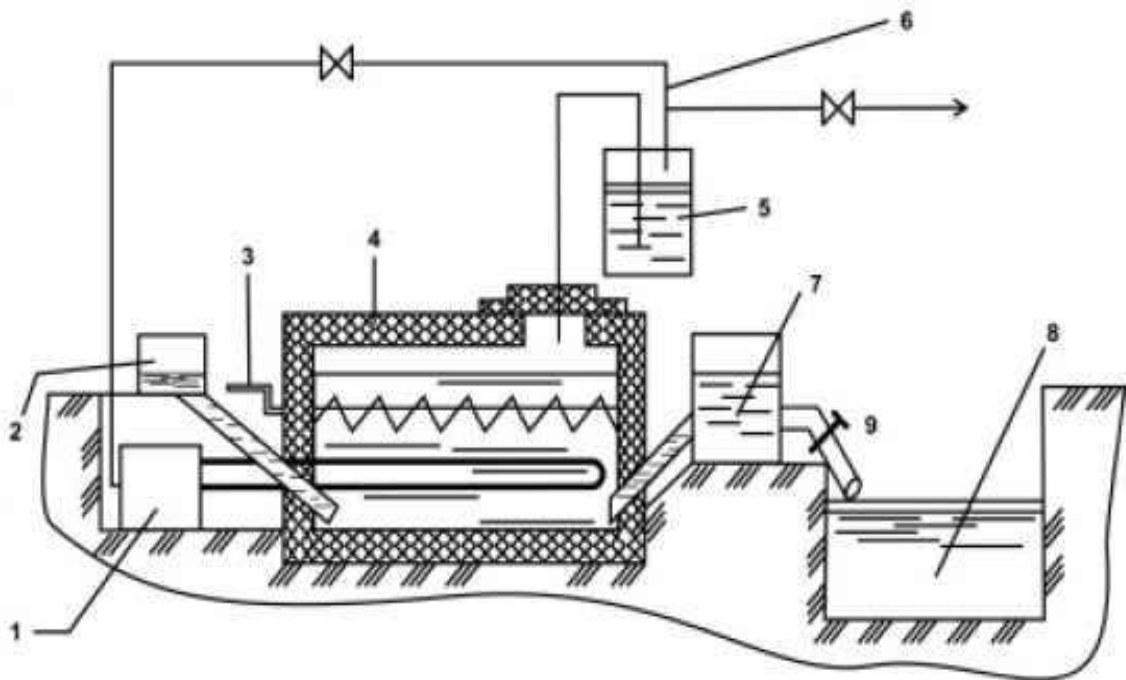


Рис. 4.2 Схема біогазової установки із періодичним завантаженням

Далі отриманий газ використовується як джерело відновлюваної енергії. Процес бродіння органічних побутових відходів у такому реакторі продовжується до повного його розкладання протягом переважно від 60 до 180 діб, залежно від технологічних умов, розміру біогазової установки, температурних режимів, тощо.

У результаті бродіння крім біогазу утворюється вуглекислий газ, який споживається рослинами, та відброджений субстрат, що є якісним органічним добривом. Після завершення процесу бродіння одержаний субстрат вивантажується із реактора, а на його місце завантажується нова частка органічних побутових відходів.

Практична відсутність в Україні біогазових установок, орієнтованих на переробку органічних побутових відходів, унеможливує проведення натурних експериментів з метою моделювання цих процесів. На сьогодні в Україні існує ряд біогазових установок, орієнтованих на переробку відходів тваринництва. Зокрема

такі біогазові установки з 1984 року успішно функціонують в Київській області. Водночас в Україні існує зацікавленість в створенні таких біогазових установок, особливо разом із відкриттям заводів із сортування і переробки побутових відходів. Така зацікавленість, зокрема, є у міської адміністрації міста Тернополя. Кількісне обґрунтування щодо створення біогазових установок для переробки побутових відходів в містах можна здійснити на основі математичного моделювання процесів переробки побутових відходів та вироблення біогазу із застосуванням експериментальних даних, отриманих на діючих біогазових установках вказаного типу, наведених у працях [86; 138].

Проведений аналіз цих експериментальних даних уможливив встановити, що основними похибками при їх отриманні є вимірювальні, обмежені за амплітудою похибки, які сягають 5%. Також спостерігається несуттєвий вплив похибок, пов'язаних з порушенням технологічних умов для біогазових установок з періодичним завантаженням органічних побутових відходів. Зокрема, температура оточуючого середовища, за якого отримувалися експериментальні дані, змінювалася в межах від 18 до 30°C. При цьому в реактор завантажувалися мезофільні штами бактерій, для яких оптимальним температурним режимом є 25-45°C. Слід зауважити, що коливання температури від 2 до 5°C для цих бактерій практично не впливає на процес їхнього розмноження.

Досліджувався процес бродіння від початку завантаження органічних побутових відходів протягом 60 днів. Вимірювання маси мікроорганізмів та маси органічних побутових відходів здійснювалося вимірювальними засобами з відносною похибкою вимірювань до 5%.

Процес отримання вихідних змінних побудуємо на основі результатів третього розділу дисертації у вигляді моделі з обмеженою за амплітудою адитивною похибкою :

$$\bar{y}_{k+1} = C \cdot \bar{x}_{k+1} + \bar{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (4.1)$$

де $\bar{x}_{k+1} = (x_{1,k+1}, x_{2,k+1})^T$ – вектор змінних стану системи (маси мікроорганізмів, маси побутових відходів) в $k+1$ -й дискретний момент часу; $\bar{y}_{k+1} = (y_{1,k+1}, y_{2,k+1})^T$ – вектор

вимірних значень „виходів” (маси мікроорганізмів, маси побутових відходів); C – квадратна (2×2) матриця виходів, вигляд якої наведено у праці [49]; $\vec{e}_{k+1} = (e_{1,k+1}, e_{2,k+1})^T$ – вектор обмежених за амплітудою похибок.

З урахуванням 5% похибки в каналі вимірювання:

$$|e_{1,k+1}| \leq 0,05 \cdot y_{1k+1}, |e_{2,k+1}| \leq 0,05 \cdot y_{2k+1}, \forall k = 1, \dots, 20,$$

на основі результатів праці [49] та перетворення, отриманого із (4.1) у вигляді

$$\begin{pmatrix} [z_{1,k+1}] \\ [z_{2,k+1}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+] \\ [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+] \end{pmatrix} = C^{-1} \begin{pmatrix} [y_{1k+1} - 0,05 y_{1k+1}; y_{1k+1} + 0,05 y_{1k+1}] \\ [y_{2k+1} - 0,05 y_{2k+1}; y_{2k+1} + 0,05 y_{2k+1}] \end{pmatrix}$$

отримаємо таблицю 4.1. експериментальних даних.

Слід зауважити, що в таблиці наведено концентрації мікробіологічної маси в одиниці об'єму та приведено до одиниці об'єму концентрацію органічного побутових відходів у реакторі.

Таблиця 4.1.

Оцінки вимірних значень концентрацій мікробіологічної маси
та маси органічних побутових відходів

Номер дискрети k	доба t	$z_{1,k+1}^-$	$z_{1,k+1}^+$	$z_{2,k+1}^-$	$z_{2,k+1}^+$
0	0,000	0,950	1,050	9,500	10,500
1	3,000	1,186	1,311	9,423	10,415
2	6,000	1,475	1,631	9,327	10,308
3	9,000	1,828	2,021	9,207	10,176
4	12,000	2,255	2,492	9,059	10,013
5	15,000	2,765	3,056	8,878	9,812
6	18,000	3,365	3,719	8,656	9,567
7	21,000	4,059	4,486	8,387	9,270
8	24,000	4,844	5,354	8,065	8,914
9	27,000	5,708	6,309	7,683	8,492
10	30,000	6,626	7,323	7,237	7,999
11	33,000	7,558	8,353	6,724	7,431

12	36,000	8,451	9,341	6,145	6,791
13	39,000	9,244	10,217	5,505	6,085
14	42,000	9,868	10,907	4,816	5,322
15	45,000	10,267	11,348	4,091	4,521
16	48,000	10,401	11,496	3,349	3,702
17	51,000	10,257	11,336	2,613	2,888
18	54,000	9,851	10,888	1,902	2,103
19	57,000	9,228	10,200	1,246	1,377

У таблиці 4.1 прийнято такі позначення: t – часова дискрета з інтервалом 3 дні; $[z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+]$, $[z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+]$ – відповідно інтервальні оцінки вимірної маси мікроорганізмів та маси побутових відходів.

4.2 Обґрунтування вибору структури математичної моделі

Математичному моделюванню процесу утворення біогазу присвячено ряд робіт. Ці моделі відрізняються як набором змінних стану, що враховані при їх побудові, так типом і порядком рівнянь, на яких вони базуються. Найпростіші моделі [160] побудовані на базі алгебраїчних рівнянь, що дозволяють прогнозувати динаміку утворення метану. Однак ці прості моделі дають не завжди адекватний прогноз, оскільки їхні рівняння ґрунтуються на емпіричних співвідношеннях, виведених для конкретних умов. Коли процес виходить за межі дії цих умов, прогноз моделей втрачає сенс.

Складніші моделі побудовані як на основі задач Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь, так і на основі початково-крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних. Останні описують не тільки динаміку кількості речовин, але й їхній просторовий розподіл. Ці складніші моделі ґрунтуються на фундаментальних дослідженнях біохімічних реакцій і містять більше змінних стану, тому їхній прогноз є адекватним на широкій області зміни умов процесу [138]. Проте, незважаючи на свою універсальність, сфера застосування складних моделей обмежена. Це пов'язано з тим, що задача їхньої

ідентифікації є дуже складною і розв'язана лише в лабораторних умовах. Тому зазначені моделі потребують доопрацювання для моделювання промислових технологічних процесів, які характеризуються суттєвішою невизначеністю.

Згідно з [138] стан ізотермічного процесу бродіння побутових відходів можна описати задачею Коші для автономної системи нелінійних диференціальних рівнянь Моно (Monod) вигляду:

$$\begin{cases} X'(t) = \left(A_1 \frac{S(t)}{A_2 + S(t)} - A_3 \right) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1'(t) = A_5 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_1(t)}{P_{1,\max}} \right), \\ P_2'(t) = A_6 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_2(t)}{P_{2,\max}} \right), \end{cases} \quad (4.2)$$

$$X(0) = X_0 > 0, \quad S(0) = S_0 > 0, \quad P_1(0) = P_2(0) = 0, \quad (4.3)$$

де $X(t)$ – маса мікробіологічної біомаси, $S(t)$ – маса органічних побутових відходів, $P_1(t)$ – маса метану, $P_2(t)$ – маса відбродженого субстрату (органічного добрива), $P_{1,\max}$ – максимальна маса метану, $P_{2,\max}$ – максимальна маса відбродженого субстрату, $A_1 - A_6 \geq 0$ – коефіцієнти.

