

ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ СИСТЕМ ІЗОТРОПНИХ ТІЛ ЦИЛІНДР-ШАР

Окрепкий Б.С., Новосад І.Я.

Тернопільський національний економічний університет

Тернопіль, Україна, ivasyko@rambler.ru

Нехай круговий циліндр радіусом R і довжиною L знаходиться в неідеальному тепловому контакті з шаром скінченої товщини H . На верхньому торці циліндра задана постійна температура T_0 . Бічна поверхня циліндра теплоізолювана. На вільних поверхнях шару здійснюється теплообмін по закону Ньютона.

Граничні умови матимуть вигляд:

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z}; \quad \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z} = h_0 (T - T^1) \quad \text{в } z=0; \quad 0 \leq r \leq R \quad (1)$$

$$T = T_0; \quad \text{в } z=L; \quad 0 \leq r \leq R \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} + H_1 T = 0 \quad \text{в } z=\infty; \quad R \leq r \leq \infty \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} - H_2 T = 0 \quad \text{в } z=-H; \quad 0 \leq r \leq \infty \quad (4)$$

Величини які позначені верхнім індексом "1", відносяться до шару, без індексу – до циліндра. Тут λ_z, λ_z^1 – коефіцієнти теплопровідності в напрямку осі Oz , H_1, H_2 – коефіцієнти теплообміну, h_0 – контактна провідність.

Використовуючи інтегральне перетворення Ганкеля для шару та метод Фур'є для циліндричної області до рівняння Лапласа [1,2]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

і задовільнивши граничні умови (1-4), з врахуванням ортогональності функцій Бесселя, одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих x_k ($k=0, N$), через які знаходяться температурні поля в циліндрі і шарі.

Температура в зоні контакту обчислюється за формулою:

$$T(r, z) = T_0 \left[-\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} x_0 - \frac{\lambda_z^1}{\lambda_z} \sum_{k=1}^N \mu_k J_0(\mu_k \rho) x_k \right] \quad l = \frac{L}{R}, \quad \rho = \frac{r}{R},$$

де μ_k – корені рівняння $J_1(\mu) = 0$.

Дослідження констатують, що контактна провідність h_0 , значно впливає на розподіл температурних полів в циліндрі і шарі.

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – К.:Наук.думка, 1970,-304с.

2. Снеддон И.Н. Преобразование Фурье. – М.:ИЛ., 1955,-668с.