

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Марценюк Євгенія Олексіївна

УДК 519.24

**МЕТОДИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ,
ЩО ГАРАНТУЮТЬ ЗАДАНУ ТОЧНІСТЬ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Львів – 2011

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Тернопільському національному економічному університеті Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник доктор технічних наук, професор
Дивак Микола Петрович,
Тернопільський національний економічний університет,
декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій,
завідувач кафедри комп'ютерних наук.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Матвійчук Ярослав Миколайович,
Національний університет "Львівська політехніка",
професор кафедри теоретичної радіотехніки та
радіовимірювання;

доктор технічних наук, професор
Мислович Михайло Володимирович,
Інститут електродинаміки НАН України,
завідувач відділу теоретичної електротехніки.

Захист відбудеться 04.03.2011 р. о 16⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті "Львівська політехніка" за адресою: 79013, м. Львів, вул. С.Бандери, 12.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічній бібліотеці Національного університету "Львівська політехніка" (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано 03.02.2011 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук, професор

Р.А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Одною з актуальних проблем сьогодення є розвиток методів математичного макромодельовання складних динамічних систем та процесів, дослідження та впровадження яких дає значний економічний ефект. До таких систем належать системи відновлювальної енергетики, зокрема біогазові установки для переробки побутових відходів.

Такого типу процеси і системи достатньо адекватно можуть бути описані як дискретні лінійні та нелінійні динамічні системи, незалежно від їхнього типу за умови вибору часу дискретизації набагато меншого від періоду перехідного процесу. Як правило, динаміку системи описують змінними стану. Для ідентифікації рівнянь змінних стану використовують експериментальні дані, отримані для виходів системи. Для неавтономних систем – при заданих „входах“, а для автономних систем – без заданих вхідних змінних.

Процес побудови макромоделі динаміки, у випадку відомої структури моделі динамічної системи, передбачає знаходження параметрів різницевих рівнянь динаміки. При цьому неврахування усіх зовнішніх впливів, похибок спостережень за вихідними змінними призводить до неточності побудованої моделі. У таких випадках для оцінки точності моделі використовують ймовірнісний чи інтервальний підходи.

Переважно ймовірнісний підхід до модельовання динамічних систем для оцінки прогностичних властивостей цих моделей вимагає використання великої кількості спостережень за вихідною змінною. Натомість методи аналізу інтервальних даних, хоча і дають закруглені оцінки прогностичних властивостей динамічних систем, проте не вимагають великої кількості спостережень за вихідною змінною. Для цих методів обчислювальні процедури уточнення моделей достатньо просто враховують додаткові спостереження про виходи системи, отримані у вигляді числових інтервалів.

Задачі побудови дискретних моделей динамічних систем на основі інтервальних даних у значній мірі описано у працях ряду українських та зарубіжних вчених: Черноуська Ф.Л., Шарого С.П., Куржанського А.Б., Кунцевича В.М., Личака М.М., Куссуль Н.М., Бакана Г.М. Проте переважно усі методи, описані у працях вказаних авторів, націлені на отримання гарантованих оцінок параметрів моделей. У роботах Стахіва П.Г. та Дивака М.П. хоча і розглядаються методи побудови допускових коридорів для змінних стану дискретних динамічних систем, проте виключно для лінійних систем і без урахування зв'язку між змінними стану та вихідними змінними, а також обмежених за амплітудою похибок спостережень за ними. Проте системи відновлювальної енергетики та процеси в них часто не можуть бути описані лінійними моделями. До того ж вказані методи параметричної ідентифікації недостатньо обґрунтовані.

Тому актуальною є наукова задача створення методів та алгоритмів параметричної ідентифікації нелінійних дискретних моделей динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертаційної роботи узгоджується із координаційним планом науково-дослідних робіт і науково-технічних програм Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України, розділ “Модельовання складних соціально-економічних та технічних систем на основі перспективних інформаційних технологій”, а також робота проводилась відповідно до

планів навчальної та науково-дослідної роботи Тернопільського національного економічного університету, зокрема теми "Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об'єктів на основі інтервальних даних" (номер державної реєстрації 0106U000529), у якій автором обґрунтовано та удосконалено метод параметричної ідентифікації моделей нелінійних дискретних динамічних систем, встановлено його збіжність та часову складність; теми "Розробка методу ідентифікації дискретної динамічної моделі на основі інтервальних даних для управління процесами збуту хлібобулочної продукції" (номер державної реєстрації 0105U008180), у якій автором створено ряд дискретних динамічних моделей та досліджено збіжність методу параметричної ідентифікації цих моделей; теми "Множинна ідентифікація та оцінювання параметрів дискретних динамічних систем" (номер державної реєстрації 0106U012529), у якій автором встановлено властивості області параметрів інтервальних дискретних моделей динамічних систем.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка методів ідентифікації параметрів нелінійних дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю прогнозування, яка визначається граничними похибками спостережень за вихідними змінними, і на цій основі створення обчислювальних алгоритмів, що уможливають побудову макромоделей складних процесів у біогазових установках.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі вирішено такі основні завдання:

- проаналізовано методи параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем за умов невизначеності;
- формалізовано задачу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю в межах граничних похибок спостережень за вихідними змінними;
- встановлено властивості розв'язків задачі параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю, отриманих на основі аналізу інтервальних даних;
- обґрунтовано та створено метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю;
- розроблено методи допускового оцінювання змінних стану дискретних моделей динамічних систем, придатних для розв'язання задач параметричної ідентифікації моделей вказаних систем із заданими прогностичними властивостями в межах похибок спостережень за вихідними змінними;
- створено алгоритмічне та програмне забезпечення для реалізації методів параметричної ідентифікації;
- апробовано створені методи, алгоритми та програмне забезпечення для ідентифікації параметрів моделей динамічних процесів у біогазових установках та для конкретних прикладів.

Об'єкт дослідження: лінійні та нелінійні дискретні математичні моделі динамічних систем з інтервальним представленням вихідних змінних.

Предмет дослідження: методи параметричної ідентифікації та дискретні моделі динамічних систем із заданою точністю на змінні стану.

Методи дослідження базуються на положеннях загальної теорії систем, методах теоретики-множинного підходу, методах аналізу інтервальних даних, які є визначальними для досягнення мети дисертаційної роботи. Для встановлення властивостей розв'язків задачі параметричної ідентифікації дискретних моделей

динамічних систем із заданою точністю та для створення методів параметричної ідентифікації використано методи аналізу інтервальних даних та методи оптимізації. Для дослідження збіжності та чисельної складності створеного методу використано комп'ютерне моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше формалізовано задачу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною, у вигляді задачі оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь.

2. Удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю способом уведення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі у вигляді розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь, що уможливило порівняно з існуючим методом підвищити його збіжність та знизити обчислювальну складність.

3. Вперше отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками, що уможливило побудову методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю, яка безпосередньо пов'язана з точністю представлення вихідних змінних.

4. Вперше на основі розроблених методів параметричної ідентифікації побудовано нелінійні математичні моделі процесів у біогазових установках, які, на відміну від існуючих, прогнозують параметри процесів із заданою точністю.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що:

- запропоновані методи параметричної ідентифікації моделей динамічних систем уможливили створення програмного забезпечення для побудови макромоделей із заданими прогностичними властивостями для таких складних нелінійних систем, як системи та процеси відновлювальної енергетики;

- створене програмне забезпечення окремо може бути використане для розв'язування нелінійних інтервальних систем алгебричних рівнянь;

- створена модель процесів у біогазових установках може бути використана для організації управління процесами виробництва біогазу та для переробки органічних побутових відходів.

Розроблені методи та алгоритми параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем впроваджено в Держуправлінні охорони навколишнього природного середовища для дослідження та обґрунтування створення біогазових установок при побудові заводу в Тернопільській області і на підприємстві "ООО Бумеранг" (Приморський край, м. Уссурійськ РФ) для переробки твердих органічних побутових відходів; для організації управління постачанням хлібобулочних виробів; для виконання науково-дослідних робіт на кафедрі комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету.

За результатами проведених у дисертаційній роботі досліджень створено методичне та програмне забезпечення, яке використовують у Тернопільському національному економічному університеті для викладання дисципліни «Програмне забезпечення дискретних динамічних систем» при підготовці фахівців за напрямом «програмна інженерія».