Динаміка кількості побутових відходів $S(t)$ залежить від багатьох входів, які в автономній моделі враховуються в коефіцієнтах $A_1 - A_8 \geq 0$. До цих входів, згідно з [138], слід віднести тривалість гідравлічного відставання (hydraulic retention time), початкову концентрацію летючих твердих домішок (initial volatile solids concentration), швидкість росту біомаси, об'єм реактора, швидкість потоку сміттевої суміші та швидкості проходження біохімічних реакцій. Останні залежать від температури, тиску і лужності середовища в реакторі.

Слід зауважити, що описану систему Моно (4.2) переважно використовують для процесів бродіння загалом, без урахування специфіки органічних відходів.

Як видно з табл. 4.1, динамічний процес зміни маси мікробіологічної біомаси є наростальним на проміжку до 40 днів. Причому інтенсивність наростання далі сповільнюється, а після 45 днів за рахунок обмеженості поживних речовин в середовищі бродіння маса мікроорганізмів зменшується. Такий процес складно описати рівнянням

$$X'(t) = \left(A_1 \frac{S(t)}{A_2 + S(t)} - A_3 \right) X(t), \quad (4.4)$$

у випадку, коли коефіцієнт A_2 виявиться достатньо малим порівняно із значенням маси органічних побутових відходів, оскільки вказане рівняння практично перетворюється в лінійне диференціальне рівняння. Водночас суттєва зміна мікробіологічної маси, як впливає з табл. 4.1, у певних межах мало впливає на динаміку процесу зменшення маси органічних побутових відходів, оскільки природний процес його розщеплення призводить до повного перетворення цієї маси у відроджений субстрат.

Виходячи з вищевикладеного, а також з урахуванням того, що диференціальне рівняння, яке описує процес часової динаміки мікробіологічної біомаси, за малого значення коефіцієнта A_2 перетворюється в лінійне диференціальне рівняння, непридатне для опису складного процесу, при виборі структури моделі було запропоновано вилучити знаменник рівняння (4.4) і модифікувати систему Моно (4.2) до такого вигляду:

$$\begin{cases} X'(t) = (A_1 S(t) - A_3) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t) X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1'(t) = A_5 \frac{S(t) X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_1(t)}{P_{1,\max}} \right), \\ P_2'(t) = A_6 \frac{S(t) X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_2(t)}{P_{2,\max}} \right). \end{cases} \quad (4.5)$$

Враховуючи, що при описі процесу бродіння більшою мірою актуальним є оцінки кінцевих мас продуктів реакції $P_1(t)$, $P_2(t)$, а не їхня динаміка, а також те, що

маси продуктів не входять в перші два рівняння системи (4.5), то, користуючись умовою (4.3) і постійністю коефіцієнтів A_5 та A_6 для автономних систем, третє та четверте диференціальні рівняння системи можна з достатньою точністю наблизити алгебричними співвідношеннями:

$$\begin{cases} P_1(t) = P_{1,\max} (S_0 - S(t)) / S_0, \\ P_2(t) = P_{2,\max} (S_0 - S(t)) / S_0. \end{cases}$$

В результаті цього система (4.5) набуде вигляду:

$$\begin{cases} X'(t) = (A_1 S(t) - A_3) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t) X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1(t) = P_{1,\max} (S_0 - S(t)) / S_0, \\ P_2(t) = P_{2,\max} (S_0 - S(t)) / S_0. \end{cases} \quad (4.6)$$

Після дискретизації моделі (4.6) за явною схемою Ейлера отримаємо:

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + h(A_1 S_k - A_3) X_k, \\ S_{k+1} = S_k - h A_4 \frac{S_k X_k}{A_2 + S_k}, \\ P_{1,k} = P_{1,\max} (S_0 - S_k) / S_0, \\ P_{2,k} = P_{2,\max} (S_0 - S_k) / S_0. \end{cases} \quad (4.7)$$

Отже, структура дискретної динамічної моделі процесу переробки органічних побутових відходів набула вигляду (4.7). Невідомими у цій системі рівнянь є параметри A_1, A_2, A_3, A_4 .

Для ідентифікації параметрів цієї системи використовуватимемо експериментальні дані, наведені в табл.4.1, та розроблений в дисертаційній роботі і описаний в підрозділі 2.3 метод ідентифікації параметрів дискретних динамічних систем, а також алгоритм настроювання, наведений в підрозділі 2.4.

4.3 Інтервальна дискретна динамічна модель процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічних побутових відходів

Введемо такі позначення оцінок змінних стану системи дискретних рівнянь динаміки (4.7): $\hat{x}_{1,k} = X_k$, $\hat{x}_{2,k} = S_k$, $\hat{x}_{3,k} = P_{1,k}$, $\hat{x}_{4,k} = P_{2,k}$ та, $\hat{x}_{3,\max} = P_{1,\max}$.
 $\hat{x}_{4,\max} = P_{2,\max}$

Задамо умови забезпечення прогнозу інтервальних оцінок мікробіологічної маси та маси органічного побутових відходів в процесі переробки в заданих межах, визначених похибками спостережень за вихідними змінними:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}] = [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] \subseteq [z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}] = [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] \subseteq [z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+], \end{cases} \quad (4.8)$$

де $k = 0, \dots, 20$ – часові дискрети.

Користуючись рівняннями системи (4.7) запишемо загальний вигляд шуканих моделей, тобто системи рівнянь, за якими прогнозуватимемо інтервальні оцінки маси органічних побутових відходів, маси мікроорганізмів, маси біогазу та відбродженого субстрату:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = (1 + h \cdot (A_1 \cdot [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - A_3)) \cdot [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - h \cdot A_4 \cdot \frac{[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \cdot [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}, \\ [\hat{x}_{3,k+1}^-; \hat{x}_{3,k+1}^+] = [\hat{x}_{3,\max}^-] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+], \\ [\hat{x}_{4,k+1}^-; \hat{x}_{4,k+1}^+] = [\hat{x}_{4,\max}^-] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]. \end{cases} \quad (4.9)$$

Тепер для цієї моделі необхідно ідентифікувати невідомі параметри A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , виходячи з умов (4.8). Загальний вигляд інтервальних алгебричних рівнянь для ідентифікації вказаних параметрів матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,k+1}^- \leq (1 + h(A_1[\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - A_3)) \cdot [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \leq z_{1,k+1}^+, \\ z_{2,k+1}^- \leq [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \cdot [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]} \leq z_{2,k+1}^+, \end{cases} \quad k = 0, \dots, 20 \quad (4.10)$$

На основі структури рівнянь (4.10) та результатів таблиці 4.1, користуючись схемою, наведеною у параграфі 2.2, складемо інтервальну систему. При цьому за початкові умови покладемо задані інтервальні оцінки маси мікроорганізмів $[\hat{x}_{1k=0}]$ та маси завантажених в реактор побутових відходів $[\hat{x}_{2k=0}]$, вибрані згідно з умовами (4.8) і дані таблиці 4.1 (стрічка для $k=0$), тобто:

$$0,95 \leq [\hat{x}_{1k=0}] \leq 1,05; 9,5 \leq [\hat{x}_{2k=0}] \leq 10,5.$$

Отже, отримана ІСНАР загалом включає 40 інтервальних рівнянь.

Як відомо, з результатів досліджень, наведених в підрозділі 2.2, вказана система є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь.

Для ілюстрації складності цієї системи наведемо перших шість рівнянь:

Рівняння стану двох основних змінних (x_1, x_2) системи (4.10) для двох перших часових дискрет мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} z_{1,1}^- &\leq \left(1 + h(A_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - A_3)\right) \cdot [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,1}^+, \\ z_{2,1}^- &\leq [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} \leq z_{2,1}^+, \\ z_{1,2}^- &\leq [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + 2hA_1[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - 2hA_3[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] + \\ &+ h^2 A_1^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]^2 - 2h^2 A_1 A_3 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] + \\ &+ \left(h^3 A_1 A_3 A_4 - h^2 A_1 A_4\right) \frac{[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]^2 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - \\ &- h^3 A_1^2 A_4 \frac{[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]^2 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]^2}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} + h^2 A_3^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,2}^+, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{2,2}^- &\leq [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - \\
&\quad - \frac{hA_4}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])} \times \\
&\quad \times ([\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]^2 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]) + \\
&\quad + hA_1 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]^2 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] - hA_3 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \\
&\quad - h^2 A_1 A_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]^2 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]) + \\
&\quad + h^2 A_3 A_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]^2 [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])) \leq z_{2,2}^+,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{1,3}^- &\leq \left(1 + h(A_1([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}) - \right. \\
&\quad \left. - hA_4(1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3) \cdot [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+]) \times \right. \\
&\quad \left. \times \left([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{(A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])^2} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \frac{1}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 + [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - A_3 \right) \times \\
&\quad \times (1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{h^2 A_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - hA_3) \times \\
&\quad \times (1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3) [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \leq z_{1,3}^+,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{2,3}^- &\leq [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - hA_4(1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3) \times \\
&\quad \times [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \frac{[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])} - \\
&\quad - hA_4(1 + hA_1([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4 [\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]} - A_3) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3)[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}) - \\
& - hA_4(1 + hA_1[\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3)[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}) \times \\
& \times \frac{1}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])} \times \\
& \times \frac{1}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])} - hA_4(1 + hA_1 \times \\
& \times [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_3)[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - \frac{hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+]}) \times \\
& \times \frac{1}{A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - hA_4[\hat{x}_{1,0}^-; \hat{x}_{1,0}^+] \cdot [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] / (A_2 + [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+])} \leq z_{2,3}^+.
\end{aligned}$$

Розв'язком отриманої системи є вектор параметрів моделі процесу переробки органічних відходів: $\vec{A} = (A_1, A_2, A_3, A_4)$.

Для знаходження одного розв'язку отриманої ІСНАР використовувався алгоритм, описаний у підрозділі 2.3. Програмне забезпечення для реалізації вказаного алгоритму створено на основі UML-діаграм, наведених у додатку А і виконано на мові програмування С#. Час розв'язання отриманої ІСНАР на ПК із характеристиками: процесор Celeron – 2,6 ГГц, об'єм ОЗП – 1Гб – склав 22 хв. Крок дискретизації $h=0,01$.

