

Тернопільський національний економічний університет

На правах рукопису

**Манжула Володимир Іванович**

УДК 519.24

**СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ  
МОДЕЛЕЙ “ВХІД-ВИХІД” СТАТИЧНИХ СИСТЕМ  
НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник Дивак Микола Петрович  
доктор технічних наук, професор

Тернопіль – 2007

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП .....	6
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ “ВХІД- ВИХІД” СТАТИЧНИХ СИСТЕМ ЗА ДАНИМИ ЕКСПЕРИМЕНТУ .....	17
1.1. Аналіз задач побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем .	17
1.2. Методи параметричної та структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” із застосуванням стохастичного підходу .....	23
1.3. Особливості ідентифікації інтервальних моделей статичних систем на основі теоретико-множинного підходу .....	33
1.4. Постановка задачі дисертаційного дослідження .....	40
ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ .....	43
РОЗДІЛ 2 КРИТЕРІЇ ОПТИМАЛЬНОСТІ СТРУКТУРИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ .....	44
2.1. Аналіз точності, адекватності та складності інтервальних моделей .....	44
2.2. Критерій повноти .....	51
2.2.1. Критерій повноти за умов активного експерименту .....	51
2.2.2. Модифікація критерію повноти для випадку пасивного експерименту .....	54
2.3. Багатокритеріальні задачі синтезу структури інтервальних моделей .....	59
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ .....	64

РОЗДІЛ 3	МЕТОДИ СИНТЕЗУ СТРУКТУРИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ.....	65
3.1.	Метод додаткового урахування аргументів інтервальної моделі для випадку активного експерименту .....	65
3.2.	Метод ранжування структурних елементів.....	76
3.3.	Метод структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі пасивного експерименту .....	82
3.4.	Генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем .....	90
3.5.	Оцінка обчислювальної складності методу структурної ідентифікації інтервальних моделей із врахуванням оцінки важливості структурних елементів.....	97
	ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ .....	101
РОЗДІЛ 4	ПРОГРАМНИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ.....	102
4.1.	Структура програмного комплексу для структурної ідентифікації інтервальних моделей .....	102
4.2.	Структура інформаційної системи екологічного моніторингу ..	106
4.2.1.	Особливості задач дослідження рівнів концентрації шкідливих викидів .....	106
4.2.2.	Структура бази даних для реєстрації концентрацій шкідливих викидів .....	107
4.2.3.	Ідентифікація структури інтевальної моделі фонового рівня концентрації шкідливих викидів .....	110

ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ .....	128
ВИСНОВКИ.....	129
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	132
ДОДАТОК А. Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи..	146
ДОДАТОК Б. Лістинг модуля селекції структурних елементів .....	149
ДОДАТОК В. Лістинг модуля селекції вхідних факторів .....	151
ДОДАТОК Д. Лістинг модуля селекції моделей-претендентів за критерієм повноти .....	153
ДОДАТОК Е. Лістинг модуля параметричної ідентифікації моделі- претендента .....	155

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

МНК	метод найменших квадратів
МГУА	метод групового урахування аргументів
ГДК	гранично допустима концентрація
СЕС	санітарно-епідеміологічна станція
ІСЛАР	інтервальна система лінійних алгебраїчних систем
ІС ЕМ	інформаційна система екологічного моніторингу

## ВСТУП

**Актуальність теми.** У певних випадках при дослідженні властивостей систем можна вважати їх безінерційними і розглядати як статичні системи. Зокрема це стосується задач дослідження взаємозв'язку між характеристиками технічних систем в ustalеному режимі та факторами впливу на них; задач моделювання факторів формування фонових рівнів концентрації шкідливих викидів та їх негативних наслідків під час довготривалої дії; задач дослідження взаємозв'язку між індикаторами різних сегментів ринку в економіці та факторами їх формування.

При цьому для дослідження та моделювання вказаних систем необхідним етапом є ідентифікація моделей "вхід-вихід" у вигляді алгебраїчних рівнянь, які пов'язують між собою вихідні характеристики системи та фактори впливу на них

Ідентифікація моделей "вхід-вихід" статичних систем на основі експериментальних даних переважно здійснюється в три етапи: планування оптимального експерименту, результати якого апріорі забезпечать задані властивості моделей; ідентифікація структури моделі; ідентифікація її параметрів. При цьому найбільш складним етапом, який не може бути повністю формалізованим є ідентифікація структури моделі.

Для розв'язання задачі структурної ідентифікації необхідно визначити природу похибок в експериментальних даних. Спосіб їх опису визначає загальний підхід, на якому базуються методи синтезу структури моделі. На сьогоднішній день для побудови методів структурної ідентифікації використовуються два підходи: стохастичний та теоретико-множинний (інтервальний).

Найбільш значущі результати при розв'язуванні задачі структурної ідентифікації в межах стохастичного підходу відображені у працях таких українських та зарубіжних вчених: Івахненка О.Г., Степашка В.С., Зайченка Ю.П., Бородюка В.П, Lemke F., Elder J.

За умов обмежених за амплітудою похибок з невідомими законами розподілу застосування стохастичних методів зі статистичними критеріями перевірки якості структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем стає неможливим. За цих умов більш придатним є інтервальний підхід та методи аналізу інтервальних даних, які розвиваються в межах цього підходу. В цьому випадку результати експерименту представлені у вигляді гарантованих інтервалів вихідних характеристик системи, а інтервальні моделі забезпечують гарантовані коридори прогнозування цих характеристик. Методи побудови інтервальних моделей ґрунтуються на гіпотезах, які легко перевіряються на практиці і не вимагають великих вибірок даних для забезпечення адекватності моделей.

Вагомий внесок у розвиток цих методів внесли українські та зарубіжні вчені Бакан Г.М., Вошинін О.П., Грановський В.А., Кунцевич В.М., Красовський Н.Н., Куржанський А.Б., Личак М.М., Пшеничний Б.М., Шарий С.П., Дивак М.П., Шокін Ю.І., Черноусько Ф.Л., Milanese M., Norton J. P., Pronzanto L., Schwepper F., Vicino E. та ін.

В той же час аналіз методів структурної ідентифікації моделей ”вхід-вихід” статичних систем, побудованих на основі інтервального підходу, засвідчує відсутність систематизованого підходу до формулювання кількісних критеріїв оцінки якості структури інтервальної моделі, неврахування при ідентифікації структури повноти відображення взаємозв’язків між характеристиками системи та факторами впливу на них, а також комбінаторну складність алгоритмів структурної ідентифікації, що в сукупності призводить до неможливості забезпечення адекватності моделей. Тому актуальною є наукова задача розвитку системи формальних критеріїв оцінки якості структури інтервальних моделей і на цій основі розробки методів та нескладних з обчислювальної точки зору алгоритмів структурної ідентифікації цих моделей, а також апробації вказаних методів для дослідження та моделювання факторів формування фонових рівнів концентрації шкідливих викидів технічних систем.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Науково-дослідна робота за темою дисертації проводилася у відповідності з координаційним планом науково-технічних програм Міністерства освіти та науки України, розділ “Методи оптимізації, програмне забезпечення та інформаційні технології у складних системах”, відповідно з планами навчальної та науково-дослідної роботи Тернопільського національного економічного університету, зокрема:

- науково-дослідної роботи на тему: “Розробка теоретичних засад алгоритмічного та програмного забезпечення моделювання технічних, екологічних та економічних систем на основі аналізу інтервальних даних”(2002-2006 рр., державний реєстраційний номер 0101U002565);

- міжнародного науково-дослідного проекту “Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем” (2006-2007 рр., державний реєстраційний номер 0106U002565);

- науково-дослідної роботи на тему: “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (2006-2007 рр., державний реєстраційний номер 0106U000529).

**Мета і завдання дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розвиток системи кількісних критеріїв оцінки якості структури інтервальних моделей і на їх основі розробки методів та алгоритмів структурної ідентифікації, які забезпечують адекватність вказаних моделей при низькій обчислювальній складності.

Для досягнення зазначеної мети у дисертаційній роботі поставлено такі завдання:

- проаналізувати відомі методи ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем в межах стохастичного та інтервального підходів, визначити їх недоліки і сформулювати можливі напрямки розвитку цих методів;



- оцінити можливість створення нових методів ідентифікації моделей “вхід-вихід” на основі інтервального підходу;
- систематизувати кількісні критерії оцінки якості структури інтервальних моделей;
- формалізувати задачу багатокритеріального синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних для більш повного урахування специфіки досліджуваного об’єкту та відображення його властивостей у моделях;
- формалізувати критерій повноти моделі, що відображає ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на модельовану систему та розробити метод додаткового урахування цих впливів;
- розробити нові методи та алгоритми структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі аналізу інтервальних даних для умов пасивного та активного експериментів;
- створити генетичні алгоритми структурної ідентифікації інтервальних моделей для критеріїв множинної селекції та низької обчислювальної складності при реалізації;
- розробити комплекс програмного забезпечення для проведення ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем із використанням запропонованих методів структурної ідентифікації та провести його апробацію для розв’язування задач структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрації шкідливих викидів технічних систем.

*Об’єкт досліджень:* процеси математичного моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних.

*Предмет досліджень:* ідентифікація структур моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі аналізу інтервальних даних

*Методи досліджень* базуються на основних положеннях теорії систем, теорії ймовірностей, методах теоретико-множинного підходу та інтервального аналізу, які є визначальними для досягнення мети

дисертаційної роботи. Для розробки критеріїв оптимальності інтервальних моделей та методів їх структурної ідентифікації використовувались методи теорії математичного моделювання, теоретичні основи побудови інтервальних моделей. Для перевірки адекватності інтервальних моделей використовувались методи лінійної алгебри та імітаційне моделювання.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

1. Вперше математично сформульовано багатокритеріальну задачу синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних, що дало можливість співставити вимоги до точності, адекватності та складності цих моделей.

2. Вперше для синтезу структури інтервальних моделей статичних систем формалізовано критерій повноти та розроблено метод додаткового урахування аргументів, які забезпечують більш точне відображення реальних впливів на систему у властивостях побудованої моделі.

3. Набули подальшого розвитку методи структурної ідентифікації моделей „вхід-вихід” на основі активного та пасивного експерименту з інтервальними даними, які, на відмінну від існуючих, дають можливість у комплексі враховувати вимоги до точності, адекватності, складності моделей та повноти відображення реальних впливів на систему.

4. Вперше розроблено метод оцінки важливості та ранжування структурних елементів інтервальних моделей за показником повноти, що дало можливість знизити обчислювальну складність пошуку оптимальної структури цих моделей.

5. Розроблено новий генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей, який по відношенні до існуючих відзначається множинністю критеріїв селекції та зниженням обчислювальної складності реалізації не менш як в півтора рази.

**Практичне значення одержаних результатів.** На основі розроблених методів створено алгоритми та програмний комплекс для структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей „вхід-вихід” статичних систем. Побудовані інтервальні моделі фонових рівнів концентрації шкідливих викидів, які впроваджені в санітарно-епідеміологічній станції м. Тернополя для прогнозування гарантованих меж фонових рівнів концентрації шкідливих викидів транспорту в залежності від факторів навколишнього середовища.

Основні практичні результати дисертаційної роботи використані при синтезі структури інтервальних моделей для розробки та дослідження вискоєфективних методів розпаралелення обчислень в межах виконання науково-дослідної роботи на тему: “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (Державний реєстраційний номер 0106U000529) та міжнародного науково-дослідного проекту “Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем” (Державний реєстраційний номер 0106U002565).

**Особистий внесок здобувача.** Усі наукові результати викладені у дисертаційній роботі, отримані автором особисто. Здобувачем вперше математично сформульовано багатокритеріальну задачу синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних; розроблено метод додаткового урахування аргументів, який забезпечує більш точне врахування реальних впливів на систему; розроблено новий генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей, який, по відношенню до існуючих, відзначається множинністю критеріїв селекції та зниженням обчислювальної складності реалізації не менш як в півтора рази.

Наведені результати опубліковано в наступних працях (з вказанням особистого внеску автора):

1. Манжула В. Синтез генетичного алгоритму для задач структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Науково-технічний журнал “Вісник Хмельницького національного університету”. – 2007. – №1. – С. 160 – 165;

2. Дивак М., Манжула В. Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Міжнародний науково-технічний журнал “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія”. – 2005. – №2. – С. 37 – 44 – формалізація багатокритеріальної задачі синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних, розробка алгоритму структурної ідентифікації моделей „вхід-вихід” на основі пасивного експерименту, побудована інтервальна модель соціально-економічного розвитку регіону;

3. Дивак М., Манжула В. Урахування додаткових аргументів в задачах структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Комп’ютинг. – 2004. – Т. 3. – Вип. 2. – С. 102 – 112 – формалізація критерію повноти моделі, що відображає ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на модельовану систему, розробка методу урахування додаткових аргументів для структурної ідентифікації інтервальних моделей, оцінка ефективності методу;

4. Дивак М., Манжула В. Моделювання фонових рівнів шкідливих викидів в атмосфері методами інтервального аналізу // Науково-технічний журнал “Вісник Тернопільського державного технічного університету”. – 2007. – №3. – С. 132 – 142 – побудова інтервальних моделей фонових рівнів викидів окислів азоту в атмосфері;

5. Дивак М., Манжула В. Активна ідентифікація параметрів інтервальних моделей методом локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту // Вісник НУ “Львівська політехніка”. Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2002. – № 440. – С. 241 – 246 – розробка чисельної процедури ідентифікації параметрів інтервальної моделі;

6. Dyvak M., Manzhula V. The algorithm of supplementary arguments inclusion for interval models structural identification of the static systems // Computing. – 2004. – Vol. 3. – Issue 2. – P. 99 – 101 – розробка алгоритму урахування додаткових аргументів для структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;

7. Manzhula V. Genetic algorithm of structural identification of interval models of static system // Proceedings of the III International Workshop “Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications”. – Sofia. – 2005. – P. 524 – 526;

8. Dyvak M., Manzhula V. Synthesis of structure of genetic algorithm of structural identification of interval models of static systems // Proceeding. of VII the International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science” TCSET’2006. – Lviv – Slavsko. – 2006. – P. 159 – 163 – запропонована структура генетичного алгоритму для задач структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;

9. Dyvak M., Manzhula V. Method of structure identification of interval models of static systems based on result of passive experiment // Proceedings of the VIII International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics”. – Lviv – Polyana. – 2005.– P. 322 – 323 – формалізація критерію повноти моделі для випадку пасивного експерименту, розробка методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем на основі результатів пасивного експерименту;

10. Dyvak M., Manzhula V. Method of the account of additional arguments in tasks of structural identification of interval models of static systems // Proceeding. of the VI International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science” TCSET’2006. – Lviv – Slavsko. – 2004. – P. 39 – 42 – формалізація критерію повноти моделі, що відображає ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на модельовану систему, розробка методу урахування додаткових аргументів для структурної ідентифікації інтервальних моделей, оцінка ефективності методу;

11. Dyvak M., Manzhula V. The localization method for active identification of the interval model // Proceeding of the V International Conference “Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training”. – Lviv – Slavsko. – 2002. – P. 43 – 44 – розробка чисельної процедури ідентифікації параметрів інтервальної моделі;

12. Dyvak M., Manzhula V., Kozak O. New method tolerance estimation of the parameters set of interval model based on saturated block of ISLAE // Proc. of the IX International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics” CADSM`2007. – Lviv – Polyana. – 2007.– P. 376 – 379 – синтезована структура та отримані гарантовані коридори оцінки параметрів моделі для апробації нового методу допустимих оцінок параметрів системи на основі виділення насиченого блоку інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

**Впровадження результатів досліджень.** Результати дисертаційної роботи використано:

- в санітарно-епідеміологічній станції м. Тернопіль для прогнозування гарантованих інтервальних меж фонових рівнів концентрації шкідливих викидів;

- в Тернопільському центрі зайнятості для прогнозування розвитку регіонального ринку праці на основі інтервальної моделі;

- в інституті e-Austria м. Тімішоара (Румунія) для дослідження вискоєфективних методів розпаралелення обчислень при побудові інтервальних моделей;

- у навчальному процесі на кафедрі комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету при викладанні курсу “Інтелектуальний аналіз даних”;

- у науково-дослідній роботі під час виконання держбюджетних тем.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертації представлено та обговорено на:

- міжнародній науково-технічній конференції “Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training”, Львів – Славсько, 2002 р.;
- IX міжнародній науково-практичній конференції “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”, Хмельницький, 2003 р.
- V міжнародному симпозіумі „Computational problems of electrical engineering”, Язлівець, 2003. р
- VI міжнародній науково-технічній конференції “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science”, TCSET’2004, Львів – Славсько, 2004 р.;
- VIII міжнародній науково-технічній конференції “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics”, CADSM’2005, Львів – Поляна, 2005 р.;
- III міжнародному симпозіумі “Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications”, IDAACS’2005, Софія, Болгарія, 2005 р.;
- VII міжнародній науково-технічній конференції “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science”, TCSET’2006, Львів – Славсько, 2006 р.;
- школі-семінарі для молодих науковців ”Індуктивне моделювання”, с. Жукін, Київська обл., 2006 р.;
- IX міжнародній науково-технічній конференції ”The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics” CADSM’2007, Lviv-Polyana, 2007р.;
- щорічних науково-практичних конференціях професорсько-викладацького складу Тернопільського національного економічного університету;

- наукових семінарах кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету.

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 12 наукових публікаціях, в тому числі 6 статей, 5 з яких у фахових виданнях, та 6 публікацій у матеріалах конференцій.



## РОЗДІЛ 1

### АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ “ВХІД-ВИХІД” СТАТИЧНИХ СИСТЕМ ЗА ДАНИМИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

#### 1.1. Аналіз задач побудови моделей “вхід-вихід” статичних систем

Моделювання є одним із способів пізнання. Моделювання слугує для розв’язування тих завдань, які не можуть бути розв’язані безпосередньо на об’єкті, наприклад коли він не існує. Метод моделювання полягає в заміні деякого об’єкта іншим об’єктом, який володіє подібними властивостями, але дослідження якого економічно вигідніше. Тобто методи моделювання є одним із способів опосередкованого пізнання. Моделювання це завжди є співставлення відомого з невідомим по аналогії.

Моделі “вхід-вихід” відображають основні властивості системи, ізольованість і зв’язок із зовнішнім середовищем, а також неможливість повної ідентифікації всіх властивостей. Залежно від опису невизначеності моделі поділяють на: детерміновані, стохастичні, теоретико-множинні [14, 24,86, 107].

Детерміновані моделі – не містять невизначеності і є певним ідеалом. Навіть у випадку відсутності стохастичних чи непередбачених процесів у кожній моделі існує певна міра невизначеності, пов’язана із такими її властивостями як скінченність та наближеність.

У стохастичних моделях змінні та параметри представляються випадковими величинами. Характеристиками цих випадкових величин є закони розподілу чи їх параметри, або статистичні оцінки цих законів і параметрів.

Теоретико-множинні моделі містять параметри та змінні, представлені у вигляді множин гарантованих чи допустимих значень, або у вигляді нечітких множин із відомими функціями належності. Одним із підкласів

таких моделей є інтервальні моделі які описують властивості системи інтервалами можливих значень або функціональними коридорами.

При побудові моделі “вхід-вихід” визначальною проблемою є встановлення входів та виходів, які необхідно включати в структуру моделі. Реальна система взаємодіє із середовищем через нескінченну кількість способів, тобто через нескінченну кількість входів та виходів. Критерієм відбору цих входів та виходів є цільове призначення системи, суттєвість того чи іншого зв’язку системи із середовищем. У моделі відображають скінченну кількість взаємодій і тим самим існує висока ймовірність не включення саме тих входів та виходів, які найбільш суттєво визначають властивості системи.

Складність проблеми відбору найбільш значущих входів та виходів посилюється ще й тим, що невключені зв’язки із зовнішнім середовищем не зникають, а певним чином діють і тим самим ускладнюють вивчення поведінки системи.

При побудові моделей “вхід-вихід” невраховані та невідомі зв’язки із зовнішнім середовищем представляють за допомогою спрощених моделей невизначеності. Сучасні підходи до побудови моделей “вхід-вихід” ґрунтуються на відображенні однієї з таких форм невизначеності: стохастичної, теоретико-множинної або їх комбінації.

У цих випадках модель система розглядається у вигляді “чорної скриньки”, зображеної на рис. 1.1 [105].

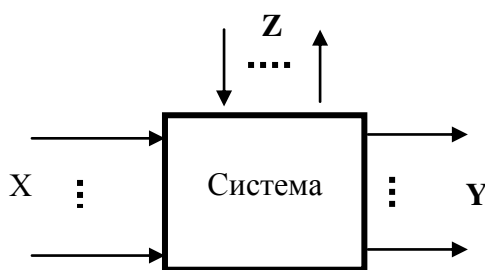


Рис. 1.1. Моделювання системи у вигляді “чорної скриньки”

У випадку прийняття гіпотези про випадкову (імовірнісну) природу дії неврахованих та невідомих зв'язків із зовнішнім середовищем використовують стохастичну форму невизначеності, Суть невизначеності у кількісному виразі зводиться до того, що дія середовища на систему і системи на середовище відображається у випадкових змінах характеристик контрольованих і врахованих зв'язків. Для дослідження випадкових змін цих характеристик використовують методи статистичного оцінювання. В результаті такого дослідження знаходять оцінки сумісної функції щільності розподілу ймовірностей випадкових величин  $\hat{W}(\bar{Z})$  чи оцінки основних моментів  $\hat{M}(\bar{Z}), \hat{D}(\bar{Z})$  – математичного сподівання та дисперсії (матриці коваріацій) [41, 81].

Теоретико-множинна форма невизначеності виникає в тому випадку, коли природа дії неврахованих та невідомих зв'язків із зовнішнім середовищем невідома. Тоді у кількісному виразі дія середовища на систему і системи на середовище відображається в характеристиках контрольованих і врахованих зв'язків у вигляді належності значень цих характеристик певним відомим множинам. Якщо ці множини визначенні у нечітких, з точки зору математики, термінах, то для опису невизначеності використовують теорію нечітких множин і про них можна тільки сказати, що вони змінюються в певних межах. Частковим випадком опису теоретико-множинної форми невизначеності є інтервальне представлення характеристик системи, тобто у вигляді інтервалів можливих значень [20, 83].

Процедури перевірки гіпотез про форми невизначеності побудовані на аналізі експериментальних даних, способі їх отримання та природи формування.

Найбільшого поширення серед моделей систем, що будуються в умовах невизначеності, набули статистичні та імовірнісні моделі типу “вхід-вихід”, які задають залежність між вихідними показниками системи та її входами. Серед них можна виділити регресійні моделі, якими описують статичні (безінерційні) системи. При цьому висувають припущення, що

систему можна описати функціональною залежністю у такому вигляді [38, 108]:

$$y = \eta(\vec{x}, \vec{b}, \vec{z}), \quad (1.1)$$

де  $y$  – вихідна змінна;  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$  – вектор вхідних змінних, які можна змінювати в деякій області  $\chi$ ;  $\vec{b}$  – вектор параметрів функції  $\eta$ ;  $\vec{z}$  – вектор неврахованих або невизначених факторів, шумів, похибок (як правило) випадкової природи та ін.

Переважаючо кожен вихідну характеристику системи описують окремою функціональною залежністю. Тому надалі не обмежуючи загальності будемо розглядати моделі статичних систем з однією вихідною змінною.

Основою для побудови математичної моделі системи часто є результати експерименту, які відображають у вигляді матриці значень вхідних та вектора значень вихідної змінної у всіх спостереженнях [2, 25, 62]:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \dots x_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ x_{N1} \dots x_{Nn} \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_N \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Рядкам матриці  $X$  відповідають вектори  $\vec{x}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) вхідних змінних, що при експериментуванні викликають відповідні значення вихідної змінної  $y_i$ . Комбінацію  $\vec{x}_i$ ,  $y_i$  називають спостереженням. Загальна кількість комбінацій  $N$  задає кількість спостережень експерименту [92].

Експериментальні дані розглядають у більш розширеному тлумаченні: – не лише як результат вимірювання значень змінних на реальній системі, але й як результати розрахунків на ЕОМ із застосуванням імітаційної моделі системи, дані експертного опитування і т.д.

Розв'язують три найпоширеніші задачі, що базуються на даних експерименту у вигляді (1.2):

- ✓ планування експерименту;
- ✓ структурну ідентифікацію;

✓ параметричну ідентифікацію.

Представлення даних  $X, \vec{Y}$  деякою функцією  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  називають задачею ідентифікації статичної системи. На сьогоднішній день виділяють задачі ідентифікації об'єкта в “широкому” тлумаченні, коли потрібно знайти вид (структуру) функції  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  та її параметри  $\vec{\beta}$ , тобто, структурну ідентифікацію та параметричну ідентифікацію.

У випадку параметричної ідентифікації структуру функції вважають відомою. Тоді задача ідентифікації зводиться лише до оцінювання невідомих параметрів. Вона розв'язується просто, якщо функція  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  є лінійно-параметричною, тобто записується у такому вигляді:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}), \quad (1.3)$$

де  $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$  – відомі базисні функції;  $\beta_1, \dots, \beta_m$  – невідомі параметри.

У більшості випадках, в формулі (1.3) функцію  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  задають деяким скінченим рядом, наприклад, лінійною чи квадратичною функцією, поліномом відомого степеня, рядом Фур'є та ін. Якщо функція  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  у якийсь спосіб знайдена, то модель об'єкта вважається побудованою і для кожного спостереження можна, обчислити значення вихідної змінної

$$\hat{y}_i = f(\vec{x}_i, \vec{\beta}), \quad (1.4)$$

тобто одержати вектор  $\vec{\hat{Y}}$  і порівняти його з експериментальним вектором  $\vec{Y}$ . Модель узгоджується з даними експерименту  $X, \vec{Y}$  тим краще чим менша різниця  $|\vec{\hat{Y}} - \vec{Y}|$ . Внаслідок цього задачу параметричної ідентифікації формулюють так: “за даними експерименту  $X, \vec{Y}$ , знаючи структуру (1.3) функції  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ , оцінити її параметри  $\vec{\beta}$  за умовою

$$\Psi(\vec{Y} - \vec{\hat{Y}}) \xrightarrow{\vec{\beta}} \min, \quad (1.5)$$

де  $\Psi$  – деякий функціонал, що характеризує узгодження розрахункових та

фактичних значень виходу.

Задача ідентифікації тісно пов'язана із задачею планування експерименту. Для забезпечення найбільшої точності оцінок  $\vec{b}$  параметрів  $\vec{\beta}$  при заданій кількості спостережень  $N$  необхідно певним чином сформулювати та реалізувати в процесі експерименту матрицю  $X$  значень вхідних змінних. Процедури формування цієї матриці на основі критеріїв, що забезпечують високу точність моделі або її параметрів розглядаються в рамках теорії планування оптимального експерименту. Як правило, до проведення експерименту, матрицю  $X$  плану, що забезпечує певну точність оцінок параметрів, вдається знайти лише у випадку лінійно-параметричної функції виду (1.3). Таким чином задачу планування оптимального експерименту формулюють так: “дано структуру лінійно-параметричної функції  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ , область  $\chi$  можливої зміни вхідних змінних  $\vec{x}$ , кількість спостережень  $N$ , необхідно знайти матрицю плану експерименту  $X(\vec{x}_i \in \chi)$  таку, щоб забезпечити найбільшу точність прогнозування моделі або точність оцінок  $\vec{b}$  її параметрів  $\vec{\beta}$ ”.

Під прогнозуванням моделі в даному випадку розуміють розрахунок значень виходу  $\hat{y}$  згідно формул (1.3) та (1.4) за фіксованими векторами  $\vec{x} \in \chi$  поза експериментальними точками, але в межах області експерименту [92].

У ряді випадків дослідник має достатньо точну, але складну для використання модель об'єкта, зображену у вигляді аналітично заданого виразу  $y(\vec{x}, \vec{b})$ , таблиці  $X, \vec{Y}$  чи програмно. Остання ситуація виникає при імітаційному моделюванні складних об'єктів на ЕОМ, коли можна достатньо точно, але в межах похибок заокруглень обчислити відгук  $y_i$  на довільну комбінацію входів  $\vec{x}_i$ , тобто одержати таблицю  $X, \vec{Y}$ . Такий спосіб моделювання об'єкта часто є єдиною можливим, хоча й не завжди зручним для аналізу. За цих умов виникає задача наближення складної моделі об'єкта,

заданої таблицею, більш простішою математичною моделлю у вигляді функції  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ . Дана задача є подібною до задачі ідентифікації структури моделі. При цьому якість наближення як і в задачі ідентифікації задають функціоналом (1.5). Спосіб задання умов наближення полягає у забезпеченні функцією  $f(\vec{x}, \vec{\beta})$  певного значення точності  $E_i$  для всіх табличних значень  $\vec{x}_i$ . В цьому випадку задачу наближення розв'язують за умов:

$$|y_i - f(\vec{x}_i, \vec{\beta})| \leq \varepsilon_i, \forall x_i.$$

Очевидно, що така постановка задачі є реальною за умов одержання таблиці даних  $X, \vec{Y}$  в результаті імітаційного моделювання на ЕОМ з відомими граничними похибками заокруглень  $\varepsilon_i$ .

1.2. Методи параметричної та структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” із застосуванням стохастичного підходу

В межах методів стохастичного підходу моделлю “вхід-вихід” є система рівнянь регресії загального виду [2, 25,82]:

$$y(\vec{x}) = y_0(\vec{x}) + \varepsilon, \quad (1.6)$$

де  $y_0(\vec{x})$  - істинне невідоме значення виходу системи;  $\vec{x}$  - вектор вхідних змінних;  $\varepsilon$  - випадкова похибка.

Випадкова похибка  $\varepsilon$  є не спостережуваною величиною і відносно неї роблять лише гіпотези щодо її поведінки та закону розподілу. Класично, стосовно регресійної моделі, висувають такі гіпотези [81,95]:

- математичне сподівання випадкової величини  $\varepsilon$  дорівнює нулю:  $M(\varepsilon_i) = 0, i = 1, \dots, N$ ;
- випадкові величини незалежні між собою:  $M(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$ ;
- модель гомоскедастична, тобто має постійну дисперсію для всіх спостережень:  $M(\varepsilon_i^2) = \sigma^2, i = 1, \dots, N$ ;

- вектор випадкових величин має нормальний закон розподілу:  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ .

Експериментальні дані для задачі структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем подаються у вигляді матриці  $X$  значень вхідних змінних або аргументів та вектора  $\vec{Y}$  відповідних значень вихідної змінної:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & & \\ x_{i1} & \cdots & x_{in} \\ \vdots & & \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix}, \quad \vec{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Як правило, в регресійному аналізі функціональну залежність  $y(\vec{x})$  шукають серед лінійно-параметричних рівнянь [45]:

$$y(\vec{x}) = \vec{\beta} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}),$$

де  $\vec{x}$  – вектор вхідних змінних;  $\vec{\beta}$  – вектор параметрів моделі.

Для спрощення задачі ідентифікації функціональної залежності необхідно чітко визначити клас базисних функцій для лінійно-параметричного рівняння (здебільшого застосовують клас поліномів). За цих умов, рівняння набуває такого вигляду:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}) + \varepsilon, \quad (1.8)$$

де  $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$  – базисні функції відомого класу;  $\beta_1, \dots, \beta_m$  – невідомі параметри моделі;  $m$  – кількість параметрів моделі.

Використовуючи експериментальні дані, будують систему рівнянь регресії:



$$\begin{cases} y_1 = \beta_1 \varphi_1(\bar{x}_1) + \dots + \beta_m \varphi_m(\bar{x}_1) + \varepsilon_1; \\ \vdots \\ y_{1k} = \beta_1 \varphi_1(\bar{x}_k) + \dots + \beta_m \varphi_m(\bar{x}_k) + \varepsilon_k; \\ \vdots \\ y_{1N} = \beta_1 \varphi_1(\bar{x}_N) + \dots + \beta_m \varphi_m(\bar{x}_N) + \varepsilon_N. \end{cases} \quad (1.9)$$

Для знаходження оцінок параметрів  $b_1, \dots, b_m$  функціональної залежності за експериментальними даними застосовують метод найменших квадратів [82]. Даний метод базується на тому, що отримані значення параметрів  $b_1, \dots, b_m$  повинні забезпечувати мінімум функції

$$S = \sum_{i=1}^N [y_i - f(\bar{x}_i, \vec{\beta})]^2, \quad (1.10)$$

де  $S = \sum_{i=1}^N e_i^2$  – сума квадратів похибок.

Якщо функція  $f(\bar{x}_i, \vec{\beta})$  має неперервні частинні похідні відносно невідомих параметрів  $b_1, \dots, b_m$ , то необхідною умовою існування мінімуму функції  $S$ , буде система рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial b_1} = 0, \\ \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial b_i} = 0, \\ \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial b_m} = 0. \end{cases}$$

Для знаходження оптимальної структури моделі у регресійному аналізі розроблені різні методи. Здебільшого ці методи застосовуються відносно класу поліноміальних моделей. Серед них слід виділити метод повного перебору усіх можливих структур поліноміальних моделей відомого степеня

(комбінаторні алгоритми), методи послідовного виключення параметрів з поліноміальної моделі (метод редукції) та послідовного “нарощування” структури поліноміальної моделі (метод включення) [2].

Ці методи базуються на статистичних критеріях Стюдента та Фішера. Для перевірки адекватності регресійної моделі за  $F$ -критерієм Фішера перевіряються нуль-гіпотези:

$$H_0 = \beta_i, i = 1, \dots, m$$

Для перевірки  $H_0$ -гіпотези розраховується  $F$ -статистика Фішера з  $m$  та  $N-m-1$  ступенями вільності:

$$F_{m, N-m-1} = \frac{N-m-1}{m} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2},$$

де  $\hat{y}_i$  - значення, отримане за регресією;  $y_i$  - фактичне значення.

$T$ -розподіл Стюдента дає змогу протестувати нуль-гіпотезу щодо значення кожного параметра та побудувати їхні інтервали довіри. Для цього задають  $\alpha \cdot 100\%$  рівень значимості параметрів та будують  $t$ -статистику для кожного параметра з  $N-m$  ступенями вільності:

$$t = \frac{b_i}{\hat{\sigma}_{b_i}^2}$$

де  $\hat{\sigma}_{b_i}^2$  – оцінка дисперсії  $i$ -го параметра.

Оскільки в регресійному аналізі моделі будуються на основі випадкової, нормально розподіленої похибки, порушення гіпотези про “нормальність” автоматично руйнує теоретичні обґрунтування використання вказаних критеріїв.

Покращити ефективність методів регресійного аналізу дозволили алгоритми методу групового урахування аргументів (МГУА) [48-50, 58-59, 69, 104] На методи групового урахування аргументів слід звернути особливу

увагу, оскільки вони дозволяють, так зване, пряме моделювання складних статичних систем за невеликою кількістю експериментальних даних.

Загальні принципи побудови еволютивних алгоритмів МГУА ідентифікації моделей відображає рисунок 1.2.

Блоком **G** на схемі позначений генератор моделей-претендентів в порядку зростання складності структур моделей, блок **S** – селектор моделей-претендентів за заданим критерієм, який дає на виході модель з оптимальною структурою.

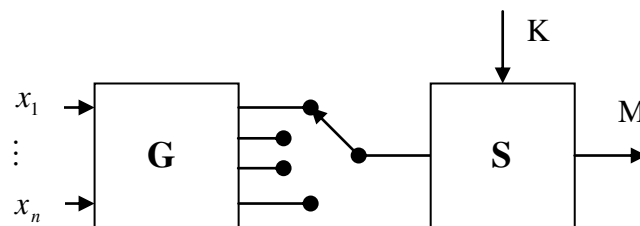


Рис. 1.2 Схема структури еволютивних алгоритмів ідентифікації моделей статичних систем.

В залежності від методики генерування структур моделей розрізняють три основні структури еволютивних алгоритмів МГУА [59]:

- однорядні або комбінаторні;
- багаторядні порогові;
- багаторядні нейроподібні мережі.

Однорядна структура передбачає повний перебір усіх можливих моделей-претендентів, що забезпечує однозначність результату структурної ідентифікації. Проте обмеженням застосування алгоритмів такої структури є комбінаторна складність їх реалізації. Як правило, вони застосовуються для задач ідентифікації моделей з невеликою кількістю вхідних змінних ( $n < 10$ ).

Багаторядна порогова структура (рис. 1.3) передбачає порогову селекцію згенерованих моделей, через яку проходить фіксована кількість моделей.

Перевагами такої структури є застосовність для малих вибірок даних та

уникнення повного перебору моделей-претендентів.

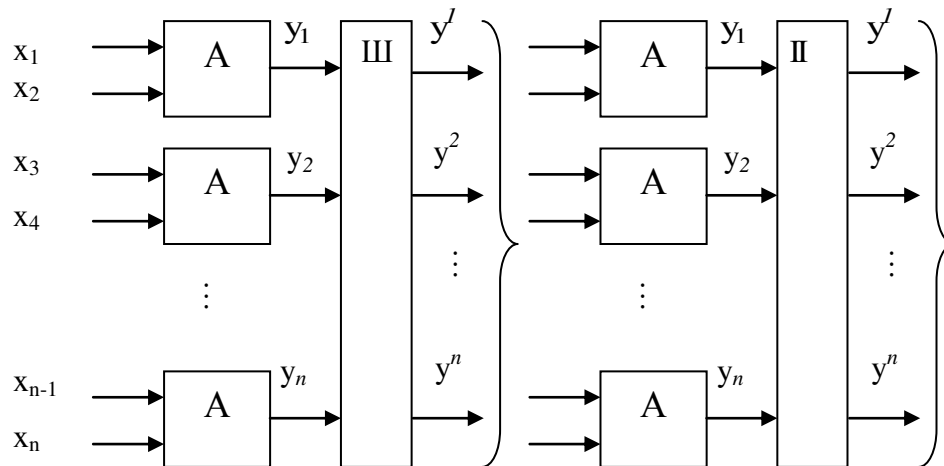


Рис. 1.3. Порогова структура алгоритмів МГУА.

Недоліком алгоритмів побудованих на основі порогової селекції є складність вибору та обґрунтування кількісного значення порогу селекції. При збільшенні кількості моделей, що проходять селекцію збільшується обчислювальна складність алгоритмів, в той час як при зменшенні збільшується можливість втрати важливих елементів структури моделі.

Третя структура (рис. 1.4) використовує нейроподібну мережу організації пошуку оптимальної моделі за допомогою багаторядного алгоритму, де замість порогової селекції здійснюється перебір моделей-претендентів для всіх можливих пар входів на кожному ряді селекції.

Алгоритми побудовані на основі нейромережевої структури є досить ефективними в плані забезпечення оптимального розв'язку задачі структурної ідентифікації. Однак до недоліків даної структури алгоритмів можна віднести їх високу обчислювальну складність реалізації.