Особистий внесок здобувача. Усі положення, що становлять суть дисертаційної роботи, сформульовані та вирішені здобувачем самостійно. У працях,

опублікованих у співавторстві, здобувачу належить: [1] – встановлення властивостей області параметрів інтервальних моделей дискретних динамічних систем; [2] – обґрунтування та розробка процедури оптимального настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи, дослідження збіжності алгоритмів та їхньої обчислювальної складності; [3] – удосконалення методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю у спосіб уведення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі; [4, 13] – отримання виразів та побудова алгоритмів для знаходження допускових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками; [6, 14] – створення адекватних інтервальних дискретних макромоделей динамічних процесів у біогазових установках; [7, 12] – апробація відомих алгоритмів параметричної ідентифікації інтервальних моделей дискретних динамічних систем при побудові інтервальної моделі динамічного процесу реалізації хлібобулочної продукції; [8] – встановлення особливостей розв’язання інтервальних систем лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР); [9] – встановлення особливостей вибору початкових наближень у методі ідентифікації параметрів моделей динамічних систем із розв’язку ІСЛАР; [10, 11] – дослідження можливих варіантів задання структури каналу вимірювання лінійних динамічних систем з інтервальним представленням вихідних змінних.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на семи науково-технічних конференціях, двох семінарах, одному міжнародному симпозиумі: VII International Workshops “Computational Problems of Electrical Engineering” CPEE (Odessa, 2006); International Conferences “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM) (Lviv-Polyana, 2007); International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science” (TCSET) (Lviv-Slavske, 2006, 2008, 2010); Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання», SPIC-2008, SPIC-2009 (Скоморохи, 2008, 2009); Школа-семінар для молодих науковців «Індуктивне моделювання: теорія і застосування» (с. Жукин, Київська обл., 2008, 2010); Міжнародний симпозиум «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXV)» (Крим, смт. Кацивелі, 2009).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи висвітлено в 14 друкованих працях, загальним обсягом 82 сторінки, із них 7 статей у фахових наукових виданнях, 7 публікацій в матеріалах конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, трьох додатків та списку використаних джерел. Загальний обсяг роботи – 154 сторінки. Основний зміст викладено на 125 сторінках. Робота містить 22 рисунки і 8 таблиць. Додатки на 8 сторінках. Список використаних джерел включає 168 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** наведено загальну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету та задачі досліджень, визначено основні методи досліджень, розкрито наукову новизну та практичну цінність роботи.

У першому розділі розглянуто клас хіміко-технологічних систем та процесів, до яких відносяться біогазові установки, і задачі їхнього моделювання. Показано, що системи такого типу можуть бути описані дискретними динамічними нелінійними моделями у просторі змінних стану. Враховуючи опосередковане спостереження та збір експериментальних даних через інші фізичні параметри за допомогою сенсорів і вимірювальних схем з обмеженою точністю, за умови що процеси відбуваються в кожній точці гомогенності систем і на границях поділу фаз, в описаному класі систем доцільно розглядати задачу ідентифікації нелінійних дискретних моделей, що оцінюють стан системи із точністю, яка не поступається точності вимірювань. Проведено критичний аналіз методів ідентифікації дискретних моделей „вхід-вихід“ динамічних систем за умов невизначеності. Сформульовано задачі дисертаційного дослідження.

Розглянемо особливості хіміко-технологічних систем, які складають основу виробництва багатьох галузей промисловості. В межах системи вхідні змінні $u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)$ (реагенти) зазнають цілеспрямованих фізико-хімічних перетворень у вихідні змінні $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$ під час відповідного хіміко-технологічного процесу.

З практичного погляду важливе значення має моніторинг і управління концентраціями комплексів речовин у системах. Ці концентрації належать до внутрішніх змінних стану системи $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ і про їхню динаміку можна судити лише опосередковано, через виходи $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$, що відповідають різним фізичним величинам.

До виокремленого класу систем належать системи відновлюваної енергетики та процеси, які у них відбуваються, зокрема біогазові установки.

Розглянемо формальну постановку задачі параметричної ідентифікації нелінійної дискретної моделі багатовимірної динамічної системи та методи її розв'язання. Таку систему будемо описувати рівняннями динаміки станів:

$$x_{i,k+1} = f_i(\bar{g}_i, \bar{q}_i, \bar{x}_k, \bar{u}_k), \quad i = 1, \dots, m, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представимо лінійними рівняннями

$$y_{j,k+1} = \sum_{i=1}^m c_{ji} \cdot x_{i,k+1} + e_{jk+1}, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2)$$

де f_i – в загальному випадку нелінійні функції, конкретний вигляд яких встановлюють в процесі структурної ідентифікації; \bar{g}_i – невідомі вектори параметрів моделі системи, $\bar{g}_i \in R^m$; \bar{q}_i – невідомі вектори параметрів управлінь, $\bar{q}_i \in R^p$; c_{ji} – відомі вагові коефіцієнти; $y_{j,k+1}$ – вихідні змінні об'єкта, x_{ik} – змінні стану об'єкта в k -й дискретний момент часу, \bar{u}_k – вектор управлінь в k -й дискретний момент часу, $\bar{u}_k \in R^p$; $e_{1,k+1}, \dots, e_{j,k+1}, \dots, e_{n,k+1}$ – випадкові похибки.

Переважно відносно похибок \bar{e}_{k+1} висувують припущення, що вони є з нульовим математичним сподіванням із відомими дисперсіями і не корельовані між собою та у часових дискретах.

Для визначення найкращих оцінок невідомих параметрів необхідно задати міру близькості математичної моделі до отриманих експериментальних даних. У методі найменших квадратів таким критерієм виступає мінімізація функції квадратів

похибок. У методі максимальної правдоподібності таким критерієм є максимізація функції правдоподібності.

Розглянуті критерії точності та «якості» моделі ґрунтуються на гіпотезі про відсутність вимірювальних похибок. Проте умови невизначеності пов'язані як з неповнотою знань про математичну модель процесу, так із похибкою у спостереженнях. При наявності невизначеностей або шумів у спостереженнях асимптотична збіжність середніх оцінок гарантується лише при підтвердженні відповідних статистичних гіпотез. Зокрема, до таких гіпотез належить відомість значень математичного сподівання і коваріаційних характеристик адитивного шуму.

Для виокремленого класу систем, незважаючи навіть на відсутність точних статистичних даних, невизначеність спостережень залишається в апіорі відомих межах (інтервалах). Тому альтернативою до стохастичного підходу є розгляд невизначеності у вигляді динамічної моделі з невідомими параметрами, що входить в межі часового ряду інтервалів експериментальних спостережень і тим самим узгоджується з ними. Саме такий підхід доцільно застосовувати у випадку обмеженого за амплітудою шуму в динамічних системах. Для ідентифікації таких моделей необхідно застосовувати інші нетрадиційні підходи, які б забезпечували задану точність прогнозування динаміки процесів у межах «нестационарності» чи вимірювальних похибок, тобто включення прогнозованого коридору процесу, отриманого на основі допускових оцінок параметрів моделі, в експериментальний. Такі методи розвивають у межах теоретико-множинного та інтервального підходів. Аналіз літературних джерел показав, що для цих цілей найбільш ефективними є методи ідентифікації, в яких для знаходження допускової оцінки параметрів \vec{g}_{dop} моделі використовують ітераційний метод поліпшення початкового наближення. Кожна ітерація складається з трьох кроків. На першому кроці генерують випадковий вектор ξ в околі радіусом r наближеного розв'язку, отриманого на попередній ітерації ($r = const$). На другому кроці обчислюють нове наближення оцінки параметрів. На третьому кроці перевіряють якість отриманого наближення. Недоліком запропонованого ітераційного методу параметричної ідентифікації є сталість параметра r у процесі реалізації ітераційної процедури, що досить часто призводить до зациклення та низької збіжності.

У заключній частині розділу на основі проведеного аналізу задач та методів параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем сформульовано задачі дисертаційного дослідження.

У другому розділі розглянуто задачу отримання допускових коридорів динаміки системи на основі результатів ідентифікації параметрів моделі. Досліджено складність цієї задачі. Встановлено властивості розв'язків цієї задачі. Досліджено та обґрунтовано підходи до розробки методу ідентифікації параметрів дискретних динамічних систем з оптимальним настроюванням параметрів пошуку розв'язків.