Один з розв'язків, який забезпечує виконання умов (4.8), отриманої системи є вектор параметрів моделі процесу переробки органічних відходів:

$$(A_1, A_2, A_3, A_4) = (3,862; 0,974; 13,965; 8,803).$$

Динаміку отримання біогазу (метану) та відбродженого субстрату отримаємо із рівнянь:

$$\begin{cases}
[x_{3,k+1}^-; \hat{x}_{3,k+1}^+] = [\hat{x}_{3,\max}] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \\
[\hat{x}_{4,k+1}^-; \hat{x}_{4,k+1}^+] = [\hat{x}_{4,\max}] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+].
\end{cases}$$

При цьому інтервальні оцінки максимальних мас біогазу та відбродженого субстрату обчислюємо з урахуванням максимальної питомої маси утворення метану, молярних мас глюкози та метану, а також із урахуванням інтервалу виходу [10;20]

∂m^3 біогазу на 1 ∂m^3 субстрату та залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах за формулами:

$$[\hat{x}_{3,\max}] = [10;20] \cdot [\hat{x}_{2k=0}],$$

$$[\hat{x}_{4,\max}] = 0,8103 \cdot [\hat{x}_{2k=0}] + [\hat{x}_{1k=0}].$$

В результаті ідентифікації дискретну модель динаміки процесу переробки органічного побутових відходів отримано у такому вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = (1 + 0,01 \cdot (3,862 \cdot [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - 13,965)) \cdot [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - 0,01 \cdot 8,803 \cdot \frac{[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \cdot [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}{0,974 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]} \\ [\hat{x}_{3,k+1}^-; \hat{x}_{3,k+1}^+] = [10;20] \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) \\ [\hat{x}_{4,k+1}^-; \hat{x}_{4,k+1}^+] = (0,8103 \cdot [\hat{x}_{2k=0}^-] + [\hat{x}_{1k=0}^-]) \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] \end{cases} \quad (4.11)$$

Результати прогнозування на основі отриманої моделі наведено на рис. 4.3–4.6. Зокрема, на рис. 4.3 наведено динаміку зменшення неперевроджених органічних побутових відходів, а рис. 4.4 ілюструє динаміку зміни концентрації мікроорганізмів.

Як видно із рис.4.3 – 4.4, коридори побудованих інтервальних моделей перебувають в межах експериментальних, що підтверджує адекватність побудованих моделей із заданою точністю, яка не виходить за межі 5% відносної похибки.

Створені моделі уможливають дослідження процесів переробки органічних побутових відходів. Зокрема, вони придатні для розв'язання задач організації управління вказаними процесами, не тільки з метою знаходження високоефективних режимів мінімізації побутових відходів, але й для забезпечення максимального виходу біогазу та високоякісного органічного добрива.

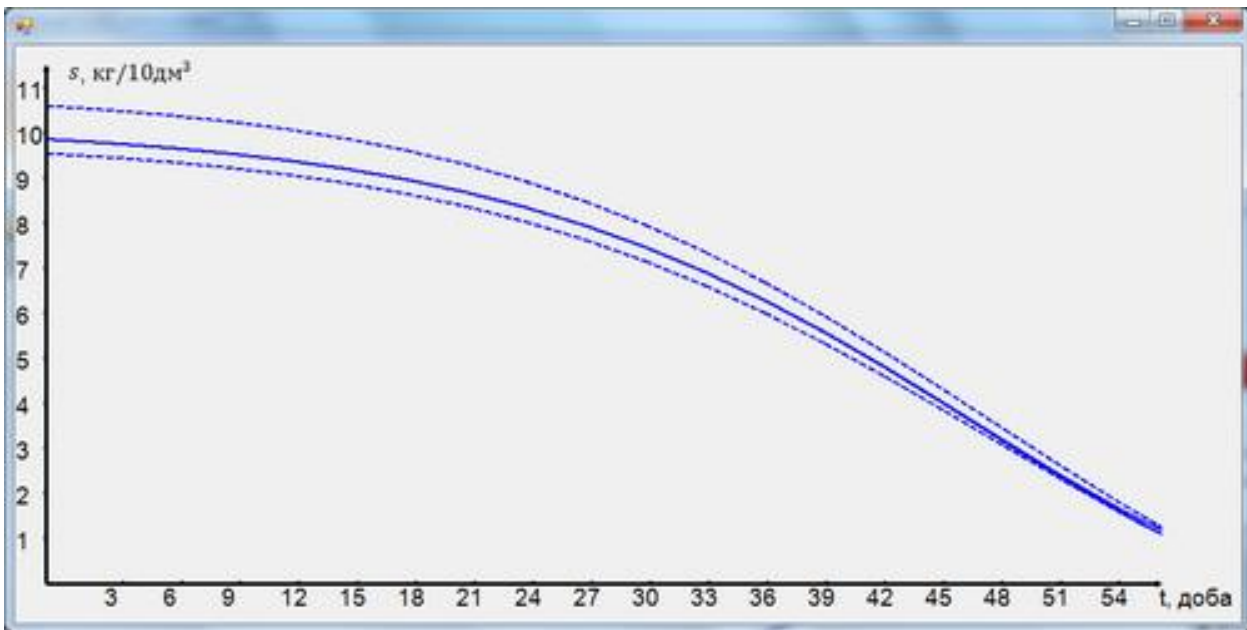


Рис.4.3. Коридор динаміки маси органічного побутових відходів в реакторі

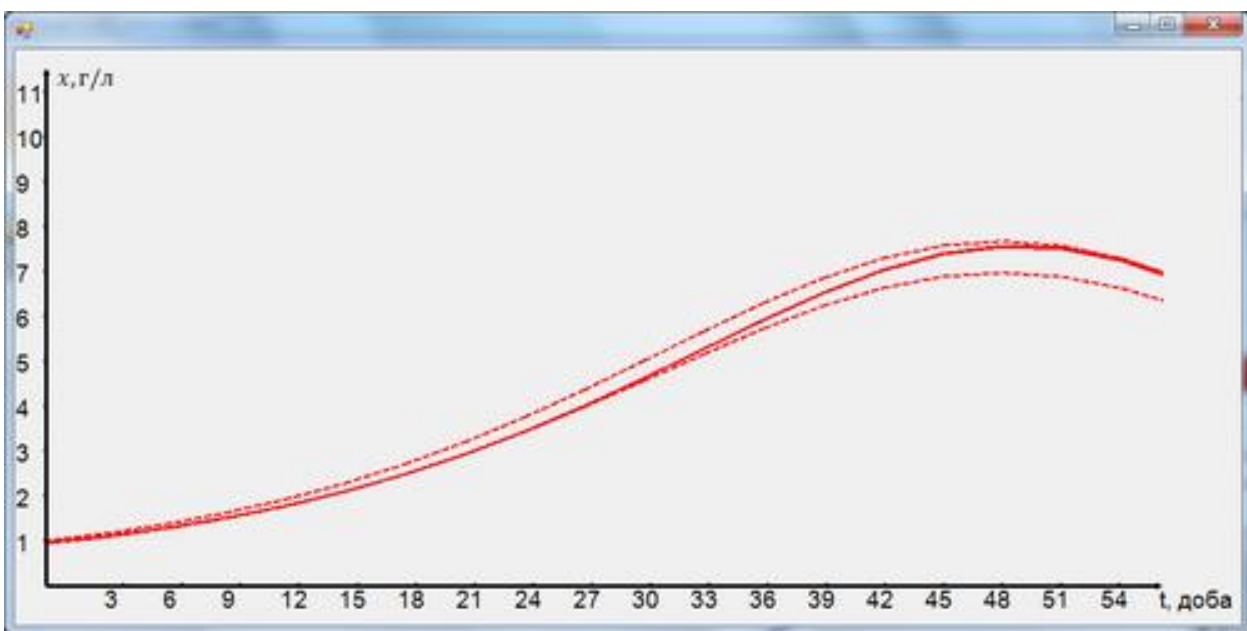


Рис.4.4. Коридор динаміки мікробіологічної маси мікроорганізмів в реакторі

Динаміку збільшення об'єму біогазу та відбродженого субстрату наведено на рис. 4.5. та 4.6.