Всі алгоритми МГУА відтворюють схему масової селекції [62]. Вони базуються на генерації комбінацій, що ускладнюються з ряду в ряд, та порогові відбори кращих з них. Повний опис моделі об'єкту має вигляд:

$$\hat{o}(\vec{x}) = f(x_1, \dots, x_m),$$

де  $f$  – деяка елементарна функція, наприклад степеневий поліном, замінюється декількома рядами часткових описів:

$$\text{1-й ряд селекції: } y_1 = f(x_1x_2), y_2 = f(x_1x_3), \dots, y_s = f(x_{s-1}x_s),$$

$$\text{2-й ряд селекції: } z_1 = f(y_1y_2), z_2 = f(y_1y_3), \dots, z_s = f(y_{p-1}y_p),$$

⋮

$$\text{к-й ряд селекції: } q_1 = f(w_1w_2), q_2 = f(w_1w_3), \dots, q_l = f(y_{l-1}y_l),$$

де  $s, p, \dots, l$  – кількість часткових описів відповідних рядів селекції.

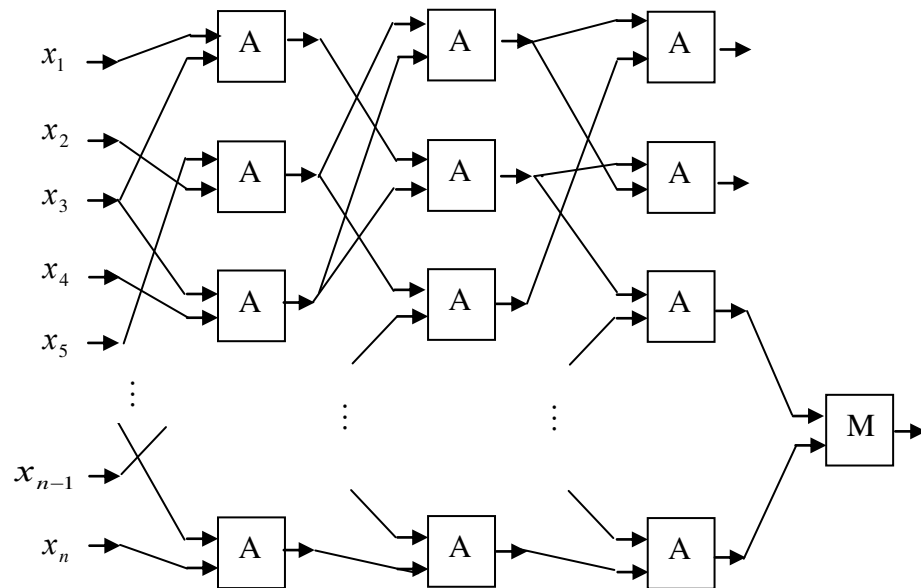


Рис. 1.4. Структура алгоритмів МГУА у вигляді нейроподібної мережі.

Кожний частковий опис є функцією тільки двох аргументів. Тому його коефіцієнти легко визначити за даними навчальної послідовності при малому числі вузлів інтерполяції.

Вхідні аргументи та проміжні змінні сполучаються попарно, і складність комбінацій на кожному ряді обробки інформації зростає (як при масовій селекції), поки не отримується модель оптимальної складності. Виключаючи проміжні змінні (якщо це вдається), можна отримати “аналог” повного опису функції  $\varphi$ .

З ряду в ряд селекції пропускається тільки деяка кількість змінних, які відбираються за критерієм селекції. В якості критерію селекції

використовуються такі критерії: критерій регулярності; критерій незміщеності; критерій балансу змінних та комбінований критерій селекції.

Значення критеріїв обчислюється на основі даних окремої контрольної послідовності. Розбиття вихідної вибірки даних на дві окремих послідовності – навчальну та контрольну – проводиться за одним наступних методів [58]:

- ранжування точок спостережень в ряд за дисперсією (квадратом відстані до центру "ваги" просторової фігури області визначення експерименту):

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2, j = 1, \dots, N,$$

де  $N$  – загальна кількість точок спостережень;  $n$  – число вхідних аргументів;  $\bar{x}_i$  - усереднене значення  $i$  – го аргументу:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij};$$

- у випадку отримання експериментальних даних в жорсткій часовій послідовності (наприклад, дані технологічного процесу) поділ точок за дисперсією неприпустимий. Тут використовують поділ по парних та непарних індексах.

Після розбиття по одному з методів, перші  $N_A$  точок складають навчальну послідовність, інші  $N_B$  - контрольну.

В якості критерію регулярності використовуються:

- відносна середньоквадратична похибка

$$\Delta^2(B) = \frac{\sum_{i=1}^{N_B} (y_{0i} - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_B} (y_{0i})^2} \rightarrow \min;$$

- коефіцієнт кореляції

$$K_{y_0, y} = \frac{\sum_{i=1}^{N_B} y_{0i} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{N_B} y_{0i}^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_B} y_i^2} \rightarrow 1;$$

- індекс кореляції

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_B} (y_{0i} - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_B} (y_{0i} - \bar{y}_{0i})^2}} \rightarrow 1.$$

Недоліком критерію регулярності є його слабкі екстраполюючі властивості: на проміжку інтерполяції (де задані точки навчальної послідовності) він дає хороше наближення функції, але на проміжку екстраполяції крива регресії порівняно швидко йде вгору (в нескінченність) або вниз (падає до нуля).

Критерій незміщеності використовують в двох видах: критерій незміщеності, що ґрунтується на аналізі отриманих моделей та критерій незміщеності, що базується на аналізі параметрів моделі. Основна ідея застосування критерію незміщеності полягає в тому, що моделі отримані по даних навчальної та контрольної послідовностей, повинні мало відрізнятись між собою або співпадати. При застосуванні критерію незміщеності, що ґрунтується на аналізі отриманих моделей, спочатку отримують рівняння регресії (складові моделі)  $y(A) = f(x_i, x_j)$  на навчальні послідовності, а потім міняють точки послідовностей місцями та отримують рівняння регресії для контрольної послідовності  $y(B) = f(x_i, x_j)$ . Співпадіння цих моделей оцінюється по величині середньоквадратичного розходження їх виходів:

$$n_{ci}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N [y_i(A) - y_i(B)]^2}{\sum_{i=1}^N y_{0i}^2} \rightarrow \min.$$

Критерій незміщеності, що базується на аналізі параметрів моделі має вигляд:

$$n_{\zeta i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (b_{iA} - b_{iB})^2}{\sum_{i=1}^m (b_{iA}^2 - b_{iB}^2)} \rightarrow \min ,$$

де –  $b_A$  параметри моделі, отримані на навчальній послідовності;  $b_B$  – параметри отримані на контрольній послідовності.

Критерій незміщеності не завжди дає досить плавну характеристику (у функції складності моделі) і тому його слід використовувати в парі з критерієм регулярності (комбінований критерій селекції): спочатку вибирається деяка кількість найбільш регулярних моделей, а потім серед них вибирається найбільш незміщена модель.

Однак найкращі екстраполюючі властивості має критерій балансу змінних. Критерій не дає плавної характеристики у функції складності моделі, тому він використовується або при повному переборі моделей (при комбінаторному алгоритмі МГУА), або в парі з критеріями регулярності і незміщеності, як основний критерій. Спочатку вибирають ряд моделей найбільш регулярних або незміщених, а потім з них вибирають одна, що найбільш задовольняє критерію балансу змінних.

Отже, межах стохастичного підходу для синтезу задовільної структури моделей „вхід-вихід” статичних систем найчастіше використовуються методи послідовного включення чи виключення параметрів, які побудовані на статистичних критеріях перевірки гіпотез про значущість параметрів моделі. Рідше використовуються методи повного перебору усіх можливих структур.

Більш ефективними, по відношенню до вказаних, є різні модифікації МГУА, які є придатними в умовах малої вибірки даних [49-51 ]. однак, для оцінки “якості” побудованої моделі, в цих методах також використовуються статистичні критерії. Слід також відмітити надзвичайно високу обчислювальну складність усіх алгоритмів МГУА.



За умов обмежених по амплітуді похибок з невідомими характеристиками застосування вказаних методів зі статистичними критеріями перевірки якості структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем стає неможливим. За цих умов більш придатним є інтервальний підхід [8, 139].

1.3. Особливості ідентифікації інтервальних моделей статичних систем на основі теоретико-множинного підходу.

Задачу структурної ідентифікації статичної системи у випадку інтервальних даних формують наступним чином.

Модель статичної системи описують деякою функцією

$$y_o = y(\vec{x}) \quad (1.11)$$

де  $y_o$  – істинне невідоме значення виходу системи;  $\vec{x} \in R^n$  – вектор вхідних змінних;  $n$  – задає початкову фіксовану кількість вхідних змінних, яку необхідно встановити на основі результатів експерименту.

Для ідентифікації залежності  $y(\vec{x})$  відомі результати експерименту, представлені у вигляді матриці  $X$  значень вхідних змінних і відповідних інтервальних значень вихідної змінної  $y$ :

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & \dots & x_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{N1} & \dots & x_{Nn} \end{pmatrix}; [\vec{Y}] = \begin{pmatrix} [y_1^-; y_1^+] \\ \vdots \\ [y_i^-; y_i^+] \\ \vdots \\ [y_N^-; y_N^+] \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

і при цьому відомо, що в довільному  $i$ -у спостереженні істинне значення  $y_{oi}$  належить інтервалу  $[y_i^-, y_i^+]$ , тобто  $y_i^- \leq y_{oi} \leq y_i^+$  [8, 38, 85].

У матриці  $X$  можливе повторення стрічок, що означає повторення

спостережень при одних і тих же вхідних змінних. При цьому отримується вибірка інтервальних оцінок вихідної змінної  $d_j = [y_j - \Delta; y_j + \Delta]$ ,  $j = 1, \dots, N$ . Припускають, що ця вибірка є випадковою, але також включає обмежену не випадкову похибку спостережень. Тобто розглядається модель змішаної інтервальної похибки  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ , коли результати спостережень за вихідною змінною задаються у такому вигляді [35]:

$$y_i = y_{0i} + e_{1i} + e_{2i} \quad (1.13)$$

де  $e_{1i}$  – не випадкова обмежена похибка з відомим діапазоном можливих значень  $-\Delta_{1i} \leq e_{1i} \leq \Delta_{1i}$ ;  $e_{2i}$  – випадкова похибка, що має симетричний (у загальному випадку невідомий) розподіл на відомому інтервалі  $[-\Delta_{2i}; \Delta_{2i}]$  [35].

Задача ідентифікації залежності  $y(\vec{x})$ , є достатньо складною і в загальному випадку для отримання її розв'язку розглядають додаткові умови на клас функцій  $y(\vec{x})$ . Як правило, залежність  $y(\vec{x})$  шукають серед лінійно-параметричних рівнянь у такому загальному вигляді [38]:

$$y(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} \quad (1.14)$$

де  $\vec{b}$  – вектор невідомих оцінок параметрів;  $\vec{\varphi}^T(\vec{x})$  – вектор невідомих базисних функцій, відомого класу (наприклад, поліноміальні функції). Розмірність  $m$  цих векторів на початку процедури ідентифікації є заданою.

З врахуванням вище викладеного та співвідношень (1.11)–(1.14), задача структурної ідентифікації моделі “вхід-вихід” на основі інтервальних даних (1.12) зводиться до знаходження такої множини залежностей (1.14), які забезпечують умови сумісності інтервальної системи лінійних (відносно параметрів) алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР)

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ y_i^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_i) \leq y_i^+ \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_N) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_N) \leq y_N^+ \end{cases} \quad (1.15)$$

Розв'язком ІСЛАР (1.15) є множина  $\Omega$  оцінок параметрів моделі (1.14), яка в просторі параметрів – опуклий многогранник. Кожна оцінка з множини  $\Omega$  при заданій структурі моделі дозволяє отримати одну інтервальну модель, що належить функціональному коридору [38]

$$[\hat{y}(x)] = [\hat{y}^-(x); \hat{y}^+(x)], \quad (1.16)$$

де  $\hat{y}^-(\bar{x}) = \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b})$  та  $\hat{y}^+(\bar{x}) = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b})$  – нижня та верхня межі функціонального коридору.

Умови сумісності системи (1.15) забезпечують шляхом ускладнення структури початкової моделі  $y(\bar{x}) = \vec{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \vec{b}$  (збільшення кількості параметрів, входів, а для поліноміальної моделі – ступеня полінома).

Як і у регресійному аналізі, для знаходження оптимальної структури моделі використовують методи повного перебору можливих структур, послідовного включення і виключення параметрів моделі. Однак, у даному випадку вони будуються на аналізі властивостей системи інтервальних рівнянь (нерівностей) (1.15) [72].

Суть методу повного перебору полягає в тому, що складають всі можливі поліноми, обмежені заданим числом  $n$  вхідних змінних і степенем  $p$ . Наприклад, при  $n=1, p=2$  таких поліномів буде сім:

$$y_1 = b_1 + b_2 x + b_3 x^2, \quad y_2 = b_1 + b_2 x, \quad y_3 = b_2 x + b_3 x^2, \quad y_4 = b_2 x + b_3 x^2, \\ y_5 = b_1, \quad y_6 = b_2 x, \quad y_7 = b_3 x^2$$

Кожний із можливих поліномів підставляють в систему (1.15). Виділяють ті поліноми, які задовольняють усі нерівності системи і, отже,

задані умови адекватності. Серед них формують групу поліномів найпростішої, з точки зору складності, структури. На другому етапі, серед поліноміальних моделей найпростішої структури вибирають модель з найменшою похибкою прогнозування.

Очевидно, що із зростанням  $p$  і  $n$ , на етапі вибору поліномів найпростішої структури, кількість можливих комбінацій суттєво зростає. Наприклад, при  $p = 2, n = 2$  необхідно проаналізувати більше 50 поліномів. Внаслідок цього, реалізацію методу повного перебору на практиці застосовують тільки у окремих простих випадках, наприклад, коли вхідні змінні мають фізичний зміст і їхня кількість є достатньо малою.

Слід зауважити, що якщо вдалося знайти поліном, що наближує дані з необхідною точністю, то додавання до нього довільних членів втрачає зміст, оскільки в інтервальному аналізі найкращою є модель, що на множині усіх адекватних моделей є найпростішою [109]. Внаслідок цього, економнішими є методи, побудовані на послідовному включенні або виключенні параметрів моделей.

У методі послідовного виключення вважають, що вихідна модель  $y(\vec{x}, \vec{b})$ , яка задовольняє інтервальним даним, є задана. Структуру вихідної моделі встановлюють на основі попереднього аналізу даних чи виходячи із фізичних міркувань. На наступному етапі досліджують можливості спрощення цієї моделі, тобто виключення з неї окремих параметрів, спираючись критерій складності структури. Для виключення “сліпого” перебору застосовують цілеспрямовану перевірку гіпотез відносно групи або окремих параметрів.

При спрощенні початкової структури моделі  $y(\vec{x}, \vec{b})$  досліджують можливість обнуління її окремих параметрів. Це пов'язано з перевіркою гіпотез інтервального аналізу у такому вигляді [109]:

$$H_0 : b_j = 0; H_0 : \vec{b}_t = 0 \quad (1.17)$$

де  $\vec{b}_i$  – заданий підвектор вектора  $\vec{b}$ .

В межах інтервального підходу перевірка гіпотез (2.4) спрощується, а саме: гіпотеза  $H_0$  приймається, якщо при обнулінні відповідних параметрів моделі, система інтервальних рівнянь (2.3) залишається сумісною. Наприклад, якщо є початкова модель

$$y(\vec{x}_i, \vec{b}) = b_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}_i) + b_2 \cdot \varphi_2(\vec{x}_i) + b_3 \cdot \varphi_3(\vec{x}_i) + b_4 \cdot \varphi_4(\vec{x}_i),$$

яка включає чотири параметри і система інтервальних рівнянь

$$y_i^- \leq b_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}_i) + 0 \cdot \varphi_2(\vec{x}_i) + 0 \cdot \varphi_3(\vec{x}_i) + b_4 \cdot \varphi_4(\vec{x}_i) \leq y_i^+, i = 1, \dots, N$$

сумісна для усіх точок спостережень  $x_i$ , то параметри  $b_2$  і  $b_3$  у заданій моделі обнуляють, одержуючи простішу структуру

$$y(\vec{x}, \vec{b}) = b_1 \varphi_1(\vec{x}) + b_4 \varphi_4(\vec{x}).$$

Ідею відбору претендентів на обнуління можна проілюструвати на прикладі моделі, яка містить два параметри  $b_1, b_2$ :  $y(\vec{x}, \vec{b}) = b_1 \varphi_1(\vec{x}) + b_2 \varphi_2(\vec{x})$ .

На рис. 1.5 наведено можливі варіанти розміщення множини розв'язків  $\Omega$  системи (1.15) при її сумісності у площині  $(b_1; b_2)$ .

Аналіз рисунка показує, що у випадку а) знаки параметрів є додатними  $b_1 > 0, b_2 > 0$ , а у випадку б) вони від'ємні, тобто  $b_1 < 0, b_2 < 0$ . Це означає, що гіпотеза рівності нулю принаймні одного параметра, виключається.

В інших випадках можливе прийняття нульових гіпотез:  $b_2 = 0$  - випадок в);  $b_1 = 0$  - випадок г);  $b_1 = 0$  або  $b_2 = 0$  - випадок д);  $b_1 = 0$  і  $b_2 = 0$  - випадок е).

Використовують два правила, які є справедливими для спільного  $m$ -вимірною випадку [109]:

– якщо множина  $\Omega$  не перетинає межі октантів простору  $b_1, \dots, b_m$ , то жоден параметр  $b_j$  не може бути обнуленим;

– якщо множина  $\Omega$  включає нульову точку (випадок  $e$ ), то приймається гіпотеза  $H_0 : \vec{b} = 0$ , тобто всі параметри можуть бути замінені на нулі.

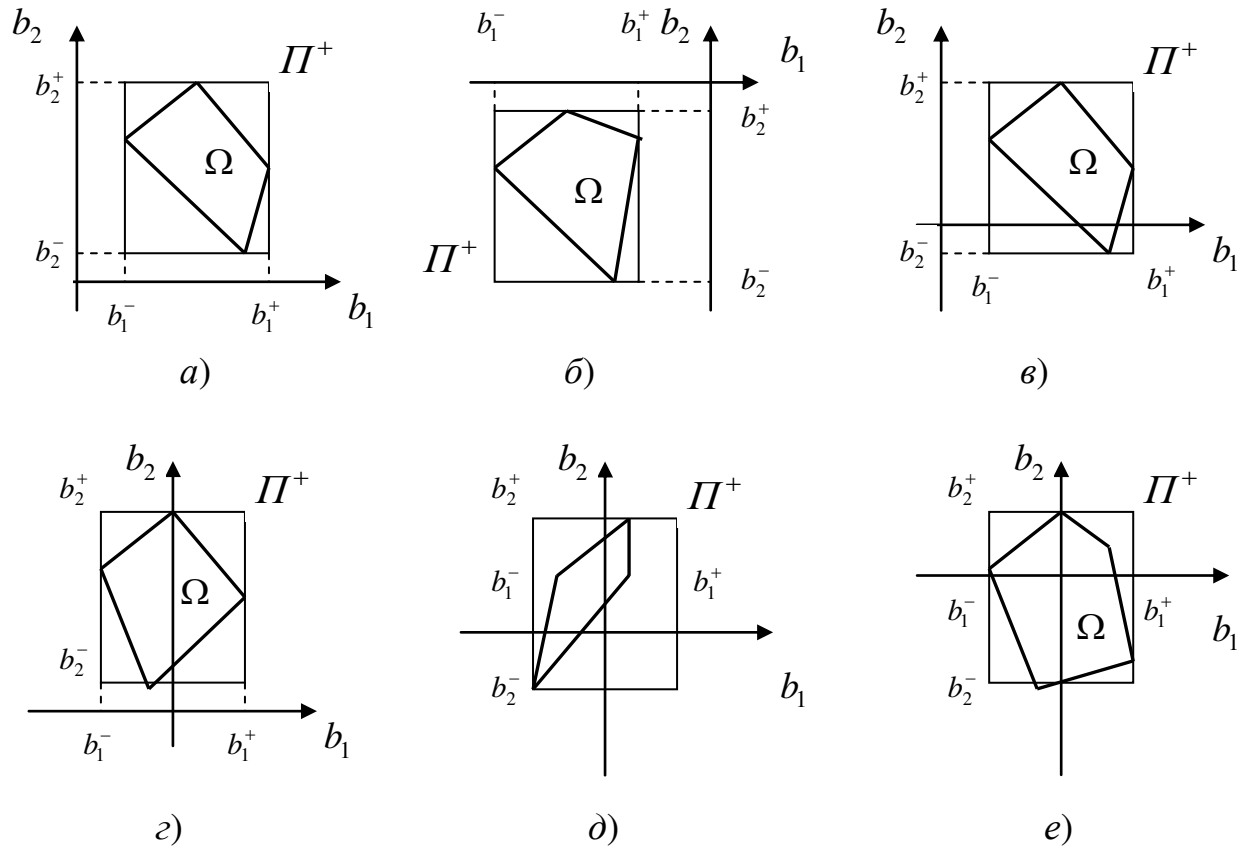


Рис.1.5. Варіанти розміщення множини розв'язків  $\Omega$ .

У багатовимірному випадку таке наочне зображення, як на рис. 1.5, множини  $\Omega$  є неможливим, тому її замінюють локалізаційною множиною. Найбільш придатною в даному випадку є інтервальна локалізація множини розв'язків  $\Omega$ , тобто описаним  $m$ -вимірним прямокутним паралелепіпедом  $\Pi^+$ . У багатовимірному випадку прямокутний паралелепіпед  $\Pi^+$  задають через межі окремих параметрів  $b_j$ , тобто інтервальним вектором  $[\vec{b}]$  з елементами  $[b_j^-, b_j^+]$ . Значення  $b_j^-, b_j^+$  знаходять із розв'язку задач лінійного програмування.

Знання меж параметрів  $b_j$  дозволяє зобразити модель  $y(\vec{x}, \vec{b})$  у такому

вигляді:

$$y(\bar{x}, \bar{b}) = \varphi_1(\bar{x}) \cdot [b_1^-; b_1^+] + \dots + \varphi_m(\bar{x}) \cdot [b_m^-; b_m^+].$$

Із вище сформульованих правил витікає, що інтервальну модель статичної системи  $y(\bar{x}, \bar{b})$  не можна спростити, якщо межі усіх параметрів мають однакові знаки, а параметр  $b_j$  можна обнулити, якщо його межі  $b_j^-, b_j^+$  мають різні знаки.

На основі цього правила застосовують метод послідовного виключення, коли відповідно до обраного критерію спрощення структури: мінімізації степені, кількості вхідних змінних чи кількості параметрів моделі, з початкової моделі виключають параметри, межі яких мають різні знаки.

У методі послідовного включення нарощують модель, послідовно переходячи від найпростіших до складніших структур. При додаванні нових параметрів моделі, як і у методі послідовного виключення, користуємося обраним критерієм спрощення структури. Процес зупиняють як тільки побудована модель задовольняє системі інтервальних рівнянь (1.15) і при цьому усі її параметри є значимими.

Для зменшення кількості ітерацій процесу, найпростішу структуру вибирають виходячи із особливостей статичної системи, для якої будується інтервальна модель.

Аналіз методів структурної ідентифікації моделей "вхід-вихід" статичних систем, побудованих на основі інтервального підходу, засвідчує відсутність систематизованого підходу до формулювання кількісних критеріїв оцінки якості структури інтервальної моделі. Одні із перших спроб формалізації задачі структурної ідентифікації як багатокритеріальної були здійсненні в працях Кунцевича В. М. та Личака М. М. [74, 85].

До недоліків існуючих методів слід також віднести неврахування при ідентифікації структури повноти відображення взаємозв'язків між характеристиками системи та факторами впливу на них, а також

комбінаторну складність алгоритмів структурної ідентифікації, що в сукупності призводить до неможливості забезпечення адекватності моделей.

Тому актуальним є розвиток системи формальних критеріїв оцінки якості структури інтервальних моделей і на цій основі розробки методів та нескладних з обчислювальної точки зору алгоритмів структурної ідентифікації цих моделей

#### 1.4 Постановка задачі дисертаційного дослідження.

Проведений аналіз сучасного стану об'єкту досліджень дав можливість зробити наступні висновки:

1) в процесі ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі експериментальних даних основною важко формалізованою задачею є структурна ідентифікація моделі;

2) відомі методи ідентифікації моделей “вхід-вихід” на основі стохастичного підходу не забезпечують необхідний рівень достовірності або ж є не придатними за умови невизначеності законів розподілу похибок та вирізняються обчислювальною складністю при реалізації;

3) методи структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем, побудованих на основі інтервального підходу не дають однозначного розв'язку;

4) відсутність систематизованого підходу до формулювання кількісних критеріїв оцінки якості структури при проведенні структурної ідентифікації інтервальних моделей;

5) неврахування при ідентифікації структури інтервальних моделей повноти відображення взаємозв'язків між характеристиками модельованої системи та факторами впливу на них.



Для підвищення ефективності процесу структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем в науковому та практичному плані слід вирішити наступні задачі:

- 1) проаналізувати відомі методи ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем в межах стохастичного та інтервального підходів, визначити їх недоліки і сформулювати можливі напрямки розвитку цих методів;
- 2) оцінити можливість створення нових методів ідентифікації моделей “вхід-вихід” на основі інтервального підходу;
- 3) систематизувати кількісні критерії оцінки якості структури інтервальних моделей;
- 4) формалізувати задачу багатокритеріального синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних для більш повного урахування специфіки досліджуваного об’єкту та відображення його властивостей у моделях;
- 5) формалізувати критерій повноти моделі, що відображає ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на модельовану систему та розробити метод додаткового урахування цих впливів;
- 6) розробити нові методи та алгоритми структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі аналізу інтервальних даних для умов пасивного та активного експериментів;
- 7) створити генетичні алгоритми структурної ідентифікації інтервальних моделей для критеріїв множинної селекції та низької обчислювальної складності при реалізації;
- 8) розробити комплекс програмного забезпечення для проведення ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем із використанням запропонованих методів структурної ідентифікації та провести його апробацію для розв’язування задач структурної та

параметричної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрації шкідливих викидів технічних систем.

## ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

1. Проаналізовано задачі побудови моделей «вхід–вихід» статичних (безінерційних) систем. Виділено випадки, в яких виникає необхідність побудови цих моделей.

2. Проведено аналіз відомих методів структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” при стохастичному підході, визначено умови, за яких вказані методи є непридатними для застосування. Зокрема за умов обмежених за амплітудою похибок в експериментальних даних з невідомими законами розподілу, оскільки в даних методах використовуються статистичні критерії перевірки якості структурної ідентифікації моделей.

3. На основі аналізу методів структурної ідентифікації інтервальних моделей показано відсутність систематизованого підходу до формалізації кількісних критеріїв оцінки якості структури моделей та неврахування при проведенні структурної ідентифікації повноти відображення взаємозв’язків між характеристиками модельованої системи та факторами впливу на них.

4. Сформульовано постановки задач дисертаційних досліджень для підвищення ефективності процесу структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі експериментальних даних.

## РОЗДІЛ 2

### КРИТЕРІЇ ОПТИМАЛЬНОСТІ СТРУКТУРИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

Для визначення поняття оптимальності структури інтервальних моделей необхідно ввести критерії оцінки оптимальності. Як правило, кожен критерій базується на встановленні певних (бажано кількісних) показників, які визначають властивості моделей. Найчастіше для встановлення властивостей моделей використовуються такі показники: ступінь адекватності, складність оперування з моделлю та показники, що задають прогностичні властивості моделі, переважно це показники точності. Для формалізації задачі пошуку оптимальної структури найскладнішим є процес опису властивостей моделі у вигляді деяких кількісних характеристик.

Розглянемо основні властивості моделей та формалізацію задачі структурної ідентифікації на основі аналізу цих властивостей.

#### 2.1. Аналіз адекватності, складності та точності інтервальних моделей

Адекватність є основною характеристикою побудованої моделі. Модель адекватна об'єкту, якщо результати моделювання слугують для прогнозування поведінки реального об'єкта.

Поняття адекватності слугує для оцінки рівня виконання вимог, необхідних для досягнення мети моделювання. Ступінь адекватності моделі перевіряється експериментальним шляхом на основі введення міри адекватності. Властивість адекватності моделі безпосередньо зв'язана із властивістю ІСЛАР, яка побудована на основі заданої структури моделі у вигляді (1.15) та на основі аналізу експериментальних даних (1.12).

При цьому, на відміну від стохастичних моделей, в інтервальних моделях це поняття є однозначним. Тобто, якщо ІСЛАР для заданої структури є сумісною, то модель, побудована на даній структурі, є

адекватною і ,навіпаки, якщо ІСЛАР для заданої структури є несумісною, то модель є однозначно неадекватною. Формально адекватність (неадекватність) моделі заданої структури можна задати такими правилами:

якщо  $\Omega \Big|_{y_j(\bar{x}), X, [\bar{Y}]} \neq \emptyset$ , то модель  $y_j(\bar{x})$  адекватна;

якщо  $\Omega \Big|_{y_j(\bar{x}), X, [\bar{Y}]} = \emptyset$  то модель  $y_j(\bar{x})$  не адекватна.

У вказаних правилах  $\Omega \Big|_{y_j(\bar{x}), X, [\bar{Y}]}$  означає множину розв'язків ІСЛАР для залежності  $y_j(\bar{x})$  у вигляді (1.14) для інтервальних даних експерименту  $X, [Y]$  у вигляді (1.12). В подальшому розгляді для спрощення замість  $\Omega \Big|_{y_j(\bar{x}), X, [\bar{Y}]}$  будемо використовувати  $\Omega_j$ .

Проте адекватність моделі не є однозначно визначальною. Поряд із адекватністю важливою є складність, точність та повнота моделі [14]. Складність моделі або її спрощеність обумовлюється необхідністю оперувати нею, наприклад, за допомогою комп'ютерних засобів, обчислювальні ресурси яких є обмеженими. Оцінювання складності моделі проводиться під час синтезу її структур в ході структурної ідентифікації моделей статичних систем. Для прикладу, якщо структура моделі задається лінійно-параметричним рівнянням, то складність моделі може буди визначена кількістю параметрів  $m$ . Складність моделі також можна задавати кількістю вхідних змінних  $n$ , а для поліноміальних моделей для кількісного відображення складності можна використовувати показник  $p$  ступеня полінома. Очевидно, що, як при збільшенні  $m$ , так і при збільшенні  $n$  чи  $p$ , складність оперування з моделлю зростає.

Точність моделі являє собою кількісне вираження відмінностей між властивостями побудованої моделі системи та оригіналом [68].

Точність інтервальної моделі є однією із основних її характеристик. Оцінювання точності вимагає певних обчислювальних витрат. Розглянемо точність прогнозування моделі в точці, тобто при фіксованому наборі входів

$\vec{x}$ .

Під прогнозуванням інтервальної моделі будемо розуміти розрахунок виходу системи  $\hat{y}(\vec{x})$  при заданому наборі входів  $\vec{x}$ , поза експериментальними точками, на основі яких будувалась модель, але в межах області експерименту  $\chi$ . Основною характеристикою точності інтервальної моделі є похибка прогнозування, яка задається різницею меж коридору :

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}) - \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}) \quad (2.1)$$

Як впливає із наведеної формули, для визначення похибки прогнозування  $\Delta_{y(\vec{x})}$  у фіксованій точці  $\vec{x}$  необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування:

$$\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \min, \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \max,$$

розв'язки яких знаходяться у вершинах многогранника  $\Omega$ . Із врахуванням викладеного вище, вираз для знаходження похибки прогнозування  $\Delta_{y(\vec{x})}$  у фіксованій точці  $\vec{x}$  набуває такого вигляду:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (\vec{b}_p - \vec{b}_s)), \vec{x} \in \chi \quad (2.2)$$

де  $\vec{b}_p, \vec{b}_s$  – вершини опуклого многогранника (множини)  $\Omega$ .

Із виразу (2.2) видно, що значення похибки прогнозування залежить від розмірів множини  $\Omega$ . Зокрема, значення  $\Delta_{y(\vec{x})}$  в заданій точці  $\vec{x}$  тим менше, чим менша відстань між вершинами множини  $\Omega$ . Якщо  $\vec{b}_p = \vec{b}_s$  для всіх  $p \neq s$ , тобто множина  $\Omega$  стискується до точки, то значення похибки  $\Delta_{y(\vec{x})}$  для всіх точок  $\vec{x}$  дорівнює нулю.

Зменшення розмірів множини  $\Omega$ , а відповідно, і зменшення похибки прогнозування моделі можливо досягнути шляхом оптимального вибору точок експерименту та зменшенням інтервальних похибок спостережень у вибраних точках.

В загальному випадку функція (2.2) є кусково-неперервною. Це зумовлено тим, що для різних фіксованих значень  $\vec{x}$  похибка прогнозування у формулі (2.2) може визначатись різними векторами  $\vec{b}_p - \vec{b}_s$ , тобто різними парами вершин многогранника  $\Omega$ .

Важливим є аналіз властивостей лінійної по вхідних змінних інтервальної моделі  $y_0(\vec{x}) = \vec{x}^T \cdot \vec{\beta}$ . Формула (2.2) у цьому випадку набуває такого вигляду:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \min_{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} (\vec{x}^T \cdot (\vec{b}_p - \vec{b}_s)), \vec{x} \in \chi \quad (2.3)$$

У випадку нормування незалежних змінних у такий спосіб, щоб центр експерименту  $\chi$  співпадав з нульовою точкою  $\vec{x}_0 = (0, \dots, 0)^T$ , функція  $\Delta_{y(\vec{x})}$  буде симетричною відносно центру  $\vec{x}_0$ , а її максимальне значення досягається на межі області  $\chi$ . Якщо область експерименту  $\chi$  задати як  $n$ -вимірну кулю радіусом  $\rho$  і з центром в точці  $\vec{x}_0 = (0, \dots, 0)^T$

$$\vec{x}^T \cdot \vec{x} \leq \rho^2,$$

то максимальна на області  $\chi$  похибка прогнозування лінійної інтервальної моделі обчислюватиметься за формулою:

$$\max_{\vec{x} \in \chi} (\Delta_{y(\vec{x})}) = \rho \cdot \|\vec{b}_p^o - \vec{b}_s^o\|,$$

де  $\|\vec{b}_p^o - \vec{b}_s^o\| = \|\vec{b}_p - \vec{b}_s\| \xrightarrow{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} \max$  – визначає в просторі параметрів довжину максимальної діагоналі многогранника  $\Omega$ .

Проведений аналіз дозволяє зробити висновок, що функція похибки прогнозування інтервальних моделей, побудованих на основі множини розв'язків системи інтервальних рівнянь, в загальному випадку є кусковою, що суттєво збільшує обчислювальні витрати на визначення коридору прогнозування. Це спонукає до розробки та застосування методів локалізації розв'язків системи, що забезпечують аналітичне задання функціональних

меж коридору інтервальних моделей.

Оскільки між прогнозним значенням виходу  $\hat{y}$  та параметрами  $\vec{b}$  в інтервальних моделях статичних систем існує лінійна залежність, задана рівнянням (1.11), то в умовах надзвичайної складності та високих обчислювальних витрат для розрахунку середньої та максимальної похибки прогнозування інтервальної моделі, найбільш раціональним є підхід, побудований на аналізі системи інтервальних рівнянь, внаслідок якого можна зробити висновки про розміри та конфігурацію локалізаційної множини параметрів і отримати наближену оцінку точності моделі.

Користуючись термінологією, прийнятою в інтервальній математиці [1], методи знаходження деякого наближеного розв'язку – апроксимації області параметрів, називають локалізаційними.

В інтервальному аналізі локалізацію розв'язків системи (1.11) отримують у вигляді прямокутного паралелепіпеда, грані якого паралельні осям координат. У цьому випадку одержані оцінки записуються так:  $[b_j^-, b_j^+]$ ,  $j=1, \dots, m$ , де  $b_j^-, b_j^+$  – нижня та верхня гарантовані межі можливих значень параметрів. Аналіз обчислювальних витрат методів інтервальної локалізації параметрів для випадку інтервальної матриці системи інтервальних алгебраїчних рівнянь проведений у працях [28, 139-142]. Особливістю цих методів є значна економія обчислювальних ресурсів, так як для наведення області локалізації достатньо зберігати  $2 \cdot m$  межових значень інтервалів. Для розв'язання задачі локалізації системи інтервальних рівнянь (1.11) можна використати відомі методи, розроблені на основі методів лінійного програмування [11]. В цьому випадку задачу локалізації формулюють у такий спосіб [36]:

$$b_j^- = \min_{\vec{b} \in \Omega} b_j, b_j^+ = \max_{\vec{b} \in \Omega} b_j, \quad j=1, \dots, m. \quad (2.4)$$

Як видно, задача (2.4) складається із  $2 \cdot m$  задач лінійного програмування. Якщо  $2 \cdot m$  разів розв'язати задачу (2.4) для всіх компонент



$(b_1, \dots, b_m)$ , то будуть знайдені  $2 \cdot m$  вершин многогранника  $\Omega$ . Можна також знайти внутрішню точку  $\bar{b}$  як центр ваги розрахованих вершин

$$\bar{b} = \frac{1}{2 \cdot m} \sum_{s=1}^{2m} \vec{b}_s.$$

Слід відмітити важливу особливість цього методу інтервальної локалізації – можливість розв'язання на його основі задач моделювання високої розмірності, що створює певні перспективи для розвитку розглянутого методу.

Поряд із методами локалізації прямокутним гіперпаралелепіпедом поширеними є методи локалізації розв'язків системи (1.11) на основі еліпсоїдів [3, 37, 44]. Основна ідея цих методів полягає у побудові послідовності багатовимірних еліпсоїдів, які гарантовано включають множину  $\Omega$ .

Проте, враховуючи складність реалізації цих методів, їх доцільно використовувати у випадку отриманої оптимальної структури моделі. Для задач структурної ідентифікації необхідна багаторазова оцінка точності моделі, що вимагає використання більш простіших методів інтервальної локалізації.

Тому для оцінки точності моделей-претендентів у задачі структурної ідентифікації доцільно використовувати об'єм локалізаційного гіперпаралелепіпеда  $I^+$ , описаного навколо множини параметрів  $\Omega$ , який визначається за формулою:

$$V(I^+) = \prod_{i=1}^m (b_i^+ - b_i^-).$$

У випадку побудови моделей „вхід-вихід” статичних систем вказані вище характеристики вимагають кількісної інтерпретації, що обумовлює формування системи критеріїв оптимальності структур цих моделей. Існуючі критерії оптимальності наведена в таблиці 2.1.