Розглянемо багатовимірну динамічну систему за умов повної спостережуваності. Припустимо, що результати спостереження за вихідними змінними містять адитивні похибки, з невідомими статистичними характеристиками, але з відомими граничними значеннями. Таку систему будемо описувати у загальному випадку нелінійними рівняннями динаміки (1), а зв'язки між вихідними змінними та змінними стану системи представимо лінійними рівняннями:

$$\bar{y}_{k+1} = C \cdot \bar{x}_{k+1} + \bar{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (3)$$

де C – відома матриця виходів. Для похибок $\bar{e}_{k+1} = (e_{1,k+1}, e_{2,k+1}, \dots, e_{n,k+1})^T$ спостережень усіх виходів виконуються такі умови:

$$|e_{j,k+1}| \leq \Delta_{j,k+1}, \quad \Delta_{j,k+1} > 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (4)$$

де $\Delta_{j,k+1}$ – гранична амплітуда похибки спостереження за відповідним виходом.

Позначимо за **Tol** перетворення, що дозволяє отримати допускові оцінки інтервалів вектора параметрів стану $[\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+]$ на основі даних спостережень за вихідними змінними, тобто:

$$[\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+] = \mathbf{Tol}(\bar{y}_{k+1}, |\bar{e}_{k+1}| \leq \bar{\Delta}_{k+1}, C), \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (5)$$

де $\bar{\Delta}_{k+1} = (\Delta_{1,k+1}, \dots, \Delta_{j,k+1}, \dots, \Delta_{n,k+1})^T$.

Умовою отримання допускових коридорів динаміки параметрів стану системи є таке включення:

$$[\hat{x}_{k+1}] = [\hat{x}_{k+1}^-; \hat{x}_{k+1}^+] \subseteq [\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+], \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{1k+1}] &= f_1(\hat{g}_1, \hat{q}_1, [\hat{x}_k], \bar{u}_k), \\ &\vdots \\ [\hat{x}_{ik+1}] &= f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k), \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (7) \\ &\vdots \\ [\hat{x}_{mk+1}] &= f_m(\hat{g}_m, \hat{q}_m, [\hat{x}_k], \bar{u}_k), \end{aligned}$$

При цьому передбачаємо, що інтервальні оцінки змінних стану у момент $k=0$ є відомими, або задамо їх у такий спосіб, щоб вони належали інтервальним оцінкам змінних стану, отриманим за результатами спостережень за вихідними змінними, тобто $[\hat{x}_{k=0}] = [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0]$. Математичні моделі, представлені системою (7), називатимемо інтервальними нелінійними дискретними моделями динамічної системи.

Користуючись умовами (6), виразами для моделей об'єкта (7) та відомими інтервальними оцінками змінних стану у початковий момент, складемо систему інтервальних рівнянь для оцінювання параметрів \hat{g}_i моделі системи та управлінь \hat{q}_i :

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{k=0}] &= [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0], \\ z_{i,k+1} &\leq f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k) \leq z_{i,k+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1; i = 1, \dots, m. \quad (8) \\ [\hat{x}_{i,k+1}] &= f_i(\hat{g}_i, \hat{q}_i, [\hat{x}_k], \bar{u}_k); \end{aligned}$$

Зауважимо, що інтервальні оцінки вектора змінних стану $[\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-; \bar{z}_{k+1}^+]$ отримані за результатами спостережень за вихідними змінними системи для заданих дискретних значень вектора управлінь \bar{u}_{k+1} . Методи одержання цих оцінок залежно від розмірності матриці виходів C є предметом окремого розгляду в третьому розділі дисертації.

У дисертаційній роботі показано, що навіть для випадку лінійних дискретних динамічних моделей інтервальна система у вигляді (8) є нелінійною, а її розв'язок є неопуклою множиною.

На основі проведених досліджень встановлено: 1) задача параметричної ідентифікації лінійної чи нелінійної динамічної системи з урахування початкових умов у вигляді інтервально заданих наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики є задачею розв'язку інтервальної системи нелінійних рівнянь; 2) розв'язком цієї задачі є неопукла область оцінок параметрів динамічної системи; 3) актуальним є аналіз та розробка простих з обчислювального погляду можливих обчислювальних схем для розв'язання вказаної задачі.

Далі у цьому розділі проведено обґрунтування методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем з інтервальною невизначеністю. Зокрема, запропоновано та обґрунтовано використання чотирьох-крокових обчислювальних процедур за такою схемою: 1) введення початкових умов у вигляді інтервальних наближень початкових дискретних значень прогнозованої характеристики із виконанням відомих умов включення (6); 2) задання початкової \hat{g}_i^0 , \hat{q}_i^0 , $i=1, \dots, m$ чи формування поточної оцінки векторів параметрів динамічної системи та управлінь, відповідно; 3) реалізація рекурентної схеми з метою отримання інтервальних дискретних оцінок прогнозованих значень вихідних змінних та перевірки „якості” поточної оцінки векторів параметрів динамічної системи та управлінь; 4) настроювання процедури пошуку оцінок параметрів.

На підставі проведеного аналізу властивостей області розв'язків інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) для лінійного динамічного об'єкта встановлено можливість отримання початкових оцінок векторів \hat{g}_i^0 , \hat{q}_i^0 , $i=1, \dots, m$ із використанням одного розв'язку ІСЛАР у такому вигляді:

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{k=0}] &= [\hat{x}_0] \subseteq [\bar{z}_0], \\ z_{1,1} &\leq \hat{g}_1^T [\hat{\delta}_0; \hat{\delta}_0^+] + \hat{q}_1^T \bar{u}_0 \leq z_{1,1}^+, \\ &\vdots \\ z_{i,1} &\leq \hat{g}_i^T [\hat{\delta}_0; \hat{\delta}_0^+] + \hat{q}_i^T \bar{u}_0 \leq z_{i,1}^+, \\ &\vdots \\ z_{m,1} &\leq \hat{g}_m^T [\hat{\delta}_0; \hat{\delta}_0^+] + \hat{q}_m^T \bar{u}_0 \leq z_{m,1}^+. \end{aligned} \tag{9}$$

Слід зауважити, що у випадку параметричної ідентифікації нелінійного динамічного об'єкта вибір початкових умов у вигляді векторів \hat{g}_i^0 , \hat{q}_i^0 , $i=1, \dots, m$ суттєво ускладнюється і є предметом окремого розгляду.

Поточна оцінка вектора параметрів буде задовільною, коли чисельно побудована ІСНАР (8) буде сумісною, тобто коли будуть виконуватися всі умови включення (6).

У цьому розділі наведено обґрунтування організації чисельної процедури реалізації методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних нелінійних систем, що гарантує задану точність моделі. Актуальним залишається дослідження часової складності та збіжності обґрунтованої обчислювальної схеми.

У третьому розділі розглянуто методи розв'язування задач параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, за умов інтервального оцінювання змінних стану із використанням результатів спостережень за вихідними змінними динамічної системи з похибками, обмеженими за амплітудою. Спочатку розглянуто методи отримання інтервальних

оцінок змінних стану за результатами аналізу інтервальних даних спостережень за вихідними змінними. Далі на основі отриманих оцінок змінних стану розглянуто методи параметричної ідентифікації. Створено чисельні алгоритми реалізації запропонованих методів. Показана їх збіжність та проведено дослідження обчислювальної (часової) складності реалізації.

Приймаючи до уваги рівняння (3) із заміною вектора змінних стану \vec{x}_{k+1} на його оцінку \vec{z}_{k+1} , а також враховуючи обмеженості амплітуди похибок \vec{e}_{k+1} (4), перетворення (5) подамо у вигляді ІСЛАР:

$$\vec{y}_{k+1} - \vec{\Delta}_{k+1} \leq C \cdot \vec{z}_{k+1} \leq \vec{y}_{k+1} + \vec{\Delta}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (10)$$

Розглянемо три можливих варіанти задання взаємозв'язку між змінними стану та вихідними змінними C :

1) задана квадратна невиврождена матриця C , тобто кількість вихідних змінних дорівнює кількості змінних стану, $m=n$, $\text{rang}(C)=m$; 2) задана прямокутна матриця C і при цьому $m < n$; 3) задана прямокутна матриця C і при цьому $m > n$.