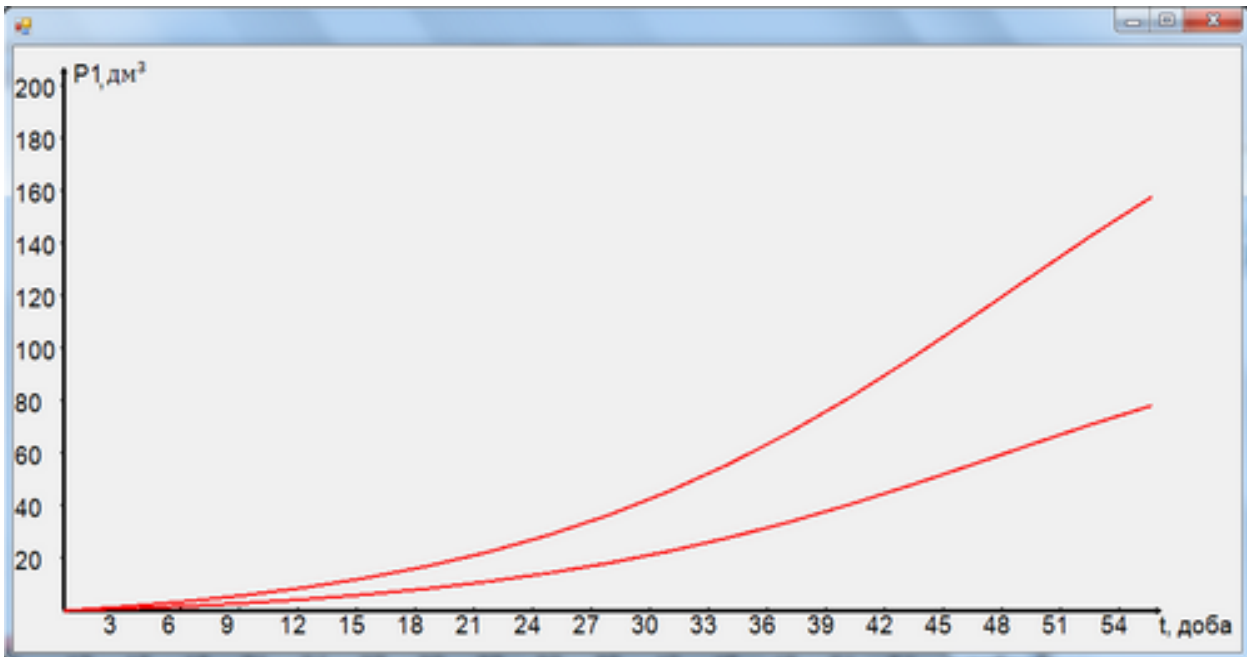


Рис.4.5. Динаміка накопичення отриманого в реакторі біогазу

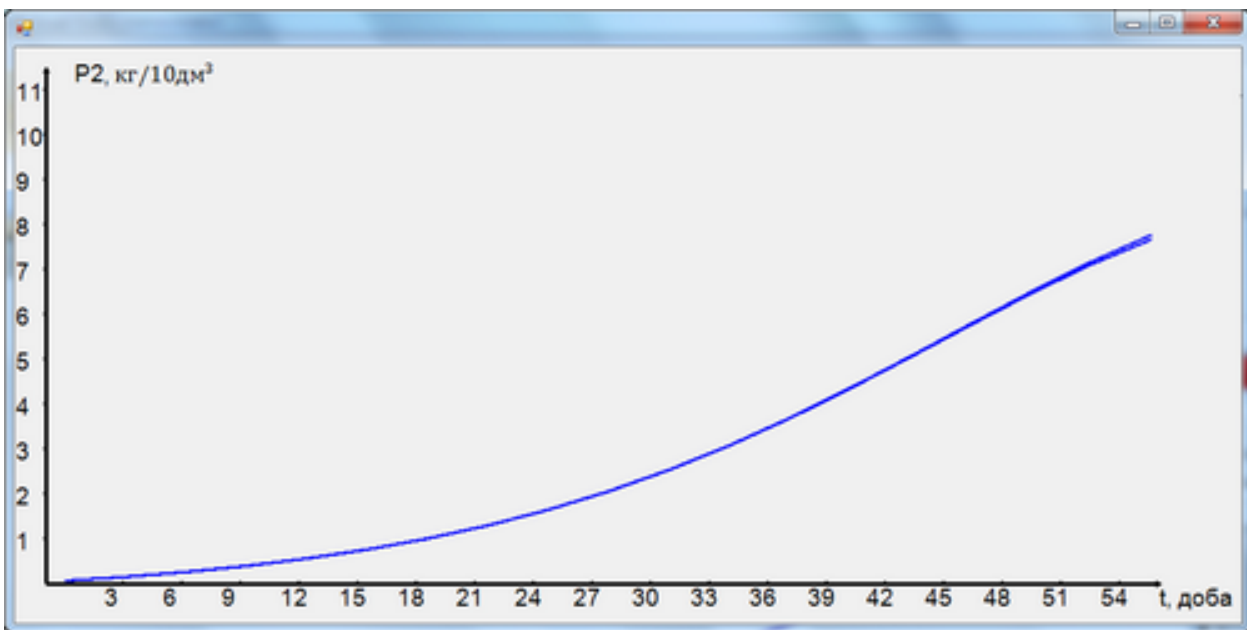


Рис.4.6. Динаміка наростання об'єму відбродженого субстрату

Результати проведених досліджень запропоновано до впровадження при створенні заводу для переробки органічних побутових відходів у місті Тернополі, що засвідчено актом про впровадження.

ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ

Розглянута задача побудови моделей процесів переробки органічного побутових відходів за умов обмежених за амплітудою похибок вимірювань параметрів стану технологічного процесу, як задача ідентифікації дискретних динамічних процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установка переробки органічного побутових відходів. При цьому отримано такі нові наукові та практичні результати:

1. Запропоновано та обгрунтовано структуру різницевих рівнянь для побудови моделей процесів переробки органічних побутових відходів у біогазових установках, яка описує динаміку маси органічних побутових відходів та масу мікробіологічних організмів у реакторі, динаміку маси виробленого біогазу та відбродженого субстрату. Обгрунтовано структуру дискретних рівнянь динаміки базується на модифікованих диференціальних рівняннях Моно.

2. Вперше для ідентифікації модифікованих систем Моно, що описують процеси бродіння органічних побутових відходів використано критерій забезпечення заданого коридору прогнозування на основі цих моделей, що дозволило звести дану задачу до розв'язання інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь і тим самим уникнути розв'язання складної оптимізаційної задачі параметричної ідентифікації на основі багатоекстремальної функції цілі та використання алгоритмів з низькою збіжністю.

3. На основі розроблених в дисертаційній роботі методів ідентифікації параметрів дискретних динамічних процесів з інтервальною невизначеністю, вперше створено адекватні інтервальні дискретні моделі процесів переробки органічних побутових відходів, які забезпечують коридори прогнозування характеристик процесу із заданою точністю в межах похибок в експериментальних даних.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розглянута актуальна наукова задача створення методів та алгоритмів параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними. При її розв'язуванні отримані такі наукові та практичні результати.

1. Проведено аналіз хіміко-технологічних систем та процесів, зокрема у біогазових установках, які можуть бути описані дискретними динамічними нелінійними моделями у просторі змінних стану і враховуючи опосередковане спостереження та збір експериментальних даних, через інші фізичні параметри показано, що в описаному класі систем доцільно розглядати задачу ідентифікації нелінійних дискретних моделей, що оцінюють стан системи із точністю, яка не поступається точності вимірювань. Для розв'язування даної задачі обґрунтовано створення на базі теоретико-множинного та інтервального підходів методу параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними.

2. Вперше доведено, що задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною є задачами оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь.

3. Встановлено, що розв'язком задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю в умовах невизначеності є не опукла множина параметрів моделі системи та параметрів управлінь і для розв'язування даної задачі вперше обґрунтовано застосування ітераційного методу, який відрізняється наявністю процедури настроювання кроку для випадкового пошуку параметрів моделі.

4. Вперше отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі

спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками, що уможливило побудову методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем із заданою точністю, яка безпосередньо пов'язана із точністю представлення вихідних змінних. Отримані вирази для допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи побудовані на лінійній залежності між змінними стану та вихідними змінними для трьох випадків: кількість вихідних змінних співпадає з кількістю змінних стану; кількість вихідних змінних більша та менша кількості змінних стану.

5. Удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю за рахунок введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі, що уможливило по відношенню до існуючого методу підвищити його збіжність та знизити до 10 раз обчислювальну складність.

6. Проведено комп'ютерне моделювання, дослідження та підтвердження працездатності створеного методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю у спосіб його апробації на прикладі побудови дискретних інтервальних моделей динаміки різної складності, відповідно із: одним, двома та трьома параметрами та для різних відсотків точності. За результатами комп'ютерного моделювання встановлено, що часова складність методу суттєвим чином залежить від складності структури моделі, а для складних моделей спостерігається суттєве зростання часової складності реалізації методу у випадку підвищення вимог до точності моделі, що уможливило розробити рекомендації користувачам щодо використання створеного методу для моделювання реальних систем.

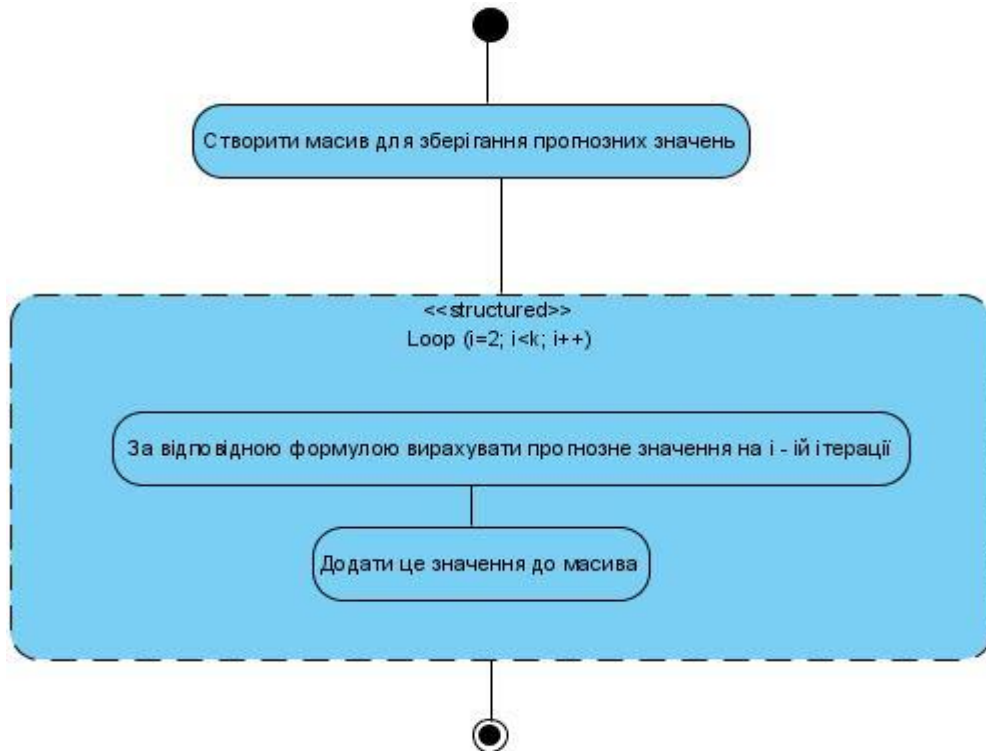
7. Розроблено адекватні інтервальні дискретні нелінійні моделі процесів переробки органічних побутових відходів, які забезпечують коридори прогнозування динаміки маси органічних побутових відходів та маси мікробіологічних організмів у реакторі, динаміки маси виробленого біогазу та відбродженого субстрату із заданою точністю в межах похибок в експериментальних даних.

8. Створено UML-моделі програмного забезпечення для реалізації чисельних процедур методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю.

ДОДАТОК А

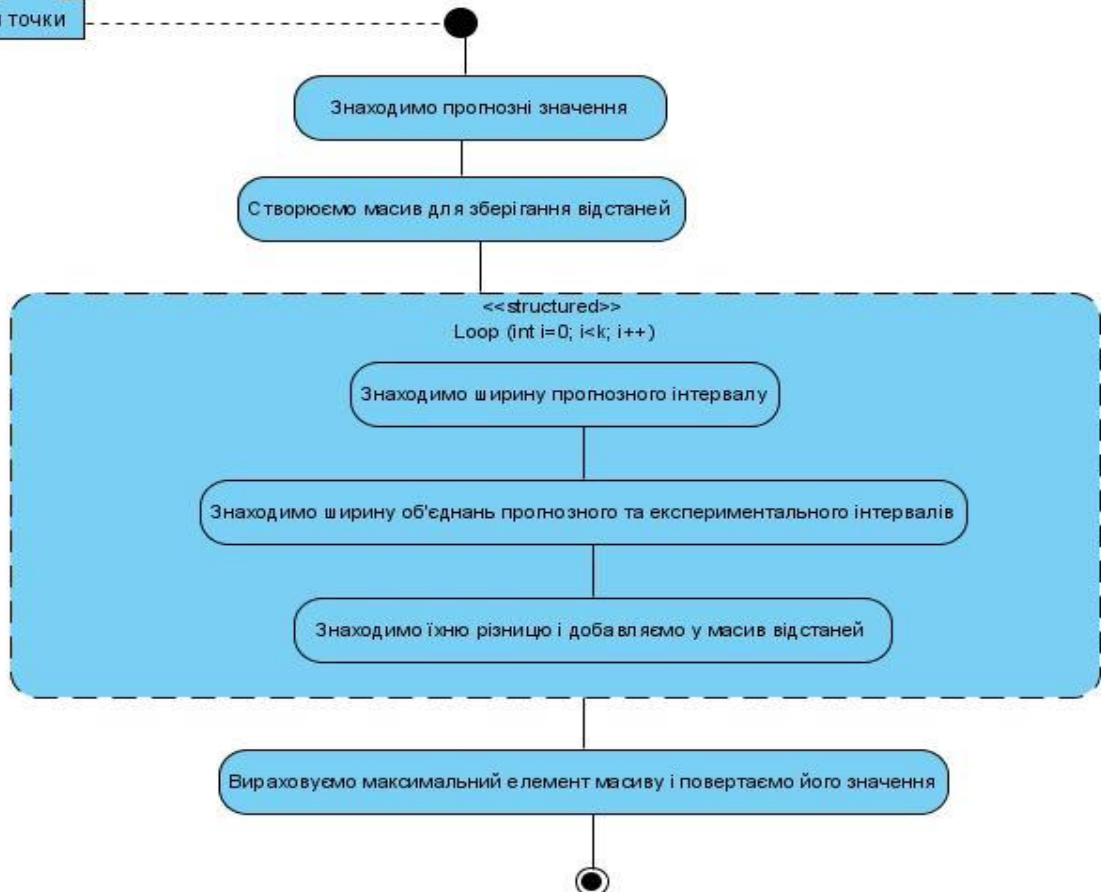
UML-діаграми реалізації методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем

Додаток А.1.