Отже, для задач синтезу оптимальної структури, залежно від призначення та особливостей застосування інтервальної моделі статичної системи, яка задана поліномом, використовують такі критерії: мінімізації степені полінома, мінімізації кількості вхідних змінних моделі, мінімізації кількості параметрів поліноміальної моделі та мінімізація похибки прогнозування. При цьому для синтезу структури використовують однокритеріальний підхід [34, 83].

Таблиця 2.1. Критерії оптимальності інтервальних моделей статичних систем

Критерій	Формальний запис
критерії складності	
мінімізація кількості вхідних змінних	$n \rightarrow \min$
мінімізація кількості параметрів моделі	$m \rightarrow \min$
мінімізація ступеня полінома	$p \rightarrow \min$
критерій адекватності:	
сумісність ІСЛАР	$\Omega \neq \emptyset$
критерій точності:	
мінімізація об'єму $\Pi^+$	$V(\dot{I}^+) \rightarrow \min$

У випадку поетапного зважування структур інтервальних моделей по вказаних критеріях, очевидно, більш пріоритетними будуть критерії, що мінімізують складність структури, оскільки критерій мінімуму похибки прогнозування інтервальної моделі вимагає значних обчислювальних витрат і на першому етапі, пов'язаному з оцінюванням великої кількості претендентів, його застосування є недоцільним.

## 2.2. Критерій повноти.

Повнота моделі – це характеристика, яка визначає ступінь відображення множини відношень у системі [68]. Відображення множини відношень у моделі є скінченим, але має бути достатньо повним, щоб в достатній мірі наближуватись до реального об'єкту. Повнота моделі “вхід-вихід” статичної системи забезпечується врахуванням факторів впливу, які відіграють важливу управлінську роль в системі. Виявлення найбільш впливових факторів дає можливість спростити модель системи та знайти розумний компроміс між складністю моделі та її повнотою.

2.2.1. Формалізація критерію повноти за умов активного експерименту. Вибір найбільш важливих управляючих факторів системи для відображення їх у повну множину вхідних змінних інтервальної моделі здійснюється на основі критерію повноти [31].

Набори значень управляючих факторів і відповідні інтервали відгуку системи на них, представленні у вигляді (1.12).

Позначимо множину управляючих факторів системи, з яких сформовані набори  $\vec{d}_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$ , у вигляді  $\chi_y = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , а підмножини їх відображення у вхідні змінні моделей-претендентів у вигляді  $\{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_l, \dots, \chi_n\}$ ,  $\chi_1 \subset \chi_2 \subset \dots \subset \chi_l \subset \dots \chi_n \subseteq \chi_y$ , де  $\chi_l$  – підмножина потужністю  $l$ . Наприклад,  $\chi_1 = \{x_3\}$ ,  $\chi_2 = \{x_1, x_2\}$ . Відповідно, під-вектор сформований із набору  $\vec{x}_i$  для підмножини вхідних змінних  $\chi_l$  моделей-претендентів, позначимо як  $\vec{x}_{li}$ ,  $\vec{x}_{li} \subset \vec{x}_i$ .

Ідея кількісного оцінювання повноти ґрунтується на оцінюванні ступеня варіації інтервалів виходу системи під час проведення повторних дослідів для фіксованого набору входів [35]. Урахування в структурі моделі додаткових змінних, які відповідають найбільш важливим реальним

управляючим факторам у системі, тобто підвищення потужності підмножини  $\chi_i$ , дозволяє зменшити варіацію інтервалів виходу [29].

Вказана особливість відображається за допомогою моделі змішаної похибки у спостереженнях – адитивного поєднання випадкової та неусувної (систематичної) похибок, обмежених по амплітудах [35]. Модель змішаної похибки передбачає схему отримання гарантованого інтервалу для вихідної змінної у спостереженнях у вигляді:

$$y_i(\vec{x}_{ii}) = y_{0i} + e_{i1} + e_{i2}(\vec{x}_{ii}), \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.8)$$

де  $e_{i2}$  – неусувна (систематична) складова похибки  $|e_{i1}| \leq \Delta_1(\vec{x}_i)$ ,  $e_{i2}(\vec{x}_{ii})$  – випадкова складова експериментальної похибки  $|e_{i2}(\vec{x}_{ii})| \leq \Delta_2(\vec{x}_i)$ .

Отже, результуючі інтервали повторних спостережень матимуть вигляд:

$$[y_{(\vec{x}_i)}^+, y_{(\vec{x}_i)}^-] = [y_{0i} - \Delta(\vec{x}_i) - e_{i2}(\vec{x}_{ii}); y_{0i} + \Delta(\vec{x}_i) + e_{i2}(\vec{x}_{ii})], \quad (2.9)$$

де  $\Delta(\vec{x}_i) = \Delta_1(\vec{x}_i) + \Delta_2(\vec{x}_i)$ , а варіація інтервалів (2.9) тим більша, чим більша випадкова складова інтервальної похибки  $e_{i2}(\vec{x}_{ii})$ . Надалі для спрощення позначатимемо  $\Delta(\vec{x}_i)$  як  $\Delta_i$  та припустимо, що  $\Delta_i = \Delta = const, \forall \vec{x}_i, i = 1, \dots, N$ .

Наявність у змішаній моделі невизначеної неусувної похибки  $e_{2i}$  призводить до того, що повторні дослідження дозволяють зменшити лише випадкову складову похибки  $e_{1i}$ . При повторенні дослідів, істинне значення  $y_{0i}$  належить перерізу випадкових вибіркового інтервалів

$$[y_{ij} - \Delta; y_{ij} + \Delta], \quad j = 1, \dots, N_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.10)$$

де  $N_i$  – кількість повторних спостережень в  $i$ -й точці.

Нехай  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset, \forall i = 1, \dots, N$ . За відомостями [7],

справедливим є вираз:

$$\lim_{N_i \rightarrow \infty} M(\Delta_{N_i}) = 2 \cdot \Delta_i, \quad (2.11)$$

де  $M(\Delta_{N_i})$  – математичне сподівання ширини інтервалу у  $i$ -й точці.

При довільному об'ємі вибірки  $N_i$ , за умови  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset, \forall i = 1, \dots, N$ , перерізом інтервалів у змішаній моделі є скінчений інтервал з шириною, не меншою від  $2 \cdot \Delta_{2i}$ , який хоча і включає істинне значення  $y_{0i}$ , але не вироджується в точку.

При застосуванні змішаної інтервальної похибки слушним є таке запитання: за рахунок чого виникає випадкова складова похибки, яка може бути скомпенсована повторними спостереженнями при одних і тих же значеннях фіксованих вхідних змінних? Аналіз цієї складової при повторних спостереженнях дозволяє стверджувати, що зростання її амплітуди пов'язане із неврахуванням важливих факторів впливу на “вихід”. Наявність випадкової складової в інтервальній похибці призводить до одного із двох випадків: певної компенсації (звуження) ширини  $\Delta_{N_i}$  результуючого інтервалу  $[y_{ij}^- - \Delta; y_{ij}^+ + \Delta]$  – за умови достатньо великого початково заданого значення інтервальної похибки  $\Delta$ , чи до необхідності розширення вихідного інтервалу (збільшення  $\Delta$ ), – якщо  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] = \emptyset, \forall i = 1, \dots, N$ . У будь-якому випадку результуючі інтервали  $[y_{ij}^- - \Delta; y_{ij}^+ + \Delta]$  будуть достатньо широкими, що призведе до низької точності інтервальних моделей.

Викладені вище міркування дозволяють підійти до задачі структурної ідентифікації з іншої точки зору, а саме – із врахуванням повноти моделі, яка задаватиметься усередненим на області експерименту співвідношенням між шириною результуючого та початкового інтервалів невизначеності. Тоді критерій забезпечення повноти моделі матиме такий вигляд [29, 115]:

$$R_A(n, \Delta, \chi_n) \xrightarrow{n, \Delta, \chi_n} \max, \quad (2.12)$$

де

$$R_A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\min_{j=1 \dots N_i} \{y_{ij} + \Delta\} - \max_{j=1 \dots N_i} \{y_{ij} - \Delta\}}{2 \cdot \Delta} = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\max_{j=1 \dots N_i} \{y_{ij}\} - \min_{j=1 \dots N_i} \{y_{ij}\}}{2 \cdot \Delta} \quad (2.13)$$

$y_{ij} - \Delta$ ,  $y_{ij} + \Delta$  – нижня та верхня межі випадкових інтервалів при повторенні спостережень,  $N_i$  – кількість повторних спостережень в  $i$ -й точці,  $n$  – кількість вхідних змінних,  $\chi_n$  – підмножина вхідних змінних моделі-претендента,  $\Delta$  – межові значення амплітуди похибок, вибирається за умови  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset, \forall i = 1, \dots, N$ .

Максимальне значення виразу (2.13) дорівнює одиниці, коли початкова ширина інтервалу залишається незмінною при повторних спостереженнях. У цьому випадку відсутні фактори, які вносять випадкову складову. Тоді зменшити ширину інтервалу  $[y_{ij} - \Delta; y_{ij} + \Delta]$  можна шляхом вилучення систематичної складової  $e_{i2}$  і тим самим підвищити точність моделі системи.

2.2.2. Модифікація критерію повноти для випадку пасивного експерименту. У випадку пасивного експерименту, набори  $\bar{x}_i, i = 1, \dots, N$  слід вважати повними, оскільки за даних умов не існує можливості зміни множини  $\chi_y$  управляючих факторів і, відповідно, відгуку системи на них. При цьому, модель відобразить властивості системи, які проявляються в результатах пасивного експерименту. Тому її повноту слід розглядати з точки зору відтворення властивостей системи за фіксованими наборами даних  $\bar{d}_i = (x_{ji}), i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n$  [31].

Позначимо множину структурних елементів моделей-претендентів, які формуються із множини управляючих факторів  $\chi_y = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , у вигляді:  $\{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_m, \dots, \chi_t\}, \chi_1 \subset \chi_2 \subset \dots \subset \chi_m \subset \dots \chi_t \subseteq \chi_y$ . У випадку використання поліноміальних моделей із  $n$  вхідними змінними та з максимальним ступенем  $p$  кількість  $t$  елементів типу  $x_i^s \cdot x_j^q, i, j = 1, \dots, n,$

$g, q = 0, \dots, p$ , наприклад,  $\chi_2 = \{x_2, x_2 \cdot x_3\}$ ,  $\chi_3 = \{x_1, x_2 \cdot x_3, x_2^2\}$ , у множині  $\chi_t$  є достатньо великою:

$$t = n \cdot (p - 1) + \frac{(n \cdot p)!}{2 \cdot (n \cdot p - 2)!}.$$

В цьому випадку ідея кількісного оцінювання повноти ґрунтується на оцінюванні ступеня варіації інтервалів ”виходу” системи, отриманих на основі моделей-претендентів при зміні наборів структурних елементів, по відношенню до інтервалів ”виходу” системи отриманих експериментально [31, 116].

При цьому, розглядатимемо два випадки формування множини структурних елементів моделей-претендентів.

Перший випадок – множину структурних елементів формуватимемо із вхідних змінних  $\chi_l \subset \chi_y$ , по аналогії із випадком активного експерименту. В даному випадку, скінченність (неповнота) моделі буде проявлятися у варіації прогнозованих за допомогою моделі інтервалів  $[\hat{y}_i^-, \hat{y}_i^+]$ , отриманих для підмножини вхідних змінних  $\chi_l \subset \chi_y$  із відповідними фіксованими значеннями  $\bar{x}_{il}$  з набору  $\bar{x}_i$ , по відношенню до експериментального інтервалу відгуку системи  $[y_i^-, y_i^+]$ , при повному наборі  $\bar{x}_i$ .

Другий випадок – множину управляючих факторів  $\chi_y$  будемо формувати із структурних елементів, які утворюватимемо на основі вхідних факторів та їх взаємодії за такою схемою:  $x_i^g \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ , де  $p$  – ступінь складності (для поліноміальних моделей – ступінь полінома). В даному випадку неповнота моделі буде проявлятися у варіації прогнозованих за допомогою моделі інтервалів  $[\hat{y}_i^-, \hat{y}_i^+]$ , отриманих для підмножини структурних елементів  $\chi_m \subset \chi_y$  по відношенню до експериментальних інтервалів ”виходу” системи  $[y_i^-, y_i^+]$ .

Отже, модифікація критерію повноти повинна проводитися в напрямі забезпечення мінімізації варіації прогнозованих інтервалів, отриманих на основі моделі, та експериментальних інтервальних даних. При цьому моделі-претенденти, згенеровані із підмножини вхідних змінних  $\chi_l \subset \chi_y$  або із підмножини структурних елементів  $\chi_m \subset \chi_y$ , повинні бути адекватними. Останнього можна досягнути шляхом підвищення складності моделі (для поліноміальної моделі підвищення ступеня полінома  $p$ ).

На основі вище зазначеного критерій повноти можна модифікувати для випадку пасивного експерименту у такому вигляді [31]:

$$R_p(n, m, \chi_m, \Delta) \xrightarrow{n, m, \chi_m, \Delta} \max \quad (2.14)$$

$$R_p(n, m, \chi_m, \Delta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\min\{y_i^+, \hat{y}_i^+(\bar{x}_{li})\} - \max\{y_i^-, \hat{y}_i^-(\bar{x}_{li})\}}{\Delta}, \quad (2.15)$$

де  $\hat{y}_i^-(\bar{x}_{li}) = \min_{\vec{b}_m \in \Omega_m} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}_{li}) \cdot \vec{b}_m)$ ;  $\hat{y}_i^+(\bar{x}) = \max_{\vec{b}_m \in \Omega_m} (\vec{\varphi}^T(\bar{x}_{li}) \cdot \vec{b}_m)$  - нижнє та верхнє значення прогнозованого інтервалу вихідної змінної на основі адекватної моделі-претендента з підмножиною структурних елементів  $\chi_m$ ,  $m$  - кількість структурних елементів;  $\Omega_m$  - область параметрів, знайдена із розв'язку системи інтервальних рівнянь:

$$\begin{cases} y_1^- \leq \vec{\varphi}^T(\bar{x}_{1l}) \cdot \vec{b}_m \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_i^- \leq \vec{\varphi}^T(\bar{x}_{il}) \cdot \vec{b}_m \leq y_i^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq \vec{\varphi}^T(\bar{x}_{Nl}) \cdot \vec{b}_m \leq y_N^+. \end{cases} \quad (2.16)$$

Показник повноти заданий формулою (2.15), на якому побудований критерій (2.14), дає змогу визначити ступінь наближеності моделі-претендента до оптимальної за критерієм повноти. Крім того, даний показник дозволяє визначити ступінь впливу окремих факторів або окремого



структурного елементу на вихідну змінну за умов пасивного експерименту, а також проранжувати їх.

Для окремих вхідних змінних дана процедура полягає у оцінюванні значення показника повноти для інтервальних моделей з елементарною структурою у вигляді:

$$[\hat{y}^-(x_j); \hat{y}^+(x_j)] = [\min_{\bar{b}_{m=1} \in \Omega_{m=1}} (b_0 + b_1 \cdot x_j); \max_{\bar{b}_{m=1} \in \Omega_{m=1}} (b_0 + b_1 \cdot x_j)], \quad j = 1, \dots, n$$

де  $x_j$  –  $j$ -та вхідна змінна із набору  $\bar{x}_j$ .

Область  $\Omega_{m=1}$  отримана для параметрів  $b_0, b_1$  моделі  $y(x_j) = b_0 + b_1 \cdot x_j$ , та експериментальних даних:

$$x_{ji} \rightarrow \left[ \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} - \Delta; \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} + \Delta \right], \quad i = 1, \dots, N.$$

При цьому  $\Delta$  задається у такий спосіб, щоб забезпечити сумісність системи інтервальних рівнянь:

$$\frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} - \Delta \leq b_0 + b_1 \cdot x_{ij} \leq \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} + \Delta, \quad i = 1, \dots, N.$$

Для отримання рангів структурних елементів оцінюємо показник повноти із використанням інтервальних моделей з елементарною структурою:

$$[\hat{y}^-(x_s^g \cdot x_j^q); \hat{y}^+(x_s^g \cdot x_j^q)] = \left[ \min_{\bar{b}_{m=1} \in \Omega_{m=1}} (b_0 + b_1 \cdot x_s^g \cdot x_j^q); \max_{\bar{b}_{m=1} \in \Omega_{m=1}} (b_0 + b_1 \cdot x_s^g \cdot x_j^q) \right]$$

$$s, j = 1, \dots, n, \quad g, q = 0, \dots, p,$$

де область  $\Omega_{m=1}$  параметрів  $b_0, b_1$  моделі  $y(x_s^g \cdot x_j^q) = b_0 + b_1 \cdot x_s^g \cdot x_j^q$ , отримана на основі інтервальних даних:

$$x_{si}^g \cdot x_{ji}^q \rightarrow \left[ \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} - \Delta; \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} + \Delta \right], \quad i = 1, \dots, N.$$

В цьому випадку значення  $\Delta$  задаємо у такий спосіб, щоб забезпечити сумісність такої системи інтервальних рівнянь:

$$\frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} - \Delta \leq b_0 + b_1 \cdot x_{si}^g \cdot x_{ji}^q \leq \frac{(y_i^- + y_i^+)}{2} + \Delta, i = 1, \dots, N.$$

Отже, існуючі критерії оптимальності структури інтервальних моделей можна доповнити критерієм повноти [31].

В модифікованому вигляді систему критеріїв оптимальності структури інтервальних моделей наведено в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2. Система критеріїв оптимальності структури інтервальних моделей

Критерій	Формальний запис
критерії складності	
мінімізація кількості параметрів моделі	$m \rightarrow \min$
мінімізація ступеня полінома	$p \rightarrow \min$
критерій адекватності:	
сумісність ІСЛАР	$\Omega \neq \emptyset$
критерій повноти:	
активний експеримент – мінімізація варіації інтервалів "виходу" системи під час проведення повторних дослідів для фіксованого набору "входів"	$R_A \rightarrow \max$
пасивний експеримент – мінімізація варіації прогнозованого та експериментального коридорів	$R_P \rightarrow \max$
критерій точності:	
мінімізація об'єму $\Pi^+$	$V(\check{I}^+) \rightarrow \min$

Розглянутий критерій повноти для випадків активного та пасивного експериментів доповнює систему критеріїв та дає змогу розглядати задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем як задачу

багатокритеріальної оптимізації на дискретній множині моделей-претендентів.

### 2.3. Задачі оптимізації структури інтервальних моделей

На основі системи критеріїв оптимальності інтервальних моделей та розглянутого у попередньому пункті критерію повноти можна формалізувати задачі оптимізації структури інтервальної моделі “вхід-вихід” статичних систем для випадку активного експерименту, коли є можливість проведення повторних спостережень в одних і тих же точках експерименту, та пасивного експерименту – на основі сформованої вибірки даних (наприклад дані технологічного процесу, вибірка даних із довідників тощо) [31].

Зафіксуємо клас моделей-претендентів як поліноміальні моделі вигляду:

$$y(\vec{x}) = \varphi^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}$$

де  $\varphi^T(\vec{x})$  – базові поліноміальні функції вигляду  $x_i^g \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ .

Для ідентифікації інтервальних моделей-претендентів використовуємо інтервальні дані у такому вигляді:

$$X = \{x_{i1}, \dots, x_{in}\}, \bar{Y} = [y_i^-; y_i^+], i = 1, \dots, N.$$

Позначимо  $k$ -ту модель-претендента як  $\gamma_k$ . Тоді, виходячи із викладеного вище, кожна  $k$ -та модель-претендент характеризується множиною:

$$\gamma_k : \{m, n, p, \chi_m, R, V(\bar{I}^+(\Omega_m))\}$$

де  $m$  – кількість параметрів моделі-претендента;

$n$  – кількість вхідних змінних;

$\chi_m$  – множина структурних елементів моделі-претендента;

$p$  – максимальний ступінь полінома;

$R$  – показник повноти моделі-претендента;

$V(\check{I}^+(\Omega_m))$  – об'єм локалізаційного гіперпаралелепіеда, описаного навколо множини параметрів  $\Omega_m$   $k$ -ї моделі-претендента.

Слід зауважити, що у випадку коли для моделі-претендента множина параметрів є пустою, тобто  $\Omega_m = \emptyset$ , то пошук характеристики  $V$  (об'єму локалізаційного гіперпаралелепіеда) втрачає зміст. Цей випадок виникає за умови несумісності інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР), яка використовується в задачі структурної ідентифікації для знаходження області параметрів  $\Omega_m$ . Тому, в подальшому, для випадків коли  $\Omega_m \neq \emptyset$ , будемо використовувати запис  $V(\check{I}^+)$ .

Виходячи із вищезазначеного, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі експериментальних даних запишемо у вигляді [31]:

– для випадку активного експерименту

$$R_A \xrightarrow{\gamma_k} \max, m \xrightarrow{\gamma_k} \min, p \xrightarrow{\gamma_k} \min, V(\check{I}^+) \xrightarrow{\gamma_k} \min \quad (2.17)$$

за умови сумісності системи (1.15);

– для випадку пасивного експерименту

$$R_p \xrightarrow{\gamma_k} \max, m \xrightarrow{\gamma_k} \min, p \xrightarrow{\gamma_k} \min, V(\check{I}^+) \xrightarrow{\gamma_k} \min \quad (2.18)$$

за умови сумісності системи (2.16).

Як видно із записів (2.17) та (2.18), обидві задачі є задачами багатокритеріальної оптимізації із дискретною множиною розв'язків  $\gamma_k$  – моделей-претендентів.

Розглянемо деякі особливості зміни характеристик моделі в ході оптимізації її структури.

Як зазначалося в параграфі 2.2 показник повноти прямує до максимуму (одиниці) при додатковому врахуванні вхідних факторів (збільшення кількості вхідних змінних  $n$ ) та при ускладненні структури моделі (збільшені кількості параметрів моделі  $m$ ).

В ході синтезу структури моделі можна виділити три області зміни характеристики повноти. Схематично ця залежність зображена на рис. 2.1. Перша область – різке збільшення показника повноти при помірному нарощуванні складності, пояснюється тим, що структура нарощується елементами, які мають найвищі ранги і, відповідно, забезпечують різке зростання повноти моделі. Друга область – помірне зростання показника повноти, внаслідок ускладнення структури моделі елементами із невисокими рангами. На цій області можна отримати оптимальну структуру з максимальним показником повноти або множину структур, які близькі до оптимальної. Третя область характеризується незначним зниженням показника повноти, за рахунок переускладнення структури моделі елементами, які мають низькі ранги.

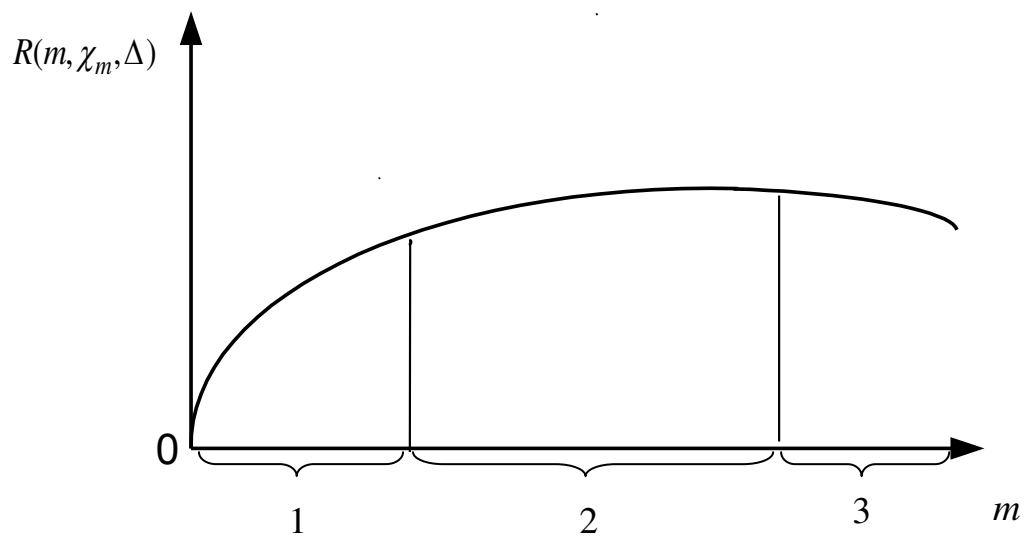


Рис. 2.1. Залежність показника повноти від ускладнення структури моделі.

Для аналізу динаміки характеристики точності в ході структурної ідентифікації, слід зауважити, що умовою отримання оцінки точності є сумісність інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь на основі заданої структури. Сумісність системи можна досягнути двома способами: шляхом розширення початкового інтервалу або шляхом ускладнення

структури. Розширення інтервалу призводить до суттєвого зниження точності. До того ж, для більшості прикладних задач ширину інтервалу можна визначити точно, що обумовлюється відомою систематичною похибкою вимірювань. Тоді для отримання сумісності системи необхідно проводити штучне розширення інтервалу.

На рис. 2 схематично наведено залежність точності моделі від кількості її структурних елементів, відповідно і параметрів.

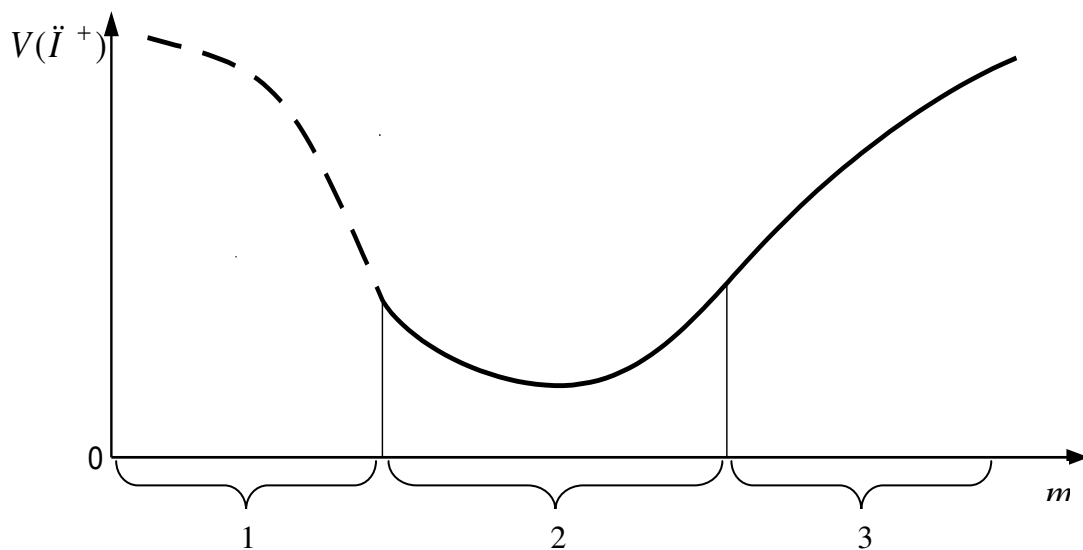


Рис.2.2. Залежність характеристики точності моделі від її складності:

1 – умовні значення точності неадекватних моделей; 2 – множина адекватних моделей із задовільною точністю; 3 – погіршення точності через переускладнення моделей.

На ділянці 1 – число структурних елементів не забезпечує адекватності моделей. Моделі отримані на ділянці 2 є адекватними для заданої ширини експериментального коридору і формують множину розв'язків, на якій визначається оптимальна модель. Моделі отримані на ділянці 3 є переускладненими, для яких збільшення кількості структурних елементів призведе до погіршення точності, тобто – збільшення об'єму локалізаційного гіперпаралелепіпеда, який описаний навколо області параметрів  $\Omega_m$  моделі

претендента.

Отже, забезпечення повноти моделі призводить до збільшення структурних елементів та порядку ступеня полінома, тому критерій повноти та критерій точності та складності є . За цих умов можна стверджувати, що існує деяка оптимальна структура або множина рівнозначних структур, які є розв'язком задач (2.17) та (2.18).

Отже, збільшення кількості структурних елементів, тобто складності моделі не завжди призведе до підвищення точності інтервальної моделі. За цих умов можна стверджувати, що існує деяка оптимальна структура або множина рівнозначних структур, які є розв'язком задач (2.17) та (2.18).

## ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

1. На основі аналізу властивостей характеристик інтервальних моделей систематизовано існуючі кількісні критерії оцінки якості їх структури.
2. Формалізовано критерій повноти моделі для випадків активного та пасивного експериментів, що дало можливість кількісно відобразити ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на систему у властивостях побудованої моделі.
3. Формалізовано задачу багатокритеріального синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних для більш повного урахування специфіки досліджуваного об’єкту та відображення його властивостей у моделях, що дало можливість співставити вимоги до точності, адекватності та складності цих моделей.



### РОЗДІЛ 3

## МЕТОДИ СИНТЕЗУ СТРУКТУРИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

Формалізовані у попередньому розділі багатокритеріальні задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем є оптимізаційними задачами із дискретною множиною розв’язків. Як правило, такого типу задачі розв’язуються за допомогою еволютивних та генетичних алгоритмів, в яких застосовується поетапна оцінка якості структур моделей-претендентів за критеріями оптимальності [11, 48, 113, 114]. Так, в багаторядних алгоритмах МГУА використовується основний критерій, за яким вибирається множина моделей-претендентів та додатковий – на основі якого уточнюється оптимальна модель.

Тому доцільним є розвиток методів структурної ідентифікації інтервальних моделей для випадків активного та пасивного експериментів на основі використання вказаних алгоритмів. Однак слід зауважити, що такого типу алгоритми відзначаються повним перебором моделей-претендентів, тому розробку алгоритмів структурної ідентифікації інтервальних моделей слід здійснювати в напрямку зменшення їх складності, але забезпечення при цьому адекватності та повноти отриманих моделей.

3.1. Метод додаткового урахування аргументів інтервальної моделі для випадку активного експерименту.

На основі задачі (2.17), яка розглянута в підрозділі 2.3 розглянемо особливості синтезу структури інтервальної моделі у випадку активного експерименту.

Нехай задана деяка базова структура з фіксованою кількістю  $m$  параметрів:

$$y_0(\vec{x}) = \vec{\varphi}_0^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_0, \quad (3.1)$$

де  $\vec{\varphi}_0^T(\vec{x}) = (\varphi_{01}(\vec{x}), \dots, \varphi_{0m}(\vec{x}))$  – відомий вектор базових функцій,  $\vec{b}_0 = (b_{01}, \dots, b_{0m})^T$  – невідомий вектор оцінок параметрів.

Користуючись даними експерименту та заданою базовою структурою, складемо таку інтервальну систему лінійних (відносно оцінок параметрів) алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР):

$$\begin{cases} y_{01}^- \leq b_{01}\varphi_{01}(\vec{x}_1) + \dots + b_{0m}\varphi_{0m}(\vec{x}_1) \leq y_{01}^+; \\ \vdots \\ y_{0i}^- \leq b_{01}\varphi_{01}(\vec{x}_i) + \dots + b_{0m}\varphi_{0m}(\vec{x}_i) \leq y_{0i}^+; \\ \vdots \\ y_{0N}^- \leq b_{01}\varphi_{01}(\vec{x}_N) + \dots + b_{0m}\varphi_{0m}(\vec{x}_N) \leq y_{0N}^+. \end{cases} \quad (3.2)$$

Якщо ІСЛАР (3.2) є сумісною, то її розв'язок у вигляді множини параметрів  $\vec{b}_0$ , на основі запропонованої базової структури, яка описується множиною  $\gamma_0 : \{m, n, p, \chi_{m0}, R, V(\vec{I}^+(\Omega_m))\}$ , дозволяє побудувати коридор адекватних інтервальних моделей:

$$\hat{y}_0(\vec{x}) = \vec{\varphi}_0^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_0 \in \left[ \min_{\vec{b}_0 \in \Omega_0} (\vec{\varphi}_0^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_0); \max_{\vec{b}_0 \in \Omega_0} (\vec{\varphi}_0^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_0) \right]. \quad (3.3)$$

У випадку, коли ІСЛАР (3.2) є несумісною, то базова структура не забезпечує побудови адекватних інтервальних моделей і вимагає модифікації, як правило, шляхом ускладнення.

Для випадку активного експерименту, коли є можливість проведення повторних спостережень, багатокритеріальна задача структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем за умов оптимізації повноти, складності та точності має вигляд (2.17) за умови сумісності системи (3.2).

Алгоритми розв'язання багатокритеріальної задачі (2.17), за умов (3.2),

як і практичної більшості задач структурної ідентифікації, відносяться до еволютивних алгоритмів. Основою для їх побудови є методи послідовного включення чи виключення елементів структури моделі [66].

Ідея методу додаткового урахування аргументів базується на гіпотезі про те, що випадкова складова експериментальної похибки (2.4) є наслідком неврахування важливих вхідних змінних [29, 115]. В основу методу покладено послідовне зважування моделей-претендентів за критеріями повноти, адекватності та точності при фіксованому ступені полінома. Схематично послідовність синтезу структури моделі наведено на рис. 3.1.

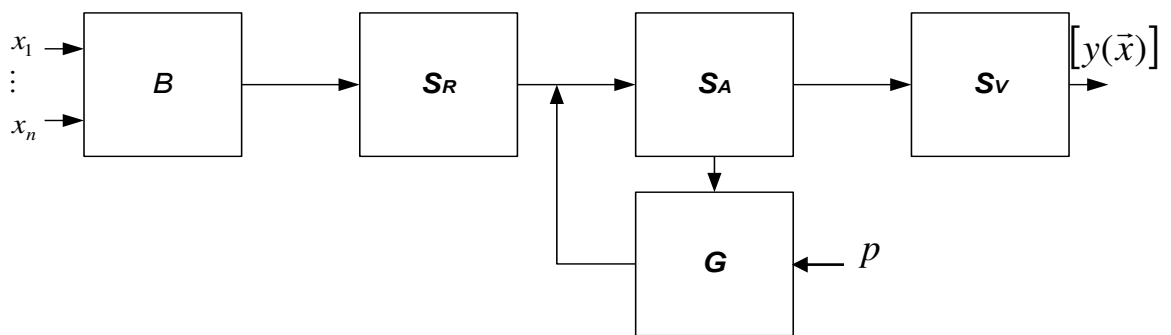


Рис 3.1. Послідовність синтезу структури інтервальної моделі на основі додаткового урахування аргументів

Блок  $B$  – формування базових структур  $y_0(\vec{x}_i)$  на основі множини факторів  $\chi_i$ , які задовольняють умову  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset$ . В цьому блоці проводиться модифікація існуючого масиву експериментальних даних шляхом розширення матриці  $X$  за рахунок додаткових вхідних змінних  $x_k$  та повторного проведення експериментів у фіксованих точках із врахуванням цих додаткових “входів”.

Блок  $S_R$  – селекція базових структур за критерієм повноти  $R_A \xrightarrow{\gamma_k} \max$ .

Блок  $S_A$  – селекція структур за адекватністю.

Блок  $G$  – ускладнення структури на основі врахування взаємодій “входів” при заданому ступені полінома  $p$ . Як правило, при нарощуванні структури додаються однотипні елементи. Наприклад, якщо базовою структурою є лінійна модель  $y(\vec{x}) = \vec{x}^T \cdot \vec{b}$ , то нарощування проводиться елементами, які включають взаємодії. Таке нарощування дає можливість отримати множину моделей-претендентів рівнозначних за критерієм складності.

Блок  $S_V$  – селекція адекватних моделей-претендентів за критерієм точності.

Розглянемо алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей системи на основі критеріїв (2.17) з обмеженнями (3.2), який побудований на методі послідовного включення елементів [29].

*Крок 1.* Обчислення діапазону значень  $[-\Delta_i; \Delta_i]$  інтервальної похибки. Для обчислення цього діапазону необхідно встановити діапазон значень  $[-\Delta_i; \Delta_i]$  не випадкової обмеженої складової  $e_{1i}$  (метрологічної похибки) та допустиму частку випадкової похибки  $e_{2i}$  у загальній інтервальній похибці. Перехід на крок 2.

*Крок 2.* Формування базових простих структур моделі  $y_0(\vec{x}_i)$  на основі множини вхідних змінних  $\chi_i$ . Перехід на крок 3.

*Крок 3.* Селекція структур за умовою  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset$ ,  $j = 1, \dots, N_i, \forall i = 1, \dots, N$ . Якщо результатом селекції є пуста множина, то перехід на крок 4, в протилежному випадку – на крок 5.

*Крок 4.* Генерування нових структур шляхом доповнення елементами типу  $b_k \cdot x_k$ ,  $k = l, \dots, n$  з новими вхідними змінними. Перехід на крок 3.

*Крок 5.* Селекція структур за критерієм повноти  $R_A \xrightarrow{\gamma_k} \max$ . Перехід на крок 6.

*Крок 6.* Селекція структур за умовою сумісності інтервальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (3.2), побудованих для отриманих структур.

Якщо результатом селекції є пуста множина, то перехід на крок 7, в протилежному випадку – на крок 8.

*Крок 7.* Генерування нових структур моделей, шляхом доповнення новими елементами на основі врахування взаємодій “входів” при заданому ступені полінома  $p$ . Перехід на крок 6.

*Крок 8.* Селекція структури за критерієм точності  $V(\Pi^+) \rightarrow \min$ . Закінчення процедури структурної ідентифікації.

У наведеному алгоритмі найбільш трудомістким є крок 4, оскільки вимагає процедури модифікації існуючого масиву даних, переважно шляхом проведення повторних спостережень без урахування попередніх результатів.

Проаналізуємо можливості запропонованого алгоритму на прикладі задачі структурної ідентифікації моделі характеристики кола високовольтного комутатора, яке широко використовуються в розподілених системах захисту і управління енергосистем.

Струм перехідного процесу залежить від двох аргументів-факторів: часова змінна перехідного процесу та віддаленості комутованої апаратури від точки короткого замикання [34].

Вихідна змінна  $y$  – середньоквадратична величина періодичної компоненти струму перехідного процесу віднесена до величини струму в момент  $t = 0$  (початкова величина струму відома для всіх типів елементів енергосистеми);  $x_1$  – проміжок часу після розмикання контактів;  $x_2$  – відносна величина, яка характеризує віддаленість елемента енергосистеми від точки короткого замикання.

Для перевірки використаємо достовірні тестові дані, вибрані з праці [34], де розв'язувалася однокритеріальна задача структурної ідентифікації.

Побудуємо таблицю вихідних даних для ідентифікації структури (табл. 3.1).