Для першого варіанту інтервальні розширення допусків оцінок змінних стану отримаємо із ІСЛАР (10) у такому вигляді:

$$\begin{aligned} z_{i,k+1}^- &= \min_{\Delta_{i,k+1} \in \{-\Delta_{i,k+1}; +\Delta_{i,k+1}\}} \{c_{i,1}^* \cdot (y_{1,k+1} - \Delta_{1,k+1}) + \dots + c_{i,i}^* \cdot (y_{i,k+1} - \Delta_{i,k+1}) + \dots + \\ & c_{i,m}^* \cdot (y_{m,k+1} - \Delta_{m,k+1})\}, \\ z_{i,k+1}^+ &= \min_{\Delta_{i,k+1} \in \{-\Delta_{i,k+1}; +\Delta_{i,k+1}\}} \{c_{i,1}^* \cdot (y_{1,k+1} + \Delta_{1,k+1}) + \dots + c_{i,i}^* \cdot (y_{i,k+1} + \Delta_{i,k+1}) + \dots + \\ & c_{i,m}^* \cdot (y_{m,k+1} + \Delta_{m,k+1})\}, \\ & k = 0, \dots, N-1, i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (11)$$

де c_{ij}^* – елементи матриці оберненої до C .

Вирази (11) для оцінювання змінних стану базуються на тому, що матриця C є квадратною та невивроденою. У випадку, коли кількість вихідних змінних більша від кількості змінних стану, вказані вирази застосувати неможливо. Перетворення (5) в цьому випадку описуватимемо такою ІСЛАР:

$$\vec{y}_{k+1}^- \leq C \cdot \vec{z}_{k+1} \leq \vec{y}_{k+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad n > m, \quad (12)$$

де $\vec{y}_{k+1}^- = \vec{y}_{k+1} - \vec{\Delta}_{k+1}$, $\vec{y}_{k+1}^+ = \vec{y}_{k+1} + \vec{\Delta}_{k+1}$ – вектори нижніх і верхніх меж вихідних змінних. Розв'язком отриманої ІСЛАР є многогранна область оцінок змінних стану Ω . В інтервальному аналізі відомим є підхід наближеного представлення цієї многогранної області вписаним паралелотопом. Суть цього підходу полягає у виділенні m – базових вихідних змінних та квадратної матриці C_m взаємозв'язку між цими змінними та m – змінними стану, а решту спостережень за $n-m$ вихідними змінними ураховують певним чином перераховуючи інтервальні дані спостережень за m – базовими вихідними змінними у кожен дискретний момент часу. Таке представлення є найбільш зручним і точним, оскільки уможливорює наблизити множинну оцінку розв'язків ІСЛАР (12) множинними оцінками m змінних стану, отриманими із розв'язку ІСЛАР у такому вигляді:

$$\vec{y}_{k+1}^- \leq C_m \cdot \vec{z}_{k+1} \leq \vec{y}_{k+1}^+; \quad k = 1, \dots, N; \quad n = m, \quad (13)$$

для якої знайдемо розв'язки за аналогією до ІСЛАР (11). У формулі (13) використано такі позначення: C_m - квадратна матриця, сформована із m рядків матриці C ІСЛАР (12); $\vec{y}_{k+1}^-, \vec{y}_{k+1}^+$ - вектори нижніх на верхніх меж для вихідних змінних для m вибраних певним чином вихідних змінних. У дисертаційній роботі створено чисельні процедури для реалізації вказаного підходу.

Для випадку, коли задана прямокутна матриця C і при цьому кількість вихідних змінних менша від кількості параметрів стану, тобто $m > n$, запропоновано, виходячи із фізичних міркувань, до визначити ІСЛАР такими обмеженнями:

$$z_{j,k+1}^- \leq z_{j,k+1} \leq z_{j,k+1}^+; \quad j = m - n, \dots, m. \quad (14)$$

Далі у третьому розділі запропоновано удосконалений метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною.

В основу процедури пошуку розв'язків $\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{1dop}^T, \dots, \hat{g}_{mdop}^T, \hat{q}_{1dop}^T, \dots, \hat{q}_{mdop}^T)$ системи (9) покладено ітераційний метод уточнення наближеного розв'язку, обґрунтований у другому розділі. Розглянемо алгоритм реалізації методу детальніше.

Крок 1. Задання початкового наближення \hat{g}_0 .

Крок 2. Покладемо $l = 0$, де l – номер ітерації пошуку \hat{g}_{dop} .

Крок 3. Обчислення $[\hat{x}_{l+1,k+1}]$, за формулами (7), модифікованими для $l+1$ - ітерації: $[\hat{x}_{i,k+1}^{l+1}] = f_i(\hat{g}_{i,l+1}, \hat{q}_{i,l+1}, [\hat{x}_k], \bar{u}_k)$, $i = 1, \dots, m, k = 0, \dots, N-1$.

Крок 4. Обчислення величини, що задає якість поточного наближення до допускового вектора за формулою:

$$\delta_l = \max_{k+1=1 \dots N, i=1, \dots, m} \{wid([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}]) \quad wid([\hat{x}_{ik+1}^{l+1}] \cap [z_{ik+1}])\}, \quad (15)$$

де $\hat{x}_{i,k+1}^{l+1}$ та $z_{i,k+1}$ – компоненти вектора прогнозованих значень змінних стану для $l+1$ ітерації процедури, та оцінок змінних стану, отриманих за результатами спостережень за вихідними змінними, відповідно; $wid(\bullet)$ - операція виділення ширини інтервалу.

Крок 5. Якщо $\delta_l = 0$, то $\hat{g}_{dop} = \hat{g}_l$ і кінець пошуку, інакше – покладемо $l=l+1$ і перехід на крок 6.

Крок 6. Генерування вектора $\vec{\xi}_l$ за формулою:

$$\vec{\xi}_l = r \cdot \left(\frac{\Delta g_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{1ml}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta g_{mml}}{R_l}, \frac{\Delta q_{11l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{1pl}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{m1l}}{R_l}, \dots, \frac{\Delta q_{mpl}}{R_l} \right), \quad (16)$$

де $\Delta g_{11l}, \dots, \Delta g_{1ml}, \dots, \Delta g_{m1l}, \dots, \Delta g_{mml}, \Delta q_{11l}, \dots, \Delta q_{1pl}, \dots, \Delta q_{m1l}, \dots, \Delta q_{mpl}$ – випадкові числа, згенеровані відповідно до рівномірного закону розподілу на інтервалі $[-1; 1]$;

$$R_l = [(\Delta g_{11l})^2 + (\Delta g_{1ml})^2 + \dots + (\Delta g_{m1l})^2 + \dots + (\Delta g_{mml})^2 + (\Delta q_{11l})^2 + \dots + (\Delta q_{1pl})^2 + \dots + (\Delta q_{m1l})^2 + \dots + (\Delta q_{mpl})^2]^{1/2}.$$

Крок 7. Обчислення нового наближення \hat{g}_{l+1} за формулою (17) і перехід на крок 3

$$\hat{g}_{l+1} = \hat{g}_l + \vec{\xi}_l. \quad (17)$$

Як видно з формули (17) „якість“ нового наближення залежить від згенерованого вектора $\vec{\xi}_l$, зокрема від оптимального вибору параметра пошуку r . З метою забезпечення співвідношення $\hat{g}_{l+1} \succ \hat{g}_l$, де \succ – відношення переваги, а також забезпечення швидкої збіжності алгоритму для настроювання параметра r використано метод дихотомії.

Проведено порівняльний аналіз обчислювальної складності та швидкості збіжності відомого методу із запропонованим. Для прикладу розглянуто задачу ідентифікації дискретної моделі динаміки реалізації хлібобулочних виробів, яка включає три змінних стану. При цьому застосовано запропонований метод із настроюванням кроку та відомий - без настроювання кроку. Результати порівняння збіжності для обох методів наведено на рис 1 для одної змінної стану. Для знаходження оцінок вектора параметрів цієї моделі в існуючій процедурі необхідно близько 140 ітерацій (крива 1), а в запропонованому методі (крива 2) близько 20.