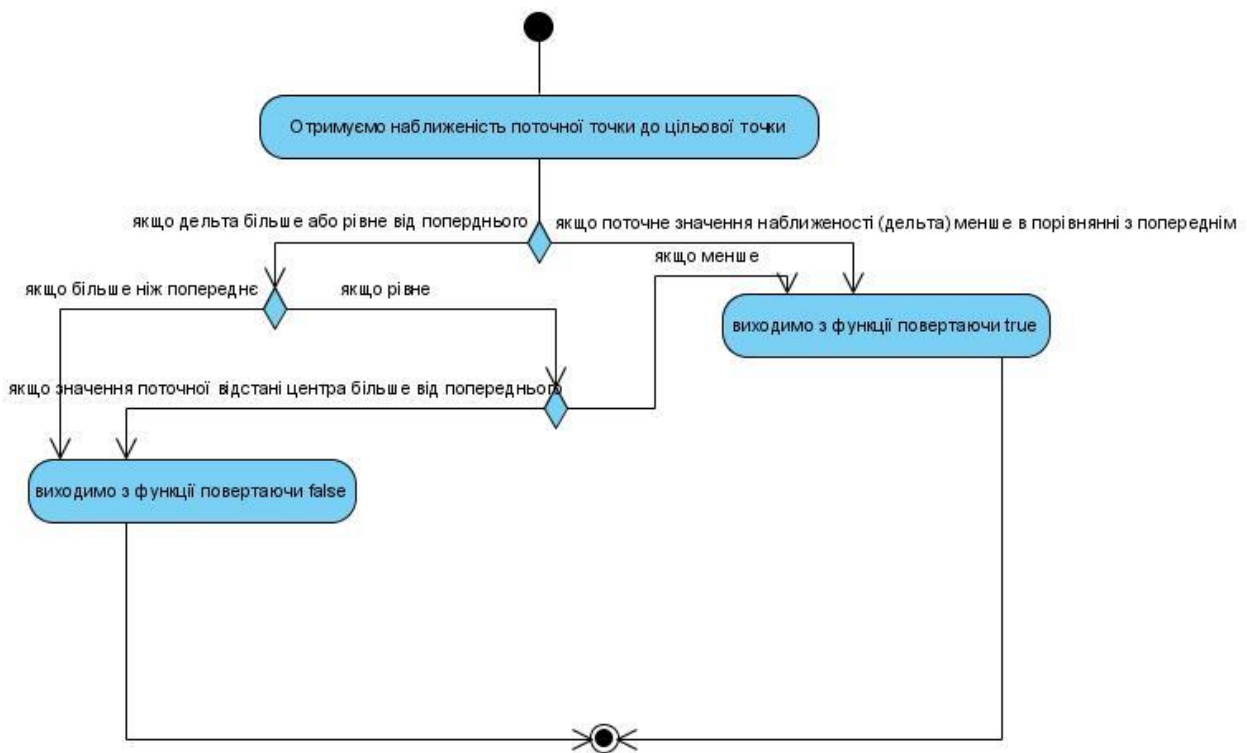


Додаток А.2.

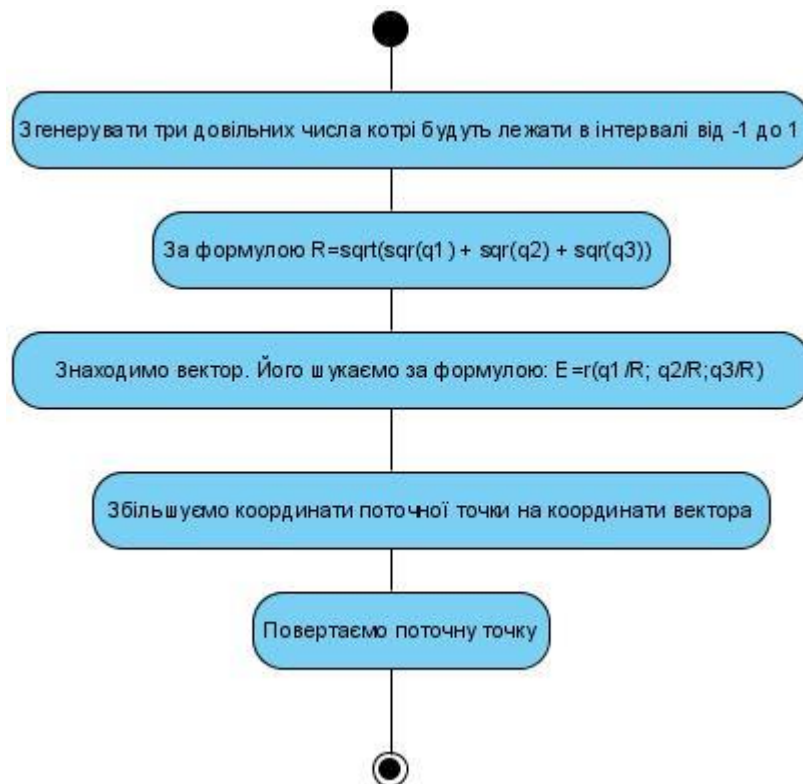
Дана функція
приймає окіл точки



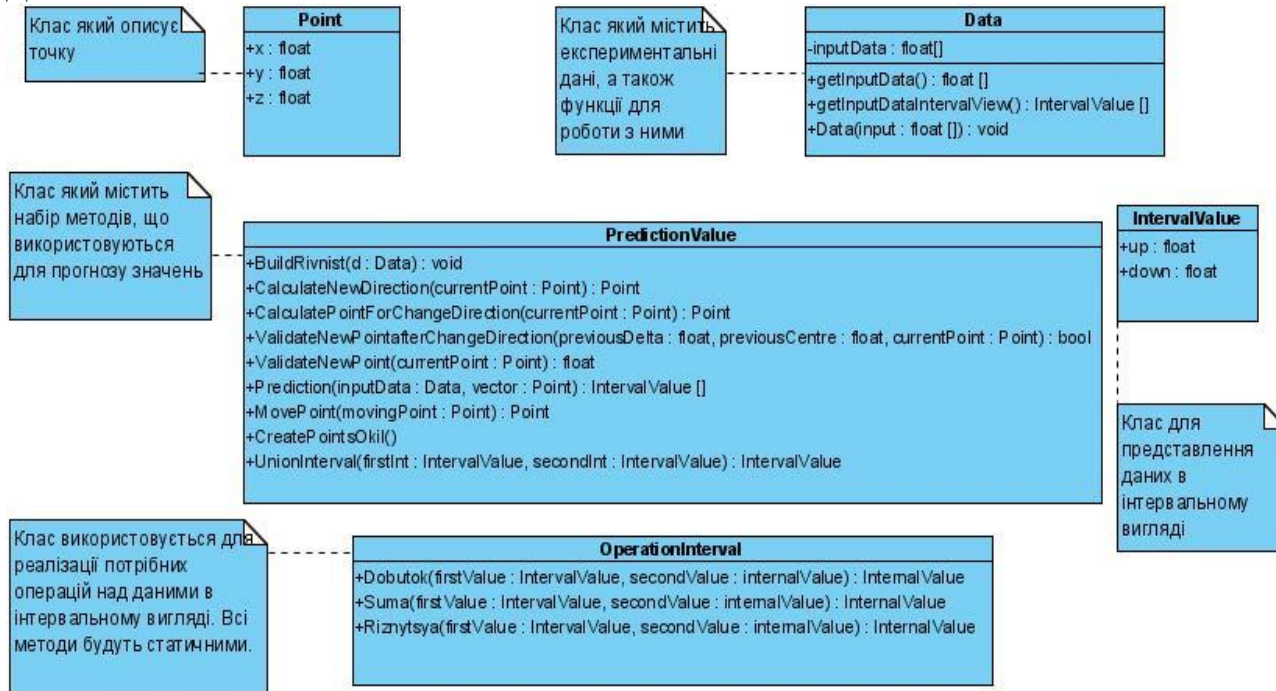
Додаток А.3.



Додаток А.4.

