

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ЧАСТИЧНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ НА ВЕРТИКАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА

<sup>1</sup>*Роман Гевко, <sup>2</sup>Алексей Токарчук*

<sup>1</sup>*Тернопольский национальный экономический университет*

<sup>2</sup>*Винницкий национальный аграрный университет*

<sup>1</sup>*г. Тернополь, ул. Руська 56, <sup>2</sup>г. Винница, ул. Соляна 3*

<sup>1</sup>*Roman Gevko, <sup>2</sup>Aleksey Tokarchuk*

<sup>1</sup>*Ternopil National Economic University*

<sup>2</sup>*Vinnitsa National Agrarian University*

**Аннотация.** В работе предложена методика теоретического исследования движения сыпучего материала с возможностью частичного перемешивания на вертикальных участках трассы трубчатых конвейеров. Определены кинематические и силовые характеристики процесса перемещения сыпучего материала. Данная методика может быть использована для обоснования параметров рабочего органа трубчатого конвейера.

**Ключевые слова:** сыпучий материал, трасса, вертикальный участок, трубчатый конвейер.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Скребокковые шайбовые транспортеры достаточно широко применяются при перемещении сыпучих и кусковых материалов, раздаче кормов на птицефабриках, животноводческих фермах и др., как правило, в стационарных условиях. Характерной их особенностью является расположение в замкнутом направляющем кожухе тягового рабочего органа, выполненного в виде цепи или троса, на котором жестко закреплены шайбы. Для обеспечения частичного перемешивания могут быть использованы новые [1,7] конструкции рабочих элементов.

Данные конструкции недостаточно изучены, поэтому следует провести теоретическое исследование движения сыпучего материала с возможностью частичного перемешивания.

### АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Анализ известных исследований [2, 5] показал, что основными недостатками существующих рабочих органов является их вы-

сокая материалоемкость, что приводит к повышению сил трения при транспортировке материалов; низкая ремонтпригодность (при поломке одной шайбы необходимо демонтировать весь рабочий орган), а также ограниченные функциональные возможности.

В работе [3, 4] наведены характеристики динамики процесса для сыпучих сред. Следует отметить, что исследования движения сыпучих материалов для сплошных скребков проведены в работах [5,6].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С целью расширения функциональных показателей скребковых шайбовый конвейеров разработаны [1, 7] новые конструкции рабочего органа, выполненного на основе секционных элементов для их замены в случае выхода из строя, что позволяет одновременно транспортировать и смешивать сыпучие материалы. Для этого необходимо обосновать рациональные конструктивно-силовые параметры их несущих элементов, а также провести исследования движения сыпучего материала на вертикальном участке трассы.

### ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Для анализа движения сыпучего материала по вертикальному участку трассы рассмотрим случай вертикального движения элементарной массы  $dm_c$  (рис.1), которая находится на поверхностях скребков в пространстве трубчатого конвейера и движется равномерно вертикально вверх с начальной скоростью  $\vartheta_c$ .

Рассмотрим процесс перемещения элементарной массы  $dm_c$ , которая расположена на рабочей поверхности скребка, выполнен-

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО  
МАТЕРИАЛА С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ЧАСТИЧНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ НА ВЕРТИКАЛЬНОМ  
УЧАСТКЕ ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА

ного в виде горизонтальной плоскости, которая имеет концентрическое отверстие.

Технологический процесс работы трубчатого конвейера, согласно особенностям конструктивного выполнения, предусматривает, что в процессе перемещения тягового органа конвейера 6 (рис.1.а) вертикально вверх со скоростью движения  $\mathcal{G}_c$  часть сыпучего материала, центр масс которого расположен в точке  $C$ , или частица элементарной массой, которая находится на рабочей поверхности скребка 1 просеивается через концентрическое отверстие 4 и в дальнейшем падает вертикально вниз на рабочую поверхность скребка 2, который также имеет концентрическое отверстие 5 и расположенный под скребком 1. Кроме того, одновременно с падением на скребок 2 частицы элементарной массы, другая частица элементарной массой, которая находится на поверхности скребка 2 (рис.1.б) также просеивается через концентрическое отверстие 5 и в дальнейшем падает вертикально вниз на поверхность «глухого» скребка 3, то есть выполненного без концентрического отверстия.