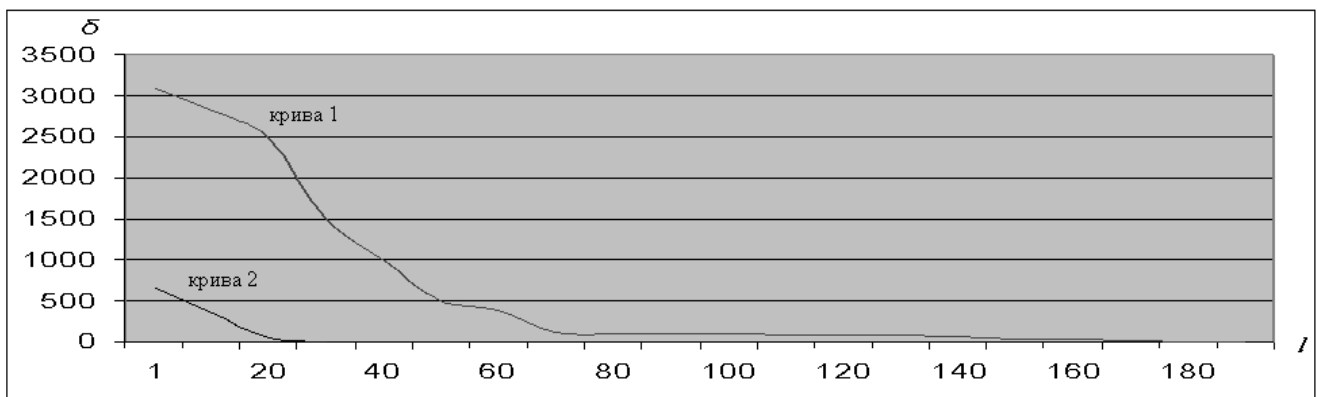


Рис.1. Ілюстрація збіжності методу при ідентифікації інтервальних моделей динаміки реалізації хлібобулочних виробів

Таким чином, комп'ютерне моделювання підтверджує ефективність введення процедури настроювання параметрів пошуку у запропонованому методі. До того ж наведені графіки на рис. 1 ілюструють нижчу обчислювальну складність удосконаленого методу, оскільки комп'ютерне моделювання показало, що часова складність однієї ітерації у запропонованому методі вища порівняно з базовим методом близько 2 рази, а кількість ітерацій менша близько 7 раз.

Дослідження часової складності та збіжності запропонованого методу проведемо на основі комп'ютерного моделювання шляхом застосування розробленого методу і алгоритму та створеного на їхній основі програмного забезпечення для розв'язання задач параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних моделей різної складності.

Метою дослідження є встановлення ступеня впливу кількості параметрів моделі, точності моделі, яка задається шириною коридору на часову складність практичної реалізації методу. Для досягнення вказаної мети використовуватимемо ряд відомих в теорії систем дискретних динамічних моделей за різних умов їхньої побудови. А саме обчислювальні експерименти побудуємо так, щоб для кожної моделі різної складності (з різною кількістю невідомих параметрів) встановити часову складність реалізації розробленого методу та алгоритму параметричної ідентифікації для шести варіантів задання точності 30%, 25%, 20%, 15%, 10%, 5%. Окрім цього, враховуючи використання процедури випадкового пошуку параметрів у запропонованому методі параметричної ідентифікації із настроюванням кроку,

необхідно для кожного випадку проводити серію експериментів і за оцінку часової складності реалізації методу приймати середнє значення отримане у серії. Приймаємо кількість експериментів у серії за 10. Отже для кожної моделі необхідно провести 60 експериментів. З метою забезпечення чистоти обчислювальних експериментів за початкові умови для пошуку параметрів для усіх моделей приймаємо вектор параметрів із нульовими компонентами.

Найпростішою моделлю, для якої проводились дослідження, є дискретна динамічна модель, що описує колективи біологічних організмів (побудована із застосуванням явної схеми Ейлера), модель Мальтуса:

$$x_{1,k+1} = x_{1,k} + hA_1x_{1,k} \quad (18)$$

де A_1 – коефіцієнт інтенсивності росту ($A_1 > 0$).

Результати ідентифікації параметрів моделі (18) на основі розробленого методу наведено в таблиці 1. У цій же таблиці подано часову складність реалізації методу.

Таблиця 1. Результати комп'ютерного дослідження методу параметричної ідентифікації дискретної динамічної моделі Мальтуса

Структура моделі	$x_{1,k+1} = x_{1,k} + hA_1x_{1,k}$					
Точність моделі	30%	25%	20%	15%	10%	5%
Значення параметрів моделі	$A_1=21,769$	$A_1=21,849$	$A_1=21,935$	$A_1=22,005$	$A_1=22,026$	$A_1=22,088$
Часова складність реалізації методу, с	1,826	1,886	1,991	2,147	2,230	2,890

Наступна модель для дослідження складності методу представлена у вигляді логістичного рівняння Ферхюльста з двома параметрами у такому вигляді:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1x(t) \frac{A_2 - x(t)}{A_2}, \quad (19)$$

де $x(t)$ – кількість особин в час t , A_1 – константа швидкості росту популяції, A_2 – максимальна чисельність популяції, можлива в даних умовах. Результати ідентифікації параметрів моделі (19) наведено в таблиці 2.

Таблиця 2. Результати комп'ютерного дослідження методу параметричної ідентифікації дискретизованого за явною схемою Ейлера логістичного рівняння Ферхюльста

Структура моделі	$x_{1,k+1} = x_{1,k} + hA_1x_{1,k} \frac{A_2 - x_{1,k}}{A_2}$					
Точність моделі	30%	25%	20%	15%	10%	5%
Значення параметрів моделі	$A_1=25,77$ $A_2=210,86$	$A_1=20,71$ $A_2=225,62$	$A_1=20,99$ $A_2=240,03$	$A_1=21,19$ $A_2=256,15$	$A_1=23,01$ $A_2=270,28$	$A_1=22,01$ $A_2=285,03$
Часова складність реалізації методу, с	5,13	5,33	5,62	5,93	6,26	6,93

Тепер перейдемо до найскладнішої динамічної системи у серії досліджень складності методу. Розглянемо динамічні процеси очищення води і ґрунтів від канцерогенних та токсичних речовин (поліциклічних вуглеводів, нафталіну і 2-метилнафталіну), які описують періодичною (batch) системою Моно у вигляді

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \left(A_1 \frac{x_2(t)}{A_3 + x_2(t)} - A_2 \right) x_1(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = - \frac{x_2(t)}{A_3 + x_2(t)} x_1(t), \end{cases} \quad (20)$$

де A_1 – коефіцієнт максимальної швидкості росту мікроорганізмів, A_2 – коефіцієнт швидкості відмирання мікроорганізмів, A_3 – константа Моно, яка дорівнює концентрації субстрату при половині швидкості росту мікроорганізмів. Результати ідентифікації параметрів моделі (20) наведено в таблиці 3.

Таблиця 3. Результати комп'ютерного дослідження методу параметричної ідентифікації дискретного представлення періодичної системи Моно

Структура моделі	$\begin{cases} x_{1,k+1} = x_{1,k} + h \left(A_1 \frac{x_{2,k}}{A_3 + x_{2,k}} - A_2 \right) x_{1,k}, \\ x_{2,k+1} = x_{2,k} - h \frac{x_{2,k}}{A_3 + x_{2,k}} x_{1,k}. \end{cases}$			
Точність моделі	30%	25%	20%	15%
Значення параметрів моделі	$A_1=0,795$ $A_2=0,207$ $A_3=3,121$	$A_1=0,708$ $A_2=0,232$ $A_3=2,471$	$A_1=0,688$ $A_2=0,230$ $A_3=2,705$	$A_1=0,863$ $A_2=0,245$ $A_3=3,099$
Часова складність реалізації методу, с	4,32	12,53	15,13	31,53

На рис. 2 узагальнено результати досліджень представлених у табл. 1 – табл. 3. Як видно із рис. 2, часова складність розробленого в дисертаційній роботі методу параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем суттєвим чином залежить від заданої точності моделі тільки для складних моделей. Для простих моделей така залежність не є відчутною.

