

10. Немецкий кумыс для казахских степей. [Електронний ресурс]. // Агрожаршы. № 38 (216) от 28.09.2012 г. Режим доступу: [http://www.agrozharshy.kz/index.php?option=com\\_content&view=article&id=1228:2011-06-01-03-53-49&catid=1:2010-01-27-06-40-02&Itemid=17](http://www.agrozharshy.kz/index.php?option=com_content&view=article&id=1228:2011-06-01-03-53-49&catid=1:2010-01-27-06-40-02&Itemid=17)

11. Получение и переработка кобыльего молока в странах Европы. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://kumyz.narod.ru/med01.html>

12. В Украине более 500 тыс. больных туберкулезом. [Електронний ресурс]. // Аптека online. № 12 (783) 28 марта 2011 г. Режим доступу: <http://www.apteka.ua/article/76596>

УДК 330.4 : 519.86

Алілуйко А. М.,  
к. ф.-м. н., доцент кафедри  
економіко-математичних методів  
Тернопільський національний економічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ КОНКУРЕНТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА РИНКУ ПОСЛУГ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ

**Постановка проблеми.** Сучасне конкурентне економічне середовище характеризується значною нелінійністю і нерівноважністю, складною структурою зв'язків та зовнішніх впливів. Аналіз особливостей конкурентної взаємодії можна здійснювати на основі побудованих простих і одночасно адекватних математичних моделей. Серед них найбільш простою є модель конкурентної взаємодії Лоткі-Вольтерра, яка описує конкуренцію як динамічний процес [1].

Така модель, незважаючи на численну кількість недоліків (не враховуються інфляція, стохастичні збурення, мінливість основних параметрів системи), дозволяє досить просто описати базовий механізм конкуренції із збереженням внутрішніх взаємозв'язків.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В останні роки у працях як зарубіжних, так і вітчизняних вчених (Балацький Є.В., Вельфенсон П. Джесински П., Єкімова Н.А., Жулого В.Г., Козик В.В., Коляда Ю.В., Михайловська О.В., Прасолов О.В., Соколов Ю.М.) з'явилися цікаві теоретичні узагальнення щодо використання моделі Лоткі-Вольтерра при моделюванні та прогнозуванні економічних ринків, а також прикладні методи їх дослідження. При цьому просування вперед відбувається, в основному, за рахунок використання математичного інструментарію [1; 7-10]. Даний клас моделей застосовувався для аналізу дуополю-дуопсонієвої конкуренції [4; 5], вивченні розподілу ринку праці між державним і приватним секторами у галузі освіти [2], прогнозуванні телекомунікаційного ринку [3; 9].

У більшості публікацій розглядаються модельні ситуації, які будуються на основі підбору числових значень параметрів системи диференціальних рівнянь. Вказати вірні значення цих параметрів часто буває непросто, а інколи взагалі неможливо. Конкуренти, як правило, приховують статистичну інформацію один від одного. Якщо ж оцінити невідомі параметри динамічної моделі за економічними показниками конкуруючих агентів протягом деякого періоду часу, то можна отримати досить реалістичну динамічну модель ринкової конкуренції. Такі спроби знаходження невідомих параметрів динамічних систем розглядалися, наприклад, у роботах [2; 6] для аналізу конкуренції на ринку освітніх та інформаційних послуг.

Однак, застосування різноманітних методів оцінки невідомих параметрів системи диференціальних нелінійних рівнянь при моделюванні та прогнозуванні процесів конкуренції в різних галузях економіки є недостатньо вивченим. Це свідчить про актуальність теми, а відтак, зумовило вибір напряму дослідження у науковому та практичному аспектах.