Для структурної ідентифікації моделі, яка описує залежність струму розглянемо три варіанти базової структури:

- квадратична структура з фактором  $x_1$  за припущення, що фактор  $x_2$  є несуттєвим:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2;$$

- квадратична структура з фактором  $x_2$  за припущення, що фактор  $x_1$  є несуттєвим:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_2 + b_2 \cdot x_2^2;$$

- лінійна структура з врахуванням обох факторів  $x_1$  та  $x_2$ :

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2.$$

Таблиця 3.1. Дані активного експерименту

$i$	$x_{1i}$	$x_{2i}$	$\Delta_{1i}$	$\Delta_{2i}$	$y_i^-$	$y_i^+$
1	0,1	1	0,0197	0,00985	0,9555	1,0146
2	0,2	1	0,0195	0,00975	0,9458	1,0043
3	0,4	1	0,0197	0,00985	0,9555	1,0146
4	0,5	1	0,0202	0,0101	0,9797	1,0403
5	0,1	2	0,019	0,0095	0,9215	0,9785
6	0,2	2	0,0184	0,0092	0,8924	0,9476
7	0,3	2	0,018	0,009	0,873	0,927
8	0,4	2	0,0182	0,0091	0,8827	0,9373
9	0,5	2	0,0184	0,0092	0,8924	0,9476
10	0,1	3	0,0178	0,0089	0,8633	0,9167
11	0,3	3	0,0166	0,0083	0,8051	0,8549
12	0,5	3	0,0162	0,0081	0,7857	0,8343
13	0,1	4	0,017	0,0085	0,8245	0,8755
14	0,3	4	0,0152	0,0076	0,7372	0,7828
15	0,5	4	0,0148	0,0074	0,7178	0,7622

Реалізацію алгоритму проведемо в два етапи. На першому етапі (крок 1) для усіх варіантів похибку представлення табличних даних, на основі наведених графіків, задамо  $\pm 2\%$ . Частку випадкової обмеженої похибки  $\Delta_{2i}$  задамо 50% від обмеженої похибки  $\Delta_{1i}$ .

Отже, задана інтервальна похибка спостережень  $\Delta_i$  для усіх варіантів

дорівнює  $\pm 3\%$ .

Варіант 1.

*Крок 2.* Формуємо базову структуру  $y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2$ . Перехід на крок 3.

*Крок 3.* Перерізом отриманих вибірових інтервалів при  $x_{11} = x_{15} = x_{110} = x_{113} = 0,1$  є пуста множина

$$\{[0,955;1,0146] \cap [0,9215;0,9785] \cap [0,8633;0,9167] \cap [0,8245;0,8755]\} = \emptyset.$$

Перехід на крок 4.

*Крок 4.* Враховуємо інші фактори. В нашому випадку, фактор  $x_2$ . Отримані структури:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 + b_4 \cdot x_2^2.$$

Перехід на крок 3.

*Крок 5.* Перерізом вибірових інтервалів, при повторенні спостережень за даних умов,

$$[0,955;1,0146] \cap [0,9458;1,0043] \cap [0,955;1,0146] \cap [0,9797;0,0403] \cap \\ [0,955;1,0146] \cap [0,9215;0,9785] \cap [0,8633;0,9167] \cap [0,8245;0,8755]$$

є пуста множина. Оскільки враховані всі аргументи, переходимо на крок 6.

*Крок 6.* На шостому кроці алгоритму отримуємо пусту множину для згенерованих структур. Перехід на крок 7.

*Крок 7.* Генеруємо структури моделей-претендентів шляхом доповнення новими елементами виду  $b \cdot x_i^k \cdot x_j^k$ ,  $i, j = 1, \dots, 2$ ,  $k \in [1, 2]$ :

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2^2$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1^2 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2.$$

Інші можливі структури не враховуємо, через їх переускладненість.  
Перехід на крок 8.

*Крок 8.* Виконання умови сумісності системи (3.2) забезпечила п'ята структура із незначущим параметром  $b_2$ :

$$y(x) = [0,94;1,00] + [0,093;0,414] \cdot x_1 + [-0,0589;0,0133] \cdot x_2 + \\ + [-0,412;-0,280] \cdot x_1 \cdot x_2 + [0,130;0,508] \cdot x_1^2 \cdot x_2$$

Перехід на крок 9.

*Крок 9.*  $V(\Pi^+) = 0,1 \cdot 10^{-2}$ . Кінець процедури.

Отже, отримали структуру для першого варіанту:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 \cdot x_2$$

з множиною характеристик

$$\gamma : \{m = 4, n = 2, p = 2, \chi_4 = \{1, x_1, x_1 \cdot x_2, x_1^2 \cdot x_2\}, V(\check{I}^+) = 0,1 \cdot 10^{-2}\}$$

Варіант 2.

*Крок 2.* Формуємо базову структуру  $y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_2 + b_2 \cdot x_2^2$ .  
Перехід на крок 3.

*Крок 3.* На третьому кроці умова  $\bigcap_{j=1}^{N_j} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset$  виконується

при  $x_{2,1} = x_{2,2} = x_{2,13} = x_{2,14} = 1$

$$[0,955;1,0146] \cap [0,9458;1,0043] \cap [0,955;1,0146] \cap [0,9797;0,0403] = [0,9797;1,0043]$$

Перехід на крок 5.

*Крок 5.* Обчислюємо значення критерію повноти для даної структури

$$R_{\check{A}}(1, 0,02855, \{x_2\}) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta_i}{\Delta_1} = 0,996. \text{ Перехід на крок 6.}$$

*Крок 6.* Дана структура не задовольняє умові сумісності системи (3.2).

Перехід на крок 7.

*Крок 7.* Включаємо додаткові елементи, отримуємо структури моделей претендентів:



$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_2^2 + b_5 \cdot x_1 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + b_3 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_2^2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1^2 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2.$$

Перехід на крок 6.

*Крок 6.* Серед згенерованих структур сумісність системи забезпечила тільки п'ята структура:

$$y(x) = [0,94;1,00] + [0.093;0.414] \cdot x_1 + [-0,412;-0,280] \cdot x_1 \cdot x_2 + [0,130;0,508] \cdot x_1^2 \cdot x_2$$

Перехід на крок 8.

*Крок 8.*  $V(\Pi^+) = 0,1 \cdot 10^{-2}$ . Кінець процедури.

Отже, структура моделі для другого варіанту:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 \cdot x_2,$$

з множиною характеристик

$$\gamma : \{m = 4, n = 2, p = 2, \chi_4 = \{1, x_1, x_1 \cdot x_2, x_1^2 \cdot x_2\}, V(\check{I}^+) = 0,1 \cdot 10^{-2}\}$$

Варіант 3.

*Крок 2.* Базова структура враховує обидва аргументи:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2. \quad \text{Оскільки в цьому випадку}$$

враховуються всі фактори впливу, відразу переходимо на шостий крок алгоритму.

*Крок 6.* Отримавши несумісну систему рівнянь (3.2), перехід на крок 7.

*Крок 7.* Нарощуємо структуру елементами виду  $x_i^g \cdot x_j^q, i \neq j, g, q = [1,2]$ .

Згенеровані структури моделей претендентів:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1^2 \cdot x_2;$$

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2.$$

Перехід на крок 6.

*Крок 6.* Для другої структури виконується умова сумісності, але другий параметр виявився незначущим. Відповідно отримуємо розв'язок:

$$y(x) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_1^2 \cdot x_2,$$

при  $\gamma: \{m=4, n=2, p=2, \chi_4 = \{1, x_1, x_1 \cdot x_2, x_1^2 \cdot x_2\}, V(\dot{I}^+) = 0,1 \cdot 10^{-2}\}$

Із вище розглянутого видно, що у всіх варіантах отримали однакову структуру моделі.

Тепер на другому етапі аналогічні варіанти розглянемо для частки випадкової обмеженої похибки, вибраної у такий спосіб, щоб для усіх варіантів на кроці 3 виконувалася умова

$\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset, j = 1, \dots, N_i, \forall i = 1, \dots, N.$  Її виконання гарантовано

забезпечується при 300% частки випадкової похибки  $\Delta_{2i}$  від метрологічної похибки сенсорів  $\Delta_{1i}$ , тобто при інтервальній похибці спостережень  $\Delta_i$ , яка дорівнює  $\pm 8\%$ .

В результаті реалізації алгоритму для усіх трьох вище зазначених варіантів отримали структуру у такому вигляді:

$$y(x) = [0,86; 0,977] + [0,062; 0,733] \cdot x_1 + [-0,273; -0,107] \cdot x_1 \cdot x_2,$$

з множиною характеристик

$$\gamma: \{m=3, n=2, p=1, \chi_3 = \{1, x_1, x_1 \cdot x_2\}, V(\dot{I}^+) = 0,13 \cdot 10^{-1}\}$$

Отже, структура отримана на другому етапі, коли інтервальна похибка зросла від 3% до 8%, відрізняється від структури першого етапу.

Таким чином, розв'язки (отримані структури моделей) при реалізації розглянутого алгоритму залежать від інтервалу невизначеності для вихідної змінної, який неможливо визначити тільки за наявності похибок сенсорів.

Задаючи широкі інтервали невизначеності вихідної змінної отримуємо моделі з незадовільними прогностичними властивостями. Для зменшення чутливості розглянутого алгоритму структурної ідентифікації до початково заданих інтервальних похибок необхідна його модифікація у напрямку адаптивного регулювання допустимої частки випадкової похибки по відношенню до похибки вимірювання, застосуванням ітераційної процедури у такому вигляді:

$$[-\Delta_i; \Delta_i] = [-\Delta_{i-1}; \Delta_{i-1}] \cdot (1 + k \cdot e_2) \quad (3.4)$$

де  $k$  – номер ітерації,  $e_2$  – частка випадкової похибки від похибки вимірювання.

У формулі (3.4) частка випадкової похибки в загальній інтервальній похибці для вихідної змінної в процесі реалізації ітераційної процедури зростає лінійно. Очевидно, що підбираючи закон зміни частки випадкової складової похибки можна забезпечувати різну обчислювальну складність отримання адекватних моделей статичних систем.

Зроблені зауваження дозволяють модифікувати розглянутий алгоритм у такий спосіб.

*Крок 1.* Ініціалізація номера ітерації  $k = 1$  та частки випадкової похибки –  $e_2$ .

*Крок 2.* Розрахунок діапазону значень  $[-\Delta_i; \Delta_i]$  інтервальної похибки за формулою (3.4).

*Крок 3.* Формування базових простих структур моделі  $y_0(\bar{x}_l)$  на основі множини вхідних змінних  $\chi_l$ . Перехід на крок 4.

*Крок 4.* Селекція структур за умовою  $\bigcap_{j=1}^{N_i} [y_{ij}^- + \Delta; y_{ij}^+ + \Delta] \neq \emptyset$ ,  $j = 1, \dots, N_i, \forall i = 1, \dots, N$ . Якщо результатом селекції є пуста множина, то перехід на крок 5, в протилежному випадку – на крок 6.

*Крок 5.* Генерування нових структур шляхом доповнення елементами типу  $b_k \cdot x_k$ ,  $k = l, \dots, n$  з новими вхідними змінними. Перехід на крок 4.

*Крок 6.* Селекція структур за критерієм повноти  $R_A \xrightarrow{\gamma_k} \max$ . Перехід на крок 7.

*Крок 7.* Селекція структур за умовою сумісності інтервальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (3.2), побудованих для отриманих структур. Якщо результатом селекції є пуста множина, то перехід на крок 8, в протилежному випадку – на крок 9.

*Крок 8.* Генерування нових структур моделей, шляхом доповнення новими елементами на основі врахування взаємодій “входів” при заданому ступені полінома  $p$ . Перехід на крок 7.

*Крок 9.* Селекція структури за критерієм точності  $V(\Pi^+) \rightarrow \min$ .

*Крок 10.* Аналіз структури за критеріями складності. Якщо структура переускладнена, то  $k=k+1$  та перехід на крок 2, інакше закінчення процедури.

Запропонований алгоритм є більш гнучкий і вирішує проблему визначення інтервалів оцінки виходів системи.

Дослідження алгоритму структурної ідентифікації інтервальних моделей, побудованого на основі методу урахування додаткових аргументів-входів показало, що при забезпеченні однозначних розв’язків він є чутливим до ширини початково заданих інтервалів невизначеності для вихідної змінної. Для зменшення цього впливу на результати структурної ідентифікації запропоновано модифікацію даного алгоритму шляхом введення ітераційної процедури підбору інтервалу оцінки вихідної змінної.

### 3.2. Метод ранжування структурних елементів.

Аналізуючи алгоритми розв’язання задач структурної ідентифікації моделей статичних систем за умов пасивного експерименту, зокрема, алгоритми МГУА, можна відзначити основний їх недолік – повний перебір моделей-претендентів, що суттєво підвищує їх обчислювальну складність [71].

У випадку структурної ідентифікації інтервальних моделей, алгоритми перебору ускладнюються через багатокритеріальність задач структурної ідентифікації (2.17) та (2.18). Тому надзвичайно важливим є зменшення складності алгоритмів перебору моделей-претендентів шляхом зменшення кількості структурних елементів, необхідних для синтезу моделей, але при цьому забезпечення високої адекватності моделі, простоти та розв'язку наближеного до однозначного.

В дисертаційній роботі запропонована ідея дослідження повноти окремих структурних елементів і на основі її аналізу зменшення їх кількості для генерування моделей-претендентів. З цією метою проведемо обґрунтування гіпотези на основі дослідження критерію повноти [131].

Гіпотеза: Нехай задано ступінь складності  $p$  структури інтервальної моделі у вигляді (4) з поліноміальними базовими функціями, а також задано набір  $\chi_n$  вхідних факторів, які можна використати для генерування структурних елементів у такому вигляді:  $x_i^s \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ . Тоді моделі-претенденти доцільно генерувати із множини структурних елементів, для яких часткові моделі виду  $y(x_i^s \cdot x_j^q) = b_0 + b_1 \cdot x_i^s \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$  мають найвищі ранги за показником повноти  $R_p$ .

Для підтвердження гіпотези проведемо комп'ютерне моделювання. Основні етапи симуляційного експерименту здійснимо за наступною методикою:

Етап 1 – симуляція результатів експерименту за допомогою генератора випадкових чисел:

$$X \rightarrow \{x_{ij} = \text{random}(0,1), i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n\},$$

$$\vec{Y}_0 = F \cdot \vec{b}, [\vec{Y}] \rightarrow [\{y_i^- = y_{oi} - \Delta; y_i^+ = y_{oi} + \Delta\}], i = 1, \dots, N,$$

де  $F$  – матриця, сформована на основі структурних елементів виду  $x_i^s \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ , що входять в модель;  $\vec{b}$  – вектор

параметрів моделі, сформований випадковим чином;  $\Delta$  – інтервальні похибка, яка є постійною.

Етап 2 – визначення показника повноти для структурних елементів згенерованих при максимальному ступені полінома  $p_{\max} = 2$ , при довільно заданих моделях. Загальна кількість досліджень рівна 100. Гістограми, що відображають результати досліджень наведені на рисунку 3.1.

Етап 3 – визначення ймовірності  $P$  врахування структурних елементів у моделі в залежності від їх рангів:

$$P_j = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t r_{ji} \cdot 100\%, \quad j = 1, \dots, k, i = 1, \dots, t$$

де  $r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i \text{ – ранг } j\text{-го дослідження;} \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$

$k$  – кількість структурних елементів;  $t$  – кількість досліджень.

В табл. 3.2 наведено результати десяти досліджень, які включають ранги структурних елементів для різних дослідів та ймовірності для ранжованої множини структурних елементів.

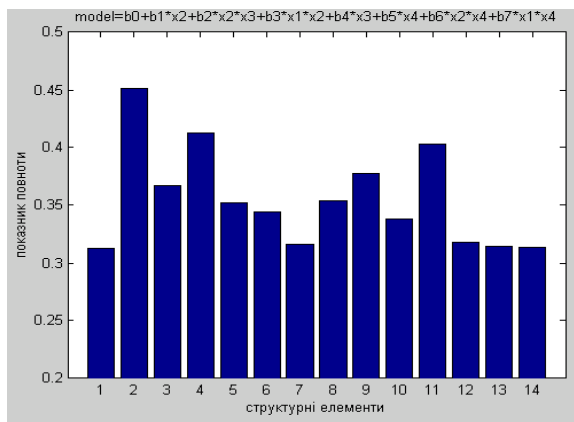
Таблиця 3.2. Таблиця рангів структурних елементів та ймовірності врахування структурних елементів у моделі в залежності від їх рангів (для 10 досліджень)

№	Структурний елемент	Ранг	Номер дослідження										Ймовірність, %
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	$x_1$	1	2	4	2	3	4	3	4	4	8	2	80
2	$x_2$	2	4	8	6	7	6	13	2	11	11	1	80
3	$x_3$	3	11	13	11	13	12	14	6	9	2	6	60
4	$x_4$	4	9	14	9	12	1	12	11	13	4	9	60
5	$x_1^2$	5	3	12	1	10	13	8	9	6	3	7	70

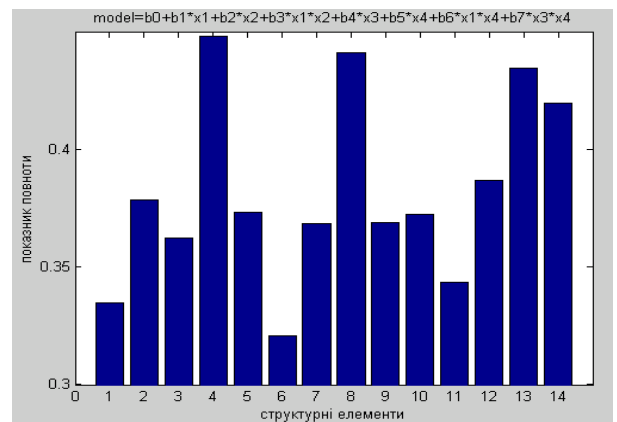
Продовження таблиці 3.2.

6	$x_1 \cdot x_2$	6	8	2	7	1	5	1	5	3	10	4	70
7	$x_1 \cdot x_3$	7	5	5	13	5	3	5	14	8	1	10	40
8	$x_1 \cdot x_4$	8	6	10	10	9	14	9	8	12	13	12	40
9	$x_2^2$	9	10	9	8	2	7	7	13	1	14	5	20
10	$x_2 \cdot x_3$	10	12	7	4	4	11	6	7	14	5	8	30
11	$x_2 \cdot x_4$	11	7	3	14	14	8	4	1	5	6	14	20
12	$x_3^2$	12	1	11	3	6	10	10	3	2	9	11	20
13	$x_3 \cdot x_4$	13	13	1	12	11	2	11	12	7	12	13	10
14	$x_4^2$	14	14	6	5	8	9	2	10	10	7	3	10

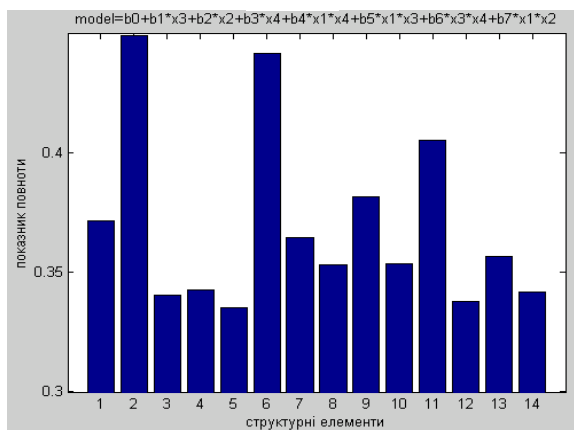
Гістограми показників повноти структурних елементів для визначення їх рангів наведено на рис. 3.2.



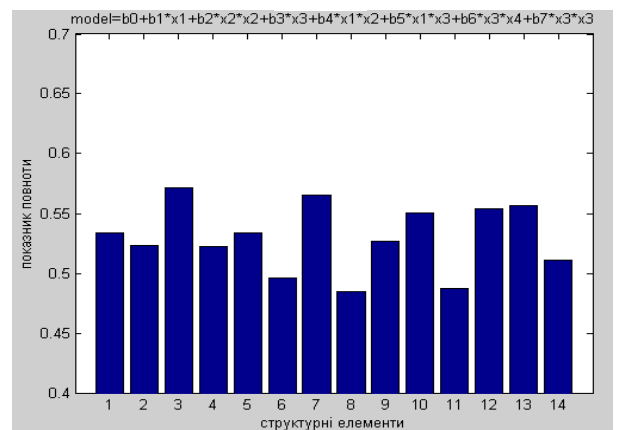
(1)



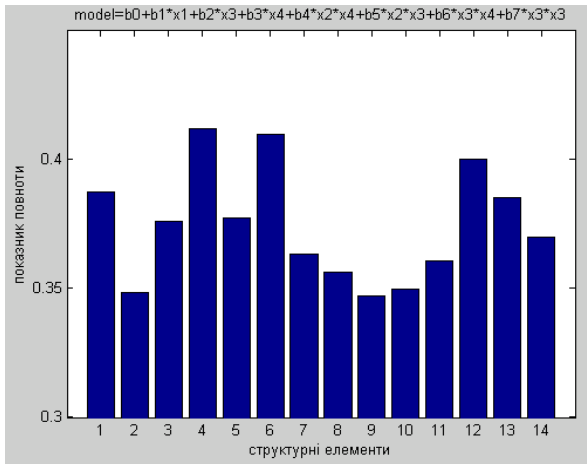
(2)



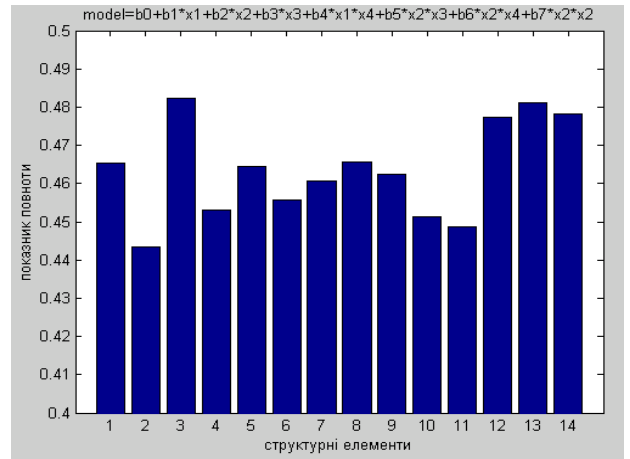
(3)



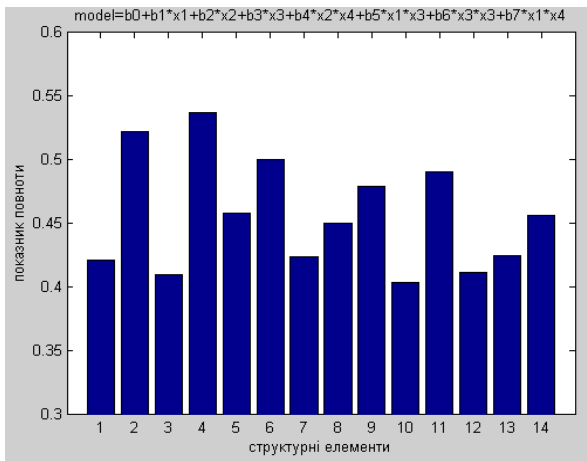
(4)



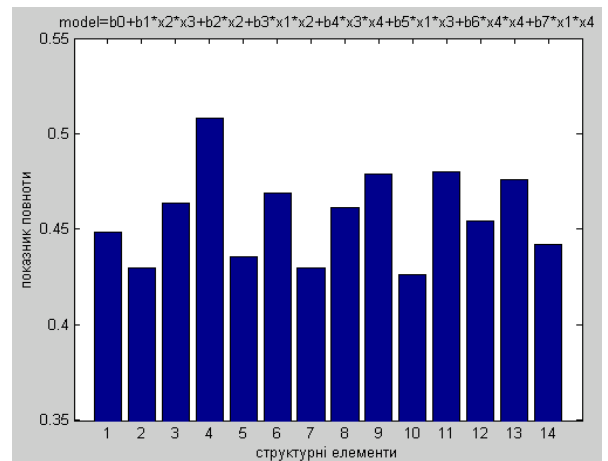
(5)



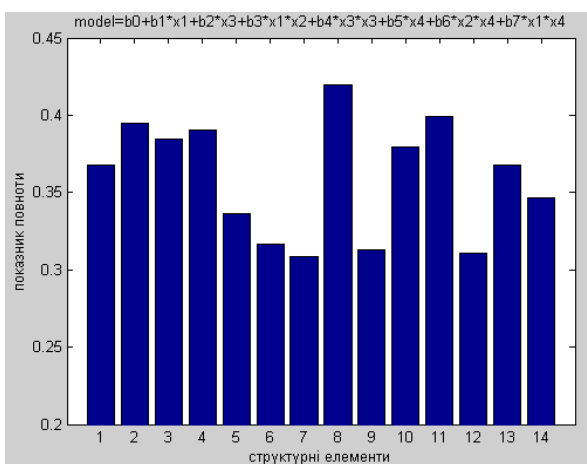
(6)



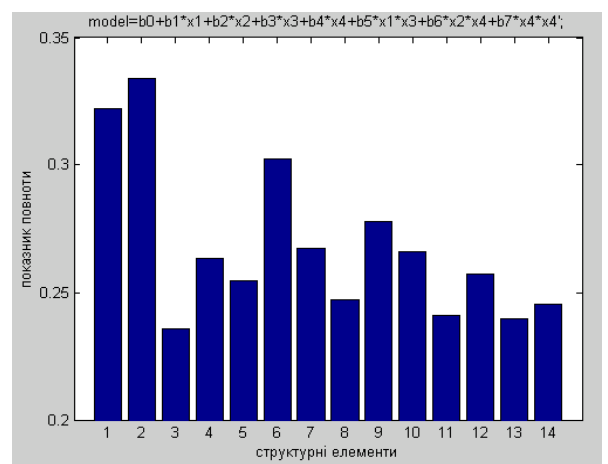
(7)



(8)



(9)



(10)

Рис. 3.2. Гістограми показників повноти структурних елементів для визначення їх рангів



На рис. 3.3 та 3.4 наведено розподіл ймовірностей врахування ранжованих елементів для 10 та 100 дослідів, відповідно.

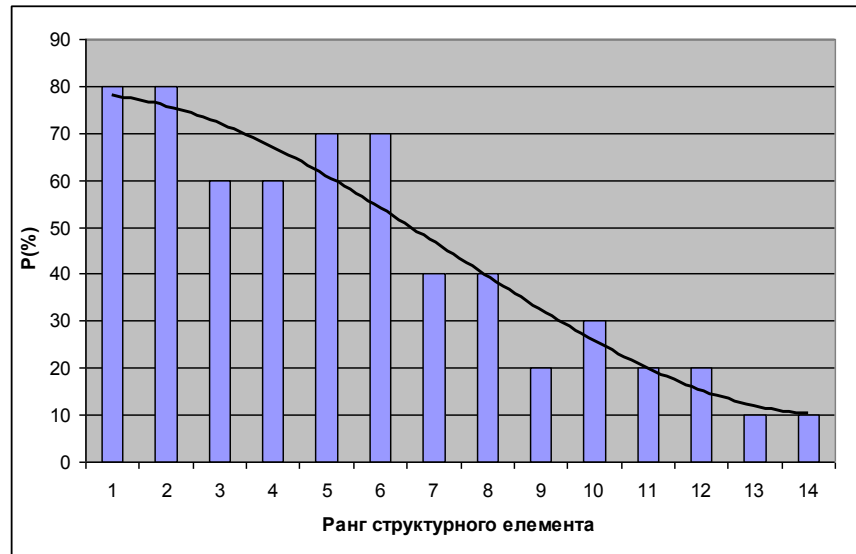


Рис 3.3. Розподіл ймовірності врахування структурних елементів у моделі в залежності від їх рангів (для 10 дослідів).

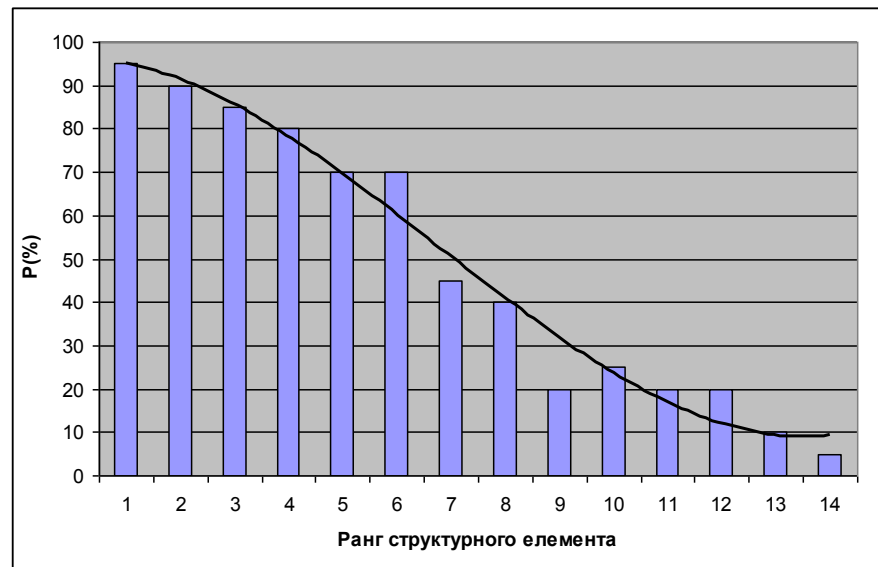


Рис 3.4. Гістограма розподілу ймовірності врахування структурних елементів у моделі в залежності від їх рангів (для 100 дослідів).

Однак слід відзначити, що визначення порогів селекції структурних елементів є складною задачею та вимагає додаткових досліджень при

застосуванні селекції в алгоритмах структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем.

3.3. Метод структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі пасивного експерименту.

Методи додаткового урахування аргументів не дозволяють синтезувати структуру моделі на основі пасивного експерименту, тобто при відомих даних експерименту. Тому необхідно розглянути можливість розробки методів структурної ідентифікації моделей статичних систем з інтервальними даними на основі пасивного експерименту.

У випадку пасивного експерименту задача структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем за умов оптимізації складності, повноти та точності матиме вигляд (2.18) за умови сумісності системи (2.16).

В основу методу структурної ідентифікації покладено послідовне зважування моделей-претендентів на основі вище зазначених критеріїв із еволюцією поточної структури моделі в напрямку найбільшого задоволення характеристик моделі. Послідовність отримання наближеної до оптимальної структури проілюстрована на рис. 3.5.

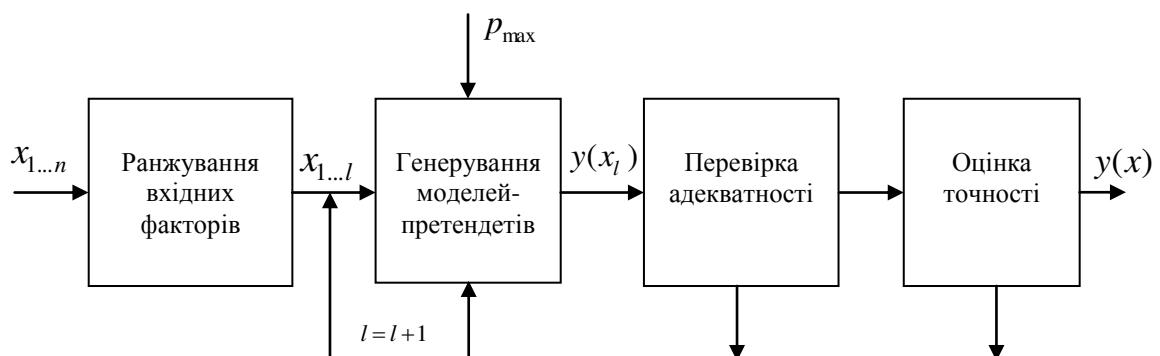


Рис. 3.5. Послідовність етапів структурної ідентифікації інтервальних моделей для випадку пасивного експерименту.

Для даного методу запропоновано використати метод ранжування на основі показника повноти окремих вхідних змінних (методика ранжування розглянута в параграфі 2.2) [31].

Зауважимо, що критерії точності та повноти є протилежними до критерію складності. В той же час, повнота і точність визначають адекватність моделі, яка достатньо просто перевіряється в інтервальному аналізі. Тому еволютивний алгоритм формування структури моделі побудуємо на основі процедури її поступового ускладнення, починаючи із простих структур до структур із повнотою, яка забезпечує адекватність, але в такий спосіб, щоб не перевищувати задану складність.

Нехай шукана модель є поліномом з максимальним ступенем  $p_{\max}$ . За таких умов алгоритм структурної ідентифікації матиме такий вигляд:

*Крок 1.* Отримання множини ранжованих за ступенем впливу вхідних змінних для конструювання моделі.

*Крок 2.* Формування ранжованої підмножини факторів  $\chi_l$ .

*Крок 3.* Задання ступеня максимальної складності структури моделі  $p_{\max} = const$ .

*Крок 4.* Задання базової структури на основі факторів з підмножини  $\chi_l$  за умови  $p \in [0, p_{\max}]$ .

*Крок 5.* Параметрична ідентифікація моделі-претендента, на основі якої можна визначити адекватність моделі заданої структури.

*Крок 6.* Якщо модель не адекватна, тобто ІСЛАР (3.2) не сумісна, то перехід на крок 7, в протилежному випадку – на крок 9.

*Крок 7.* Якщо поточна підмножина  $\chi_l$  повна, то  $l = l + 1$  (збільшення потужності підмножини  $\chi_l$ ) та перехід на крок 4, в протилежному випадку – на крок 8.

*Крок 8.* Ускладнення структури моделі-претендента, шляхом доповнення новими елементами, наприклад для лінійної структури  $b_k \cdot x_i^g \cdot x_i^q$ ,  $k = 1, \dots, m$ ,  $i, j = 1, \dots, l$ ,  $g, q = 1, \dots, p$ ,  $p \in [1, p_{\max}]$ . Перехід на крок 5.

*Крок 9.* Оцінка точності моделі. Якщо точність моделі заданої структури незадовільна, то перехід на крок 7, інакше – закінчення процедури структурної ідентифікації моделі.

Розроблений алгоритм структурної ідентифікації на основі пасивного експерименту застосуємо для побудови інтервальної моделі, яка відображає взаємозв'язок між індикатором соціально-економічного розвитку в Україні (грошових витрат та заощаджень населення) та факторами ринку праці.

При побудові моделі зроблено припущення, що особливості впливу регіональних ринків праці на грошові витрати в цілому відтворюють закономірності формування впливу ринку праці країни на індикатори її соціального розвитку. Це дозволило використати дані за фіксований рік. Зокрема, було використано вибірку даних за 2001 рік, отриману на основі пасивного експерименту із статистичних довідників.

Повну множину управляючих факторів системи формуватимуть сім факторів ринку  $\chi_y = \{x_i, i = 1, \dots, 7\}$ , де:

$x_1$  - рівень зайнятості населення (у % до кількості обстеженого населення у віці 15-70 років);

$x_2$  - попит на робочу силу;

$x_3$  - працевлаштування не зайнятих трудовою діяльністю громадян;

$x_4$  - вивільнення;

$x_5$  - розподіл працівників за рівнем освіти по регіонах (у % до облікової кількості штатних працівників);

$x_6$  - сума несплаченої заробітної плати, у % до нарахованої за звітний рік;

$x_7$  - середньомісячна зарплата у середньому на одного штатного працівника.

Виходом системи у приймемо грошові витрати та заощадження населення в гривнях у розрахунку на одну особу.

З метою забезпечення похибки прогнозування моделі не більшої від заданої показник соціально-економічного розвитку приведений до інтервального вигляду шляхом використання максимальної відносної похибки прогнозування моделлю. Вона була задана в розмірі 10%.

Повні набори вхідних змінних системи та інтервал відгуку на них наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3. Дані пасивного експерименту

Регіон, $i$	$x_{1i}$	$x_{2i}$	$x_{3i}$	$x_{4i}$	$x_{5i}$	$x_{6i}$	$x_{7i}$	$[y_i^-; y_i^+]$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
м. Київ	62,7	0,0077	0,0122	0,0015	32,6	0,6	549	[5066,5; 6019,933]
Запорізька	55,7	0,0035	0,0389	0,0030	22,1	2,1	379	[3343,4; 3972,58]
Дніпропетровська	59	0,0045	0,0316	0,0036	21,2	3	370	[3302,3; 3923,798]
Київська	55,3	0,0028	0,0299	0,0021	18	4,7	317	[3250,2; 3861,809]
Донецька	56,5	0,0088	0,0287	0,0075	19,7	4,7	383	[3100,1; 3683,485]
Харківська	58,2	0,0058	0,0263	0,0037	27,8	3,3	310	[3007,1; 3573,045]
Полтавська	56,5	0,0062	0,0428	0,0020	20	3,5	292	[2984,1; 3545,606]
Сумська	51,1	0,0044	0,0436	0,0028	19,4	2,2	259	[2801,7; 3328,941]
Чернігівська	57,3	0,0029	0,0419	0,0017	17,8	3,6	235	[2771,4; 3292,97]
Миколаївська	55,3	0,0038	0,0371	0,0032	21,2	2	327	[2733,9; 3248,468]
Львівська	57,1	0,0017	0,0243	0,0052	24,7	4,8	272	[2709,8; 3219,753]
Луганська	50,2	0,0056	0,0354	0,0048	19	6,2	320	[2641,6; 3138,746]
Кіровоградська	52,2	0,0046	0,0415	0,0012	18,2	4,6	231	[2629,6; 3124,49]
АР Крим*	56,8	0,0030	0,0369	0,0031	21,8	4,2	301	[2621,5; 3114,834]
Вінницька	62,4	0,0018	0,0370	0,0048	16,9	4,8	215	[2601,1; 3090,603]
Хмельницька	54,8	0,0019	0,0306	0,0026	16,6	4,4	211	[2573,7; 3058,075]
Черкаська	55	0,0027	0,0491	0,0029	17,7	3,9	229	[2542,0; 3020,365]
Рівненська	53,1	0,0017	0,0379	0,0026	19,6	3,6	245	[2539,5; 3017,438]
Одеська	56,2	0,0019	0,0181	0,0036	22	1,9	306	[2522,4; 2997,045]

Продовження таблиці 3.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Волинська	64,7	0,0022	0,039	0,0021	20,1	2,9	201	[2500,6; 2971,219]
Житомирська	50,8	0,0019	0,0503	0,0025	15,6	6,4	220	[2463,6; 2927,213]
Івано-Франківська	52,5	0,0023	0,0540	0,0035	23,5	4,3	259	[2328,3; 2766,423]
Херсонська	53,3	0,0024	0,0276	0,0026	20,8	5,6	233	[2317,1; 2753,122]
Тернопільська	46,1	0,0019	0,0418	0,0017	21,1	7	190	[2192,2; 2604,727]
Закарпатська	49,7	0,0026	0,0369	0,0037	22,4	1,8	238	[2092,7; 2486,502]
Чернівецька	46	0,0021	0,0267	0,0012	20,5	4,1	218	[2088,9; 2481,983]

Для ілюстрації розглянемо покрокову реалізацію алгоритму структурної ідентифікації

*Крок 1.* На основі отриманої множини ранжованих факторів побудуємо таблицю рангів вхідних змінних (табл. 3.4).