Таким образом, рассмотрим случай движения тела переменной массы вертикально вверх, во время которого происходит одновременный процесс присоединения (увеличение) и отделения (уменьшение) на поверхности скребка элементарной массы  $dm_c$  в процессе падения частицы отделенной элементарной массы  $\Delta dm_c$  вертикально вниз под действием силы притяжения и с учетом силы аэродинамического сопротивления воздуха, величина которой пропорциональна квадрату скорости движения и элементарной массы  $dm_c$ .

Рассмотрим возможные случаи движения тела переменной массы вертикально вверх:

- случай отделения от рабочей поверхности скребка 1 частицы элементарной массой  $\Delta dm_c$ ;

- случай одновременного присоединения к рабочей поверхности скребка 2 и отделение из его рабочей поверхности частицы

элементарной массой  $\Delta dm_c$ ;

- случай присоединения к рабочей поверхности «глухого» скребка 3 частицы элементарной массой  $\Delta dm_c$ .

Пусть элементарные массы сыпучего материала, центр масс которых находится в соответствующих точках,  $C$ ,  $M$  и  $L$  (рис.1) и которые расположены на рабочей поверхности соответствующих скребков 1, 2 и 3 в начальный момент времени,  $t_c$ , соответственно, равняются  $dm_c$ ,  $dm_M$  и  $dm_L$ , и, а их скорость движения –  $\mathcal{G}_c$ , то есть адекватная скорости движения тягового элеватора 6 рабочего органа.

Если рассматривается случай отделения частицы сыпучего материала из скребка 1 за определенный промежуток времени,  $\Delta t_c$ , массу которой обозначим как  $\Delta dm_c$ , тогда элементарная масса  $dm_c$  на рабочей поверхности скребка 1 будет уменьшаться на отделенную от рабочей поверхности скребка 1 частицу элементарной массой  $\Delta dm_c$ .

В случае присоединения и отделения части сыпучего материала за определенный промежуток времени  $\Delta t_c$ , тогда элементарная масса  $dm_M$  на рабочей поверхности скребка 2 будет одновременно увеличиваться на отделенную от рабочей поверхности скребка 1 частицу элементарной массой  $\Delta dm_c$ , и уменьшаться на отделенную от рабочей поверхности скребка 2 частицу сыпучего материала, массу которой обозначим как  $\Delta dm_M$ .

В случае присоединения частицы сыпучего материала  $\Delta dm_M$  к скребку 3 за определенный промежуток времени  $\Delta t_c$ , который поступает из рабочей поверхности скребка 2 на рабочую поверхность скребка 3, тогда элементарная масса  $dm_L$  на рабочей поверхности скребка 3 будет увеличиваться на отделенную от рабочей поверхности скребка 2 частицу элементарной массой  $\Delta dm_M$ .