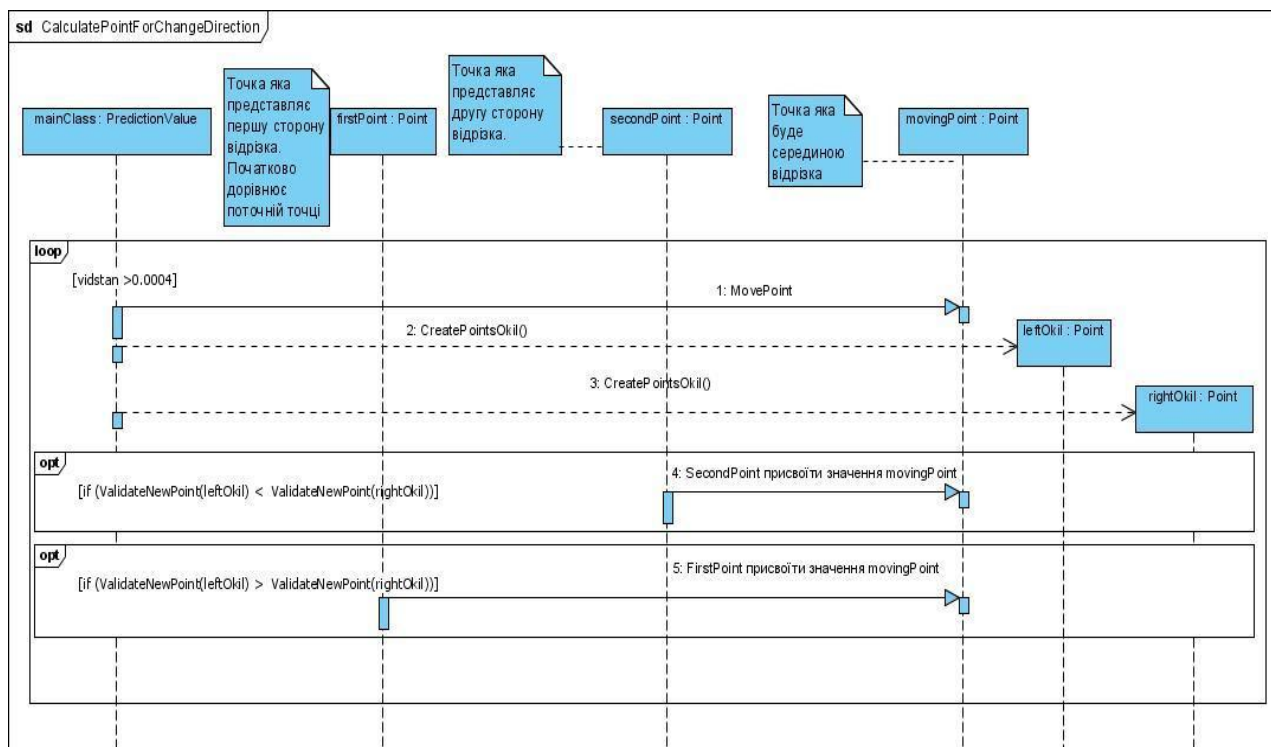


Додаток А.5.



ДОДАТОК Б

Діаграма послідовностей виконання методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем



ДОДАТОК В

Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин– М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер – М. : – Мир, 1987. – 360 с.
3. Астафьев Н.М. Линейные неравенства и выпуклость / Н.М. Астафьев – М. : Наука, 1982. – 153 с.
4. Бакан Г.М. Аналитический синтез алгоритмов гарантированного оценивания состояний динамических процессов / Г.М. Бакан // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 3. – С. 38 – 55.
5. Бакан Г.М. Аппроксимация пересечения четкого и нечеткого множеств в методе размытых эллипсоидов / Г.М. Бакан, Н.Н. Куссуль // Кибернетика и вычислительная техника. – 1995. – Вып.105. – С. 18 – 27.
6. Бакан Г.М. Размытые эллипсоидальные множества в задачах нестохастического оценивания / Г.М. Бакан, Н.Н. Куссуль // Автоматика. – 1989. – №5. – С. 11 – 17.
7. Бакан Г.М. К определению множества достижимости линейной управляемой системы / Г.М. Бакан, А.В. Шолохов // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №4. – С. 15 – 24.
8. Бакан Г.М. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г.М. Бакан, Н.Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. – №4. – С. 72 – 78.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов– М. : Наука, 1975. – 631 с.
10. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман – М.: ИЛ, 1958.
11. Биотехнология. Принципы и применение: Пер. с англ. / Под ред. И. Хиггинса, Д. Беста и Дж. Джонса. – М.: Мир, 1988. – 480 с.
12. Биркгоф Дж. Д. Динамические системы / Дж. Д. Биркгоф – 2002. –

406 с.

13. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов – 2-е изд., перераб. и доп. / В.Д. Большаков – М.: Недра, 1983. – 223 с.

14. Бочков А. Ф. Оценивание параметров модели для объектов с интервальной неопределенностью в выходных параметрах / А. Ф. Бочков, М. В. Милевский – Москва, 1988. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ, № 926 – В88.

15. Бочков А.Ф. Интервальные модели в задачах идентификации статистических объектов с неопределенностью / А.Ф. Бочков, М.В. Милевский – Красноярск, 1990 (Препринт // ВЦ СО АН СССР, №17). – С. 7 – 10.

16. Бочков А.Ф. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу / А.Ф. Бочков, А.П. Воцинин, Г.Р. Сотиров // Заводская лаборатория. – 1990. – №7. – С. 76 – 81.

17. Ватолин А.А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами / А. А. Ватолин // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 1984. – Т. 24. – С. 1629 – 1637.

18. Волосов В.В. Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем / В.В. Волосов // Автоматика. – 1991. – № 3. – С. 24 – 32.

19. Волосов В.В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления / В.В. Волосов // Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 4. – С. 37 – 54.

20. Волосов В.В. Исследование одного вида нестохастических алгоритмов идентификации с помощью прямого метода Ляпунова // В.В. Волосов, А.С. Калита, Е.А. Нижниченко // Автоматика. – 1989. – № 3. – С. 34 – 42.

21. Волосов В.В. К задаче восстановления вектора фазового состояния и идентификации параметров линейных стационарных динамических систем / В.В. Волосов, Е.А. Одинцова // Автоматика. – 1986. – № 6. – С. 22 – 29.

22. Волосов В.В. Алгоритмы эллипсоидального оценивания матрицы

параметров линейного дискретного динамического объекта управления // В.В. Волосов, С.А. Храмов, Е.А. Одинцова // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 1. – С. 63 – 77.

23. Воцинин А. П. Интервальный анализ: развитие и перспективы // А. П. Воцинин // Заводская лаборатория. – 2002. – №1. – С. 118 – 126.

24. Воцинин А. П. Решение задач оптимизации по интервальным оценкам критерия // А. П. Воцинин // Заводская лаборатория. – 1987. – №7. – С. 68 – 71.

25. Воцинин А. П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей // А. П. Воцинин, М. П. Дивак // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – С.56 – 59.

26. Воцинин А.П. Оптимизация в условиях неопределенности. // А. П. Воцинин, Г. Р. Сотиров– М.: МЭИ – София: Техника, 1989. – 224 с.

27. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц // Ф.Р. Гантмахер – Москва: Наука, 1967. – 575 с.

28. Глонь О.В. Моделювання систем керування в умовах невизначеностей // О.В. Глонь, В.М. Дубовой – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 169с.

29. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп – М.: Мир, 1979. – 302 с.

30. Дивак М.П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі в задачах статичної ідентифікації / М.П. Дивак // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. Автоматика, вимірювання та керування. – 1999. – № 366. – С. 31– 35

31. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних / М.П. Дивак // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. – №2(5). – С. 33 – 36.

32. Дивак М.П. Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів / М.П. Дивак // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. “Кибернетика”. Моделирование и управление состоянием эколого-экономических систем региона. – К., 2001. – С.58 – 63.

33. Дивак М. П. Теоретичні засади побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак // Дис. Доктора технічних наук. – Тернопіль: Тернопільська академія народного господарства, 2003. – 304 с.
34. Дивак М.П. Метод локалізації гарантованих оцінок в задачах параметричної ідентифікації / М.П. Дивак // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. – №4. – С. 12 – 17.
35. Дивак М.П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв'язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок / М.П. Дивак // Відбір та обробка інформації. – 2002. – №16 (92) – С. 43 – 47.
36. Дивак М.П. Допустиме оцінювання множини параметрів статичної системи в класі багатомірних еліпсоїдів / М.П. Дивак // Комп'ютинг. – 2002. – Том 1. – №1. – С.108 – 114.
37. Дивак М.П. Проектування інтервальних моделей соціально-екологічних систем на основі нечітких даних / М.П. Дивак, Г.М Гладій, С. В. Волощук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. – 2002. – Вип. 9. – С. 130 – 135.
38. Дивак М.П. Алгоритм наближення області параметрів інтервальної моделі в задачах лінійної ідентифікації / М.П. Дивак, О.В. Крамар // Вісн. Тернопільської акад. нар. господарства. – 2000. – №10. – С. 98 – 103.
39. Дивак М.П. Ідентифікація параметрів моделі на основі аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак , О.В. Крамар // Вісн. Тернопільського держ. технічн. унів. – Тернопіль. – 1999. – Т. 4. – №1. – С. 76 – 80.
40. Дивак М.П. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, П.Г. Стахів // Пр. міжн. конф. з управління "АВТОМАТИКА-2000", Львів 11 – 15 вересня 2000: В 7-ми томах. – Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт., 2000. – Т. 2. – С. 90 – 97.
41. Дивак М.П. Множинна ідентифікація параметрів лінійних динамічних систем на основі інтервальних даних / М.П. Дивак, П.Г. Стахів, І.Я. Каліщук //

Міжнародний науково-технічний журнал Комп'ютинг, 2004. – Т. 3. – Вип. 3. – С. 58 – 64.

42. Дивак М.П. Ідентифікація параметрів моделі “вхід-вихід” динамічних систем на основі інтервального підходу / М.П.Дивак, П.Г. Стахів, І.Я. Каліщук // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2004. – Т. 9. – № 4. – С. 109 – 117.

43. Дивак М.П. Ітераційний метод пошуку допустимого розв'язку ІСЛАР в задачах ідентифікації параметрів динамічних моделей “вхід-вихід” / М.П. Дивак, П.Г. Стахів, І.Я. Каліщук// Відбір та обробка інформації. – 2005. – Випуск 23 (99). – С. 40 – 48.

44. Дивак М.П. Удосконалений метод допустимого оцінювання розв'язку ІСЛАР при ідентифікації параметрів динамічних моделей / М.П. Дивак, П.Г. Стахів, І.Я. Максимова // Відбір та обробка інформації. – 2006. – Випуск 26 (102). – С. 27–35.

45. Дивак М.П. Дослідження властивостей множини параметрів інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк // Вісник Тернопільського державного технічного університету. –2006. – Том 11, №3 –С. 163 –168.

46. Дивак М.П. Оптимальна процедура настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, І.Ф. Матола // Відбір і обробка інформації Національний університет "Львівська політехніка".– 2007. 27(103). – С. 17– 23.

47. Дивак М.П. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, А.В. Пукас, Є.О. Марценюк, І.Ф. Войтюк // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. Збірник праць. Відповідальний редактор д. т. н. Степашко В. С. – Київ: МННЦ ІТЦ, 2008. – С. 79 – 91.

48. Дивак М.П. Аналіз інтервальних даних в задачах моделювання динамічних систем за умов параметричної ідентифікації каналу вимірювання / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк // Матеріали проблемно-наукової міжгалузевої

конференції „ Шнформац. Проблеми комп. систем, юриспруденції, економіки та моделювання” – Бучач, – 2009. – Т.1, №5 –С. 252 – 257.