Таблиця 3.4. Таблиця рангів вхідних змінних

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
Показник повноти	0,9335	0,7937	0,8454	0,784	0,9086	0,7896	0,934
Ранг фактора	2	5	4	7	3	6	1

*Крок 2.* Сформуємо підмножину найбільш важливих факторів. Враховуючи, що три фактори, які мають найвищі ранги, мають високий та приблизно рівний показник повноти, задамо підмножину найважливіших факторів потужністю три –  $\chi_{l=3} = \{x_7, x_1, x_5\}$ .

*Крок 3.* Обумовимо максимальну складність  $p_{\max} = 2$ , тобто  $p \in [1,2]$ .

*Крок 4.* Задамо базову структуру моделі-претендента:

$$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5.$$

Ітераційний процес ідентифікації структури моделі, який включає генерування структури моделі-претендента, параметричну ідентифікацію та оцінку точності моделі для заданої структури відображено в табл. 3.5.

Таблиця 3.5. Ітераційний процес ідентифікації структури моделі

Номер ітерації	Крок 8. Генерування структури моделі-претендента, $y(\vec{x})$	Крок 5. Параметрична ідентифікація, $\vec{b}$	Крок 9. $V(\vec{I}^+)$
1	2	3	4
1	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5$	модель не адекватна	-
2	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_7 \cdot x_1$	модель не адекватна	-
3	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_7 \cdot x_5$	модель не адекватна	-
4	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_5$	модель не адекватна	-
5	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_5$	модель не адекватна	-
6	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7$	модель не адекватна	-
7	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7$	модель не адекватна	-
8	$y(x) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_7$	модель не адекватна	-
9	$y(x) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_7 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_7$	модель не адекватна	-
10	$y(x) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_5 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7$	модель не адекватна	-
11	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_5$	$\vec{b} = ($ [-3.2916; -0.3947], [67.3272; 82.6316], [0.2897; 0.4314], [-2.8217; -2.0713])	4.7157
12	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_5$	$\vec{b} = ($ [5,4782; 6,2210], [20,6068; 21,5997], [0,0142; 0,0224], [-0,1835; -0,0497])	$8 \cdot 10^{-4}$

## Продовження таблиці 3.4

1	2	3	4
13	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7$	$\vec{b} = ($ [5,4802; 5,4826], [22,2708; 22,2749], [0,0004; 0,0005], [0,0244; 0,0245])	2.03 $\cdot 10^{-14}$
14	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_7 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_5 +$ $+ b_5 \cdot x_7 \cdot x_5$	$\vec{b} = ($ [34166; 4.4573], [50.9075; 55.8689], [-0.0472; -0.0342], [-1.8586; -1.5841], [0.2237; 0.2752])	9.5311 $\cdot 10^{-4}$
15	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_7 +$ $+ b_5 \cdot x_1 \cdot x_5$	$\vec{b} = ($ [-14,895; -13,381], [29,4557; 30,579], [248,2725; 264,599], [0,3657; 0,3926], [-5,3763; -5,0362])	0.2534
16	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7 +$ $+ b_5 \cdot x_1 \cdot x_5$	модель не адекватна	-
17	$y(x) = b_1 \cdot x_7 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot x_5 + b_4 \cdot x_5 \cdot x_7 +$ $+ b_5 \cdot x_1 \cdot x_7$	модель не адекватна	-

Модель, яку отримали на тринадцятій ітерації є адекватною та забезпечує високу точність (малий об'єм області параметрів). Подальше ускладнення структури призводить до погіршення точності (ітерації 14-17), що дозволяє завершити ідентифікацію структури моделі. Даний приклад наочно демонструє зміну характеристики точності моделі в ході оптимізації



її структури і є експериментальним підтвердження гіпотез, які розглядалися в підрозділі 2.3.

Отже в результаті проведення процедури ідентифікації структури отримали інтервальну модель:

$$y(x) = [5,4802; 5,4826] \cdot x_7 + [22,2708; 22,2749] \cdot x_1 + [0,0004; 0,0005] \cdot x_1 \cdot x_7 + [0,0244; 0,0245] \cdot x_5 \cdot x_7.$$

Прогнозований коридор на основі отриманої моделі в порівнянні з експериментальним коридором наведений на рис. 3.6.

Грошові витрати  
та заощадження  
населення, грн

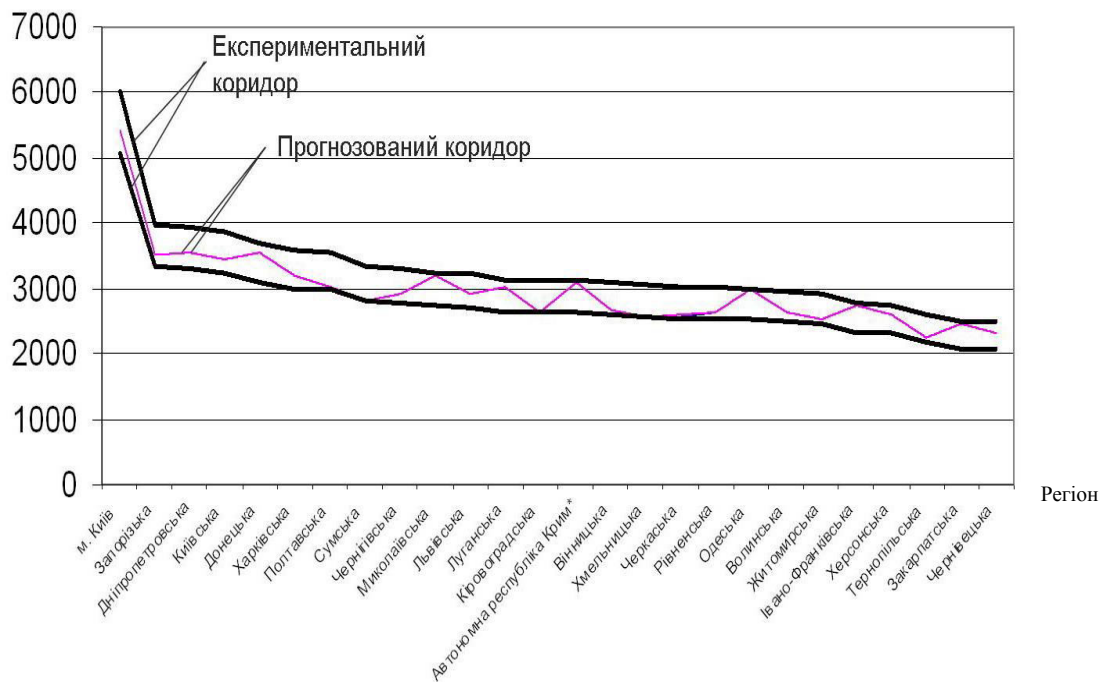


Рис. 3.6. Прогнозований коридор грошових витрат та заощаджень населення та експериментальний коридор.

Для порівняння прогнозних властивостей інтервальної моделі отриманої із застосуванням запропонованого алгоритму наведемо відносну похибку прогнозування та похибку прогнозування на основі моделі, яка була отримана за допомогою регресійного аналізу (МНК) і містила сім параметрів.

Рис. 3.7 демонструє, що інтервальна модель, яка є простішою з точки зору

складності, забезпечує максимальну похибку прогнозування 9,4%, в той час як модель отримана на основі МНК – 12,8%.



Рис. 3.7. Відносна похибка прогнозування для інтервальної та регресійної моделей.

Таким чином, ми розглянули один із можливих варіантів еволютивного алгоритму структурної ідентифікації інтервальних моделей на основі багатокритеріальної задачі (2.18) і апробували його на прикладі ідентифікації інтервальної моделі економічної системи за умов пасивного експерименту.

### 3.4. Генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей “вхід-вихід” статичних систем

Задача структурної ідентифікації інтервальних моделей є багатокритеріальною задачею вибору на дискретній множині моделей-претендентів.

Такого класу задачі, як правило, мають множину розв’язків, залежно від способу агрегування критеріїв чи послідовності їх урахування [85, 113]. При цьому, класичні методи розв’язання оптимізаційних задач, наприклад математичного і, зокрема, дискретного програмування, для даного випадку є непридатними. З іншого боку, в задачах структурної ідентифікації

стохастичних моделей, хоча і використовують інші критерії оптимальності структури, однак мають достатньо схожу схему постановки і форму розв'язку. В обох випадках структура моделі шукається у вигляді рівняння (1.3), яке в найбільшій мірі задовольняє встановленим критеріям. Як відомо, для розв'язання задач структурної ідентифікації стохастичних моделей статичних систем найбільш прийнятним є використання еволютивних та генетичних алгоритмів [11, 114, 138]. Таким чином, можна зробити висновок, що для багатокритеріальної задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей можна також застосовувати генетичні алгоритми, побудовані на відомих принципах з врахуванням критеріїв оптимальності структури інтервальних моделей.

Розглянемо певні аналогії та відмінності між структурною ідентифікацією стохастичних та інтервальних моделей. При розв'язанні задачі ідентифікації структури моделей на основі стохастичного підходу, як і для задачі (2.18), шукана структура моделі знаходиться у вигляді рівняння (1.3) на основі базової структури, заданої рівнянням (3.1).

Для розв'язання задач структурної ідентифікації інтервальних моделей використовується вибірка інтервальних даних у вигляді (1.12). Відповідно, для цих задач використовуються різні критерії адекватності моделі. У випадку стохастичного підходу це статистичні критерії, наприклад критерій Фішера, а у випадку інтервального підходу адекватність структури підтверджується сумісністю системи інтервальних рівнянь (3.2). Критерії складності моделі в обох випадках співпадають.

Загальна схема алгоритмів МГУА та структури їх різновидів проаналізовані у другому пункті першого розділу. Порівняльний аналіз структур алгоритмів структурної ідентифікації (МГУА) наведено в табл. 3.6.

Провівши аналіз основних структур алгоритмів (МГУА), можна зазначити наступне:

- найбільш придатною структурою для побудови генетичних алгоритмів на основі інтервальних даних є нейромережева структура,

внаслідок ефективного методу генерування моделей-претендентів; така ефективність пояснюється наявністю в інтервальному підході процедури ранжування структурних елементів, яка дозволяє оптимально сформулювати початкову множину структурних елементів [31].

- для спрощення обчислювальної складності генетичних алгоритмів, на основі нейромережевої структури, необхідно ввести в елементи нейроподібної мережі використання порогової селекції. Таке поєднання можливе та може бути досить ефективним за наявності критерію повноти, який дозволить на основі показника повноти моделі-претендента визначити оптимальний поріг селекції. При цьому можлива динаміка значення порогу селекції в процесі роботи алгоритму.

Таблиця 3.6. Аналіз структур алгоритмів МГУА

Структура алгоритмів МГУА	Критерії оцінки моделей-претендентів	Переваги	Недоліки
Однорядна	регулярності, зміщення, комбінований	гарантований розв'язок	Комбінаторна складність
Багаторядна порогова	регулярності, зміщення, комбінований	невелика обчислювальна складність	можливість втрати важливих елементів структури моделі
Негродобна мережа	регулярності, зміщення, комбінований	гарантований розв'язок	обчислювальна складність

Сформулюємо основні принципи, за якими можна реалізувати нейромережеву структуру генетичних алгоритмів ідентифікації інтервальних моделей [87].

1. Ранжування за показником повноти структурних елементів виду  $x_i^g \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$  при заданому рівні складності  $p$ . Ранги є основою для визначення підмножини найбільш важливих структурних

елементів, що буде впливати на кількість згенерованих моделей-претендентів.

2. Формування початкової множини індивідів, на основі яких будуть генеруватися моделі-претенденти. Вибір індивідів здійснюється за допомогою порогової селекції структурних одиниць, на основі їх ранжування за показником повноти (рис. 3.8).

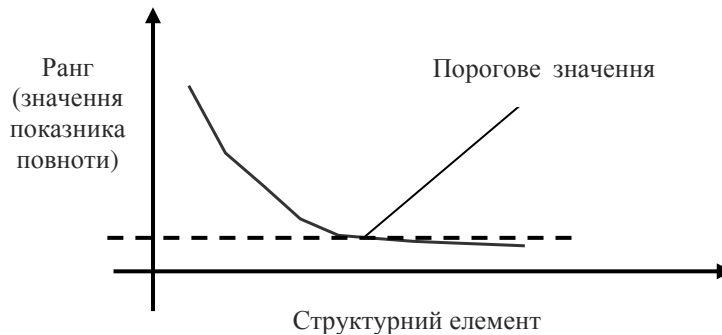


Рис. 3.8 Порогова селекція структурних одиниць на основі показника повноти.

3. Генерування та селекція за критерієм повноти моделей-претендентів. В даному випадку рангам моделей-претендентів відповідатимуть значення показника повноти для відповідних моделей.

4. Оцінка складності та точності адекватних моделей-претендентів, що пройшли селекцію за показником повноти.

Реалізація вказаних принципів у генетичних алгоритмах можлива за умов використання ітераційної процедури селекції.

На рис. 3.9 наведено структуру генетичного алгоритму, де використано такі позначення:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — вхідні змінні,  $y_1(\vec{x}), \dots, y_s(\vec{x}), \dots, y_t(\vec{x})$  — часткові моделі, згенеровані при заданій ступені полінома  $p$ . Наприклад:  $y(x_i^g \cdot x_j^q) = b_0 + b_1 \cdot x_i^g \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ . Після проведення процедури ранжування та встановлення порогового значення характеристики повноти, елементи  $y_1(\vec{x}), \dots, y_s(\vec{x})$  є основою для генерування моделей-претендентів, відповідно, елементи  $y_{s+1}(\vec{x}), \dots, y_t(\vec{x})$  використовуються для

проведення процедури мутації; Блок  $G$  – означає генерування на основі адитивної попарної взаємодії структурних елементів та селекцію адекватних моделей-претендентів за показником повноти (адекватність моделі-претендента встановлюється за допомогою параметричної ідентифікації), структуру блоку наведено на рис. 3.10. Блок  $M$  – означає мутацію на основі заміни (доповнення) структурних елементів моделі-претендента частковими моделями з множини  $y_{s+1}(\vec{x}), \dots, y_t(\vec{x})$ ; Блок  $V$  – означає верифікацію моделі за показниками складності та точності; Блок  $P$  – означає управління складністю моделі.

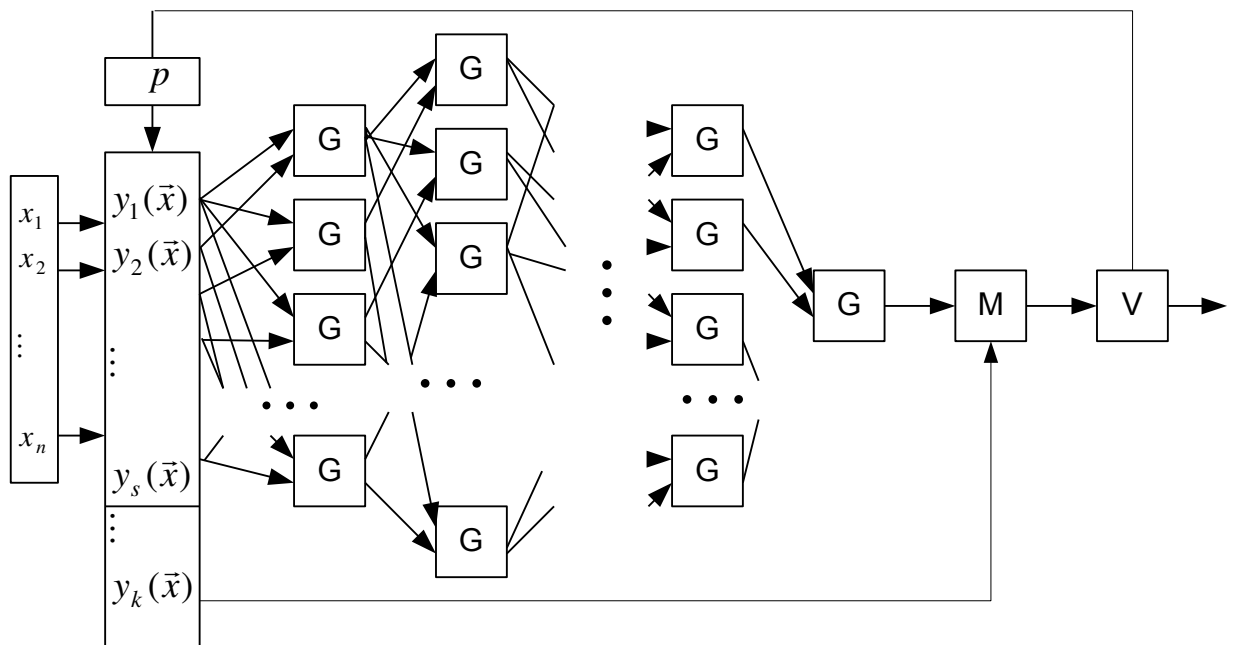


Рис. 3.9. Нейромережева структура генетичного алгоритму з ітераційною селекцією.

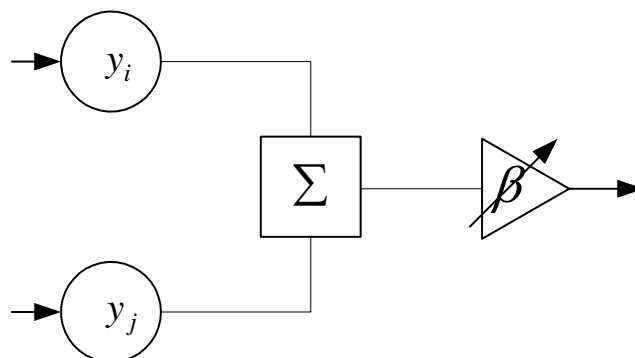


Рис. 3.10. Структура блоку генерування моделі-претендента.

Запропонована структура є одним із варіантів знаходження розв'язку задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей. Очевидно, що зміна послідовності зважування структури по критеріях її оптимальності буде вимагати інших принципів побудови генетичних алгоритмів, що своєю чергою призведе до множинності отриманих структур.

Для апробації генетичного алгоритму було проведене чисельне моделювання [87].

Для заданої моделі  $y(\vec{x}) = 7,6 \cdot x_1 + 10,4 \cdot x_2 + 0,3 \cdot x_3 + 12,3 \cdot x_1 \cdot x_2$  та випадкової вибірки даних отриманий вектор виходу моделі  $y(\vec{x})$ , приведений до інтервального вигляду шляхом введення обмеженої похибки в розмірі 5%. На основі вхідних факторів  $x_1, x_2, x_3$  була сформовано множина структурних елементів –  $\{b \cdot x_1, b \cdot x_2, b \cdot x_3, b \cdot x_1 \cdot x_2, b \cdot x_1 \cdot x_3, b \cdot x_2 \cdot x_3\}$ .

В результаті порогової селекції (рис. 3.11) сформована початкова популяція  $\{b \cdot x_1, b \cdot x_2, b \cdot x_3, b \cdot x_1 \cdot x_2, b \cdot x_2 \cdot x_3\}$ .

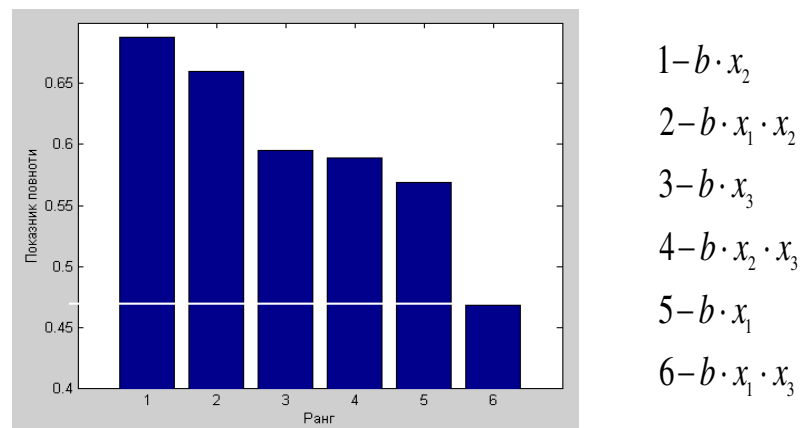


Рис. 3.11. Порогова селекція структурних елементів на основі рангів.

Генерування та селекція за критерієм повноти моделей-претендентів відбувалися в два етапи (табл. 3.7), в результаті яких на другому етапі була отримана оптимальна за критерієм повноти модель вигляду:

$$y(\bar{x}) = b_1 \cdot x_1 + b_2 x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2,$$

яка забезпечила максимальне значення показника повноти.

Таблиця 3.7. Етапи генерування та селекції моделей-претендентів

Модель	Показник повноти	Модель	Показник повноти
Перший етап			
$y(x_1, x_2)$	0,8	$y(x_2, x_1 \cdot x_2)$	0,72
$y(x_1, x_3)$	0,53	$y(x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,44
$y(x_1, x_1 \cdot x_2)$	0,6	$y(x_3, x_1 \cdot x_2)$	0,54
$y(x_1, x_2 \cdot x_3)$	0,63	$y(x_3, x_2 \cdot x_3)$	0,48
$y(x_2, x_3)$	0,47	$y(x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,58
Другий етап			
$y(x_1, x_2, x_3)$	0,81	$y(x_1, x_3, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,84
$y(x_1, x_2, x_1 \cdot x_2)$	0,98	$y(x_1, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,87
$y(x_1, x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,82	$y(x_2, x_3, x_1 \cdot x_2)$	0,83
$y(x_1, x_2, x_3, x_1 \cdot x_2)$	1	$y(x_1, x_3, x_1 \cdot x_2)$	0,53
$y(x_1, x_2, x_3, x_2 \cdot x_3)$	0,85	$y(x_1, x_3, x_2 \cdot x_3)$	0,6
$y(x_1, x_2, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,98	$y(x_2, x_3, x_2 \cdot x_3)$	0,79
$y(x_2, x_3, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,87	$y(x_3, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,63
$y(x_2, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3)$	0,88	-	-

Динаміка зміни показника повноти в ході генерування структур наведена на рисунку 3.12.

В результаті параметрична ідентифікації отримали інтервальну модель

$$y(\bar{x}) = [6,73; 8,54] \cdot x_1 + [9,36; 12,3] \cdot x_2 + [0,26; 0,33] \cdot x_3 + [11,2; 13,52] \cdot x_1 \cdot x_2$$

з такими характеристиками:

$$\gamma : \{m = 4, n = 3, p = 1, \chi_4 = \{x_1, x_2, x_3, x_1 \cdot x_2\}, R_p = 1, V(\ddot{I}^+) = 0,86\}$$



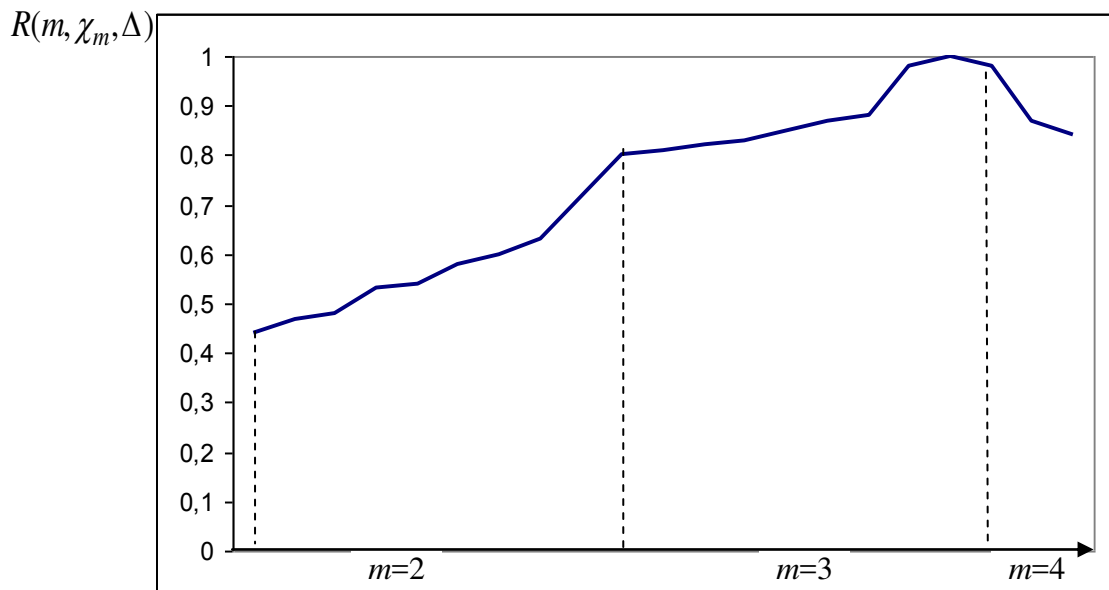


Рис. 3.12. Зміна характеристики повноти моделі при нарощуванні її складності.

Отже чисельне моделювання показало, що використання генетичних принципів значно підвищує ефективність алгоритмів структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем. При цьому використання методу ранжування структурних елементів дозволяє знизити обчислювальну складність вказаних алгоритмів.

### 3.5 Оцінка обчислювальної складності методу структурної ідентифікації інтервальних моделей із врахуванням оцінки важливості структурних елементів

Еволютивні та генетичні алгоритми, за допомогою яких реалізовані методи структурної ідентифікації, розглянуті в третьому розділі, побудовані на принципі перебору моделей-претендентів із заданої множини структурних елементів з вибором найкращої за заданими критеріями селекції [68].

Опорною множиною структурних елементів є  $k$  членів деякого полінома заданого максимального ступеня  $p$  від заданого числа вхідних

змінних  $n$ . При цьому кількість членів полінома визначається однозначно:

$$k = n \cdot (p-1) + \frac{(n \cdot p)!}{2 \cdot (n \cdot p - 2)!}$$

Наприклад, множина структурних елементів для  $n=3$  вхідних змінних при максимальному ступені полінома  $p=2$  матиме вигляд:

$$\chi_{k=18} = \{x_1, x_2, x_3, x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_1 \cdot x_2^2, x_1 \cdot x_3^2, x_2 \cdot x_3, x_2 \cdot x_1^2, x_2 \cdot x_3^2, x_3 \cdot x_1^2, x_3 \cdot x_2^2, x_1^2 \cdot x_2^2, x_1^2 \cdot x_3^2, x_2^2 \cdot x_3^2\}.$$

На рисунку 3.13 відображено залежність потужності множини структурних елементів  $\chi_k$  для  $n=10$  вхідних змінних від зростання ступеня полінома

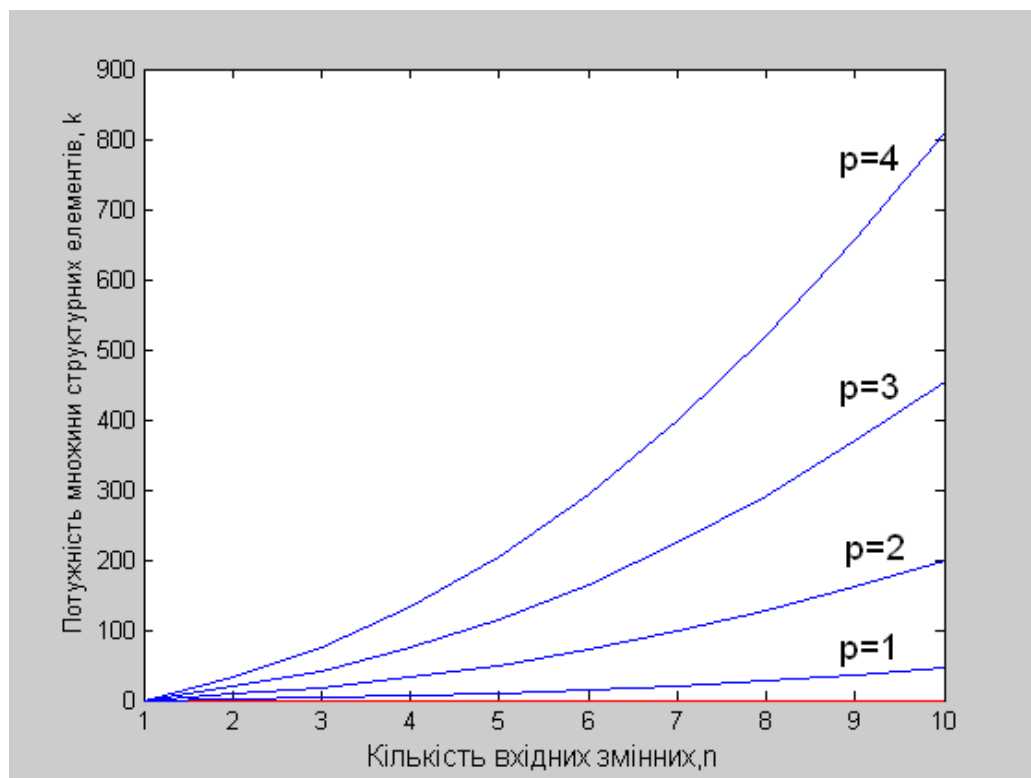


Рис. 3.13. Залежність кількості структурних елементів від ступеня полінома для фіксованої кількості вхідних змінних.

Під час генерування структур моделей-претендентів на першому етапі генетичного алгоритму здійснюється адитивна взаємодія всіх можливих пар

структурних елементів, тобто  $C_k^2$ . Оскільки, отримані моделі-претенденти визначають опорну множину для генерування наступного покоління претендентів, то загальна кількість  $P_k$  таких моделей обчислюється:

$$P_k = \sum_{i=1}^k C_k^2.$$

Очевидно, що здійснення такого перебору моделей-претендентів, призводить до високої обчислювальної складності алгоритмів структурної ідентифікації, оскільки для кожної моделі-претендента необхідно здійснювати процедуру ідентифікації параметрів, тобто розв'язувати ІСЛАР розмірністю  $N \times m$ .

Для зниження обчислювальної складності покликаний метод ранжування, на основі якого можна зменшити розмірність множини структурних елементів. При цьому, розмірність множини  $\chi_k$  визначається порогом селекції ранжованих структурних елементів, який задається дослідником емпірично. Для дослідження впливу порогу селекції ранжованих структурних елементів на складність алгоритму, проведемо експеримент, у якому для множини із двадцяти елементів забезпечимо збільшення значення порогу від нуля до максимального значення, тобто одиниці.

На рисунку 3.14 наведено залежність складності алгоритму, за яку приймемо загальну кількість згенерованих на основі заданої множини  $\chi_{20}$  моделей-претендентів, від значення порогу селекції ранжованих за показником повноти структурних елементів.

Як видно з рис. 3.14 найбільш суттєвий вигравш при застосуванні селекції структурних елементів на основі їх показника повноти отримали при значенні порогу в діапазоні від 0,4 до 0,7. Це свідчить про те, що селекція структурних елементів може бути ефективною для зниження обчислювальної складності, якщо поріг селекції не проходять не менш як 40% структурних елементів.

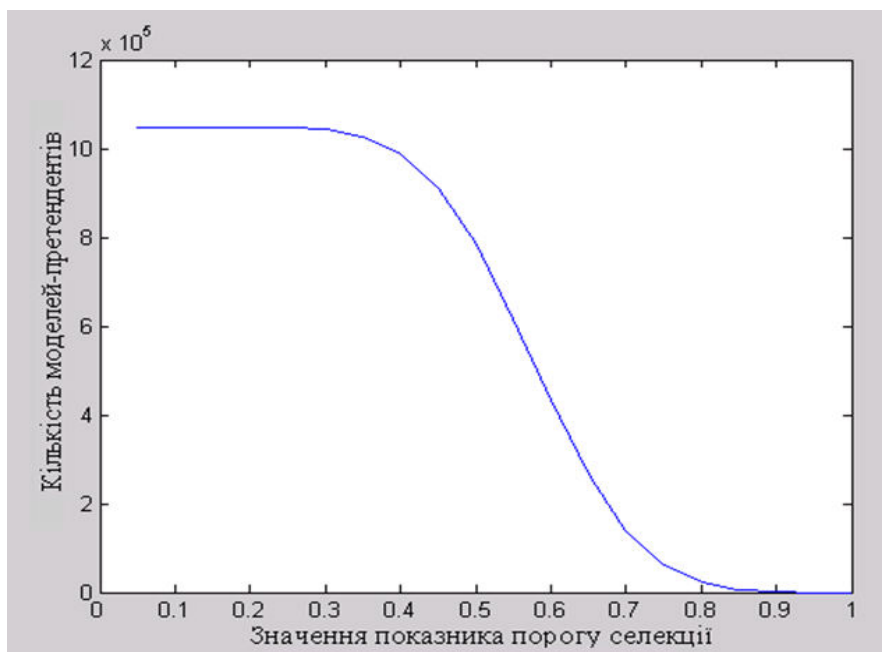


Рис. 3.14. Залежність кількості згенерованих моделей-претендентів від значення порогу селекції структурних елементів.

## ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ

1. Створено новий метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем для випадку активного експерименту, який базується на додатковому урахування аргументів у моделі на основі критерію повноти, що забезпечує більш повне відображення реальних впливів на систему у властивостях побудованої моделі.

2. Для зниження обчислювальної складності алгоритмів структурної ідентифікації побудовано метод ранжування вхідних змінних та структурних елементів інтервальних моделей за ступенем їх впливу на вихідні характеристики системи, який дає можливість сформувати множину найбільш важливих структурних елементів.

3. Розроблено метод та алгоритм структурної ідентифікації за умов відомих інтервальних даних, що ґрунтується на ранжуванні вхідних змінних та послідовному зважуванні моделей-претендентів за критеріями повноти, точності, адекватності та складності. На основі методу побудовано модель індикаторів економічного розвитку, яка відрізняється вищою точністю та меншою складністю ніж моделі, побудовані на основі методу найменших квадратів та регресійного аналізу даних.

4. На основі ранжування структурних елементів створено новий метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей, який відзначаються множинністю критеріїв селекції та зниженням обчислювальної складності по відношенню до комбінаторних методів селекції не менш як в півтора рази.

## РОЗДІЛ 4

ПРОГРАМНИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ  
ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ  
МОДЕЛЮВАННЯ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

## 4.1. Програмний комплекс для структурної ідентифікації інтервальних моделей

Для реалізації програмного комплексу було обрано систему MATLAB, яка на даний час є найбільш ефективним інструментом для проведення прикладних розрахунків та розробки (пошуку та апробації) нових алгоритмів [122, 125].

Значною перевагою "матричної лабораторії" є також відкритий код реалізованих програм, що полегшує дослідження та розвиток реалізованих алгоритмів та наявність широкого спектру стандартних функцій та інструментів – "тулбоксів" [126]. Інтегрованість системи MATLAB з експериментальним обладнанням різного типу дає можливість моделювання систем на основі активних експериментів [122].

Модульна структура програмного комплексу для інтервального моделювання статичних систем на основі активного та пасивного експериментів наведена на рис. 4.1. Усі модулі реалізовані у вигляді М-файлів, що містять MATLAB- функцій. Блок реалізації селекції на основі критерію повноти, містить три модулі.

Модуль ранжування вхідних змінних. Вхідними даними для даного модуля є експериментальні дані (матриця вхідних змінних  $X$  та інтервальний вектор вихідної змінної  $[\vec{Y}]$ ). Екранна форма введення експериментальних даних наведена на рис. 4.2. Вихідними даними є ранжований вектор вхідних змінних. Лістинг модуля наведено в додатку Б.

Модуль селекції структурних елементів. Даний модуль використовується для формування популяції індивідів при реалізації генетичного алгоритму структурної ідентифікації. Вхідними даними даного модуля є експериментальні дані  $(X, [\vec{Y}])$  та максимальний ступінь полінома  $p$ . Лістинг модуля наведено в додатку В.

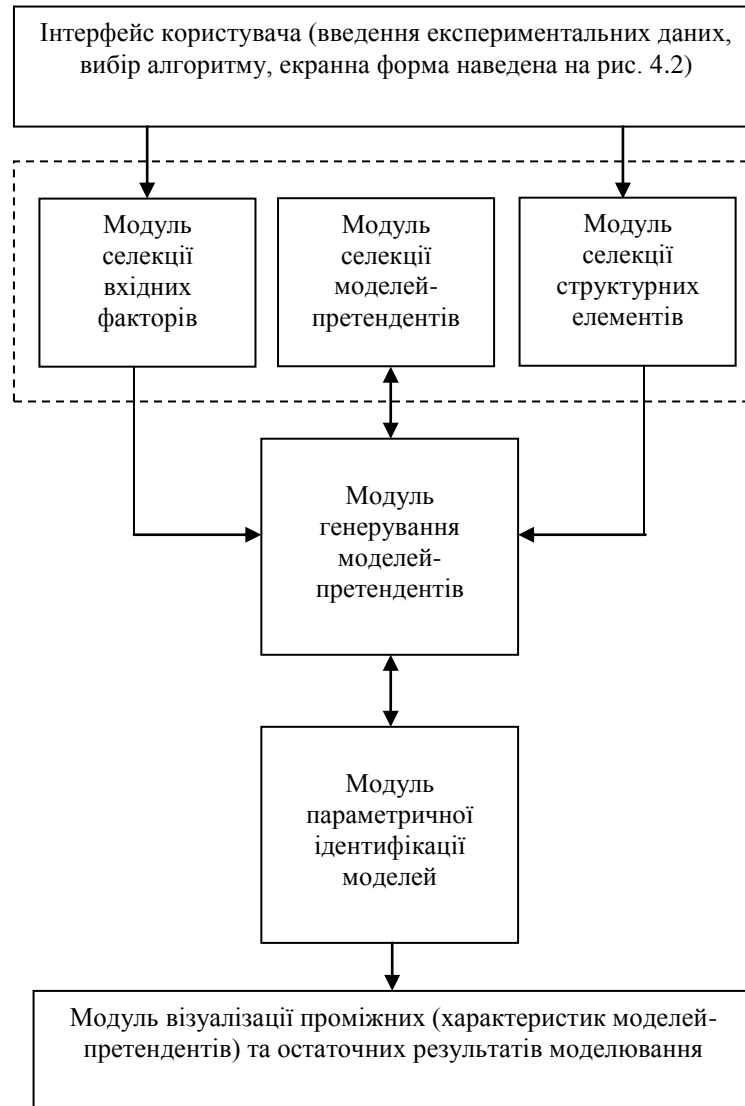


Рис 4.1 Модульна структура програмного комплексу для інтервального моделювання статичних систем

Модуль селекції моделей-претендентів. Вхідними даними для модуля є експериментальні дані  $(X, [\vec{Y}])$  та вектор, що містить символічне

представлення структури моделей-претендентів. Вихідними даними модуля є вектор оцінки показника повноти моделей-претендентів. Лістинг модуля наведено в додатку Д.