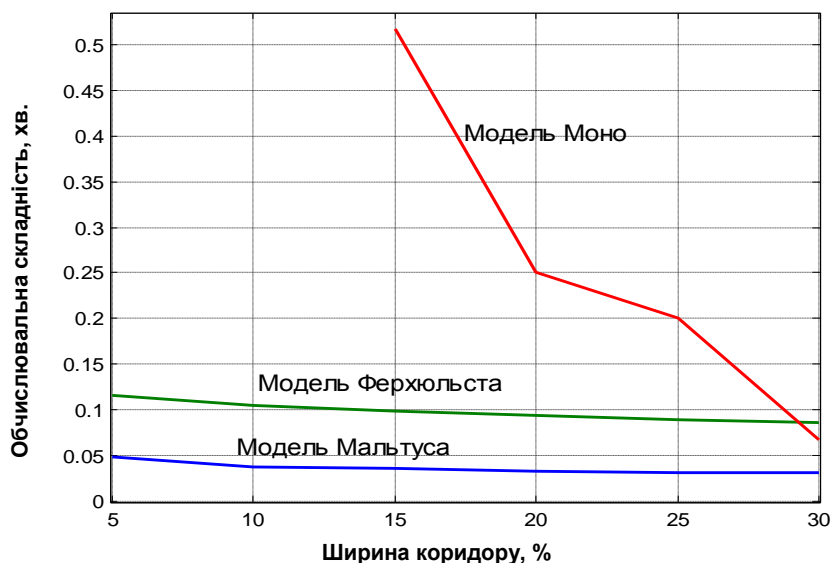


Рис.2. Залежності часової складності реалізації методу параметричної ідентифікації від складності моделі та ширини коридору прогнозування

У четвертому розділі розглянуто задачу моделювання процесів анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, розв'язування якої ґрунтується на розробленому методі ідентифікації моделей дискретних динамічних систем.

У реактор завантажують органічні відходи, а також відповідний об'єм популяції мікроорганізмів. Мікроорганізми під час бродіння розщеплюють органічні речовини, утворюючи мікробіологічну

біомасу та інші прості речовини включно з водою, двоокисом вуглецю та метаном. Такий процес відбувається практично при відсутності кисню. Отриманий біогаз, до 85% складу якого становить метан, піднімається у верхню частину реактора і збільшення його об'єму створює тиск, що приводить до відкриття спеціального клапана і заповнення біогазом балона, який знаходиться ззовні реактора. Далі отриманий газ використовується як джерело відновлюваної енергії. Процес бродіння твердих побутових відходів у такому реакторі продовжується до повного його розкладу протягом переважно від 60 до 180 діб, залежно від технологічних умов, розміру біогазової установки, температурних режимів тощо. У результаті бродіння крім біогазу утворюється вуглекислий газ та відброджений субстрат, що є якісним органічним добривом.

В Україні існує зацікавленість у створенні таких біогазових установок, особливо разом із створенням заводів із сортування та переробки твердих побутових відходів. Кількісне обґрунтування щодо створення біогазових установок для переробки твердих побутових відходів в містах можна здійснити на основі математичного моделювання процесів у біогазових установках.

У дисертаційній роботі проведено обґрунтування структури математичної моделі процесів у біогазовій установці:

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + h(A_1 S_k - A_3) X_k, \\ S_{k+1} = S_k - h A_4 \frac{S_k X_k}{A_2 + S_k}, \\ P_{1,k} = P_{1,\max} (S_0 - S_k) / S_0, \\ P_{2,k} = P_{2,\max} (S_0 - S_k) / S_0, \end{cases} \quad (21)$$

де $X(t)$ – маса мікробіологічної біомаси, $S(t)$ – маса органічного сміття, $P_1(t)$ – маса метану, $P_2(t)$ – маса відбродженого субстрату (органічного добрива), $P_{1,\max}$ – максимальна маса метану, $P_{2,\max}$ – максимальна маса відбродженого субстрату, $A_1 - A_6 \geq 0$ – коефіцієнти.

У дисертації змодельовано процес бродіння, що відбувається від завантаження органічних побутових відходів протягом 60 днів. Вимірювання маси мікроорганізмів та маси органічного сміття здійснювалося вимірювальними засобами з відносною похибкою вимірювань до 5%.

Введемо такі позначення оцінок змінних стану системи дискретних рівнянь динаміки (21): $\hat{x}_{1,k} = X_k, \hat{x}_{2,k} = S_k, \hat{x}_{3,k} = P_{1,k}, \hat{x}_{4,k} = P_{2,k}$ та $\hat{x}_{3,\max} = P_{1,\max}, \hat{x}_{4,\max} = P_{2,\max}$.

Задамо умови забезпечення прогнозу інтервальних оцінок мікробіологічної маси та маси органічних відходів в процесі бродіння в заданих межах, визначених похибками спостережень за вихідними змінними:

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{1,k+1}] &= [\hat{x}_{1,k+1}; \hat{x}_{1,k+1}^+] \subseteq [z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}; z_{1,k+1}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}] &= [\hat{x}_{2,k+1}; \hat{x}_{2,k+1}^+] \subseteq [z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}; z_{2,k+1}^+], \end{aligned} \quad (22)$$

де $[z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+], [z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+]$ – відповідно інтервальні оцінки вимірної маси мікроорганізмів та маси побутових відходів, $k = 0, \dots, 60$ – часові дискрети.

Динаміку отримання біогазу (метану) та відбродженого субстрату отримаємо із рівнянь

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{3,k+1}; \hat{x}_{3,k+1}^+] &= [\hat{x}_{3,max}] \left([\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+] \quad [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] \right) / [\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+], \\ [\hat{x}_{4,k+1}; \hat{x}_{4,k+1}^+] &= [\hat{x}_{4,max}] \left([\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+] \quad [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] \right) / [\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+]. \end{aligned}$$

При цьому інтервальні оцінки максимальних мас біогазу та відродженого субстрату обчислюємо з урахуванням максимальної питомої маси утворення метану, а також із урахуванням інтервалу виходу - $[10;20] \text{дм}^3$ біогазу на 1дм^3 субстрату та залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах за формулами $[\hat{x}_{3,max}] = [10;20] [\hat{x}_{2k=0}]$, $[\hat{x}_{4,max}] = 0,8103 [\hat{x}_{2k=0}] + [\hat{x}_{1k=0}]$.

Для ідентифікації параметрів A_1, A_2, A_3, A_4 моделі використовувався розроблений в дисертації алгоритм. Програмне забезпечення для реалізації вказаного алгоритму створено на основі спроектованих UML-діаграм, наведених у додатку, і виконано на мові програмування С#. Час розв'язування отриманої ІСНАР на ПК із характеристиками: процесор Celeron-2,6 ГГц, об'єм ОЗП -1Гб - склав 22 хв. Крок дискретизації $h=0,01$. У результаті ідентифікації дискретну модель динаміки процесу переробки органічних побутових відходів отримано у такому вигляді:

$$\begin{aligned} [\hat{x}_{1,k+1}; \hat{x}_{1,k+1}^+] &= (1 + 0,01 (3,862 [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] - 13,965)) [\hat{x}_{1,k}; \hat{x}_{1,k}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}; \hat{x}_{2,k+1}^+] &= [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] - 0,01 \cdot 8,803 \frac{[\hat{x}_{1,k}; \hat{x}_{1,k}^+] [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+]}{0,974 + [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+]}, \\ [\hat{x}_{3,k+1}; \hat{x}_{3,k+1}^+] &= [10;20] \left([\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+] \quad [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] \right), \\ [\hat{x}_{4,k+1}; \hat{x}_{4,k+1}^+] &= (0,8103 [\hat{x}_{2,k=0}] + [\hat{x}_{1,k=0}]) \left([\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+] \quad [\hat{x}_{2,k}; \hat{x}_{2,k}^+] \right) / [\hat{x}_{2,0}; \hat{x}_{2,0}^+]. \end{aligned} \quad (23)$$

Результати прогнозування на основі отриманої моделі наведено на рис.3 та рис. 4. Зокрема, на рис. 3,а наведено динаміку зменшення неперевроджених органічних відходів, а рис. 3,б ілюструє динаміку зміни концентрації мікроорганізмів із заданою точністю, яка не виходить за межі 5% відносної похибки.