**Постановка завдання.** Метою даного дослідження є перевірка можливості застосування методів оцінки невідомих параметрів нелінійних диференціальних систем для дослідження конкурентної взаємодії операторів мобільного зв'язку.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Вивчення динаміки поведінки економічних систем можна здійснити на основі конкурентної моделі Лоткі-Вольтерра [7]:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij} x_i x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де  $x_i$  – обсяг доходів від послуг або обсяг послуг в натуральних одиницях  $i$ -го підприємства;  $a_i$  – коефіцієнт монопольності або коефіцієнт, який описує витрати на підтримку підприємства та просування послуг. Фактично коефіцієнт  $a_i$  характеризує темп росту доходів (або наданих послуг в натуральному виразі) підприємства. Чим кращий стан підприємства, тим більше значення  $a_i$ ;  $a_{ii}$  – коефіцієнт доступності ресурсів;  $a_{ii}x_i^2$  – зниження швидкості росту доходів (або обсягу надання послуг), який пов'язаний з вичерпністю ресурсів (трудових, природних, інформаційних та ін.);  $a_{ij}$  – коефіцієнт конкуренції між  $i$ -м та  $j$ -м підприємствами;  $a_{ij}x_ix_j$ , ( $i \neq j$ ) – зниження швидкості росту доходів (або надання послуг).

Щодо системи (1), потрібно знайти значення її параметрів. Це дозволяє обчислити будь-яку характеристику підприємства у довільний момент часу.

Для знаходження параметрів моделі (1) можна намітити кілька підходів:

1. З теорії динамічних систем система диференціальних рівнянь (1) має дві стаціонарні точки, одна з яких є нестійким вузлом з координатами, рівними нулю. Координати іншої стійкої точки можна знайти з системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$a_{ii}x_i + \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij}x_ix_j = a_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Система (2) отримана з системи рівнянь (1) при  $\frac{dx_i}{dt} = 0$ . Ця точка визначається точкою

перетину  $n$  гіперплощин в фазовому просторі.

Задача знаходження параметрів моделі (1) буде розв'язана, якщо за динамікою реальних даних – часових статистичних рядів економічних показників вдасться знайти коефіцієнти системи (2).

2. Для параметризації моделі (1) можна побудувати нелінійну багатофакторну економетричну модель:

$$\Delta x_i = a_ix_i - a_{ii}x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij}x_ix_j + u_i, \quad \Delta x_i = x_i(t+1) - x_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

де  $u_i$  – збурення. Для цього за конкретною статистичною вибіркою  $\{x_i(t), y_i(t), t, i = \overline{1, k}\}$  обсягом  $k$  потрібно знайти такі значення оцінок невідомих параметрів  $a_i, a_{ii}, a_{ij}$ , для яких побудована економетрична модель найкраще б описувала динамічні зміни. Для цього будується функціонал методу найменших квадратів

$$F(\alpha_i, \alpha_{ii}, \alpha_{ij}) = \sum_{i=1}^k (\Delta x_i - \Delta \hat{x}_i)^2, \quad i = \overline{1, n} \quad (4)$$

де  $\Delta \hat{x}_i$  – значення нелінійного рівняння регресії (3) з коефіцієнтами  $\alpha_i, \alpha_{ii}, \alpha_{ij}$  при  $x_i$  та  $y_i$ . Значення цих коефіцієнтів при яких досягається мінімум функціонала (4) приймаються в якості оцінок для  $a_i, a_{ii}, a_{ij}$ . Модель (3) буде точніше описувати динамічні зміни у випадку обчислення приростів

$\Delta x_i$  при досить малих проміжках часу  $\Delta t_i$ .

Розв'язати задачу безумовної (або умовної) мінімізації досить просто в програмі MS Excel з використанням команди Solver (Поиск решения).

3. Знаходження оцінок параметрів динамічних систем можна здійснювати опираючись на різноманітні алгоритми чисельних методів. До таких методів відносяться метод повної дискретизації, метод пострілів [10] та ін. Ці методи реалізовані в багатьох прикладних програмах. Так, у пакеті прикладних програм Tomlab PROPT на основі математичної системи Matlab використовується псевдоспектральний метод коллокації (з точками Гаусса або Чебишева) для розв'язання задач оптимального керування та оцінки невідомих параметрів динамічних систем.