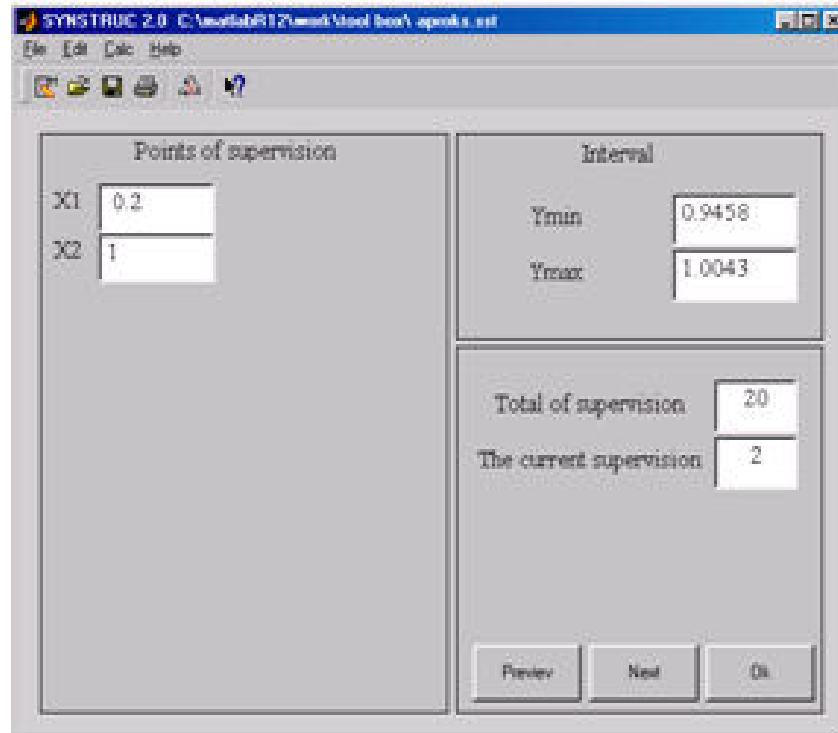


Рис. 4.2 Екранна форма для введення експериментальних даних

Для проведення параметричної ідентифікації реалізований модуль на основі алгоритму пошуку гарантованої області параметрів з використанням локалізаційного гіперпаралелепіеда. Даний модуль також використовується для перевірки адекватності моделей (сумісності ІСЛАР) та оцінювання точності моделей – об’єму локалізаційного гіперпаралелепіеда. Вхідними даними для модуля є експериментальні дані  $(X, [\bar{Y}])$  та структура моделі-претендента. Вихідними даними є інтервальних вектор оцінок параметрів моделі-претендента  $\bar{b}$  та об’єм локалізаційного гіперпаралелепіеда  $V(\Pi^+)$ . Лістинг модуля наведено в додатку Е.

Модуль візуалізації проміжних (гістограми показника повноти ранжованих структурних елементів) та остаточних результатів включає в себе засоби відображення результатів моделювання (екранна форма



результуючого вікна наведена на рис. 4.3).

Використання середовища MATLAB дозволило створити програмне забезпечення, яке включає також достатньо велику кількість прикладів, на яких перевірялась ефективність розроблених методів і з успіхом було використане для навчальних цілей.

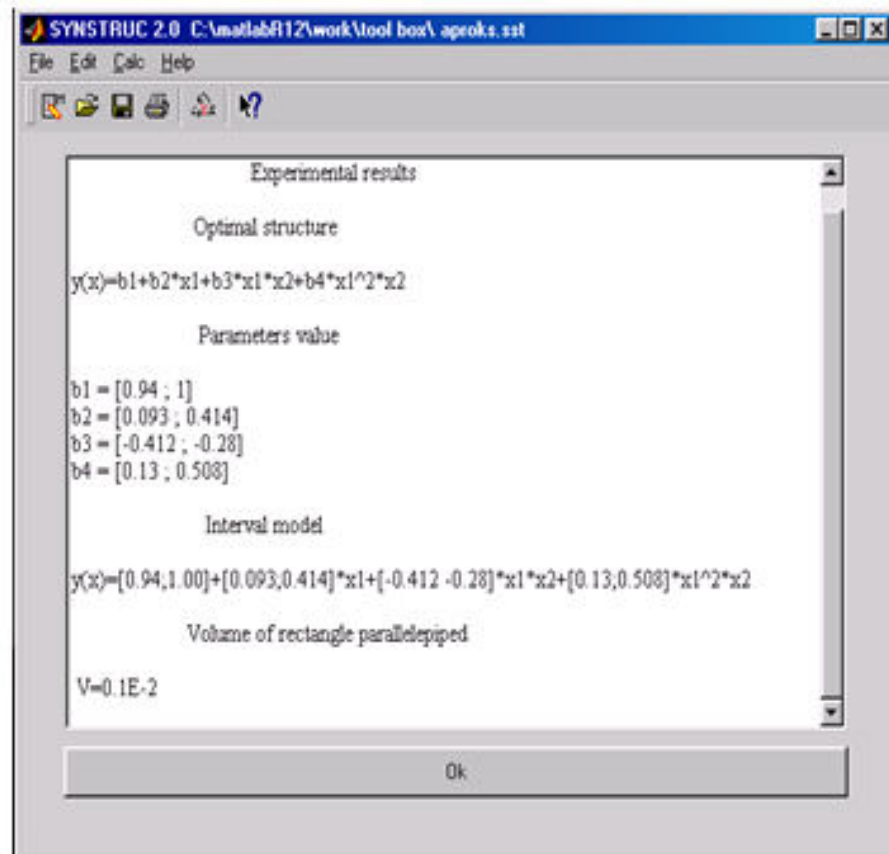


Рис. 4.3. Екранна форма вікна результатів моделювання

Розроблене в дисертаційній роботі програмне забезпечення впроваджене в навчальний процес в Тернопільському національному економічному університеті при вивченні дисциплін „Інтелектуальний аналіз даних” студентами напряму „комп’ютерні науки”, що засвідчено довідкою про впровадження, додаток А.

## 4.2. Структура інформаційної системи екологічного моніторингу.

4.2.1. Особливості задач дослідження фонових рівнів концентрації шкідливих викидів.

Згідно зі статтею 50 Конституції України, яка гарантує право громадян на безпечне для життя і здоров'я довкілля, актуальною проблемою є проведення екологічного моніторингу навколишнього середовища.

Завдання, пов'язані із екологічним моніторингом середовища, покладені на санітарно-епідеміологічні станції (СЕС) міст, які мають в своєму розпорядженні вимірювальну апаратуру та спеціально обладнані лабораторії. Одною із основних задач цих лабораторій є контроль перевищень допустимих норм забруднень атмосфери як транспортом так і промисловими підприємствами.

Методика контролю рівня шкідливих викидів в атмосферу регламентується рядом нормативних документів, зокрема якими визначено гранично допустимі концентрації (ГДК) речовин із визначеними класами небезпеки. Контроль шкідливих викидів лабораторіями СЕС проводиться у вибраних районах шляхом періодичного вимірювання концентрацій шкідливих речовин і порівняння виміряної величини із ГДК для даної речовини. Так, наприклад, в місті Тернополі в зв'язку з суттєвим зростанням транспортних потоків практично у всіх районах міста наявними є забруднення „окислами вуглецю” (четвертий найнижчий клас небезпеки), „окислами азоту” (другий клас небезпеки) та „завислими речовинами” (четвертий клас небезпеки). Для „окислів вуглецю” разова ГДК складає  $5 \text{ мг/м}^3$ ; для „окислів азоту” ГДК складає  $0,085 \text{ мг/м}^3$ ; для „завислих речовин” –  $0,5 \text{ мг/м}^3$ .

Оцінка забруднення повітря здійснюється відповідно до розділу 8 Державних санітарних правил охорони атмосферного повітря населених місць (від забруднення хімічними та біологічними речовинами), згідно з

якими сумарний показник забруднення повітря сумішшю вищезазначених речовин розраховується за формулою:

$$\dot{I}_C = \frac{C_i}{\tilde{A}\hat{E}_s \cdot \hat{E}_s} \cdot 100\%$$

де  $\dot{I}_C$  – сумарний показник забруднення (у %);

$C_i$  – значення фактичних концентрацій  $i$ -тої шкідливої речовини;

$\tilde{A}\hat{E}_s$  – значення гранично допустимих концентрацій для  $i$ -ї шкідливої речовини;

$K_i$  – значення коефіцієнта, який враховує клас небезпечності  $i$ -ї шкідливої речовини.

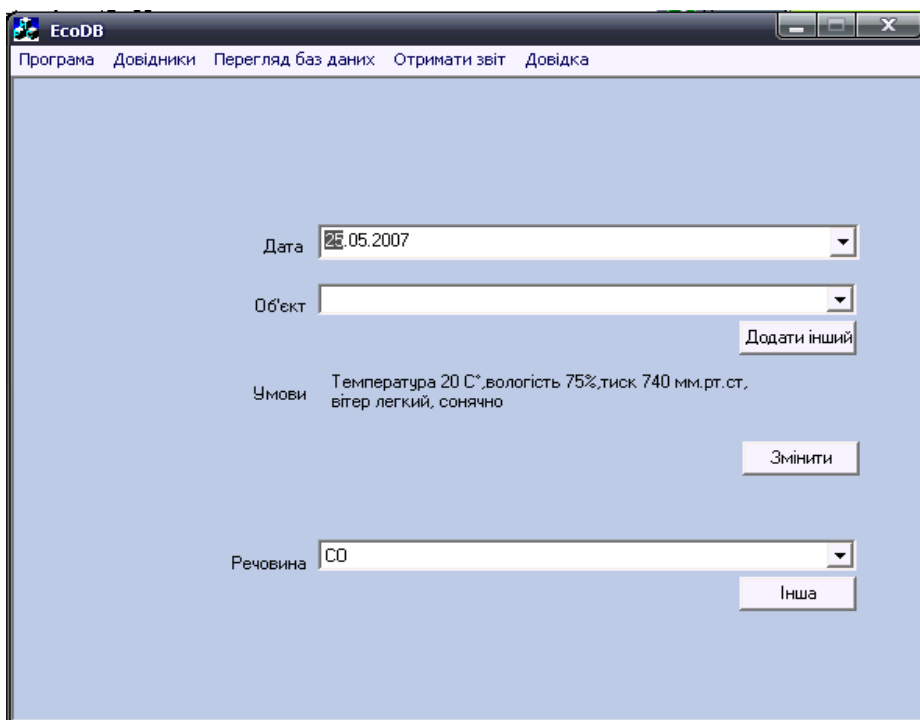
По виявлених концентраціях шкідливих викидів в точках відбору повітря можна встановити картину забруднення даною речовиною в цілому місті. При цьому з точки зору правильної оцінки нанесених збитків довіллю важливою задачею є встановлення так званих фонових рівнів концентрацій шкідливих викидів (статичними їх можна вважати оскільки вони є мало змінними на протязі достатньо великого періоду), які формують загальну картину зростання захворюваності в місті внаслідок погіршення екологічної ситуації.

#### 4.2.2. Структура бази даних для реєстрації концентрацій шкідливих викидів

Дані про виявлені під час вимірювань концентрації шкідливих викидів фіксуються у відповідних журналах. В СЕС м. Тернополя для обліку виміряних концентрацій шкідливих викидів створена інформаційна система екологічного моніторингу (ІС ЕМ). Головна екранна форма бази даних інформаційної системи екологічного моніторингу наведена на рис. 4.4.

В базі даних ІС фіксуються такі фактори як місце відбору повітря; дата та час відбору; погодні умови: температура навколишнього середовища,

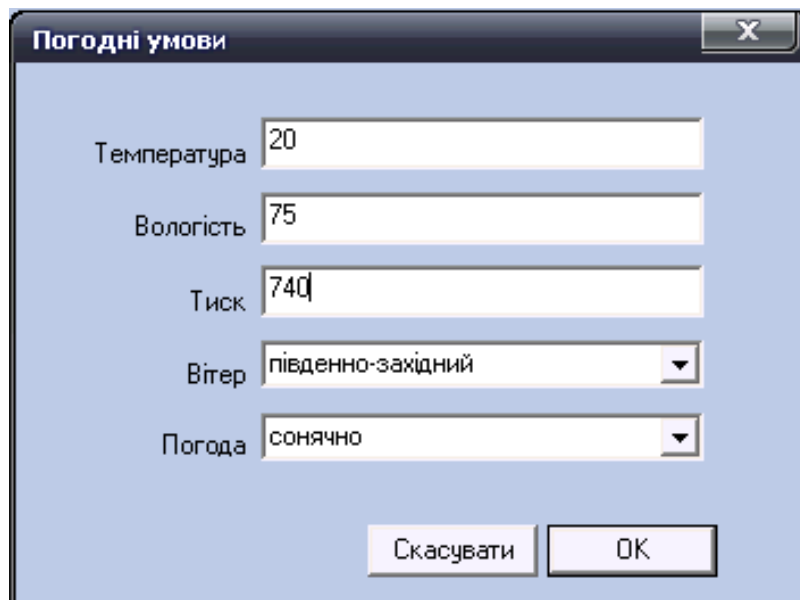
атмосферний тиск, вологість повітря, сила та напрям вітру (екранна форма наведена на рис. 4.5.); назва речовини; виявлена концентрація.



The screenshot shows the main data entry form of the EcoDB application. The window title is "EcoDB" and the menu bar includes "Програма", "Довідники", "Перегляд баз даних", "Отримати звіт", and "Довідка". The form contains the following fields and controls:

- Дата:** A date picker showing "05.05.2007".
- Об'єкт:** An empty dropdown menu.
- Додати інший:** A button located to the right of the "Об'єкт" field.
- Умови:** A text area containing the text "Температура 20 C°, вологість 75%, тиск 740 мм.рт.ст., вітер легкий, сонячно".
- Змінити:** A button located to the right of the "Умови" text area.
- Речовина:** A dropdown menu showing "CO".
- Інша:** A button located to the right of the "Речовина" dropdown.

Рис. 4.4. Головна форма бази даних ІС ЕМ.



The screenshot shows a dialog box titled "Погодні умови" (Weather conditions). It contains the following input fields and controls:

- Температура:** A text input field containing the value "20".
- Вологість:** A text input field containing the value "75".
- Тиск:** A text input field containing the value "740".
- Вітер:** A dropdown menu showing "південно-західний".
- Погода:** A dropdown menu showing "сонячно".
- Скасувати:** A button located at the bottom left of the dialog.
- ОК:** A button located at the bottom right of the dialog.

Рис. 4.5. Екрана форма введення факторів, які формують вплив погодних умов.

Точки відбору повітря (вулиці, підприємства та перехрестя вулиць) є визначеними та зберігаються у базі даних у вигляді довідника. Також база даних містить довідник речовин, концентрації яких визначаються, та їх гранично допустимих концентрацій. Екранні форми довідників наведена на рис. 4.6.

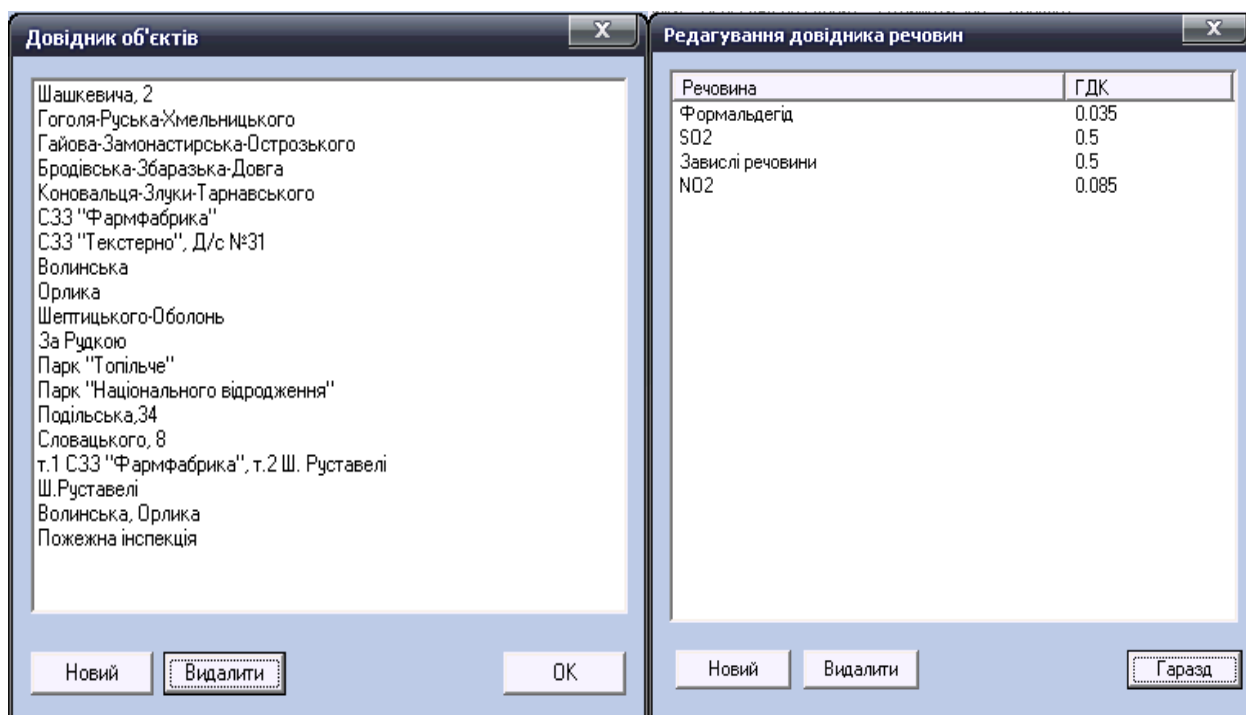


Рис. 4.6. Екранні форми довідників точок замірів та ГДК речовин

Вибір експериментальних даних (факторів впливу та концентрацій) по окремих речовинах здійснюється за допомогою вікна бази даних "Перегляд баз даних речовин" (рис. 4.7).

#### 4.2.3. Ідентифікація структури інтервальної моделі статичного поля концентрації шкідливих викидів.

Для проведення структурної ідентифікації фонових рівнів концентрації шкідливих викидів необхідно сформуванати множину вхідних факторів, які впливають на процес вимірювання концентрацій шкідливих речовин та формування фонових рівнів концентрацій цих речовин.

В цьому сенсі вплив дати та часу відбору повітря є відносним, а температури навколишнього середовища, атмосферного тиску, вологості повітря; сили та напрямку вітру – випадковими. Із врахуванням місця відбору повітря множина факторів впливу буде мати вигляд  $\chi_y = \{\text{точка відбору, температура повітря, вологість, атмосферний тиск, напрям вітру, сила вітру, погода}\}$ .

Перегляд баз даних речовин

Речовина: NO2

Видалити

Дата	Вулиця	Температура	Вологість	Тиск	Вітер
12.01.2005	Шашкевича, 2	8	63	740	західний
01.03.2005	Гоголя-Руська-Хмельниц...	0	0	735	південно-зах
15.03.2005	Гайова-Замонастирська...	5	0	732	західний
18.03.2005	Бродівська-Збаразька-Д...	5	90	724	західний, по
23.03.2005	Коновальця-Злуки-Тарна...	5	89	735	південно-зах
25.03.2005	СЗЗ "Фармфабрика"	8	86	736	південно-зах
29.03.2005	СЗЗ "Текстерно", Д/с №...	6	88	731	південно-зах
31.03.2005	Гоголя-Руська-Хмельниц...	6	0	738	південно-зах
12.04.2005	Гайова-Замонастирська...	9	75	738	південно-зах
14.04.2005	Гоголя-Руська-Хмельниц...	11	90	736	південно-схід
20.04.2005	Коновальця-Злуки-Тарна...	5	90	713	західний, по
25.04.2005	Бродівська-Збаразька-Д...	10	92	732	південно-зах
13.05.2005	СЗЗ "Текстерно", Д/с №...	17	82	730	північно-схід
17.05.2005	Волинська	21	75	724	легкий
30.05.2005	Орлика	26	69	752	південний, п
31.05.2005	Шептицького-Оболонь	22	73	750	північно-схід
23.06.2005	[INDEX: Па6320]	19	91	726	північно-схід
24.06.2005	За Рудкою	23	89	737	північно-захі
29.06.2005	Парк "Топільче"	25	75	748	південний, п
19.07.2005	Гоголя-Руська-Хмельниц...	22	83	730	західний, по
22.07.2005	Парк "Національного від...	25	78	738	південно-зах
26.07.2005	СЗЗ "Текстерно", Д/с №...	28	72	740	південний, п
29.07.2005	Гайова-Замонастирська...	30	70	748	південний, п
08.08.2005	Коновальця-Злуки-Тарна...	0	91	729	північний, по
12.08.2005	Бродівська-Збаразька-Д...	24	75	730	західний

Рис. 4.7. Екранна форма редагування бази даних по речовинах.

Деякі фактори мають якісний характер, тому необхідно привести їх до кількісних значень. Для цього можна застосувати метод шкал. Так на рис. 4.8 і 4.9 наведено шкали для отримання кількісних значень напрямку вітру та погоди.

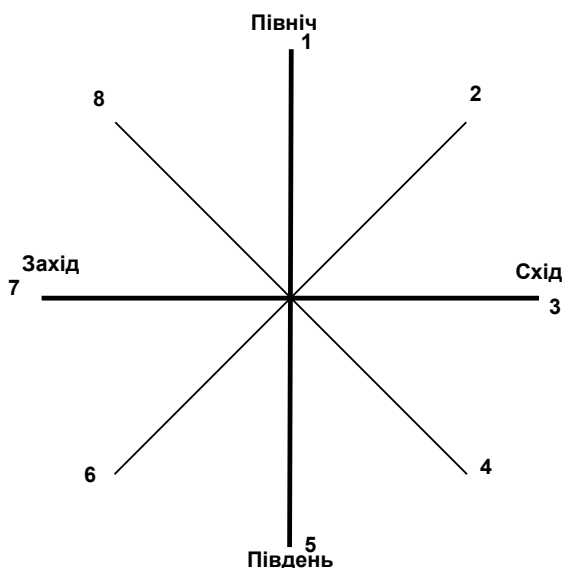


Рис 4.8. Шкала для отримання кількісних значень фактора "напрямок вітру"

Фактор сили вітру можна не враховувати, оскільки для проведення вимірювань апріорі вибирається помірний вітер.



Рис 4.9. Шкала для отримання кількісних значень фактора "погода".

Фактор "точка вимірювання" буде виражатись через координати точок на карті м. Тернопіль (рис. 4.10)

Отже множина вхідних змінних буде містити сім факторів  $\chi_y = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ , де:

- $x_1, x_2$  – координати точки відбору повітря для замірів концентрації шкідливих викидів;
- $x_3$  – температура зовнішнього середовища на момент проведення відбору повітря;
- $x_4$  – вологість повітря;
- $x_5$  – атмосферний тиск;
- $x_6$  – напрям вітру за шкалою;
- $x_7$  – погода за шкалою.

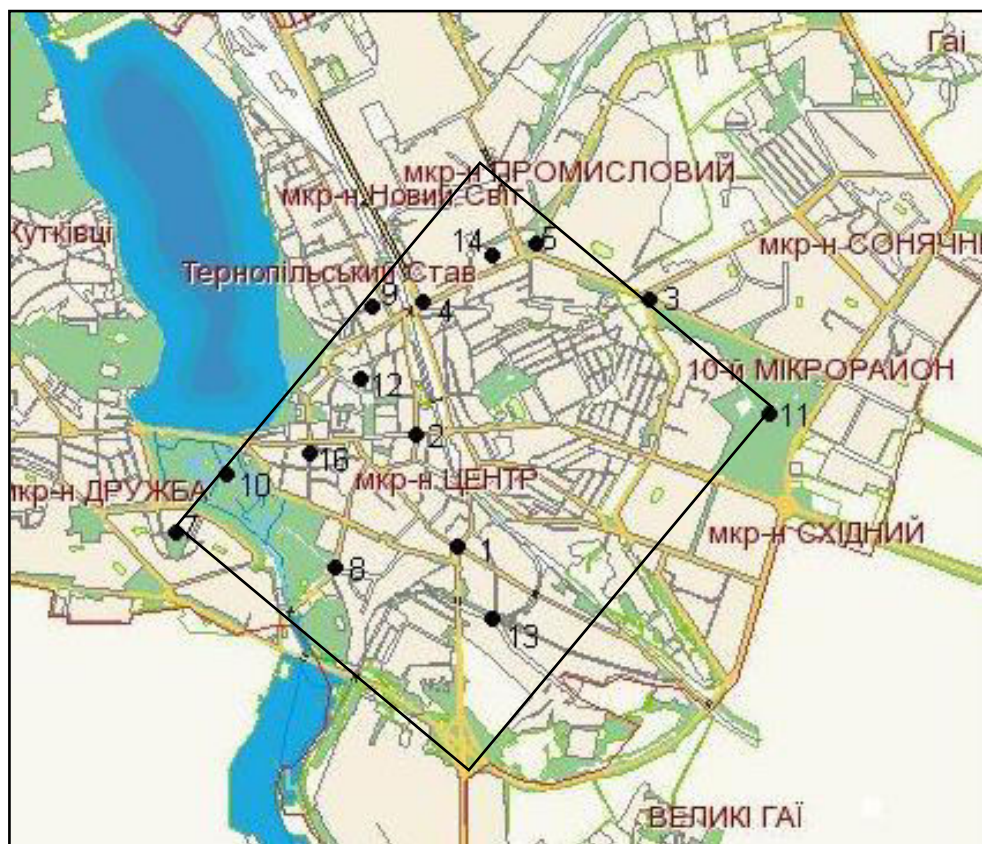


Рис. 4.10. Фрагмент схеми м. Тернопіль.

За даними досліджень, проведених спільно із Тернопільською СЕС, вказані фактори вносять в результати вимірювань реальної концентрації шкідливих речовин при встановленні фонових рівнів концентрацій максимум 15% випадкової складової похибки. Систематична складова похибки



вимірювання концентрації „окислів вуглецю” приладами „Аквілон 1-1” та „СФ-26” складає 15%, а концентрації „окислів азоту” приладами „Тайфун Р-20-2” та „СФ-26” складає 10%.

Проведемо структурну ідентифікацію інтервальної моделі фонового рівня викидів „окислів азоту”. Оскільки, для побудови моделі використовується вибірка даних за 2006 рік, тобто проводиться пасивний експеримент, застосуємо генетичний алгоритм структурної ідентифікації, який розглянуто в параграфі 3.4.

Інтервальну модель будемо шукати в класі поліноміальних функцій у такому вигляді:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot \varphi_1^T(\vec{x}) + \dots + b_m \cdot \varphi_m^T(\vec{x})$$

де  $\varphi(\vec{x})$  – базові функції виду  $x_i^g \cdot x_j^q$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $g, q = 0, \dots, p$ .

В результаті пасивного експерименту було сформовано вибірку експериментальних даних у вигляді  $X \rightarrow [\vec{Y}]$ , яка містить сорок чотири спостереження ( $N=44$ ). При цьому, інтервальні значення вихідної змінної були отримані за такою схемою:  $[y_{0i}^- - \Delta_i; y_{0i}^+ + \Delta_i]$ ,  $\Delta_i = \Delta_{1i}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , де  $\Delta_{1i}$  - систематична складова похибки вимірювання концентрації „окислів азоту” приладами „Тайфун Р-20-2” та „СФ-26”, випадкова складова похибки виключена, оскільки врахованими є всі фактори впливу.

Вхідні змінні були пронормовані на проміжку  $0 \leq x_i \leq 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Дані експерименту наведено в табл. 4.1.

Задавши максимальний ступінь полінома  $p_{\max} = 2$ , на основі множини вхідних факторів  $\chi_7$  сформували початкову популяцію структурних елементів:

$$\begin{aligned} \chi_{39} = \{ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_1^2, x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_1 \cdot x_4, x_1 \cdot x_5, x_1 \cdot x_6, x_1 \cdot x_7, x_2^2, \\ & x_2 \cdot x_3, x_2 \cdot x_4, x_2 \cdot x_5, x_2 \cdot x_6, x_2 \cdot x_7, x_3^2, x_3 \cdot x_4, x_3 \cdot x_5, x_3 \cdot x_6, x_3 \cdot x_7, x_4^2, \\ & x_4 \cdot x_5, x_4 \cdot x_6, x_4 \cdot x_7, x_5^2, x_5 \cdot x_6, x_5 \cdot x_7, x_6^2, x_6 \cdot x_7, x_7^2 \}. \end{aligned}$$

Таблиця 4.1. Експериментальні дані пасивного експерименту

$i$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	$x_{i3}$	$x_{i4}$	$x_{i5}$	$x_{i6}$	$x_{i7}$	$y_i^-$	$y_i^+$
1	0,4255	0,4419	0,12	0,3409	0,7297	0,8571	1	0,0747	0,0913
2	0,6064	0,1860	0	0,5455	0,5135	0,8571	0	0,0738	0,0902
3	0,5638	0,8372	0	0,9545	0,2973	0,8571	0	0,0765	0,0935
4	0,8404	0,8372	0	0,9318	0,5946	0,7143	1	0,08478	0,10362
5	0,3191	0,3953	0,12	0,8636	0,6216	0,7143	1	0,01971	0,02409
6	0,5532	0,4884	0,04	0,6818	0,6757	0,7143	1	0,1314	0,1606
7	0,6064	0,1860	0,16	0,6136	0,6757	0,7143	0	0,0774	0,0946
8	0,5532	0,4884	0,24	0,9545	0,6216	0,4286	0	0,0459	0,0561
9	0,8404	0,8372	0	0,9545	0	0,8571	0	0,01692	0,02068
10	0,5638	0,8372	0,2	1	0,5135	0,7143	0	0,0216	0,0264
11	0,7021	1	0,48	0,7727	0,4595	0,1429	0,5	0,0414	0,0506
12	0	0,5349	0,64	0,6136	0,2973	0,1429	1	0,0162	0,0198
13	0,4574	0,1395	0,68	0,5682	1,0000	0,1429	0	0,02925	0,03575
14	0,5000	0,9535	0,72	0,9318	0,6486	1,0000	1	0,00387	0,00473
15	0,3191	0,3953	0,8	0,6136	0,9459	0,5714	1	0,00468	0,00572
16	0,5532	0,4884	0,68	0,7955	0,4595	0,8571	0	0,01035	0,01265
17	1	0,5581	0,8	0,6818	0,6757	0,7143	0,5	0,027	0,033
18	0,7021	1	0,92	0,5455	0,7297	0,5714	0,25	0,0738	0,0902
19	0,6064	0,1860	1	0,5	0,9459	0,5714	1	0,0792	0,0968
20	0,8404	0,8372	0,52	0,9773	0,4324	0	0	0,03195	0,03905
21	0,5638	0,8372	0,76	0,6136	0,4595	0,8571	0,5	0,09	0,11
22	0,2553	0,2326	0,76	0,2500	0,7838	0,5714	1	0,0504	0,0616
23	0,5	0,9535	0,64	0,6136	0,7027	0,7143	1	0,03267	0,03993
24	0,6064	0,1860	0,12	0,7045	0,9459	0,7143	0	0,0549	0,0671
25	0,5638	0,8372	0,04	0,6364	0,6216	0,4286	1	0,1566	0,1914
26	0,5	0,9535	0,48	0,9318	0,7838	0,8571	1	0,0567	0,0693
27	0,7021	1	0,4	1	0,5135	0,8571	1	0,0576	0,0704
28	0,5638	0,8372	0,68	0,6136	0,5135	0,7143	1	0,0405	0,0495
29	0,8404	0,8372	0,6	0,4545	0,6757	0,4286	1	0,018	0,022
30	0,2553	0,2326	0,88	0	0,6757	0	1	0,0324	0,0396
31	0,6064	0,1860	0,72	0,8636	0,4865	0,1429	1	0,1044	0,1276
32	0,8404	0,8372	0,84	0,6136	0,5676	0,8571	1	0,0621	0,0759
33	0,5638	0,8372	0,92	0,9091	0,5676	0,7143	1	0,1521	0,1859
34	0,5	0,9535	0,76	0,9545	0,4054	0,7143	1	0,0135	0,0165
35	0	0,5349	0,76	0,5682	0,3514	0,7143	1	0,0117	0,0143
36	0,4255	0,4419	0,12	0,3409	0,7297	0,8571	1	0,0747	0,0913
37	0,6064	0,1860	0	0,0909	0,5135	0,8571	0	0,0738	0,0902
38	0,5638	0,8372	0	0,9545	0,2973	0,8571	0	0,0765	0,0935
39	0,8404	0,8372	0	0,9318	0,5946	0,7143	1	0,08478	0,10362
40	0,5638	0,8372	0,12	0,8636	0,6216	0,7143	1	0,01971	0,02409
41	0,5532	0,4884	0,04	0,3636	0,6757	0,7143	1	0,1314	0,1606
42	0,6064	0,1860	0,16	0,6136	0,6757	0,7143	0	0,0774	0,0946
43	0,5532	0,4884	0,2400	0,9545	0,6216	0,4286	0	0,0459	0,0561
44	0,4255	0,4419	0,12	0,3409	0,7297	0,8571	1	0,01692	0,02068

Провівши ранжування структурних елементів, сформувавши популяцію структурних елементів для генерування моделей-претендентів, яка складається з дев'ятнадцяти елементів відповідно рангам:

$$\{x_1, x_1 \cdot x_4, x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_1 \cdot x_6, x_4, x_2, x_3^2, x_6, x_4^2, x_5^2, x_2 \cdot x_5, x_1 \cdot x_7, x_3, x_5, x_5 \cdot x_6, x_2^2, x_2 \cdot x_4, x_1 \cdot x_5\}.$$

Структурні елементи, що не пройшли селекцію згідно рангів формують множину для проведення мутації:

$$\{x_4 \cdot x_6, x_6^2, x_2 \cdot x_6, x_2 \cdot x_3, x_3 \cdot x_4, x_3 \cdot x_6, x_2 \cdot x_7, x_6 \cdot x_7, x_3 \cdot x_7, x_7, x_4 \cdot x_7, x_5 \cdot x_7, x_7^2, x_3 \cdot x_5, x_1^2, x_4 \cdot x_5\}.$$

На четвертому етапі генерування моделей-претендентів отримали множину адекватних моделей-претендентів і провівши селекцію за критерієм повноти здійснили вибір оптимальної структури вигляду [27]:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_4 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_3 + b_5 \cdot x_1 \cdot x_6 + b_6 \cdot x_4 + b_7 \cdot x_6 + b_8 \cdot x_5^2 + b_9 \cdot x_2 \cdot x_5 + b_{10} \cdot x_1 \cdot x_7 + b_{11} \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_5 + b_{13} \cdot x_5 \cdot x_6 + b_{14} \cdot x_2^2.$$

де вектор інтервальних оцінок параметрів моделі  $\vec{b} = ([0,2312 \ 0,2403]; [0,5133 \ 0,5358]; [-0,4958 \ -0,4722]; [-1,2191 \ -1,1895]; [-0,1518 \ -0,1378]; [0,6539 \ 0,6857]; [0,1036 \ 0,1217]; [-0,3016 \ -0,2895]; [-0,3119 \ -0,3027]; [0,5373 \ 0,5532]; [0,1589 \ 0,1685], [-0,0369 \ -0,0263]; [0,1007 \ 0,1136]; [-0,6497 \ -0,6277]; [0,3120 \ 0,3270])$ .

Прогнозований інтервальних коридор на основі отриманої моделі в порівнянні з експериментальним коридором наведений на рис. 4.11.

Побудована інтервальна модель була застосована для дослідження впливу факторів, що задають погодні умови, на фоновий рівень викидів окислів азоту. Для цього були побудовані проекції (зрізи) цих фонових рівнів на площину, що відповідає території міста, на якій проводяться дослідження. Тривимірні проекції були отримані при зафіксованих значеннях факторів  $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ , в такий спосіб щоб відтворювати можливі випадки погодних умов, наприклад сонячна погода з низькою вологістю повітря, тощо.

На рис. 4.12 та 4.13 наведено гарантовані інтервальні межі фонового рівня викидів окислів азоту на території проведення замірів, що є центральною частиною міста Тернопіль, для випадків коли відносна вологість набуває максимального (92%) та мінімального (38%) значень зафіксованих під час замірів. На рис. 4.12 а) та 4.13 а) наведено інтервальні межі фонового рівня відносно ГДК для окислів азоту, що демонструє ділянки надмірного забруднення. На рис. 4.12 б), 4.13 б) та 4.12 в), 4.13 в) наведено ізоліній нижньої і верхньої інтервальних меж фонових рівнів.

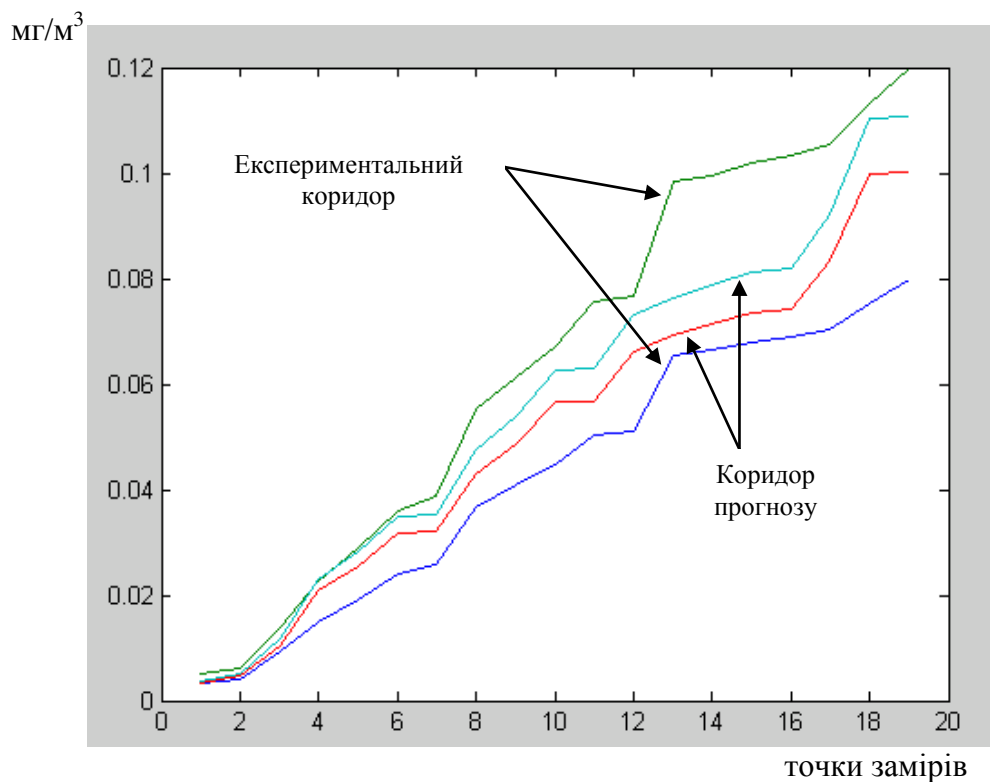


Рис. 4.11. Коридор прогнозу за 2006 р. в порівнянні з експериментальним.

Аналогічний аналіз був проведений для дослідження впливу на фоновий рівень викидів окислів азоту атмосферного тиску та температури повітря. На рис. 4.14 та 4.15 наведено гарантовані інтервальні межі викидів при максимальному зафіксованому атмосферному тиску (750 мм. ртутного стовпчика) та відповідно мінімальному – 713 мм. р. с.