49. Дивак М.П. Моделювання динамічних систем за умов інтервальної ідентифікації параметрів стану в каналі вимірювань / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, О. Л. Козак // Вісник Хмельницького національного університету. –2009. –№5(139). – С. 249–255.

50. Дивак М.П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора. / М.П. Дивак, Т.М. Дивак // Зб. Наук. Праць ДонНТУ.Серія інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка – 2009. – Вип 10(153). – С. 224 – 229.

51. Директор С. Введение в теорию систем / С. Директор, Р. Рорер – М.: Мир, – 1974.

52. Егоров Н. С. Биотехнология : [в 8-ми кн.] // Н. С. Егоров, А. В. Олескин, В. Д. Самуилов. – Кн. 1: Проблемы и перспективы. – Москва : Высшая школа, 1987. – 159 с.

53. Жуков А.А. Рекуррентное эллипсоидальное оценивание состояний дискретных систем / А.А. Жуков, В.Д. Фурасов // Развитие и применение метода функций Ляпунова/ Под ред. В.М.Матросова. – Новосибирск: Наука, –1992. – С. 220 – 224.

54. Жуков А.А. Эллипсоидальная аппроксимация и оценивание состояний дискретных систем / А.А. Жуков, В.Д. Фурасов // Техн. кибернетика. – 1990. – № 2. – С. 121 – 129.

55. Заде Л. Теория линейных систем . Метод пространства состояний / Л. Заде, Ч. Дезоер – М.: Наука, 1970.

56. Захаров А.В. Синтез систем управления при интервальной неопределённости параметров их математических моделей / А.В. Захаров, Ю.И. Шокин // Докл. АН СССР. – 1988. – Т. 299, №2. – С. 292 – 295.

57. Зюзин В. С. Об одном способе отыскания двусторонних интервальных приближений решения системы линейных интервальных уравнений / В.С. Зюзин //

Дифференциальные уравнения и теория функций. – Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1987. – С. 28 – 32.

58. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем // А. Г. Ивахненко. – Київ : Наукова думка, 1981. – 296 с.

59. Калман Р. Очерки по математической теории систем // Калман Р., Фалб П., Арбиб М. – М.: Мир, 1971.

60. Калман Р. Идентификация систем с шумами / Р. Калман // Успехи матем. наук. – 1985 – 40. – Вып. 4. – С. 27 – 41.

61. Калмыков С.А. Методы интервального анализа / С.А. Калмыков, Ю.И. Шокин, З. Х. Юлдашев – Новосибирск: Наука, 1986. – 222с.

62. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений / Л.В. Канторович // Сибирский матем. журнал. – 1962. – Т. 3, №5. – С. 701 – 709.

63. Кафаров В. В. Принципы математического моделирования химико-технологических систем. Введение в системотехнику химических производств // В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин – Москва : Химия, 1974. – 344 с. – (Серия “Химическая кибернетика”).

64. Кафаров В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии // В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов – Москва : Наука, 1976. – 499 с.

65. Киселев О.Н. Эллипсоидальное оценивание по обобщенному критерию / О.Н. Киселев, Б.Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 9. – С. 133 – 145.

66. Корноушенко Е.К. Интервальные по координатным оценки для множества достижимых состояний линейной стационарной системы / Е.К. Корноушенко // Автоматика и Телемеханика. – 1980. – Ч.1. – №5. – С. 12 – 22.

67. Крищук В.М. Інтервальні методи оптимізації допусків / В.М. Крищук, Г. М. Шило, М.П. Гапоненко // Вісн. НУ “Львівська політехніка”. Комп’ютерні системи проектування: Теорія і практика. – 1999. – № 373. – С. 196 – 201.

68. Кунцевич В.М. Решение одной оптимальной задачи управления в

условиях неопределенности / В.М. Кунцевича // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 3. – С. 85 – 100.

69. Кунцевич В.М. Об оптимальном и адаптивном управлении динамическими объектами в условиях неопределенности / В.М. Кунцевич, М.М. Лычак // Автоматика и телемеханика. – 1979. – №1. – С. 79 – 88.

70. Кунцевич В.М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В.М. Кунцевич, М.М. Лычак // Автоматика. – 1982. – №4. – С. 49 – 59.

71. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности (синтез адаптивных систем управления) / В.М. Кунцевич, М.М. Лычак // Автоматика. – 1987. – №5. – С. 16 – 26.

72. Куржанский А. Б. Задача идентификации - теория гарантированных оценок / А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1991. – №4. – С. 3 – 26.

73. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности / А.Б. Куржанский – М.: Наука, 1977. – 392 с.

74. Куссуль Н.Н. Нечеткий эллипсоидальный наблюдатель состояния пониженного порядка / Н.Н. Куссуль // Проблемы управления и информатики. – 2000. – №5. – С.44 – 51.

75. Куссуль Н.Н. Оценивание фазового состояния линейных многомерных динамических объектов с использованием размытых эллипсоидальных множеств / Н.Н. Куссуль, А.Ю. Шелестов // Проблемы управления и информатики. – №1. – 1995. – С. 50 – 60.

76. Лакеев А.В. О множестве решений линейного уравнения с интервально заданными оператором и правой частью / А.В. Лакеев, С.И. Носков // Сиб. математ. журнал. – 1994. – Т. 35, №5. – С. 1074 – 1084.

77. Лебедев А.Н. Моделирование в научно-технических исследованиях / А.Н. Лебедев – М.: Радио и связь, 1989. – 224с.

78. Лисенков А.Н. О методах идентификации и управления в условиях неопределенности / А.Н. Лисенков // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992. – Т.1. – С. 92 – 96.

79. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник – М.: Физ. мат. изд., 1962. – 187 с.
80. Лычак М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / М.М. Лычак // Проблемы управления и информатики . – 1999. – №5. – С. 34 – 41.
81. Лычак М.М. Синтез дискретных адаптивных систем управления на основе теоретико- множественных моделей неопределенности / М.М. Лычак // Дис. докт. физ. – мат. наук. – Киев: Ин- т киб., 1995.
82. Лычак М.М. Решение задачи линейного программирования на основе множественного подхода / М.М. Лычак, В.Н. Шевченко, Н.П. Царук // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №4. – С. 103 – 111.
83. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина // Л. Льюнг – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
84. Льюнг Л. О точности модели в идентификации систем / Л. Льюнг // Известия АН. Техническая кибернетика, №6. – М.: Наука, 1992. – С. 55 – 64.
85. Марков С.М. Некоторые задачи интерполяции, идентификации и оценивания для интервальных данных / С.М. Марков // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992. – Т.1. – 103 с.
86. Марценюк Є.О. Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття / Є.О. Марценюк, М.П. Дивак, Ю.Р. Піговський, Т.М. Дивак // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка” – 2010. Вип. 11 (164). – С. 181 – 188.
87. Марценюк Є.О. Особливості розв’язку задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності / Є.О. Марценюк // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. – Т. 12, №1.– С. 30– 38.
88. Математическая энциклопедия. Том 2. – Москва: Советская Энциклопедия, 1979.
89. Математический энциклопедический словарь. – Москва: Наука, 1995.

90. Мессарович М. Общая теория систем: Математические основы / М. Мессарович, Я. Такахара – М.: Мир, 1978. – 311 с.
91. Налимов В.В. Теория эксперимента / В.В. Налимов М.: Наука, 1971. – 207с.
92. Недашковський М.О. Збалансовані обчислення для задач лінійної алгебри в комп'ютерних мережах / М.О. Недашковський // Вісн. Тернопільської акад. нар. господ. – 2000. – №10. – С. 9 – 14.
93. Пакеты прикладных программ: математическое моделирование // АН СССР. – М.: Наука, 1989. – 128с.
94. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, З.В. Гамкрилидзе, Е.Ф. Мищенко– М.: Физматгиз, 1961.
95. Росоловські Є. Побудова макромоделі силового трансформатора / Є. Росоловські, О. Гоголюк, П. Стахів, Ю. Козак // Вісник Нац. Ун-ту «Львівська політехніка» «Електроенергетичні та електромеханічні системи». – Львів, 2003. – № 485. – С. 131– 138.
96. Растрингин Л.А. Введение в идентификацию объектов управления /Л.А. Растрингин, Н.Е. Маджаров – М.: Энергия, 1987. – 216 с.
97. Рубин А. Б. Кинетика биологических процессов / А. Б. Рубин, Н. Ф. Пытьева, Г. Ю. Ризниченко. – Москва : Изд-во Мос. ун-та, 1987. – 304 с.
98. Сейдж А. Идентификация систем / А. Сейдж, Мелс Дж – М.: Наука, 1976. – 495с.
99. Сеньо П.С. Інтервальні моделі в медико - екологічному прогнозуванні / П.С. Сеньо, М.П. Дивак, Г.М. Гладій, П.С. Венгерський // Вісн. Львівського державного університету. Задачі та методи прикладної математики. – 1995. – Вип. 41. – С. 105 – 108.
100. Справочник по типовым программам моделирования / А.Г. Ивахненко, Ю.В. Коппа, В.С. Степашко и др. // Под ред. А.Г. Ивахненко. – К: Техника, 1980. – 150с.
101. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных

линейных систем управления / В. Стрейц // Пер. с англ. Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1985. – 296 с.

102. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин – М.: Наука, 1979. – 288 с.

103. Тихонов А.Н. Статистическая обработка результатов экспериментов // Уч. пособие / А.Н. Тихонов, М.В. Уфимцев – М.: Изд-во Московского государственного университета, 1988. – 174 с.

104. Томашевский В.М. Моделирование систем / В.М. Томашевский – К.: Видавнична група ВНУ, 2005. – 352 с.

105. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин – М.: Наука, 1995. – 336 с.

106. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем / Я.З. Цыпкин – М.: Наука, 1977. – 351 с.

107. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 320 с.

108. Черноусько Ф.Л., Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. – №3. – С. 3 – 11.

109. Черноусько Ф.Л. Про оптимальне еліпсоїдалне оцінювання для динамічних систем, на які діють невизначені збурення / Ф.Л. Черноусько // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 2. – С. 85 – 95.

110. Шарая И.А. О максимальной внутренней оценке множеств решений интервальных линейных систем / И.А. Шарая // Вычислительные технологии. – 1998. – Т. 3, №2. – С. 55 – 66.

111. Шарый С. П. Анализ чувствительности интервальных линейных статических систем / С.П. Шарый // Труды XI международной Байкальской школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения", Иркутск, Байкал, 5 – 12 июля 1998 г., секция 4. – Иркутск ИСЭМ, 1998. – С. 187 – 190.

112. Шарый С.П. Алгебраический подход во "внешней задаче" для

интервальных линейных систем / С.П. Шарый // Вычислительные Технологии. – 1998. – Т. 3, №2. – С. 67 – 114

113. Шарый С.П. Алгебраический подход к анализу линейных статических систем с интервальной неопределённостью // Шарый С. П. // Известия РАН. Теория и системы управл. - 1997. - №3. - С. 51-61.