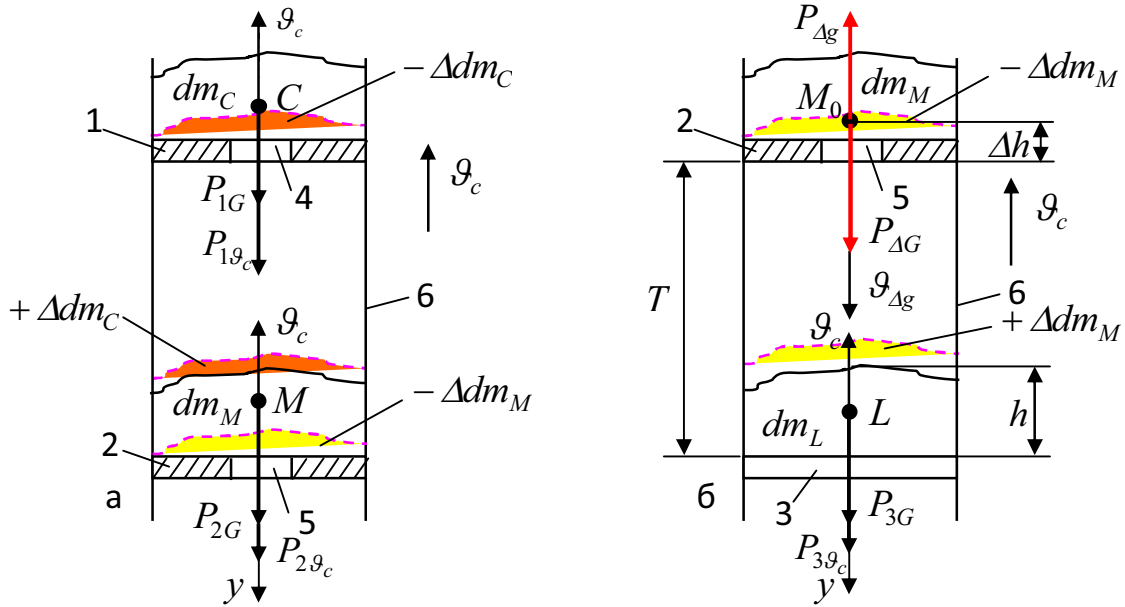


Рис.1. Схема для расчета кинематических параметров движения материала: а – процесс присоединения и отделения; б – процесс присоединения; 1, 2 – скребки с концентрическим отверстием; 3 – скребок без концентрического отверстия; 4, 5 – концентрические отверстия; 6 – трубчатый конвейер

Fig. 1. Chart for the calculation of kinematics parameters of motion of material: а – process of joining and separation; б – process of joining; 1, 2 – are scraper with the concentric opening; 3 – is a scraper without the concentric opening; 4, 5 – are the concentric opening; 6 – is a tubular conveyor

В связи с этим элементарная масса тела сыпучего материала  $dm_i$  на соответствующих рабочих поверхностях скребков тягового элеватора в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  будет равна:

$$dm_C(t_c + \Delta t_c) = dm_C(t_c) - \Delta dm_C; \quad (1)$$

$$dm_M(t_c + \Delta t_c) = dm_M(t_c) + \Delta dm_C - \Delta dm_M, \quad (2)$$

$$dm_L(t_c + \Delta t_c) = dm_L(t_c) + \Delta dm_M; \quad (3)$$

где:  $\Delta dm_C$  – отделенная или присоединенная частица элементарной массы  $dm_C$ , кг;

$\Delta dm_M$  – отделенная или присоединенная частица элементарной массы  $dm_M$ , кг;

$\Delta t_c$  – промежуток времени, за который состоялось отделение-присоединение частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  и  $\Delta dm_M$ , с.

При этом изменение элементарной массы  $dm_i$  на рабочих поверхностях соответствующих скребков тягового элеватора за промежуток времени  $\Delta t_c$ , согласно (1), (2), (3) определяется из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \Delta dm_C &= dm_C(t_c) - dm_C(t_c + \Delta t_c); \\ \Delta dm_M &= dm_M(t_c) + \Delta dm_C - dm_M(t_c + \Delta t_c); \\ \Delta dm_L &= dm_L(t_c) + \Delta dm_M(t_c + \Delta t_c) \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

или согласно (4)

$$\begin{aligned} \Delta dm_M &= dm_M(t_c) + dm_C(t_c) - \\ &- dm_C(t_c + \Delta t_c) - dm_M(t_c + \Delta t_c) = \\ &= dm_M(t_c) + dm_C(t_c) - \\ &- [dm_C + dm_M](t_c + \Delta t_c) \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  элементарная масса тела сыпучего материала  $\Delta dm_C$ , который находится на рабочей поверхности системы скребков 1 и 2, будет равна:

$$\begin{aligned} [dm_M + dm_C](t_c + \Delta t_c) &= \\ &= [dm_M + dm_C](t_c) - \Delta dm_M = dM_c, \end{aligned} \quad (6)$$

или

$$\begin{aligned} [dm_M + dm_C](t_y) &= \\ &= [dm_M + dm_C](t_c) - \Delta dm_M = dM_c, \end{aligned} \quad (7)$$

где:  $dM_c = dm_M + dm_C$  – элементарная масса тела сыпучего материала, который находится на рабочей поверхности системы скребков 1 и 2 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$ , кг.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО  
МАТЕРИАЛА С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ЧАСТИЧНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ НА ВЕРТИКАЛЬНОМ  
УЧАСТКЕ ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА

По закону об изменении количества движения  $Q_i$  (кг м/с) для системы материальных точек постоянной массы [9] имеем:

$$Q_i = dm_i \vartheta_{ci}; \frac{dQ_i}{dt_c} = F_i^e, \text{ или } Q_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t_c} F_i^e dt_c, \quad (8)$$

или

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q_i(t_c + \Delta t) - Q_i(t_c)}{\Delta t_c} = F_i^e, \quad (9)$$

где:  $F_i^e$  – равнодействующая всех сил, которые прилагаются к телу, Н.