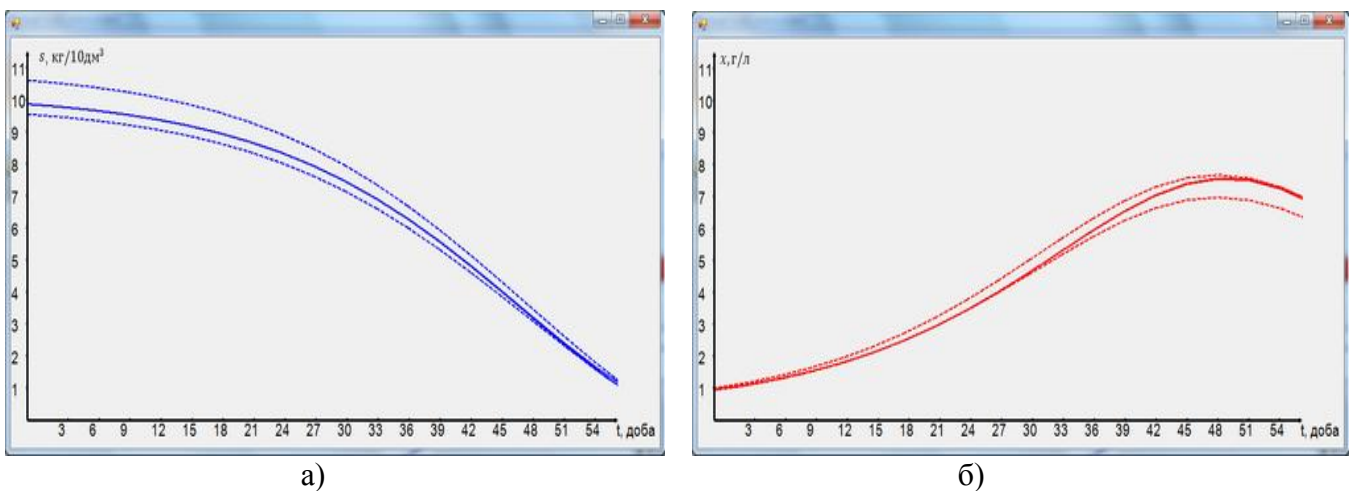


Рис.3. Коридори динаміки: а) маси побутових відходів в реакторі;
б) мікробіологічної маси мікроорганізмів в реакторі

Динаміку збільшення об'єму біогазу та відбродженого субстрату наведено на рис. 4,а та рис. 4,б, відповідно. Створені моделі уможливають дослідження процесів переробки органічних побутових відходів. Зокрема, вони придатні для розв'язування

задач організації управління вказаними процесами, не тільки з метою знаходження високоефективних режимів мінімізації побутових відходів, але й для забезпечення максимального виходу біогазу та високоякісного органічного добрива. Результати проведених досліджень запропоновано до впровадження при створенні заводу для переробки твердих побутових відходів у місті Тернополі, що засвідчено актом про впровадження.

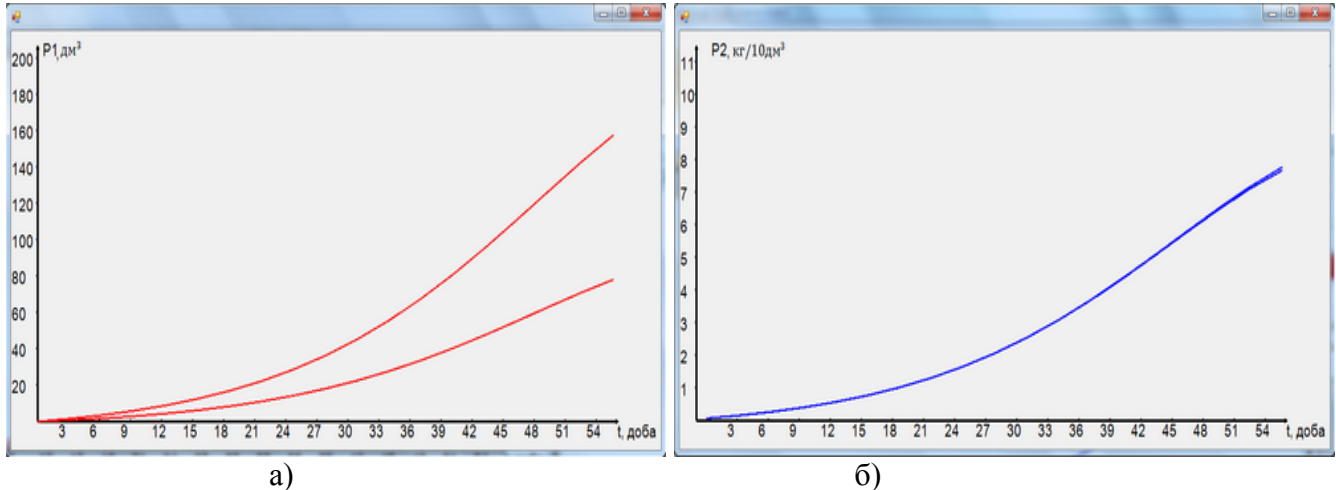


Рис.4. Динаміка: а) накопичення отриманого в реакторі біогазу; б) наростання об'єму відбродженого субстрату

У додатках подано документи, що підтверджують впровадження результатів наукових досліджень дисертації, наведено спроектовані UML-діаграми, на основі яких створено програмне забезпечення для реалізації методу параметричної ідентифікації.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну наукову задачу створення методів та алгоритмів параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними. Отримано такі наукові та практичні результати:

1. Проведено аналіз хіміко-технологічних систем та процесів, зокрема у біогазових установках, які можуть бути описані дискретними динамічними нелінійними моделями у просторі змінних стану і, враховуючи опосередковане спостереження та збір експериментальних даних, з допомогою інших фізичних параметрів, показано, що в описаному класі систем доцільно розглядати задачу ідентифікації нелінійних дискретних моделей, що оцінюють стан системи з точністю, яка не поступається точності вимірювань. Для розв'язування цієї задачі обґрунтовано створення на базі теоретико-множинного та інтервального підходів методу параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними.

2. Вперше доведено, що задачі параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю, яка визначається граничними значеннями похибок спостережень за вихідною змінною, є задачами оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь.

3. Встановлено, що розв'язком задачі параметричної ідентифікації дискретних

динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю в умовах невизначеності є неопукла множина параметрів моделі системи та параметрів управлінь і для розв'язування такої задачі вперше обґрунтовано застосування ітераційного методу, який відрізняється наявністю процедури настроювання кроку для випадкового пошуку параметрів моделі.

4. Вперше отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допусккових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками, що уможливило побудову методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем із заданою точністю, яка безпосередньо пов'язана із точністю представлення вихідних змінних. Отримані вирази для допусккових оцінок змінних стану моделі динамічної системи побудовані на лінійній залежності між змінними стану та вихідними змінними для трьох випадків: кількість вихідних змінних збігається з кількістю змінних стану, кількість вихідних змінних більша та менша від кількості змінних стану.

5. Удосконалено метод параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних лінійних та нелінійних систем з заданою точністю за рахунок введення процедури оптимального настроювання алгоритму пошуку параметрів цієї моделі, що уможливило підвищити збіжність та знизити до 7 раз обчислювальну складність існуючого методу.

6. Проведено комп'ютерне моделювання, дослідження та підтвердження працездатності створеного методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю у спосіб його апробації на прикладі побудови дискретних інтервальних моделей динаміки різної складності, відповідно з одним, двома та трьома параметрами та для різних відсотків точності. За результатами комп'ютерного моделювання встановлено, що часова складність методу суттєво залежить від складності структури моделі, а для складних моделей спостерігається суттєве зростання часової складності реалізації методу у випадку підвищення вимог до точності моделі, що уможливило розробити рекомендації користувачам щодо використання створеного методу для моделювання реальних систем.

7. Розроблено адекватні інтервальні дискретні нелінійні моделі процесів переробки органічних побутових відходів, які забезпечують коридори прогнозування динаміки маси органічних побутових відходів та маси мікробіологічних організмів у реакторі, динаміки маси виробленого біогазу та відбродженого субстрату із заданою точністю в межах похибок в експериментальних даних.

8. Створено UML-моделі програмного забезпечення для реалізації чисельних процедур методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ НА ТЕМУ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Дивак М. Дослідження властивостей множини параметрів інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М. Дивак, Є. Марценюк // Вісник Тернопільського державного технічного університету : Науковий журнал. – №3. – 2006. – С. 163–168.