114. Шарый С.П. Внешнее оценивание обобщенных множеств решений интервальных линейных систем / С.П. Шарый // Вычислительные Технологии. – 1999. – Т. 4, №4. – С. 82 – 110.

115. Шарый С.П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение / С.П. Шарый // Дис. доктора физ. –математ. наук. – Новосибирск: Ин-т вычисл. Технологий СО РАН, 2000. – 322 с.

116. Шарый С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее / С.П. Шарый // Наука в Сибири. – 1997. – №41 (2127). – С. 3 – 7.

117. Шарый С.П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной определённостью в данных / С.П. Шарый // Вычислительные Технологии. – 1997. – Т. 2, №1. – С. 84 – 102.

118. Шокин Ю.И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин – Новосибирск: Наука, 1981. – 116 с.

119. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф – М.: Мир, 1975. – 531 с.

120. Яковлев А.Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и полезный инструмент / А.Г. Яковлев // Интервальные вычисления. – 1991. – №1. – С. 10 – 26.

121. Alefeld G. Interval analysis: theory and applications / G. Alefeld, G. Mayer // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2000. – № 121. – P. 421 – 464.

122. Blumensaat F. Modeling of two-stage anaerobic digestion using the IWA Anaerobic Digestion Model No.1 (ADM1) / F.Blumensaat, J. Keller. // Water Research. – Vol. 39. – 2005. – P. 171 – 183.

123. Brockett R.W. Finite dimensional systems / R.W. Brockett – New York: Wiley, 1970.

124. Design of experiments and data analysis: New trends and results / E.K. Letzky, A.P. Voshinin, N.P. Dyvak, S.J. Simoff, A.I. Orlov, V.G. Gorsky, E.P. Nikitina, V.N. Nosov // Edited by E.K. Letzky. – Moscow.: ANTAL., 1993 – P. 192 – 194.
125. Dyvak M. Application interval methods in static identification of the medical and ecological conditions of on average industrial city / M. Dyvak, G. Hladiy // Ref. IV krajowa konf. “Modelowanie Systemow Biologicznych”. – Krakow: 1995. – P. 95 – 99.
126. Dyvak M. The geographic information systems for control of medical and ecological conditions of on average industrial city / M. Dyvak, G. Hladiy, S. Dnistrian // Materialy 8 krajowa konf. naukowa “Uniwersalnosc cybernetyki”. –T.1. – Krakow: 1996. – P. 3 – 4.
127. Dyvak M. Identification socio - ecological system and design of interval model on the basis fuzzy – data / M. Dyvak, G. Hladiy, D. Zhang // Abstracts 2nd IMACS International Multiconference CESA’98 “Computational engineering in systems applications”. – Tunisia: 1998. – P. 234 – 236.
128. Dyvak M.Interval parameter’s identification of the linear dynamic system on the basis of interval data / M. Dyvak, P. Stakchiv, I. Calishchuc // Proc. of the VIth International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering. – Zakopane, Poland, September 1 – 4, – 2004. – P. 66 – 68.
129. Dyvak M., Stakchiv P., Calishchuc I. Identyfikacja dynamicznego modelu obwodu elektrycznego na podstawie danych interwałowych / M. Dyvak, P. Stakchiv, I. Calishchuc // Przegląd Elektrotechniczny , Nr. 2/2005. – P. 60 – 62.
130. Dyvak M. Tolerance estimation of the parameters of “input-output” dynamic model on the basis of interval data analysis / M. Dyvak, I. Kalishchuk // Proceedings of the 8-th International Conference CADSM’2005. – Lviv – Polyana, Ukraine, 23 – 26 February 2005. – P. 151 – 153.
131. Dyvak M. The method of finding of tolerance solution of ISLAE in the tasks of parameters identification of “input-output” dynamic models / M. Dyvak, P. Stakchiv, I. Kalishchuk // Proceedings of the XIII Internatinal Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET’05, July 4 – 7, 2005, Lviv, Ukraine. – P. 264 – 267.
132. Dyvak M. Algorithm of tolerance identification of “input-output” interval

dynamic model / M. Dyvak, P. Stakchiv, I. Kalishchuk // Proceedings of the Third IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications IDAACS'2005, Sofia, Bulgaria, September 5 – 7, 2005. – P. 488 – 491.

133. Dyvak M. Interval identification of dynamic model of realization of bakery produce / M. Dyvak, I. Kalishchuk, Ye. Martsenyuk // Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science TCSET'2006. – Lviv – Slavsko, Ukraine, February 28 – March 4, 2006. – P. 159 – 163.

134. Dyvak M. Research of properties of area of parameters of interval discrete model of dynamic system / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, I. Kalishchuk // Proceedings of the VII International Workshop of Computational Problems of Electrical Engineering CPEE'2006. – Odessa, Ukraine, August 27 – 30, – 2006. – P. 26 – 30.

135. Dyvak M. Identification of the dynamic models by the adaptive method of tolerance estimation / M. Dyvak, P. Stakchiv, I. Maksymova, O. Potravych // Proceedings of the IX-th International Conference CADSM'2007. – Lviv –Polyana, Ukraine, 20 – 24 February 2007. – P. 365 – 369.

136. Dyvak M. Identification of Parameters of Interval Discrete Model of the Dynamic System on the Basis of Selection of the Saturated Blocks of ISLAE / M. Dyvak, L. Honchar, Ye. Martsenyuk, I. Matola // Proceedings of the IX-th International Conference CADSM'2007. – Lviv – Polyana, Ukraine, 20 – 24 February 2007. – P. 362 – 367.

137. Dyvak M. Design of Cyclic Periodic Processes of Bakery Produkts Realization Based on the Non-Autonomous Interval Model / M. Dyvak, P. Stakchiv, L. Honchar, Ye. Martsenyuk // Proceedings of the IX-th International Conference CADSM'2007. – Lviv – Polyana, Ukraine, , February 28 – March 4, 2008. – P. 159 – 163.

138. Dyvak M. Design of Cyclic Periodic Processes of Bakery Products Realization Based on the Non-Autonomous Interval Model / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, Y. Pigovsky // Proceedings of the International Conference Modern Problems of Radio

Engineering, Telecommunications and Computer Science TCSET'2010. – Lviv – Slavsko, Ukraine, February 23 – 27, 2010, – P. 323 – 324.

139. Eilenberg S. Automata, languages and machines, vol. A. / S. Eilenberg – New York: Academic Press, 1974.

140. Fuhrmann P. Algebraic system theory: An analyst's of view / P. Fuhrmann // J. Franklin Inst. – 1976. – V. 301. – P. 521 – 540.

141. Fuhrmann P. Algebraic methods in system theory / P. Fuhrmann // R.E. Kalman Festschrift. – Berlin: Springer– Verlag, 1993. – P. 233 – 265.

142. Fuhrmann P. Duality in polynomial models with some applications to geometric control theory / P. Fuhrmann // IEEE Trans. Autom. Control. – 1981. – V. AC – 26. – P. 284 – 295.

143. Fuhrmann P. Linear systems and operators in Hilbert space / P. Fuhrmann – New York: Mc Grow – Hill, 1981.

144. Hadjihassan S. Quality improvement via optimization of tolerance intervals during the design stage / S. Hadjihassan, E. Walter, L. Pronzato // Applications of Interval Computatons // Kearfott R. B., Kreinovich V., eds. – Dordrecht: Kluwer, 1996. – P. 91 – 131.

145. Ho B.L. Effective construction of linear state-variable models for input/output function / B.L. Ho, R.E. Kalman // Proc. Third Allerton Conf., 1965. – P. 449 – 459; Regelungstechnik. – V. 14, Jahrg. Heft. 12. – P. 545 – 548.

146. Kalman R.E. Realization theory of linear dynamical systems / R. E. Kalman // Control Theory and Topics in Functional Analysis, Vol. II. – Vienna: International Atomic Energy Agency, 1976. – P. 235 – 236.

147. Kalman R.E. Mathematical description of linear dynamic systems / R.E. Kalman // SIAM J. Contr. – 1963. – V. 1. – P. 152 – 192.

148. Kalman R.E. Realization theory of linear systems over commutative ring / R.E. Kalman, Y. Rouchaleau // Automatica, Languages and Program. – Amsterdam e.a., 1974. – P. 61 – 65.

149. Kearfott R.B. Rigorous global search: continuous problems. / R.B. Kearfott, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

150. Kinghtes C. D. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for Monod biodegradation kinetics using bivariate data // C. D. Kinghtes, C. A. Peters // *Biotechnology and Bioengineering*. – 2000. – Vol. 69, № 2. – P. 160–170.
151. Kinghtes C. D. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for Monod biodegradation kinetics using bivariate data / C. D. Kinghtes, C. A. Peters // *Biotechnology and Bioengineering*. – 2000. – Vol. 69, № 2. – P. 160–170.
152. Ljung L. Theory and practice of recursive identification / L. Ljung, T. Soderstrom, Theory – Cambr., Mass: MIT Press, 1983. – 529 p.
153. Mailleret L. Nonlinear adaptive control for bioreactors with unknown kinetics / L. Mailleret, O. Bernard, J. -P. Steyer // *Automatica*. – 2004. – № 40. – P. 1379–1385.
154. Moore R.E. Interval Analysis / R.E. Moore - Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1966. – P. 145.
155. Moore R.E. Methods and Applications of Interval Analysis / R.E. Moore – SIAM, Philadelphia, 1979 – P. 190.
156. Moore R.E. Interval methods for nonlinear systems / R.E. Moore // *Fundamentals of numerical computation (computer-oriented numerical analysis). Computing Supplement*. – Wienn: Spring Verbag, 1980. – P. 113 – 120.
157. Rohn J. Input-output model with interval data / J. Rohn // *Econometrica*. – 1980. – Vol. 48. – P. 767 – 769.
158. Smets I.Y. Optimal adaptive control of (bio)chemical reactors: past, present and future / I.Y. Smets, J.E. Claes, E.J. November, G.P. Bastin, J.F. Van Impe // *Journal of Process Control*. – 2004. – № 14. – P. 795 – 805.
159. Shary S.P. Solving the linear interval tolerance problem / S.P. Shary // *Mathematics and Computer in Simulation*. – 1995. – V. 39. – P. 53 – 85.
160. Walter E. Identification of parametric model from experimental data / E. Walter, L. Pronzato – London, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413 p.
161. Wu B. Three-dimensional numerical simulation model of biogas production for anaerobic digesters / B.Wu, E.L.Bibeau, K.G.Gebremedhin // *Canadian biosystems engineering*. – Volume 51. – 2009. – P. 81 – 87.