Тогда согласно теоретическим положениям [8; 9; 10; 13], на основе закона сохранения энергии, учитывая (8), (9), количество движения сыпучего материала определяется:

- количество движения постоянной массы  $Q'_{CM}$  (кг м/с) для системы скребков 1 и 2 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  согласно: (7)

$$Q'_{CM}(t_y) = Q_{CM}(t_y) + Q_{\Delta C}(t_y) - Q_{\Delta M}(t_y) = \int_{t_c}^{t_c + \Delta t} F_{CM}^e dt_c, \quad (10)$$

где:  $Q_{CM}(t_y)$  – количество движения сыпучего материала переменной элементарной массы системы скребков 1 и 2 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$ , кг м/с;

$Q_{\Delta C}(t_y), Q_{\Delta M}(t_y)$  – количество движения присоединенной частицы  $\Delta dm_C$  к элементарной массе  $dm_M$  и отделенной частицы  $\Delta dm_M$  от элементарной массы  $dm_M$ , кг м/с;

$F_{CM}^e$  – равнодействующая всех сил, которые прилагаются к системе тел, Н;

- количество движения  $Q'_C$  (кг м/с) тела элементарной массы  $dm_C$  и отделенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  для скребка 1 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  согласно(1):

$$Q'_C(t_y) = Q_C(t_y) - Q_{\Delta C}(t_y) = \int_{t_c}^{t_c + \Delta t_c} F_1^e dt_c, \quad (11)$$

где:  $Q_C(t_y)$  – количество движения сыпучего материала переменной элементарной массы скребка 1 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$ , кг м/с;

$F_1^e$  – равнодействующая всех сил, которые прилагаются к элементарной массе тела, которое расположено на скребке 1, Н;

- количество движения  $Q'_M$  (кг м/с) тела элементарной массой  $dm_M$  и одновременно присоединенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  и отделенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  для скребка 2 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  согласно (2)

$$Q'_M(t_y) = Q_M(t_y) + Q_{\Delta C}(t_y) - Q_{\Delta M}(t_y) = \int_{t_c}^{t_c + \Delta t_c} F_2^e dt_c, \quad (12)$$

где:  $Q_M(t_y)$  – количество движения сыпучего материала переменной элементарной массы скребка 1 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$ , кг м/с;

$F_2^e$  – равнодействующая всех сил, которые прилагаются к элементарной массе тела, которое расположено на скребке 2, Н;

- количество движения  $Q'_L$  (кг м/с) тела элементарной массы  $dm_L$  и присоединенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_L$  для скребка 3 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  согласно (3)

$$Q'_L(t_y) = Q_L(t_y) + Q_{\Delta M}(t_y) = \int_{t_c}^{t_c + \Delta t_c} F_3^e dt_c, \quad (13)$$

где:  $Q_L(t_y)$  – количество движения сыпучего материала переменной элементарной массы скребка 1 в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$ , кг м/с;

$F_3^e$  – равнодействующая всех сил, которые прилагаются к элементарной массе тела, которое расположено на скребке 3, Н.

Для скребка 1 допустим, что за промежуток времени  $t_c + \Delta t = t_y$  отделенная от элементарной массы  $dm_C$  частица элементарной массой  $\Delta dm_C$  приобрела скорость центра масс  $\vartheta_1$ , а скорость  $\vartheta_y$  переменной элементарной массы  $dm_C - \Delta dm_C$  за момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  составляет  $\vartheta_y = \vartheta_c + \Delta \vartheta_c$ .

Согласно теоретическим положениям [14; 16] и (11), на основе закона сохранения энергии, количество движения  $Q_C$  тела элементарной массой  $dm_C$  и отделенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  в момент времени  $t_y$  равняется:

$$Q_C(t_y) = (dm_C + \Delta dm_C) \mathcal{G}_y - \Delta dm_C \mathcal{G}_1. \quad (14)$$

Применяя уравнение Мещерского для случая отделения от элементарной массы  $dm_C$  частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  в момент времени  $t_y$  [10; 18] и учитывая (1), (11) и (14), получим:

$$dm_C \frac{d\mathcal{G}_c}{dt_c} - \frac{d(dm_C)}{dt_c} (\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_c) = F_1^e. \quad (15)$$