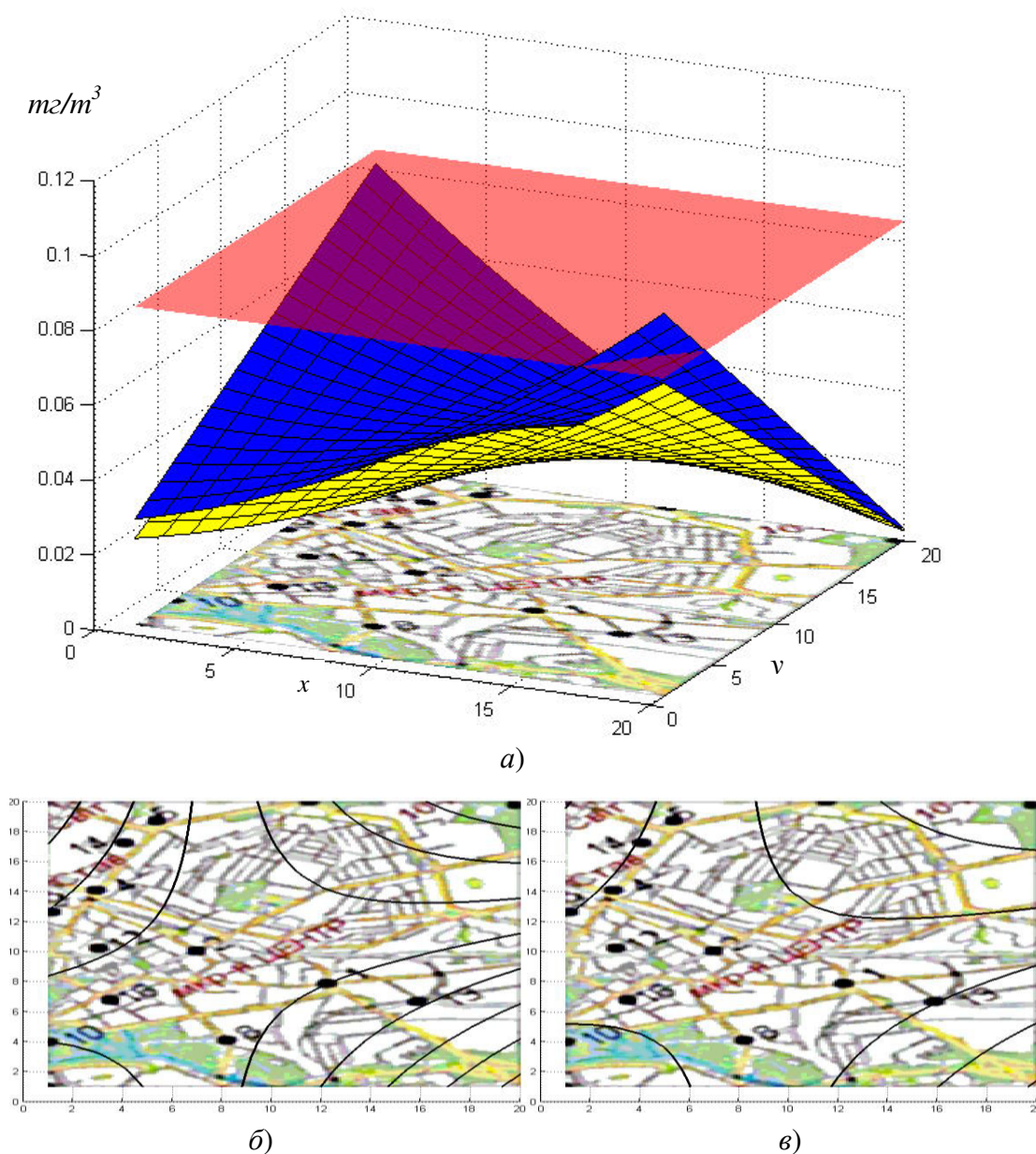


Рис. 4.12. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при високій відносній вологості повітря (92%) та похмурій погоді: *a)* відносно гранично-допустимої концентрації; *б)* ізолінії нижньої межі; *в)* ізолінії верхньої межі.

На рис. 4.16 та 4.17 наведено залежність фонового рівня викидів окислів азоту від перепадів температури повітря – при  $30^{\circ}C$  та  $5^{\circ}C$ , відповідно.

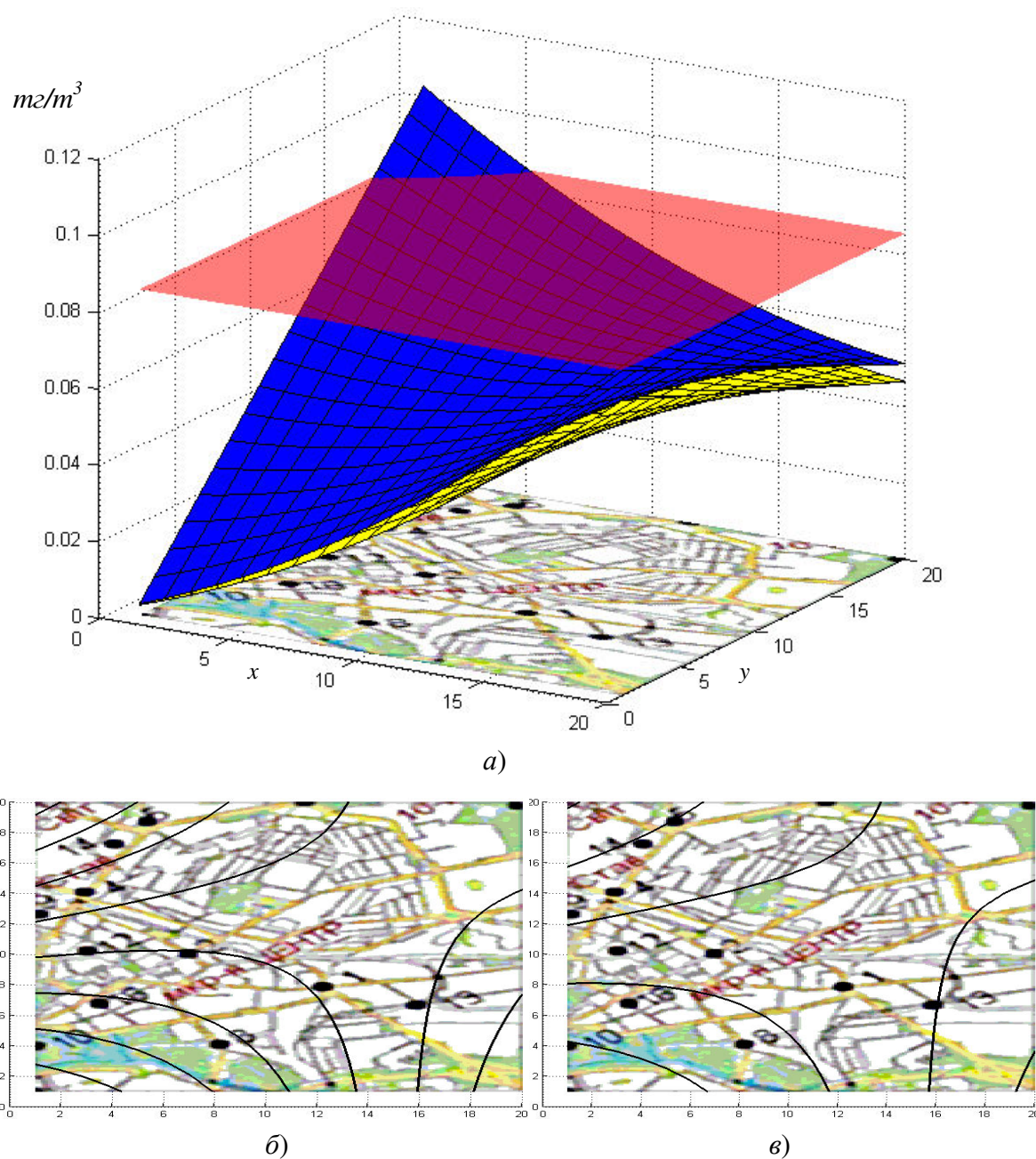


Рис. 4.13. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при низькій вологості повітря (38%): *a)* відносно гранично-допустимої концентрації; *б)* ізолінії нижньої межі; *в)* ізолінії верхньої межі.

Дослідження фонового рівня викидів окислів азоту за допомогою трьовимірних зрізів гарантованих інтервальних меж продемонстрували, що на території міста є два найбільш забруднених районів, район Промисловий та район, де розміщений автомобільний міст, а також розгалужена мережа



автомобільних заправних станцій. В цих районах спостерігається перевищення гранично допустимої концентрації майже у всі випадках.

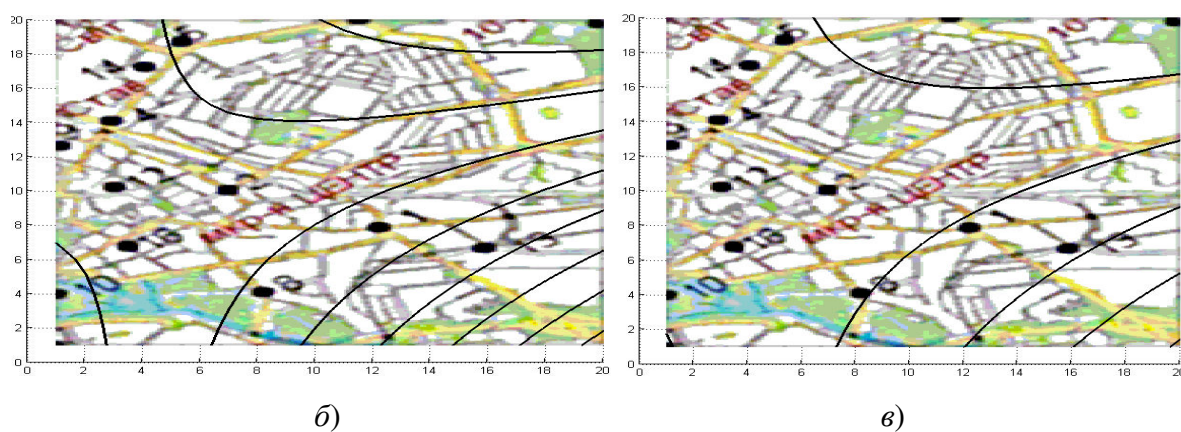
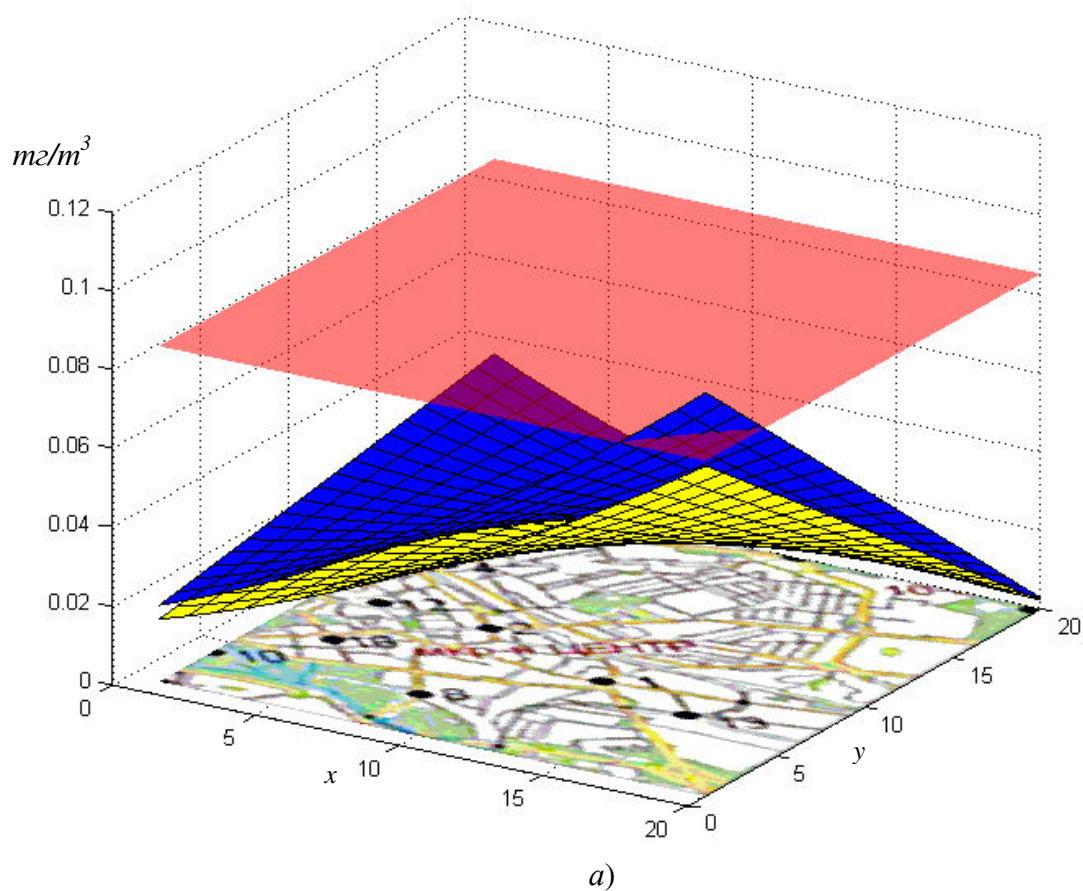
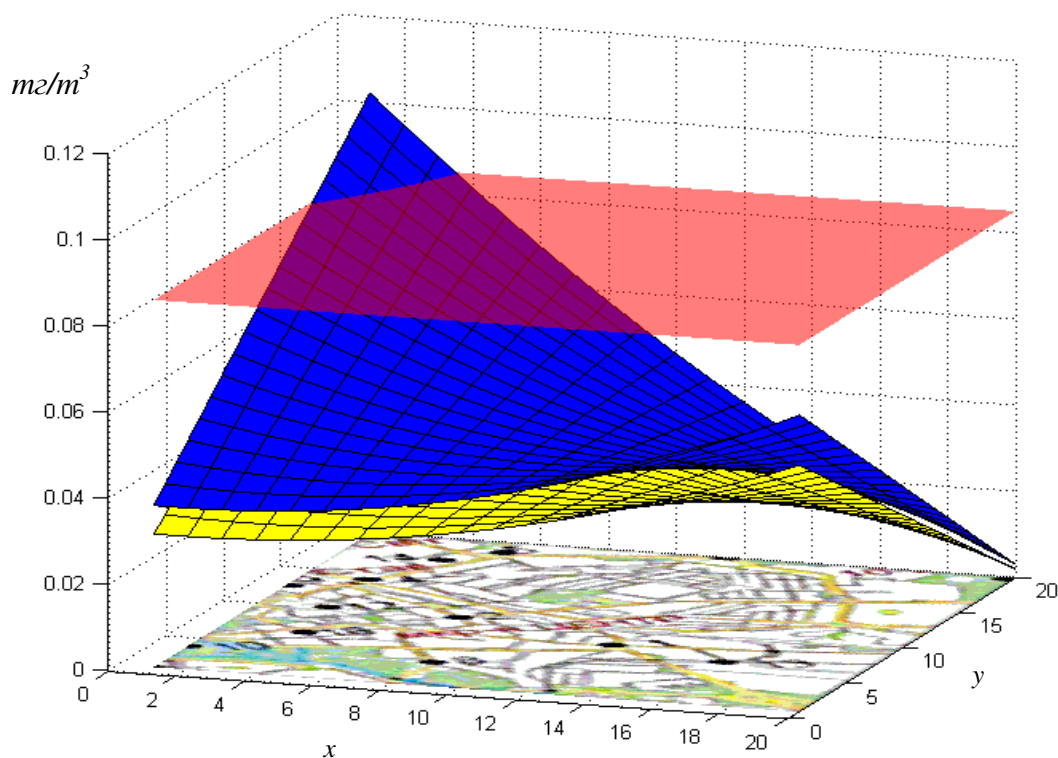
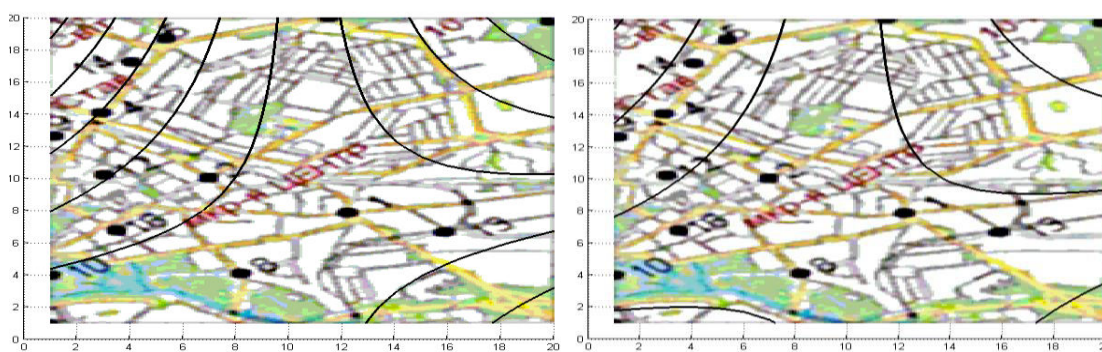


Рис. 4.14. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при високому атмосферному тиску (750 мм. р. с.): *a*) відносно гранично-допустимої концентрації; *б*) ізолінії нижньої межі; *в*) ізолінії верхньої межі.



a)



б)

в)

Рис. 4.15. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при низькому атмосферному тиску (713 мм. р. с.):  
 а) відносно гранично-допустимої концентрації; б) ізолінії нижньої межі; в) ізолінії верхньої межі.

Залежність фонового рівня викидів окислів азоту від напрямку вітру проаналізуємо за допомогою зрізів його інтервальних значень при найбільш постійних напрямках вітру, які були зафіксовані під час замірів, тобто:



західного (рис 4.18); північно-західного (рис 4.19); південно-західного (рис. 4.20; північно-східного (рис 4.20).

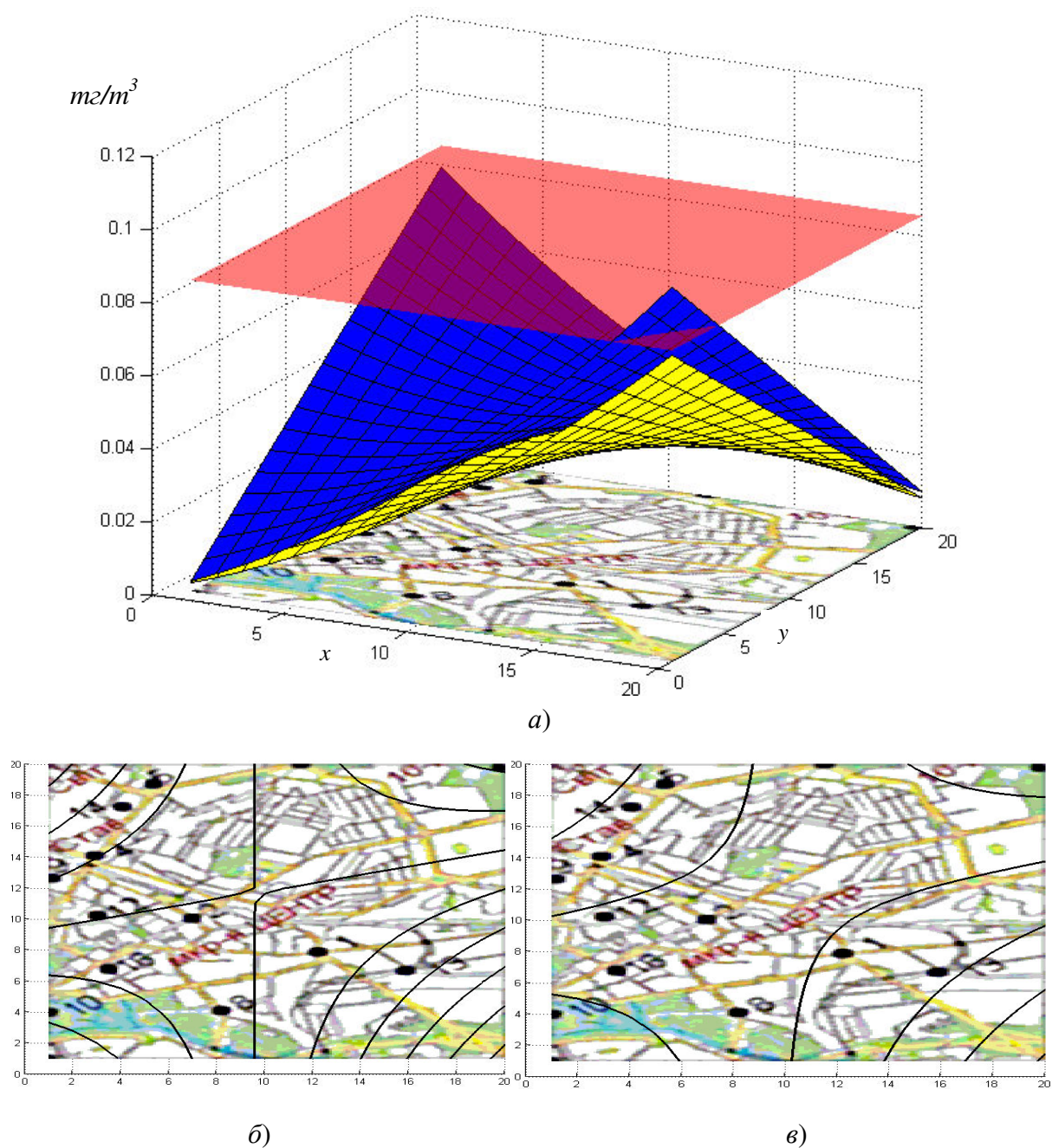


Рис. 4.16. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при високій температурі повітря ( $30^{\circ}C$ ): а) відносно гранично-допустимої концентрації; б) ізолінії нижньої межі; в) ізолінії верхньої межі.

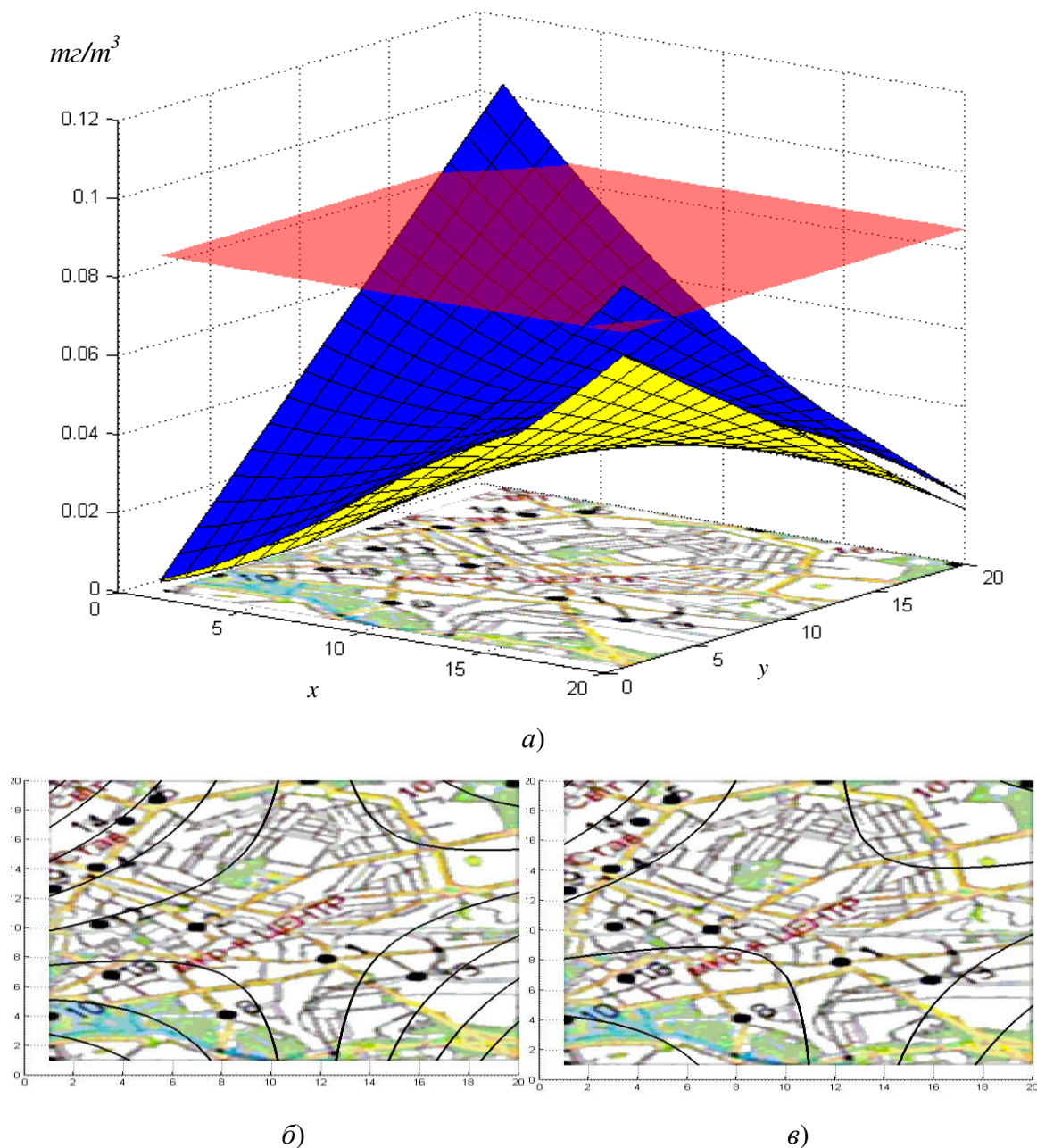
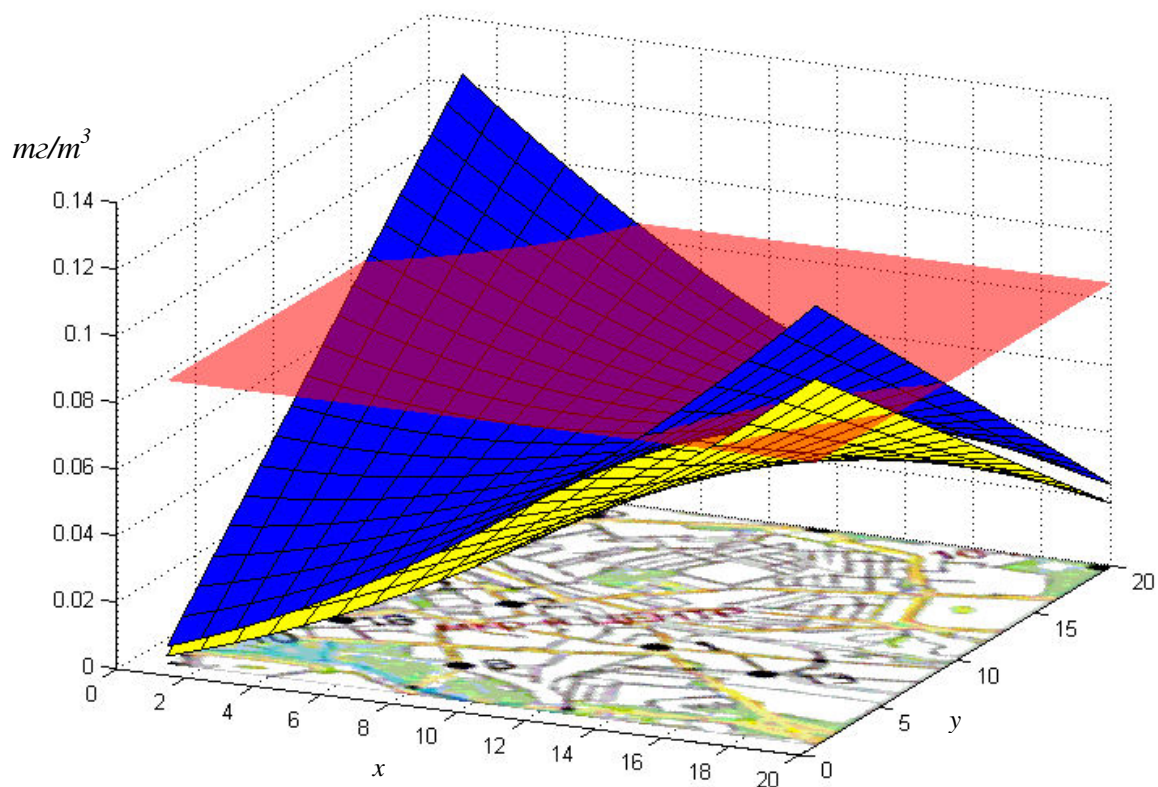


Рис. 4.17. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при низькій температурі повітря ( $5^{\circ}\text{C}$ ): *a*) відносно гранично-допустимої концентрації; *б*) ізолінії нижньої межі; *в*) ізолінії верхньої межі.

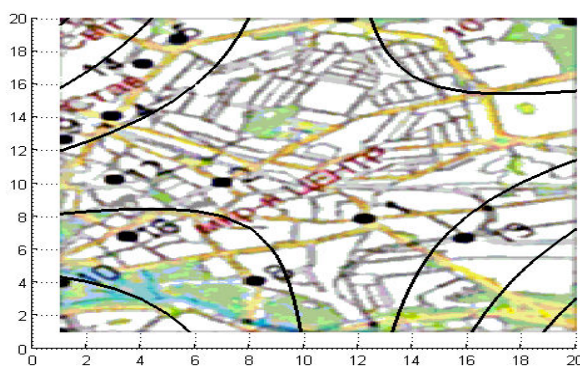
Аналіз впливу вітру на фоновий рівень шкідливих викидів окислів азоту демонструє, що найменш сприятливий для екологічного стану міста є північно-східний та північно-західний напрями вітру, внаслідок розпилення



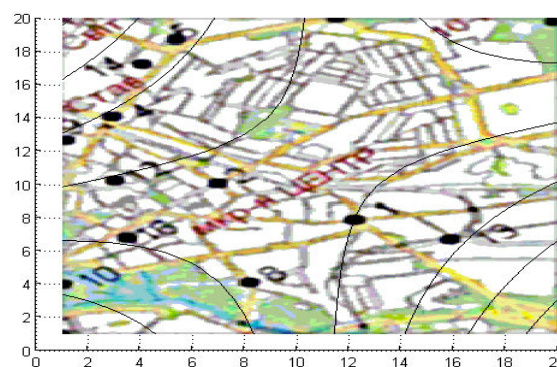
викидів над центральною частиною міста. А найбільш сприятливий для центральної частини міста є західний напрям вітру, який обумовлює пониження фону викидів окислів азоту.



*a)*



*б)*



*в)*

Рис. 4.18. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при західному напрямі вітру: *a)* відносно гранично-допустимої концентрації; *б)* ізолінії нижньої межі; *в)* ізолінії верхньої межі.

Отже, застосування інтервальної моделі фонового рівня викидів окислів азоту для дослідження впливу зовнішніх факторів дає змогу відтворювати та пояснювати явища “перепадів” фону та підтвердити теоретичні гіпотези, на основі яких робились висновки працівниками СЕС м. Тернопіль при отриманні результатів замірів.

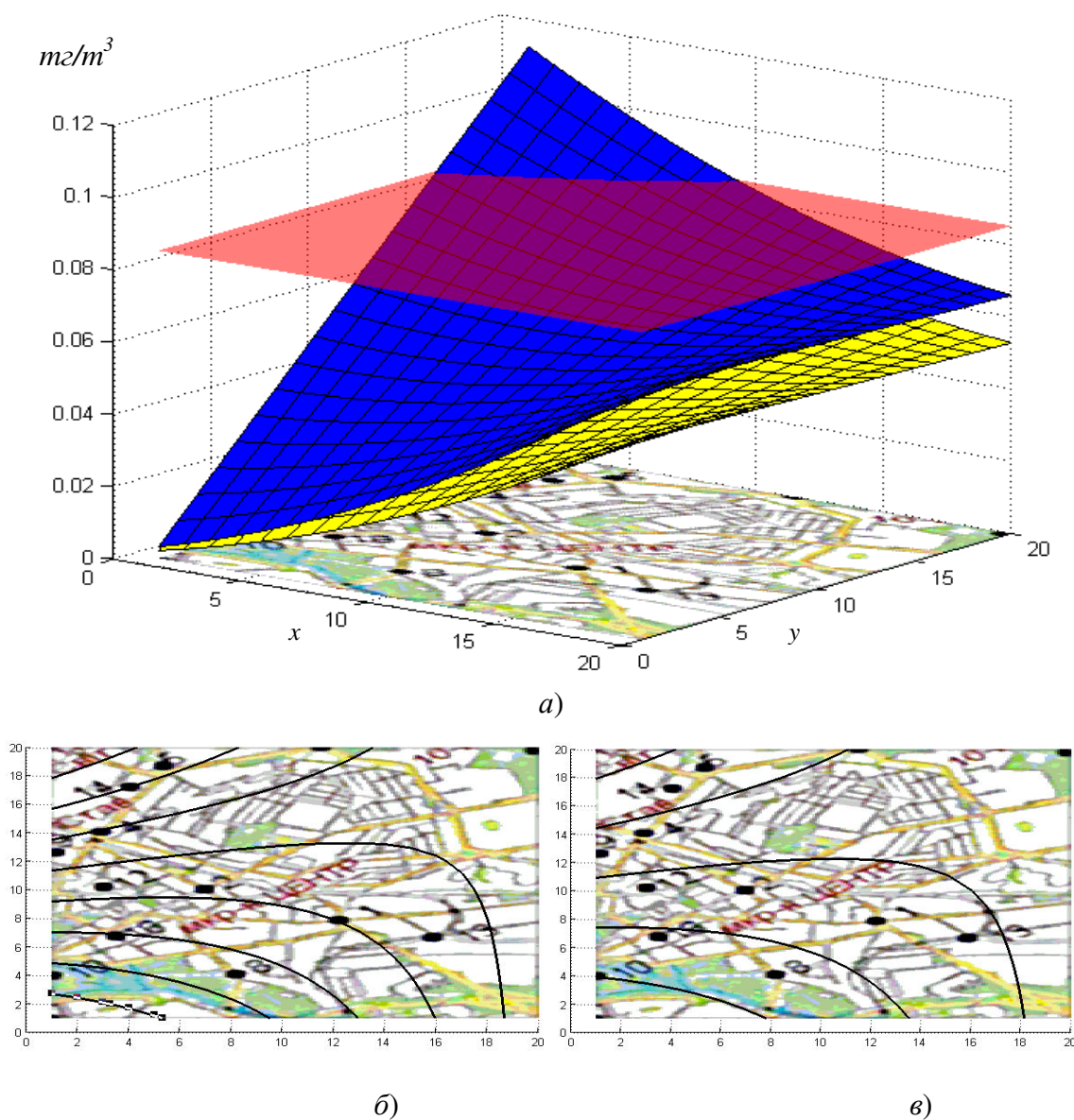


Рис. 4.19. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при північно-західному напрямі вітру: а) відносно гранично-допустимої концентрації; б) ізолінії нижньої межі; в) ізолінії верхньої межі.





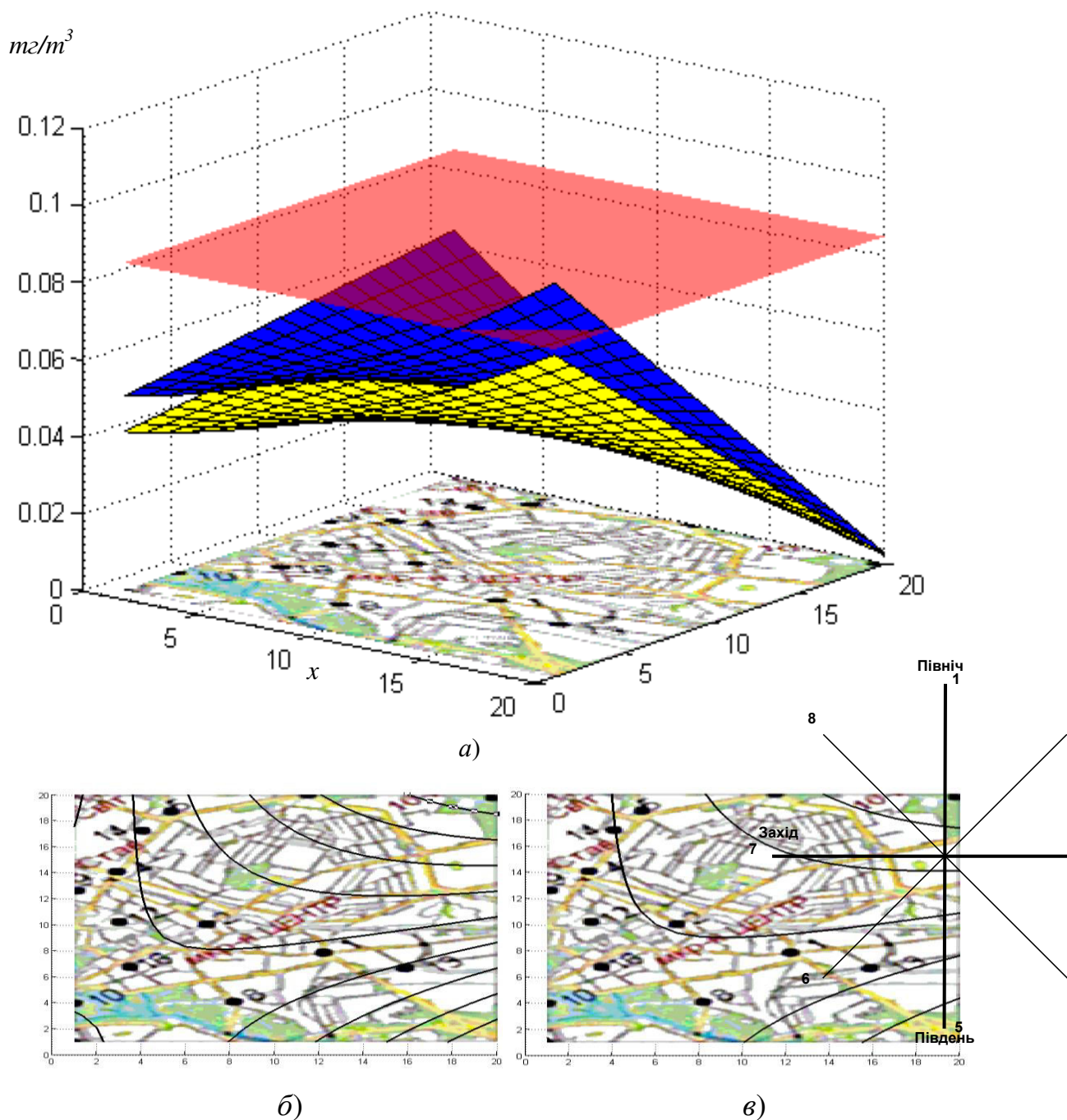


Рис. 4.21. Гарантовані інтервальні межі фонового рівня окислів азоту в атмосфері при північно-східному напрямі вітру: *а)* відносно гранично-допустимої концентрації; *б)* ізолінії нижньої межі; *в)* ізолінії верхньої межі.