Цей метод дозволяє мінімізувати функціонал

$$J = \sum_{t=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t})^2,$$

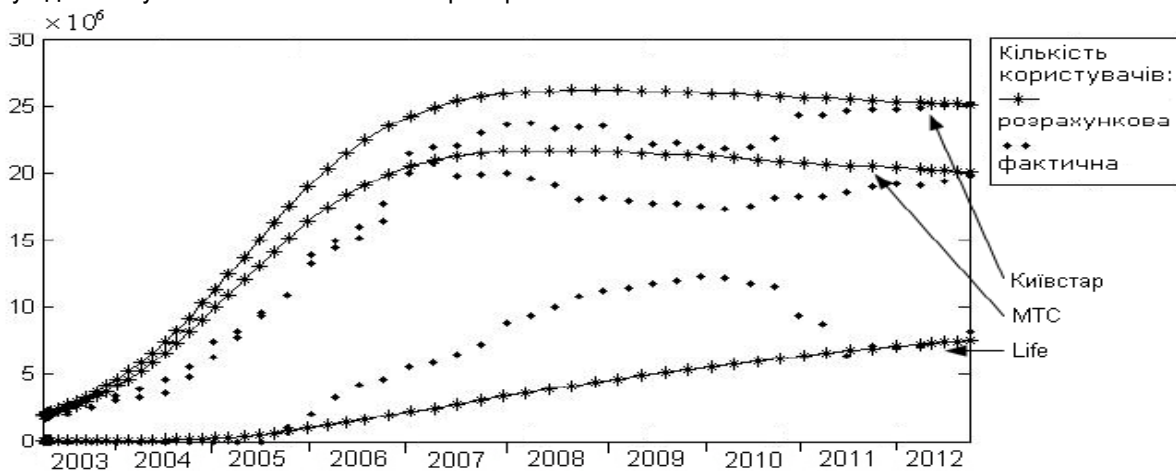
де  $x_{i,t} = x_i(t)$  – відомі статистичні дані динамічних рядів для  $i$ -го підприємства в момент часу  $t$ , а  $\tilde{x}_{i,t}$  – відповідні значення в цей же момент часу, отримані в результаті проведених ітераційних процедур.

Дослідимо систему (1) на прикладі найбільших операторів мобільного зв'язку України. Для цього були зібрані дані про кількість користувачів за період з 31.03.2003р. по 30.09.2012р. Для вивчення вибрано три компанії з ринковою часткою більш, ніж 5% («Київстар», «МТС» і «Астеліт» (бренд life:)). Ринкові частки всіх інших компанії можна об'єднати і розглядати їх в ролі четвертого гравця ринку. Оскільки їх сумарна частка незначна і протягом досліджуваного періоду майже не змінюється, то для спрощення розрахунків умовного четвертого гравця включати в модель не будемо.

Розв'яжемо задачу оцінки невідомих параметрів шляхом побудови економетричної моделі (3) для операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life». Використавши функцію Solver в програмі MS Excel, отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0.3069 x_1 - 0.0092 x_1^2 - 0.002 x_1 x_2 - 0.0049 x_1 x_3, \\ \Delta x_2 = 0.305 x_2 - 0.0128 x_2^2 - 0.0003 x_2 x_1 - 0.0067 x_2 x_3, \\ \Delta x_3 = 0.6623 x_3 - 0.0203 x_3^2 - 0.0195 x_3 x_1. \end{cases} \quad (5)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0.794$ ,  $R_2^2 = 0.907$ ,  $R_3^2 = 0.179$ . Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на (рис. 1). Коефіцієнт детермінації для третього рівняння має мале значення, що піддає сумніву правомірність використання побудованої моделі. З рис. 1 видно, що третє рівняння системи (5) не досить добре описує динаміку кількості абонентів оператора «Life».



**Рис. 1. Фактичні та розраховані значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life», березень 2003р.–вересень 2012р.**