Равнодействующая всех сил  $F_1^e$ , которые прилагаются к элементарной массе  $dm_C$ , равна алгебраической сумме силы веса  $P_{1G}$  (Н) и силы аэродинамического сопротивления воздуха  $P_{1\mathcal{G}_c}$  (Н) с учетом направлений приложения сил:

$$\begin{aligned} F_1^e &= P_{1G} + P_{1\mathcal{G}_c} = dV_C \psi g + p dV_C \psi \mathcal{G}_c^2 = \\ &= dV_C \psi \left( g + p \left( \frac{dy_C}{dt_c} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где:  $dV_C$  – элементарный объем элементарной массы  $dm_C$ , м<sup>3</sup>;

$y_C$  – координата точки  $C$  центра масс постоянной элементарной массы  $dm_C$ , м.

Тогда, подставив значение  $F_1^e$  из (16) в (15), получим:

$$\begin{aligned} dV_C \psi \frac{d^2 y_C}{dt_c^2} &= dV_C \psi \left[ g + p \left( \frac{dy_C}{dt_c} \right)^2 \right] + \\ &+ \frac{d(dV_C \psi)}{dt_c} \left( \frac{dy_1}{dt_c} - \frac{dy_C}{dt_c} \right) \end{aligned}, \quad (17)$$

где  $y_1$  – координата точки центра масс переменной элементарной массы  $dm_C$ , м.

Зависимость (17) является дифференциальным уравнением движения сыпучего материала по вертикальному участку трассы рабочего органа для случая отделения от него частицы материала с учетом аэродинамической силы сопротивления воздуха.

Для скребка 2 допустим, что скорость центра масс присоединенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  в момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  составляет  $\mathcal{G}_1$ , а отделенная частица элементарной массой  $\Delta dm_M$  за момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  составляет  $\mathcal{G}_2$ .

Тогда на основе (8) с учетом того, что  $Q_{\Delta C}(t_c + \Delta t_c) = d\Delta m_C \mathcal{G}_1$ ;  $Q_{\Delta M}(t_c + \Delta t_c) = d\Delta m_M \mathcal{G}_2$  перепишем выражение (12) в виде:

$$Q_M(t_y) = dm_M \mathcal{G}_c + \Delta dm_C \mathcal{G}_1 - \Delta dm_M \mathcal{G}_2. \quad (18)$$

Применяя уравнение Мещерского для случая одновременного присоединения к элементарной массе  $dm_M$  частицы элементарной массой  $\Delta dm_C$  и отделение от элементарной массы  $dm_M$  частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  в момент времени  $t_y$  [12; 15; 19] и учитывая (2), (12) и (18), получим:

$$dm_M \frac{d\mathcal{G}_c}{dt_c} + \frac{d(dm_C)}{dt_c} \mathcal{G}_1 - \frac{d(dm_M)}{dt_c} \mathcal{G}_2 = F_2^e. \quad (19)$$

Равнодействующая всех сил  $F_2^e$ , которые прилагаются к элементарной массе  $dm_M$ , равна алгебраической сумме силы веса  $P_{2G}$  (Н) и силы аэродинамического сопротивления воздуха  $P_{2\mathcal{G}_c}$  (Н) с учетом направлений приложения сил:

$$\begin{aligned} F_2^e &= P_{2G} + P_{2\mathcal{G}_c} = dV_{2c} \psi g + p dV_{2c} \psi \mathcal{G}_c^2 = \\ &= dV_{2c} \psi \left( g + p \left( \frac{dy_M}{dt_c} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (20)$$

где:  $y_M$  – координата точки  $M$  центра элементарной массы  $dm_M$ , м.

Тогда, подставив значение  $F_2^e$  из (20) в (19), получим:

$$\begin{aligned} dV_M \psi \frac{d^2 y_M}{dt_c^2} &= dV_M \psi \left[ g + p \left( \frac{dy_M}{dt_c} \right)^2 \right] - \\ &- \frac{d(dV_C \psi)}{dt_c} \frac{dy_1}{dt_c} + \frac{d(dV_M \psi)}{dt_c} \frac{dy_2}{dt_c}, \end{aligned} \quad (21)$$

где:  $y_2$  – координата точки центра масс переменной элементарной массы  $dm_M$ , м.

Зависимость (21) является дифференциальным уравнением движения сыпучего материала по вертикальному участку трассы рабочего органа для случая одновременного присоединения и отделения от него частицы материала с учетом аэродинамической силы сопротивления воздуха.