Впровадження отриманих інтервальних моделей в СЕС м. Тернопіль дало змогу спрогнозувати гарантовані межі концентрації шкідливих викидів

транспорту в залежності від факторів навколишнього середовища та сформувані пропозиції щодо регулювання транспортних потоків в м. Тернопіль, що в свою чергу сприяє запобіганню нанесення збитків довкіллю та покращенню екологічної ситуації. Довідка про впровадження наведена в додатку А.

## ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ

1. Досліджено задачі екологічного моніторингу, зокрема, задачу встановлення фонового рівня шкідливих викидів у атмосфері.

2. Розроблена інформаційна система екологічного моніторингу, яка містить БД для реєстрації результатів замірів концентрації шкідливих викидів.

3. Розроблено комплекс програмного забезпечення для ідентифікації інтервальних моделей статичних систем із використанням запропонованих методів та алгоритмів структурної ідентифікації, а також проведено його апробацію як в навчальному процесі, так і для розв'язування задач структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрації окислів азоту внаслідок інтенсивності транспортних потоків в заданих ділянках м. Тернополя. Створені інтервальні моделі фонових рівнів викидів окислів азоту дають можливість більш повно відобразити реальні фактори впливу на забруднення довкілля в м. Тернополі, виявити області постійного перевищення допустимих рівнів забруднення.



## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язано важливу наукову задачу формалізації кількісних критеріїв оцінки якості структури інтервальних моделей і на їх основі розробки методів та алгоритмів структурної ідентифікації, які забезпечують адекватність вказаних моделей при низькій обчислювальній складності їх синтезу. Розроблені методи структурної ідентифікації дають можливість моделювати характеристики статичних систем та основні фактори впливу на них за умов, коли експериментальні дані представлені в інтервальному вигляді.

Основні наукові результати та висновки дисертаційних досліджень:

1. Проведено аналіз відомих методів структурної ідентифікації моделей “вхід-вихід” при стохастичному підході, визначено умови, за яких вказані методи є непридатними для застосування. Проаналізовано методи структурної ідентифікації інтервальних моделей. Показано відсутність систематизованого підходу до формалізації кількісних критеріїв оцінки якості структури інтервальних моделей та неврахування при проведенні структурної ідентифікації повноти відображення взаємозв'язків між характеристиками модельованої системи та факторами впливу на них.

2. На основі аналізу властивостей характеристик інтервальних моделей систематизовано існуючі кількісні критерії оцінки якості їх структури, а також формалізовано критерій повноти моделі для випадків активного та пасивного експериментів, що дало можливість кількісно відобразити ступінь урахування реальних зовнішніх впливів на систему у властивостях побудованої моделі.

3. Формалізовано задачу багатокритеріального синтезу структури моделей „вхід-вихід” статичних систем на основі інтервальних даних для більш повного урахування специфіки досліджуваного об'єкту та

відображення його властивостей у моделях, що дало можливість співставити вимоги до точності, адекватності та складності цих моделей.

4. Створено новий метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем для випадку активного експерименту, який базується на додатковому урахування аргументів у моделі на основі критерію повноти, що забезпечує більш повне відображення реальних впливів на систему у властивостях побудованої моделі.

5. Для зниження обчислювальної складності алгоритмів структурної ідентифікації побудовано метод ранжування вхідних змінних та структурних елементів інтервальних моделей за ступенем їх впливу на вихідні характеристики системи, який дає можливість сформувати множину найбільш важливих структурних елементів.

6. Розроблено метод та алгоритм структурної ідентифікації за умов відомих інтервальних даних, що ґрунтується на ранжуванні вхідних змінних та послідовному зважуванні моделей-претендентів за критеріями повноти, точності, адекватності та складності. На основі методу побудовано модель індикаторів економічного розвитку, яка відрізняється вищою точністю та меншою складністю ніж моделі, побудовані на основі методу найменших квадратів та регресійного аналізу даних.

7. На основі ранжування структурних елементів створено новий метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних моделей, який відзначаються множинністю критеріїв селекції та зниженням обчислювальної складності по відношенню до комбінаторних методів селекції не менш як в півтора рази.

8. Розроблено комплекс програмного забезпечення для ідентифікації інтервальних моделей статичних систем із використанням запропонованих методів та алгоритмів структурної ідентифікації, а також проведено його апробацію як в навчальному процесі, так і для розв'язування задач структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрації окислів азоту внаслідок інтенсивності транспортних

потоків в заданих ділянках м. Тернополя. Створені інтервальні моделі фонових рівнів викидів окислів азоту дають можливість більш повно відобразити реальні фактори впливу на забруднення довкілля в м. Тернополі, виявити області постійного перевищення допустимих рівнів забруднення.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
2. Архиреева И.Н. Бородюк В.П., Полванов Ф.Ю. Формирование оптимальной регрессионной структуры по данным пассивного эксперимента // Заводская лаборатория. – 1987. – №10. – С. 71 – 74.
3. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств // Автоматика. – №4. – С. 72 – 78.
4. Банди Б. Основы линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1989. – 179 с.
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М., Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 589 с.
6. Беклемешев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. – М.: Наука, Гл. ред. физ. - мат. литер., 1983 – 336 с.
7. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов - 2-е. изд. перераб. и доп. – М.: Недра, 1983. – 223 с.
8. Бочков А.Ф., Воцинин А.П., Сотиров Г.Р. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу // Заводская лаборатория. – 1990. – №7. – С. 76 – 81.
9. Бочков А.Ф., Милевский М. В. Оценивание параметров модели для объектов с интервальной неопределенностью в выходных параметрах. – Москва, 1988. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ, №926 – В88.
10. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд. Исправленное. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544 с.

11. Букатова И.А., Михасев Ю.И., Шаров А.М. Эвоинформатика. Теория и практика эволюционного моделирования. – М.: Наука, 1991. – 206 с.
12. Ватолин А.А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 1984. – Т. 24. – С. 1629 – 1637.
13. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 254 с.
14. Волкова В. Н., Денисов А. А. Основы теории систем и системного анализа: Учебник, издание 2. – СПб.: Изд-во СПбГТУ. 1999.
15. Вороновский Т.К., МахотилоК.В., Петрашев С.Н., Сергеев С.А. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности. – Харьков:«Основа», 1997. – 112 с.
16. Воцинин А. П., Сотиров Г. Р. Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: МЭИ – София: Техника, 1989. – 224 с.
17. Г. Тищенко. Моделирование бизнес-процессов предприятия. – 2002. – [HTTP://WWW.CFO.RU/ARTICBU19.HTMX1](http://WWW.CFO.RU/ARTICBU19.HTMX1).
18. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – Москва: Наука, 1967. – 575с.
19. Гиг Дж. Ван. Прикладная общая теория систем: В 2-х томах / Пер. с англ.; Мир, 1981.
20. Глонь О.В., Дубовой В.М. Моделювання систем керування в умовах невизначеностей. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 169с.
21. Голуб С.В. Застосування алгоритмів багаторівневого моделювання при проектуванні моніторингових систем //Науково-технічний журнал “Вісник Хмельницького національного університету” – 2005. №5. – С. 31 – 35.
22. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. – М.: Знание, 1991. – 160 с.
23. Грановский В.Г., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1990.

24. Гроп Д. Методы идентификации систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
25. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 302 с.
26. Джонсон Р., Каст Ф., Розенцвейг Д. Системы и руководство (теория систем и руководство системами) / Пер. с англ. И. М. Михайлова и др. – М.: Советское радио, 1971.
27. Дивак М., Манжула В. Інтервальне моделювання фонових рівнів шкідливих викидів в атмосфері // Науково-технічний журнал “Вісник Тернопільського державного технічного університету” – 2007. №3. – С. 132 – 142.
28. Дивак М.П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв’язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок. // Відбір та обробка інформації. – 2002. – №16 (92) – С. 43 – 47.
29. Дивак М., Манжула В. Урахування додаткових аргументів в задачах структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Комп’ютинг. – 2004. – Том 3. – Випуск 2. – С.102 – 112.
30. Дивак М.П., Манжула В. Активна ідентифікація параметрів інтервальних моделей методом локалізації з виділенням насиченого блоку експерименту // Вісник НУ “Львівська політехніка”. Радіoeлектроніка та телекомунікації. – Львів: НУ “Львівська політехніка”. – 2002. – № 440. – С. 241 – 246.
31. Дивак М., Манжула В. Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Міжнародний науково-технічний журнал “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія”. – 2005. – №2. – С. 37 – 44.
32. Дивак М.П. Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. “Кибернетика”. Моделирование и управление состоянием эколого-

экономических систем региона. – Киев, 2001. – С. 58 – 63.

33. Дивак М.П. Побудова інтервальної моделі для прогнозування кількості захворювань в системі екологічного контролю м. Тернопіль // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2001. – №3. – С.177 – 183.

34. Дивак М.П., Ідентифікація інтервальної моделі технологічного процесу герметизації інтегральних схем // Вісник ДУ “Львівська політехніка”. Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2000. – № 387. – С. 375 – 380.

35. Дивак М. П. Метод структурної ідентифікації моделей "вхід-вихід" статичних систем на основі даних зі змішаною інтервальною похибкою// Відбір і обробка інформації. – 2003. – Вип. 19 (95). – С. 68 – 73.

36. Дивак М.П., Шкляренко Н.П. Модифікація симплекс-методу розв'язування задач лінійного програмування для побудови інтервальних моделей // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. – №1. – С. 138 – 141.

37. Дивак М.П. Допустиме оцінювання множини параметрів статичної системи в класі багатомірних еліпсоїдів // Комп'ютинг. – 2002. – Том 1. - №1. – С.108 – 114.

38. Дивак М.П., Стахів П.Г. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних // Пр. міжн. конф. з управління “АВТОМАТИКА-2000”, В 7-ми томах. – Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт. – 2000. – Т. 2. – С. 90 – 97.

39. Дивак М.П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі в задачах статичної ідентифікації // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. Автоматика, вимірювання та керування. – 1999. – № 366. – С. 31 – 35.

40. Добронев Б. С., Шайдуров В. В. Двусторонние численные методы. – Новосибирск: Наука, 1990. – 208 с.

41. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. В 2-х кн. – М.: Финансы и статистика, 1986. кн. 1. – 355с., кн. 2. – 349 с.

42. Дугарова И. В., Смагина Е. М. Обеспечение устойчивости системы с неопределенными параметрами // Автоматика и Телемеханика. – 1990. – №11. – С. 176 –181.

43. Дывак Н.П. Интервальные модели ошибок в прикладных задачах // Материалы Всесоюз. конф. “Актуальные проблемы прикладной математики”. – Ч. 1. – Саратов: Государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 1991. – С. 70 – 75.

44. Жуков А.А., Фурасов В.Д. Эллипсоидальная аппроксимация и оценивание состояний дискретных систем // Техн. кибернетика. – 1990. – № 2. – С. 121 – 129.

45. Журбенко И.Г., Кожевникова И.Н. Стохастическое моделирование процессов – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 148 с.

46. Заде Л., Дезоер И. Теория линейных систем: Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 703 с.

47. Зайченко Ю.П., Приходько А.В., Чичирин А.Е. Моделирование и прогнозирование макроэкономических показателей Украины на основе метода самоорганизации. // Вестник Харьк. Гос. Политехнич. Ун-та. Выпуск 72. Системный анализ, управление и информационные технологии. – Харьков. – 1999. – С. 30 – 32.

48. Зайченко Ю.П., Бережной И.Е. Применение генетического алгоритма для обучения нейронных сетей в задачах экономического прогнозирования. // Вестник Харьк. Гос. Политехнич. Ун-та. Выпуск 70. Системный анализ, управление и информационные технологии. – Харьков. – 1999. – С. 152 – 157.

49. Зайченко Ю.П., Заєць І. О. Застосування рекурсивних методів ідентифікації в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей. // Праці Міжнародної конференції з індуктивного моделювання. – Львів. – 2002. С 59 – 64.



50. Зайченко Ю.П., Заєць І.О. Синтез і адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2001. – №3. – С. 34 – 41.

51. Зайченко Ю.П. Нечіткий метод індуктивного моделювання в задачах прогнозування макроекономічних показників. // Системні дослідження і інформаційні технології. – 2003. – №3. – С. 25 – 45.

52. Зайченко Ю.П., Моамед Мухамед, Шаповаленко Н.В. Нечіткі нейронні мережі і генетичні алгоритми в задачах макроекономічного прогнозування. // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002. – №4. – С. 20 – 30.

53. Зайченко Ю.П., Кебквал О.Г., Крачковський В.Ф. Нечіткий метод групового урахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників. // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2000. – №2. – С. 18 – 26.

54. Захаров А.В., Шокин Ю.И. Синтез систем управления при интервальной неопределённости параметров их математических моделей // Докл. АН СССР. – 1988. – Т. 299 – №2. – С. 292 – 295.

55. Ивахненко А.Г., Степашко В.С. Помехоустойчивость моделирования. – К.: Наук. думка, 1985. – 216 с.

56. Ивахненко А.Г., Ивахненко Г.А. Обзор задач, решаемых по алгоритмам Метода Группового Учета Аргументов // <http://www.gmdh.net/>

57. Ивахненко А.Г. Непрерывность и дискретность. – К.: Наукова Думка, 1990.

58. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации сложных систем. – К.: Наукова думка, 1982. – 245 с.

59. Ивахненко А. Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. – К.: Техника. – 1985; Берлин: ФЭБ Ферлаг Техник. – 1984. – 223 с.

60. Ивахненко А.Г., Петухова С.А., Юдин В.М. Объективный выбор оптимальной кластеризации выборки данных при компенсации неробастных помех // Автоматика. – 1993. – №3. – С. 46 – 58.

61. Ивахненко А.Г. Коппа Ю.В. Регуляризация решающих функций в

методе группового учета аргументов // Автоматика. – 1970. – №2. – С. 19 – 23.

62. Ивахненко А.Г., Юрачковский Ю.П. Моделирование систем по экспериментальным данным. – М.: Радио и связь, – 1986.

63. Имитационное моделирование производственных систем // Под общей ред. А. А.Вавилова. – М.: Машиностроение, – 1983.

64. Калман Р., Фарб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 400 с.

65. Калман Р. Идентификация систем с шумами // Успехи матем. наук. – 1985 – 40. – Вып. 4. – С. 27 – 41.

66. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986. – 222 с.

67. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сиб. математ. журнал. – 1962. – Т. 3 – №5. – С. 701 – 709.

68. Квейд Є. Анализ сложных систем. – М.: Советское радио, 1969.

69. Коппа Ю.В., Степашко В.С. Сравнение прогнозирующих свойств моделей регрессионного типа и МГУА // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. “Кибернетика”. Моделирование и управление состоянием эколого-экономических систем региона. – Киев. – 2001. – С. 69 – 76.

70. Корноушенко Е.К. Интервальные по координатные оценки для множества достижимых состояний линейной стационарной системы // Автоматика и Телемеханика. – 1980. – Ч.1. – №5. С. 12 – 22.

71. Кротов Г.И., Коппа Ю.В., Степашко В.С. Интерактивное моделирование сложных объектов на основе алгоритмов МГУА // Кибернетика и вычисл. техника. – 1994. – С. 55 – 61.

72. Кузнецов В.П. Интервальные статистические модели. – М.: Радио и связь, 1991. – 352 с.

73. Кунцевич В.М., Кунцевич А.В. Активная идентификация и управление при ограниченных шумах // Пр. міжн. конф. з управління

“АВТОМАТИКА-2000”, Львів 11-15 вересня 2000: В 7-ми томах. – Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт., 2000. – Т. 1. – С. 7 – 13.

74. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации // Автоматика. – 1982. – №4. – С. 49 – 59.

75. Кунцевич В.М. О работах в теории управления в институтах НАН Украины в последние годы // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №6. – С. 5 – 14.

76. Куржанский А.Б. Задача идентификации - теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. – 1991. – №4. – С. 3 – 26.

77. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1977. – 392 с.

78. Кузнецов В.П. Интервальные статистические модели. – М.: Радио и связь, 1991. – 352 с.

79. Лазарев Ю.В. Початки програмування у середовищі MATLAB: Навч. посібник. – К.: Корнійчук, 1999. – 160 с.

80. Лакеев А.В., Носков С.И. О множестве решений линейного уравнения с интервально заданными оператором и правой частью // Сиб. математ. журнал. – 1994. – Т. 35 – №5. – С. 1074 – 1084.

81. Леган Э. Проверка статистических гипотез. – М.: Наука, 1979. – 258 с.

82. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Физ. мат. изд., 1962. – 187 с.

83. Лисенков А.Н. О методах идентификации и управления в условиях неопределенности // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992. – Т.1. – С. 92 – 96.

84. Лоусон Ч., Хентон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: Наука, 1986. – 246 с.

85. Лычак М.М. О решении задачи структурной параметрической идентификации (дискретной аппроксимации) в условиях неопределенности //

Методы управления и оценивания в условиях неопределенности. – Автоматика. – 1990. – №6. – С. 72 – 77.

86. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. – М.: Наука, 1991. – 431 с.

87. Манжула В. Синтез генетического алгоритму для задач структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Науково-технічний журнал “Вісник Хмельницького національного університету” – 2007. №1. – С. 160 – 165.

88. Марков С.М. Некоторые задачи интерполяции, идентификации и оценивания для интервальных данных // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992. – Т.1. – С. 103.

89. Математическая энциклопедия. Том 2. – Москва: Советская Энциклопедия, 1979.

90. Математический энциклопедический словарь. – Москва: Наука, 1995.

91. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: Математические основы. – М. Мир, 1978.

92. Налимов В.В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 207 с.

93. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

94. Орлов А.И. Часто ли распределение результатов наблюдений является нормальным? // Заводская лаборатория. – 1992. – №1. – С. 67 – 74.

95. Орлов А.И. О развитии реалистической статистики // Статистические методы оценивания и проверки гипотез: Сб. тр. – Пермь: ПГУ, 1990. – С. 89 – 99.

96. Орлов А.И. Интервальная статистика // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва., 1992. – Т.1. – С. 122 – 125.

97. Петров К. Структурно-параметрическая идентификация модели многофакторного оценивания с применением аппарата искусственных нейронных сетей // Міжнародний науково-технічний журнал “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія”. – 2007. – №1. – С. 35 – 41.

98. Полак Э. Численные методы оптимизации. Единый подход. – М.: Мир, 1974. – 396 с.

99. Потемкин В.Г. Система MATLAB: Справ. пособие. – М.: Диалог – МИФИ, 1997. – 350 с.

100. Сильвестров Д.С. и др. Пакеты прикладных программ статистического анализа / Д.С. Сильвестров, Н.А. Семенов, В.В. Марищук. – К.: Техника, 1990. – 173 с.

101. Современные методы идентификации систем: Пер. с англ. / П.М. Эйкхофф, А. Ванечек., Е. Савагари и др. – М.: Мир, 1983. – 400 с.

102. Справочник по типовым программам моделирования / А.Г. Ивахненко, Ю.В. Коппа, В.С. Степашко и др. / Под ред. А.Г. Ивахненко. – К.: Техника, 1980. – 150 с.

103. Степашко В.С., Копа Ю.В. Опыт применения системы АСТРИД для моделирования экономических процессов по статистическим данным // Кибернетика и вычислительная техника. – 1998. – Вып. 117. – С. 24 – 31.

104. Степашко В.С., Костенко Ю.В., Исследование свойств комбинаторно-селекционного (многоэтапного) алгоритма МГУА // Сб. науч. тр. междунар. науч.-уч. центра информ. технологий и систем. Моделирование и управление состоянием экологоэкономических систем региона. – Киев. – 2001. – С. 96 – 100.

105. Томашевський В.М. Моделювання систем. – К.: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.

106. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 279 с.

107. Холл Л. Д., Фейджи Р. Е. Определение понятия системы. – В сб.: Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969.

108. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
109. Шарый СП. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее // Наука в Сибири. – 1997. – №41 (2127). – С. 3.
110. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981. – 166 с.
111. Яковлев А.Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и полезный инструмент // Интервальные вычисления. – 1991. – №1. – С. 10 – 26.
112. Chapman S.J. MATLAB Programming for Engineers. – Brooks Cole – 2001. – 464 p.
113. Coello-Coello C., Toscano-Pulido G. Multiobjective optimization using a micro-genetic algorithm // First international conference on evolutionary multi-criterion optimization. – New York. – 2001. – P. 126 – 140.
114. Coello-Coello C., Van Veldhuizen D., Lamont G. Evolutionary algorithms for solving multiobjective problems. Kluwer. – 2002.
115. Dyvak M., Manzhula V. Method of the account of additional arguments in tasks of structural identification of interval models of static systems // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceeding. of the VI International Conference TCSET'2006. – Lviv-Slavsko, Ukraine: National University "Lviv Polytechnic". – 2004 – P. 39 – 42.
116. Dyvak M., Manzhula V. Method of structure identification of interval models of static systems based on result of passive experiment // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics: Proceedings of the VIII International Conference. – Lviv-Polyana, Ukraine: National University "Lviv Polytechnic". – 2005. – P. 322 – 323.
117. Dyvak M., Manzhula V. Synthesis of structure of genetic algorithm of structural identification of interval models of static systems // Proc. of the International Conference Modern Problems of Radio Engineering,

Telecommunications and Computer Science TCSET'2006. – Lviv-Slavsko, Ukraine. – 2006. – P. 159 – 163.

118. Dyvak M., Manzhula V. The algorithm of supplementary arguments inclusion for interval models structural identification of the static systems // Computing. – 2004. – Vol 3. – Issue 2. – C. 99 – 101.

119. Dyvak M., Manzhula V. The localization method for active identification of the interval model // Modern problem of telecommunication, computer science and engineeris training: Proceeding. of V the International Conference. – Lviv-Slavsko, Ukraine: National University "Lviv Polytechnic". – 2002. – P. 43 – 44.

120. Dyvak M., Manzhula V., Kozak O. New method tolerance estimation of the parameters set of interval model based on saturated block of ISLAE // Proc. of the IX International Conference "The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics" CADSM'2007. – Lviv-Polyana. – P. 376 – 379.

121. Dyvak M., Pucas A., Manzhula V. Estimation efficiency of optimal localization designs for interval models synthesis // Proc. of V the international workshop „Computational problems of electrical engineering”. – Lviv-Yazlivec. – 2003. – P. 86 – 88.

122. Etter D. M. Introduction to MATLAB for Engineers and Scientists. – Prentice Hall. – 1995. – 145 p.

123. Flores J. and Graff M. System identification using genetic programming and gene expression programming // ISCIS 2005, LNCS 3733, – 2005. – P. 503 – 511.

124. Forsythe G., Malcolm M., Moler C. Computer Methods for Mathematical Computations. – Prentice-Hall, New Jersey, 1977.

125. Harmon T., Dabney J, Richert N. Advanced Engineering Mathematics with MATLAB. – Thomson-Engineering. – 1999. – 788 p.

126. Herniter E. Programming in MATLAB. – Brooks Cole. – 2000. – 464 p.

127. Kahaner D., Moler C, Nash S. Numerical Methods and Software. – Prentice-Hall, New Jersey. – 1989.
128. Kharab A, Guenther R. An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach. – Chapman & Hall/CRC. – 1999. – 448 p.
129. Koza J.R. Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection (Complex Adaptive Systems). The MIT Press (1992).
130. Ludwig von Bertalanffy. The History and Status of General Systems Theory. – Trends in General System Theory. – George Klir (ed.), New York, 1972.
131. Manzhula V. Genetic algorithm of structural identification of interval models of static system // Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings of the III International Workshop. – Sofia, Bulgaria. – 2005. – P. 524 – 526.
132. Recktenwald G. Introduction to Numerical Methods and MATLAB: Implementations and Applications. – Prentice Hall. – 2001. – 786 p.
133. Rodriguez-Vazquez K., Fleming P. Use of Genetic Programming in the Identification of Rational Model Structures // EuroGP 2000. – 2000. – P. 181 – 192.
134. Rodriguez-Vazquez K., Fleming P. Multiobjective Genetic Programming for Non-linear System Identification // Electronics letters, 34(9). – 1998. – P. 930 – 931.
135. Rohn J. Systems of linear interval equations // Linear Algebra and its Applications. – 1989. – Vol. 126. – P. 39 – 78.
136. Rohn J., Kreinovich V. Computing exact componentwise bounds on solutions of linear system is NP-hard // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. – 1995. – Vol. 16. – P. 415 – 420.
137. Rohn J., Kreslovä J. Linear interval inequalities // Linear and Multilinear Algebra. – 1994. – Vol. 38. – P. 41 – 43.
138. Schoenauer M., Sebag M., T. Jouve, B. Lamy and H. Maitouram. Evolutionary Identification of Macro-mechanical Models. In: Advances in



Genetic Programming 2 (Angeline and Kinnear, Eds.). – 1996. – P. 467 – 488.

139. Shary S.P. A new approach to the analysis of static systems under interval uncertainty // Scientific Computing and Validated Numerics; Alefeld G., Frommer A. and Lang B., eds. – Berlin: Akademie Verlag, 1996. – P. 118 – 132.

140. Shary S.P. Controllable solution sets to interval static systems // Applied Mathematics and Computation. – 1997. – Vol. 86, №2 – 3. – P. 185 – 196.

141. Shary S.P. Interval Gauss-Seidel method for generalized solution sets to interval linear systems // Reliable Computing. – 2001. – Vol. 7. №2. – P. 141 – 155.

142. Shary S.P. Linear static systems under interval uncertainty: Algorithms to solve control and stabilization problems // Extended Abstracts of APIC'95, International Workshop on Applications of Interval Computations. – El Paso, TX. – 1995. – P. 181 – 184.

**Додаток А**  
**Акти про впровадження результатів дисертаційної роботи**

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Головний лікар Тернопільської міської



санітарно-епідеміологічної станції

В.О. Паничев

08 2007 р.

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Манжули Володимира Івановича

**„Структурна ідентифікація моделей ”вхід-вихід” статичних систем  
на основі аналізу інтервальних даних”**

Ми, комісія в складі: Періг Анна Володимирівна, Горпініч Надія Сергіївна склали даний акт про те, що при проведенні екологічної експертизи використані такі результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Манжули Володимира Івановича:

1. Методи та алгоритми структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;
2. Інтервальні моделі фонових рівнів концентрацій шкідливих викидів в атмосферу;
3. Програмний комплекс для проведення структурної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрацій шкідливих викидів та база даних для їх реєстрації.

Розроблені інтервальні моделі дозволяють спрогнозувати гарантовані межі концентрації шкідливих викидів транспорту в залежності від факторів навколишнього середовища, сформулювати пропозиції щодо регулювання транспортних потоків в м. Тернопіль та запобігати нанесенню збитків довкіллю.

Завідувач санітарно-гігієнічного відділу

Періг А.В.

Завідувач санітарно-гігієнічної лабораторії

Горпініч Н. С.

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Перший проректор  
Тернопільського національного

економічного університету

проф. Г. П. Дивак



98 2007р.

про впровадження в навчальний процес Тернопільського національного економічного університету результатів дисертаційної роботи  
Манжули Володимира Івановича  
„Структурна ідентифікація моделей ”вхід-вихід” статичних систем  
на основі аналізу інтервальних даних ”

Даний акт складений про те, що результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп’ютерних наук Манжули Володимира Івановича на тему „Структурна ідентифікація моделей ”вхід-вихід” статичних систем на основі аналізу інтервальних даних” використані в навчальному процесі факультету комп’ютерних інформаційних технологій Тернопільського національного економічного університету для студентів напряму підготовки 0804 – „Комп’ютерні науки” спеціальності 7.080403 „Програмне забезпечення автоматизованих систем”.

При викладанні дисципліни „Інтелектуальний аналіз даних” у розділі генетичні алгоритми:

- надається інформація щодо методів моделювання інтервальних моделей ”вхід-вихід” статичних систем на основі генетичних алгоритмів;
- використовується у процесі виконання лабораторних робіт розроблене у дисертаційній роботі програмне забезпечення для побудови інтервальних моделей ”вхід-вихід” статичних систем із використанням генетичного алгоритму структурної ідентифікації.

Декан факультету комп’ютерних  
інформаційних технологій,  
зав. кафедри комп’ютерних наук,  
д.т.н., проф.

М.П. Дивак

Доцент кафедри комп’ютерних наук,  
к.т.н.

М.Я. Шпінталь

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з наукової роботи

Тернопільського національного економічного університету

д.е.н., проф. Мельник А.Ф.



2007 р.

про використання результатів кандидатської дисертаційної роботи  
«Структурна ідентифікація моделей “вхід-вихід” статичних систем на основі аналізу  
інтервальних даних» Манжули Володимира Івановича

Комісія у складі голови – завідувача кафедри комп’ютерних наук, керівника науково-дослідної роботи, д.т.н., проф. Дивака М.П. та членів: начальника науково-дослідної частини Письменного В.І. і начальника відділу прогнозування і маркетингу Голоднюк О.Ф. склали цей акт про те, що дослідження та результати дисертаційної роботи Манжули В. І. використані під час виконання науково-дослідних робіт на кафедрі комп’ютерних наук факультету комп’ютерних інформаційних технологій з безпосередньою участю автора, а саме:

- науково-дослідної роботи «Співпраця між Україною та Румунією в галузі розподілених систем (CobURDiS)» за першим етапом (03.2006-12.2006 р.) (номер державної реєстрації 0106U005307), у якій автором на основі розроблених методів синтезовано структури інтервальних моделей для розробки та дослідження високоефективних методів розпаралелення обчислень;

- науково-дослідної роботи “Методи, апаратні та програмні засоби для дослідження та моделювання нестационарних розподілених об’єктів на основі інтервальних даних” (номер державної реєстрації 0106U000529), у якій автором розроблено критерії оптимальності структури моделей, методи та алгоритми структурної ідентифікації для моделювання інформаційних характеристик розподілених об’єктів;

- науково-дослідної роботи “Розробка теоретичних засад, алгоритмічного та програмного забезпечення для моделювання технічних, екологічних та економічних систем на основі аналізу інтервальних даних” (номер державної реєстрації 0102U002565), у якій автором розроблено методи та алгоритми структурної ідентифікації інтервальних моделей фонових рівнів концентрацій шкідливих викидів в атмосферу.

#### Голова комісії

завідувач кафедри комп’ютерних наук,  
керівник НДР, д.т.н., проф.

Дивак М.П.

#### Члени комісії

начальник НДЧ

Письменний В.І.

начальник відділу ПМ

Голоднюк О.Ф.

## Додаток Б

## Лістинг модуля селекції структурних елементів

```

function kritery=Rank_elements_structure(x,y);
r=size(x);
N=r(1);
n=r(2);

% обчислення центру інтервального коридору та інтервальної похибки
for i=1:N,
    delta_exp(i,1)=(y(i,2)-y(i,1))/2;
    y_true(i,1)=y(i,2)-delta_exp(i,1);
end;

% Формування матриці значень базових функцій
f=Matrix_elements(x);
r=size(f);
t=r(2);

% Обчислення параметрів прогнозу
b=param_progn(f, y_true)

% Обчислення коридору прогнозу
for j=1:t,
    x_=f{j};
    for i=1:N,
        L_bounds(j, i)=((b(1,2)*f(j,i)-b(1,1)*f(j, i))/2)-delta_exp(j);
        U_bounds(j, i)=((b(1,2)*f(j,i)-b(1,1)*f(j, i))/2)+delta_exp(j);
    end;
end;

% визначення перетину експериментального та прогнозованого коридорів
for k=1:t,
    for i=1:N,
        peret(i,k)=max(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)))-
min(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)));
    end;
end;

% обчислення показника повноти елементів
kritery=0;
% якщо коридори перетинаються
if (delta<=delta_exp(ind(index))),

```

```

    for k=1:t,
        for i=1:N,
            peret(i,k)=peret(i,k)/(y(i,2)-y(i,1));
        end;
    end;
    kritery=sum(peret)/N;
    % в іншому випадку
else
[d ind]=max(peret);
[dlt index]=max(d);
delta=dlt/2;
    for i=1:N,
        L_y(i)=y(i,1)-delta;
        U_y(i)=y(i,2)+delta;
    end;
    for k=1:t,
        for i=1:N,
            L_bounds(i,k)=L_y(i)-delta;
            U_bounds(i,k)=U_y(i)+delta;
            peret_2(i,k)=(min(U_y(i),U_bounds(i,k))-
                max(L_y(i),L_bounds(i,k)))/(U_y(i)-L_y(i));
        end;
    end;
    kritery=sum(peret_2)/N;
end;
end;

```

## Додаток В

## Лістинг модуля селекції вхідних факторів

```

function kritery=Rank_factor(x,y);
r=size(x);
N=r(1);
m=r(2);

% обчислення центру інтервального коридору та інтервальної похибки
for i=1:N,
    delta_exp(i,1)=(y(i,2)-y(i,1))/2;
    y_true(i,1)=y(i,2)-delta_exp(i,1);
end;

% Обчислення параметрів прогнозу
b=param_progn(x, y);

% Обчислення коридору прогнозу
for j=1:n
    for i=1:N,
        L_bounds(j, i)=((b(1,2)*x(j,i)-b(1,1)* x(j,i))/2)-delta_exp(j);
        U_bounds(j, i)=((b(1,2)* x(j,i)-b(1,1)* x(j,i))/2)+delta_exp(j);
    end;
end;

% визначення перетину експериментального та прогнозованого коридорів
for k=1:t,
    for i=1:N,
        peret(i,k)=max(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)))-
min(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)));
    end;
end;

% обчислення показника повноти вхідних змінних
kritery=0;
% якщо коридори перетинаються
if (delta<=delta_exp(ind(index))),
    for k=1:t,
        for i=1:N,
            peret(i,k)=peret(i,k)/(y(i,2)-y(i,1));
        end;
    end;
kritery=sum(peret)/N;

```

```
% в іншому випадку
else

[d ind]=max(peret);
[dlt index]=max(d);
delta=dlt/2;
    for i=1:N,
        L_y(i)=y(i,1)-delta;
        U_y(i)=y(i,2)+delta;
    end;
    for k=1:t,
        for i=1:N,
            L_bounds(i,k)=L_y(i)-delta;
            U_bounds(i,k)=U_y(i)+delta;
            peret_2(i,k)=(min(U_y(i),U_bounds(i,k))-
                max(L_y(i),L_bounds(i,k)))/(U_y(i)-L_y(i));
        end;
    end;
    kritery=sum(peret_2/N);
end;
```



## Додаток Д

Лістинг модуля селекції моделей-претендентів за критерієм повноти

```

% Завантаження множини структурних елементів
% та експериментальних даних

load population.mat';
load 'data';
for i=1:k_j,
    b{i}=strcat('b',int2str(i+1),'*');
end
models=struct('chelenger',{},'value',[],'b',[],'description',{ });

for number_level=2:size_basis,
    g=0;
    v=vvybirka(k_j, number_level);
    sv=size(v);
    size_v=sv(2);
    for j=1:size_v,
        vv=v{j};
        model=' ';
% Генерування моделей-претендентів
        for q=1:number_level,
            if q~=number_level,
                model=strcat(model,b{q},basis(vv(q)).indyvid,'+');
            else
                model=strcat(model,b{q},basis(vv(q)).indyvid);
            end;
        end;
% Обчислення коридору прогнозу моделі-претендента
        model=strcat('b1+',model)
        f=analiz_model(model,x);
        [b, script]=adequacy(f,y);
        if b~=0,
            g=g+1;
            models(g).chelengers=model;
            models(g).b=b;
            clear b;
            models(g).description=script;
            save ('models.mat','models', 'size_v');
        end
% Обчислення коридору прогнозу
    for j=1:m,
        for i=1:N,

```

```

        L_bounds(i, j)=((b(i, j)*f(i, j)-b(i, j)*f(i, j))/2)-delta_exp(i);
        U_bounds(i, j)=((b(i, j)*f(i, j)-b(i, j)*f(i, j))/2)+delta_exp(i);
    end;
end;

% визначення перетину експериментального та прогнозованого коридорів
for k=1:t,
    for i=1:N,
        peret(i,k)=max(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)))-
min(min(y(i,2),U_bounds(i,k)),max(y(i,1),L_bounds(i,k)));
    end;
end;

% обчислення показника повноти елементів
kritery=0;
% якщо коридори перетинаються
if (delta<=delta_exp(ind(index))),
    for k=1:t,
        for i=1:N,
            peret(i,k)=peret(i,k)/(y(i,2)-y(i,1));
        end;
    end;
    kritery=sum(peret)/N;
% в іншому випадку
else
[d ind]=max(peret);
[dlt index]=max(d);
delta=dlt/2;
    for i=1:N,
        L_y(i)=y(i,1)-delta;
        U_y(i)=y(i,2)+delta;
    end;
    for k=1:t,
        for i=1:N,
            L_bounds(i,k)=L_bounds(i,k)-delta;
            U_bounds(i,k)=U_bounds(i,k)+delta;
            peret_2(i,k)=(min(U_y(i),U_bounds(i,k))-
max(L_y(i),L_bounds(i,k)))/(U_y(i)-L_y(i));
        end;
    end;
    kritery=sum(peret_2)/N;
end;
end;
end;

```

## Додаток Е

Лістинг модуля параметричної ідентифікації моделі-претендента

```

function [b, V]=parametric_identification(x, y, error, model)

D=size(x);
n=D(1);

for i=1:n,
    s(i,1)=y(i)-y(i)*error;
    s(i,2)=y(i)+y(i)*error;
end;

% Формування матриці значень базових функцій

f=analiz_model(model,s);

% Реалізація симплекс-методу розв'язку ІСЛАР

D=size(f);
n=D(1);
m=D(2);
vt=2+2*n+2*m;

% Формування симплекс-таблиці

r=S_Table(f,s);

[r1, iter]=Sht_bz(r);
if iter==500,
    disp('set of parameters is empty');
    break;
end;
[N,z]=znaaky(r1);

% Обчислення параметрів
for w=1:m,
    if N(w)==0,
        continue;
    end
    b(w,1)=Minimize_next(r1,N(w));
    b(w,2)=Maximize(r1,N(w));

```

```
end
```

```
% Формування інтервальних значень параметрів
```

```
for i=1:m
```

```
    if z(i)=='-'
```

```
        b(i,1)=b(i,1)*(-1);
```

```
        b(i,2)=b(i,2)*(-1);
```

```
        c=b(i,1);
```

```
        b(i,1)=b(i,2);
```

```
        b(i,2)=c;
```

```
    end
```

```
end
```

```
disp('parameters');
```

```
disp(b);
```

```
disp('quantity iterations');
```

```
disp(iter);
```

```
% Обчислення об'єму, описаного гіперпаралелепіеда
```

```
V=1;
```

```
for i=1:m,
```

```
    V=V*(b(i,2)-b(i,1));
```

```
end;
```

```
disp('volume');
```

```
disp(V);
```

```
disp('Ok');
```