2. Дивак М. П. Оптимальна процедура настроювання параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М. П. Дивак, Є. О. Марценюк, І. Ф. Матола // Відбір і обробка інформації : Міжвідомчий збірник наукових праць. – Вип. 27 (103). – 2007. – С. 17–24.

3. Дивак М. П. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, А. В. Пукас, Є. О. Марценюк, І. Ф. Войтюк // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону: Збірник праць. Відпов. редактор д.т.н. Степашко В. С. – Київ: МННЦ ІТЦ, 2008. – С. 79–91.

4. Дивак М. П. Моделювання динамічних систем за умов інтервальної ідентифікації параметрів стану в каналі вимірювань / М. П. Дивак, Є. О. Марценюк, О. Л. Козак // Вісник Хмельницького національного університету. – 2009. – № 5 (139). – С. 249–255.

5. Марценюк Є. О. Особливості розв'язку задач параметричної ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності / Є. О. Марценюк // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. – Т. 12, №1. – С. 30–38.

6. Марценюк Є. О. Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття / Є. О. Марценюк, М. П. Дивак, Ю. Р. Піговський, Т. М. Дивак // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. – 2010. – Вип. 11 (164). – С. 181–188.

7. Дивак М. П. Інтервальні дискретні динамічні моделі виробництва біогазу з побутових органічних відходів / М. П. Дивак, А. В. Пукас, Є. О. Марценюк // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України: Спеціальний випуск. – Київ, 2010. – С. 179–184.

8. Dyvak M. Interval identification of dynamic model of realization of bakery produce / M. Dyvak, I. Kalishchuk, Ye. Martsenyuk // Proc. of the Intern. Conf. on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2006). – Lviv – Slavsko, 2006. – P. 159–163.

9. Dyvak M. Research of properties of area of parameters of interval discrete model of dynamic system / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, I. Kalishchuk // Proc. of the VII Intern. Workshop of Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE'2006). – Odessa, 2006. – P. 26–30.

10. Dyvak M. Identification of parameters of interval discrete model of the dynamic system on the basis of selection of the saturated blocks of ISLAE / M. Dyvak, L. Honchar, Ye. Martsenyuk, I. Matola // Proc. of the IX Intern. Conf. “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM'2007). – Lviv – Polyana, 2007. – P. 362–364.

11. Дивак М. Моделювання лінійних динамічних систем із заданою структурою каналу вимірювання методами аналізу інтервальних даних / М. Дивак, Є. Марценюк, І. Войтюк // Матеріали проблемно-наукової міжгалузевої конференції „Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання” (ПНМК – 2008). – Вип. 4. – Том 1. – Бучач, 2008. – С. 130–133.

12. Dyvak M. Design of cyclic periodic processes of bakery products realization based on the non-autonomous interval model / M. Dyvak, P. Stakhiv, L. Honchar, Ye. Martsenyuk // Proc. of the Intern. Conf. on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2008). – Lviv – Slavsko, 2008. – P. 159–163.

13. Дивак М. Аналіз інтервальних даних в задачах моделювання динамічних систем за умов параметричної ідентифікації каналу вимірювання / М. Дивак, Є. Марценюк, І. Войтюк // Матеріали проблемно-наукової міжгалузевої конференції

„Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання” (ПНМК– 2009). – Вип. 4. – Том 1. – Бучач, 2009. – С. 252–257.

14. Dyvak M. Modeling of fermentation processes under limited by amplitude errors of a technological process / M. Dyvak, Ye. Martsenyuk, Y. Pigovsky // Proc. of the Intern. Conf. on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2010). – Lviv – Slavsko, 2010. – P. 323–324.

АНОТАЦІЇ

Марценюк Є.О. Методи параметричної ідентифікації дискретних моделей динамічних систем, що гарантують задану точність. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2011.

Дисертаційна робота присвячена розв'язанню актуальної наукової задачі створення методів та алгоритмів параметричної ідентифікації нелінійних моделей дискретних динамічних систем із заданими прогностичними властивостями, які визначаються граничними похибками спостережень за вихідними змінними. Встановлено клас систем, для яких можлива побудова таких моделей. Вперше доведено, що задачі параметричної ідентифікації вказаних моделей є задачами оцінювання розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь, розв'язками яких є неопукла множина параметрів моделі системи та параметрів управління. Для розв'язування цієї задачі вперше обґрунтовано застосування ітераційного методу та створено чисельний алгоритм його реалізації, який відрізняється наявністю процедури настроювання кроку для випадкового пошуку параметрів моделі. Отримано вирази та побудовано алгоритми для знаходження допусккових оцінок змінних стану моделі динамічної системи на основі спостережень за вихідними змінними з обмеженими за амплітудою похибками. Проведено комп'ютерне моделювання, дослідження та підтвердження працездатності створеного методу параметричної ідентифікації дискретних динамічних лінійних та нелінійних систем із заданою точністю. Розроблено адекватні інтервальні дискретні нелінійні моделі процесів переробки органічних побутових відходів.

Ключові слова: інтервальна дискретна модель, динамічна система, інтервальний аналіз, параметрична ідентифікація.

Марценюк Е.А. Методы параметрической идентификации дискретных моделей динамических систем, гарантирующих заданную точность. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет “Львовская политехника”, Львов, 2011.

Диссертация посвящена решению актуальной научной задачи создания методов и алгоритмов параметрической идентификации нелинейных моделей дискретных динамических систем с заданными прогностическими свойствами, которые определяются предельными погрешностями наблюдений за выходными переменными. Установлено класс систем, для которых возможно построение таких моделей. Впервые доказано, что задачи параметрической идентификации указанных моделей являются задачами оценки решений интервальных систем нелинейных

алгебраических уравнений, решениями которых является невыпуклое множество параметров модели системы и параметров управлений. Для решения данной задачи впервые обосновано применение итерационного метода и создан численный алгоритм его реализации, который отличается наличием процедуры настройки шага для случайного поиска параметров модели. Предложены и построены алгоритмы для нахождения допусковых оценок переменных состояния модели динамической системы на основе наблюдений за выходными переменными с ограниченными по амплитуде погрешностями, что позволило построение метода параметрической идентификации дискретных динамических систем с заданной точностью, которая непосредственно связана с точностью представления исходных переменных. Проведено компьютерное моделирование, исследование и подтверждение работоспособности созданного метода параметрической идентификации дискретных динамических линейных и нелинейных систем с заданной точностью способом его апробации на примере построения дискретных интервальных моделей динамики различной сложности. Разработаны адекватные интервальные дискретные нелинейные модели процессов переработки органических бытовых отходов, которые обеспечивают коридоры прогнозирования динамики массы органических бытовых отходов и массы микробиологических организмов в реакторе, динамики массы производимого биогаза и отброженного субстрата с заданной точностью в пределах погрешностей в экспериментальных данных.

Ключевые слова: интервальная дискретная модель, динамическая система, интервальный анализ, параметрическая идентификация.

Martsenyuk Ye.O. Methods for parameter identification of discrete of models dynamic systems that guarantee the given accuracy. - Manuscript.

Thesis for Ph.D. degree by specialty 01.05.02 - mathematical modeling and computing methods. - Lviv Polytechnic National University, Lviv, 2011.

The thesis is devoted to an actual scientific problem creating methods and algorithms for parameter identification of nonlinear models of discrete dynamical systems with given prediction properties which are determined by the limited error of observations of the output variables. It is defined the class of systems for which the construction of such models is possible. For the first time proved that the tasks of parameter identification of these models are the tasks of estimating the solutions of systems of interval linear algebraic equations whose solutions are not convex set of model parameters of system and control parameters. For solving this task for the first time the application of iterative method is validated and also the numerical algorithm of its realization is created. This algorithm is characterized by the presence of procedures for setting the step for random search of model parameters. The expressions is derived and the algorithm is constructed for finding the tolerance estimations of state variables of model of the dynamic system based on observations by the output variables with amplitude bounded errors. A computer simulation, verification and research capacity of the created method of parameter identification of discrete linear and nonlinear dynamic systems with the given accuracy are conducted. The adequate interval discrete nonlinear models of organic waste processing are developed.

Keywords: discrete interval model, dynamic system, interval analysis, parameter identification.