Для скребка 3 допустим, что за промежуток времени  $t_c + \Delta t = t_y$  присоединенная от элементарной массы  $dm_M$  частица элементарной массой  $\Delta dm_M$  приобрела скорость

центра масс  $\mathcal{G}_2$ , а скорость  $\mathcal{G}_y$  переменной элементарной массы  $dm_L + \Delta dm_M$  за момент времени  $t_c + \Delta t = t_y$  составляет  $\mathcal{G}_y = \mathcal{G}_c + \Delta \mathcal{G}_c$ .

Согласно теоретическим положениям [14, 17, 11], на основе закона сохранения энергии, количество движения  $Q_L$  тела элементарной массы  $dm_L$  и присоединенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  в момент времени  $t_y$  равно:

$$Q_L(t_y) = (dm_L + \Delta dm_M)\mathcal{G}_y + \Delta dm_M \mathcal{G}_2. \quad (22)$$

Применяя уравнение Мещерского для случая отделения от элементарной массы  $dm_c$  частицы элементарной массой  $\Delta dm_c$  в момент времени  $t_y$  [19] и учитывая (3), (13) и (14), получим:

$$dm_L \frac{d\mathcal{G}_c}{dt_c} + \frac{d(dm_L)}{dt_c}(\mathcal{G}_2 - \mathcal{G}_c) = F_3^e. \quad (23)$$

Равнодействующая всех сил  $F_3^e$ , которые прилагаются к элементарной массе  $dm_L$ , равна алгебраической сумме силы веса  $P_{3G}$  (Н) и силы аэродинамического сопротивления воздуха  $P_{3\mathcal{G}_c}$  (Н) с учетом направлений приложения сил:

$$\begin{aligned} F_3^e &= P_{3G} + P_{3\mathcal{G}_c} = dV_L \psi g + p dV_L \psi \mathcal{G}_c^2 = \\ &= dV_L \psi \left( g + p \left( \frac{dy_L}{dt_c} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (24)$$

где:  $dV_L$  – элементарный объем элементарной массы  $dm_L$ , м<sup>3</sup>;

$y_L$  – координата точки  $L$  центра масс постоянной элементарной массы  $dm_L$ , м.

Тогда, подставив значение  $F_1^e$  из (3) в (2), получим

$$\begin{aligned} dV_L \psi \frac{d^2 y_L}{dt_c^2} &= dV_L \psi \left[ g + p \left( \frac{dy_L}{dt_c} \right)^2 \right] - \\ &- \frac{d(dV_L \psi)}{dt_c} \left( \frac{dy_3}{dt_c} - \frac{dy_L}{dt_c} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

где:  $y_1$  – координата точки центра масс переменной элементарной массы  $dm_L$ , м.

Зависимость (25) является дифференциальным уравнением движения сыпучего ма-

териала по вертикальному участку трассы рабочего органа для случая присоединения к нему частицы материала с учетом аэродинамической силы сопротивления воздуха.

Для последующего анализа движения отделенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  вертикально вниз под действием силы притяжения рассмотрим составленную эквивалентную схему, которая приведена на рис.1.б.

Направим ось  $M_0y$  по вертикали вниз, начало отсчета координат обозначим в точке  $M$ , которая отвечает положению центра отделенной частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  в момент начала ее движения вертикально вниз.

Прикладываем в точке  $M$  силу притяжения  $P_{\Delta G}$  и силу аэродинамического сопротивления воздуха  $P_{\Delta \mathcal{G}}$  и считаем, что в момент начала движения частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  вниз время  $t_c = 0$ . Кроме того, в процессе формализации объекта исследования пренебрегаем силой внутреннего трения частиц сыпучего материала между собой во время отделения от рабочей поверхности скребка 2.

Тогда дифференциальное уравнение движения элементарной массы  $\Delta dm_M$  по второму закону Ньютона имеет вид:

$$d\Delta m_M \frac{d^2 y_{\Delta m}}{dt_c^2} = F_{\Delta m} = P_{\Delta G} - P_{\Delta \mathcal{G}}, \quad (26)$$

или

$$\begin{aligned} \Delta dm_M \frac{d^2(T - h + \Delta h)}{dt_c^2} &= \\ &= \Delta dm_M g - p \Delta dm_M \mathcal{G}_{\Delta \mathcal{G}}^2 =, \quad (27) \\ &= \Delta dm_M (g - p \mathcal{G}_{\Delta \mathcal{G}}^2) \end{aligned}$$

где:  $T$  – шаг скребков, м;

$h$  – начальная высота насыпи сыпучего материала относительно рабочей поверхности скребка, м;

$\Delta h$  – высота, которая учитывает толщину скребка 3 и координату центра масс  $M$  относительно рабочей поверхности скребка, м.

Для определения скорости, или нахождения уравнения движения частицы элементарной массой  $\Delta dm_M$  вниз необходимо ис-

ключить время  $t_c$ . Для этого применим способ подстановки в (27), где:

$$\frac{d^2(T-h+\Delta h)}{dt_c^2} = \frac{d\mathcal{G}_{\Delta g}}{dt_c} = \mathcal{G}_{\Delta g} \frac{d\mathcal{G}_{\Delta g}}{d(T-h+\Delta h)}. \quad (28)$$

Тогда дифференциальное уравнение (27) приобретет вид:

$$\frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c} = g - p\mathcal{G}_{\Delta g}^2. \quad (29)$$

Проведем интегрирование дифференциального уравнения (29), предварительно разделив каждый член правой части на коэффициент  $p$  и отделив переменные величины, то есть:

$$\int_0^{\mathcal{G}_{\Delta g}} \frac{d(T-h+\Delta h)}{\frac{g}{p} - \mathcal{G}_{\Delta g}^2} = p \int_0^{t_c} dt_c. \quad (30)$$

Для исключения случайной постоянной константы интегрирования, берем определенный интеграл [11; 16], храня верхние пределы интегрирования переменной. При этом для нижних пределов используем начальные условия  $-t_c = 0$ ,  $\mathcal{G}_{\Delta g} = 0$ .

Тогда:

$$\int_0^{\mathcal{G}_{\Delta g}} \left( \frac{d\left(\sqrt{g/p} - \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}\right)}{\sqrt{g/p} - \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}} + \frac{d\left(\sqrt{g/p} + \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}\right)}{\sqrt{g/p} + \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}} \right) = 2\sqrt{g/p} \int_0^{t_c} dt_c, \quad (31)$$

или

$$\int_0^{\mathcal{G}_{\Delta g}} \left( -\ln \frac{\left(\sqrt{g/p} - \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}\right)}{\sqrt{g/p} + \mathcal{G}_{\Delta g}} \right) = 2t_c \sqrt{gp} \int_0^{t_c} dt_c. \quad (32)$$

После подстановки пределов интегрирования и упрощения выражения получим:

$$-\ln \frac{\sqrt{g/p} - \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}}{\sqrt{g/p} + \frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}} \Bigg|_0^{\mathcal{G}_{\Delta g}} = 2t_c \sqrt{gp} \Bigg|_0^{t_c}, \quad (33)$$

или:

$$-\ln \frac{\sqrt{g/p} - \frac{d(T-h)}{dt_c}}{\sqrt{g/p} + \frac{d(T-h)}{dt_c}} \Bigg|_0^{\mathcal{G}_{\Delta g}} + \ln 1 = 2t_c \sqrt{gp}. \quad (34)$$

Уравнение (31) относительно скорости  $\frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c}$  имеет вид:

$$\frac{d(T-h+\Delta h)}{dt_c} = \sqrt{g/p} \frac{1 - e^{-2t_c \sqrt{gp}}}{1 + e^{-2t_c \sqrt{gp}}} = th(t_c \sqrt{gp}) \sqrt{g/p} \quad (35)$$

Интегрируя (35), после отделения переменных, получим:

$$\int_0^{T-h+\Delta h} d(T-h+\Delta h) = \sqrt{g/p} \int_0^{t_c} th(t_c \sqrt{gp}) dt_c, \quad (36)$$

или

$$y_{\Delta M} = T - h + \Delta h = \frac{1}{p} \ln ch(\sqrt{gp}). \quad (37)$$

## ВЫВОДЫ

Полученная зависимость (37) описывает закон движения частицы элементарной массой  $\Delta m_M$  вертикально вниз в процессе перемешивания сыпучего материала во время его вертикального движения с учетом силы аэродинамического сопротивления воздушной среды и может быть использована в дальнейшем для обоснования параметров рабочего органа, путем нахождения, например, времени или пути, который необходим для полного заполнения объема межскребкового пространства последнего «глухого» скребка, количества перемещенного сыпучего материала за время движения скребков вертикальным участком трассы и тому подобное.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Gevko R. B. 2011. Obgruntuvannya parametriv konstruktsiyi robochogo organu shaybovogo transportera. Visnik Kharkivskogo natsionalnogo tehnicnogo universitetu Imeni Petra Vasilenka. – Vipusk 114. – 241-246.
2. Zenkov R. L. 1980. Mashiny nepreryvnogo transporta. – M.: Mashinostroenie, – 367.
3. Sirotyuk V. M. 2011. Eksperimentalne doslidzhennya rezhimiv roboty energooschadnogo vibratsiynogo dozatora sipuchih kormiv // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 13D. 62-67.
4. Loveykin V. S. 2011. Bagatomasova model dinamiki ruhu kormozmishuvacha gvintovogo tipu zi zminnim oporom // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture – Lublin, Vol. 13B. 124-129.
5. KRAUSE, F.; BANSE, W.; SCHMOLKE, S.; LORZ, S. 1997. Beanspruchung der Rundstahlkette von Stauscheibenforderern (Rohrkettenforderer). In: Tagungsband Schutt-

guttagung Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Institut für Förder- und Baumaschinentechnik, Stahlbau und Logistik.

6. SCHMOLKE, S.; KATTERFELD, A. 2001: Measurement Signals of the Chain Tractive Force from a Closed Pipe Circuit. In: Conference Proceedings MAT, Messgesellschaft Nürnberg.

7. Pat. №56182 UA, МПК B65G 19/00. Robochiy organ shaybovogo transportera (UA); zayavnik I patentovlasnik Ternopilskiy natsionalniy ekonomichniy universitet (UA). – № u201005721; zayavl. 12.05.2010; opubl. 10.01.2011, Byul. № 1.

8. Dobronravov V. V. 1974. Kurs teoreticheskoy mehaniki. – Izd. 3-e pererab. M.: «Vyssh. shkola», – 528.

9. Buhgolts N. N. 1979. Osnovnoy kurs teoreticheskoy mehaniki. – Gostehizdat, Ch. 1. – 346.

10. Butenin N. V. 1985. Kursteoreticheskoy mehaniki Vdvuhtomah T.1 : Statika I kinematika. – 4 izd., ispr. – M.: Nauka, – 240.

11. Bronshteyn I. N. 1981. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov I uchashihsya VTU-ZOV. Semendyaev. – M.: Nauka. – 720.

12. Voronkov I. M. 1964. Kurs teoreticheskoy mehaniki – M.: «Nauka», – 371 s.

13. Dolgunin V.N. 2005. Byistrye gravitatsionnyie techeniya zernistyih materialov: tehnika izmereniya, zakonomernosti, tehnologicheskoe primeneniye. – M.: Izd. Mashinostroeniye– 1, – 112.

14. Ayzerman A. A. 1974. Klassicheskaya mehanika. – Glavn red. fiz.-mat. lit. – M.: «Nauka». – 368.

15. Vasilenko P. M. 1960. Dvizhenie chastitsyi po sherohovatoy poverhnosti / P. M. Vasilenko. – Kiev, – 283.

16. Tslaf L. Ya. 1966. – Variatsionnoe ischislenie i integralnyie uravneniya. – M.: Nauka, 176.

17. Gyunter N.M. 1941. Kurs variatsionnogo ischisleniya. – M.-L.: Gos. izd. teh. teor. lit., – 308.

18. Yablonskiy A.A. Nikiforova V.M. 1971. Kurs teoreticheskoy mehaniki. Izd. 4-e pererab. – Ch. 2. – M.: «Vyssh. shkola», – 289.

19. Mescherskiy I. V. 1973. Sbornik zadach po teoreticheskoy mehanike. – M.: «Nauka», – 184.

#### THEORETICAL RESEARCH OF MOTION OF FRIABLE MATERIAL WITH POSSIBILITY OF PARTIAL INTERFUSION ON THE VERTICAL AREA OF TUBULAR CONVEYER

**Summary.** Methodology of theoretical research of motion of friable material is in-process offered with possibility of partial interfusion on the vertical areas of route of tubular conveyers. Kinematics and power descriptions of process of moving of friable material are certain. This method can be utilized for the ground of parameters of working organ of tubular conveyer.

**Key words:** friable material, route, vertical area, tubular conveyer.