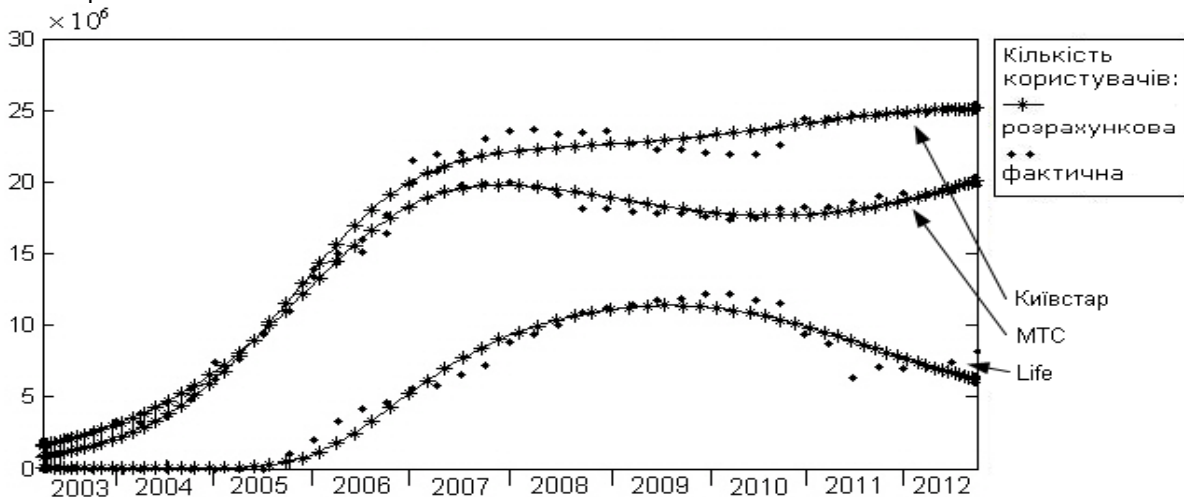
Джерело: власна розробка

Оцінимо параметри моделі (1) методом повної дискретизації з використанням програми Tomlab PROPT. Після оцінки отримали наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.3324 x_1 - 0.0063 x_1^2 - 0.0074 x_1 x_2 - 0.0041 x_1 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0.2311 x_2 - 0.007 x_2^2 - 0.0103 x_2 x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 1.4559 x_3 - 0.0107 x_3^2 - 0.0581 x_3 x_1. \end{cases} \quad (6)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0.987$ ,  $R_2^2 = 0.997$ ,  $R_3^2 = 0.959$ .

Аналіз системи (6) показує, що оператори «Київстар» та «МТС» ( $a_1 = 0.3324$ ,  $a_2 = 0.2311$ ) характеризуються значно меншим темпом росту, ніж оператор «Life» ( $a_3 = 1.4559$ ). Саме високі темпи росту оператора «Life» дозволило зайняти свою нішу на ринку послуг мобільного зв'язку, навіть при тому, що він вийшов на цей ринок лише в 2006 році. Частка користувачів оператора «Life» низька лише тому, що він піддається сильному впливу конкуруючого оператора «Київстар» ( $a_{31} = 0.0581$ ). Проведені розрахунки дають координати точки рівноваги системи:  $x_1 = 23.44$  млн.чол.;  $x_2 = 20.09$  млн.чол.;  $x_3 = 8.77$  млн.чол. Використавши методи теорії динамічних систем встановлено, що отримана особлива точка є точкою нестійкої рівноваги. Це підтверджує факт жорсткої конкуренції між операторами. Система навіть перебуваючи в стані рівноваги не зможе надалі залишатися в стані спокою. Вона постійно буде прагнути до коливних процесів, що описує перехід користувачів від одного оператора до іншого. Такі процеси помітні вже з 2007 року, оскільки, за даними інформаційно-аналітичного агентства IKS-Consulting, рівень номінального проникнення мобільного зв'язку в 2006 році склав 105% (реальний рівень 63%), що є близьким до стану насичення. На кінець 2012 року номінальний рівень склав 120%. З 2007 року основним джерелом нових абонентів є перетікання їх від інших операторів. Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на рис. 2.



**Рис. 2. Фактичні та розраховані значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003р.–вересень 2012р.**

*Джерело: власна розробка*

З рис. 2. видно, що система з сталими коефіцієнтами досить добре описує динаміку користувачів мобільного зв'язку протягом досліджуваного періоду. Але поява нових послуг та пропозицій від операторів може змінити частки користувачів в довготерміновій перспективі. Так поглинання в 2010 році оператором «Київстар» оператора «УРС» (бренд «Beeline», 4.35% – ринкова частка на 30.09.2010р.) дозволило збільшити свою частку на ринку до 45% і закріпити свої лідируючі позиції. З цього моменту частка користувачів оператора «Life» почала стрімко падати.

Для неперервних динамічних систем характерним є зміна параметрів з часом, що може призвести до зміни положень рівноваги. Для коректування моделі (1) врахуємо можливий лінійний або нелінійний характер коефіцієнтів  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$  [1, с.137; 8]. Розглянемо коефіцієнти конкуренції як функції від ринкової частки підприємств:

$$a_{ij} = \frac{b_i x_j}{1 + c_i x_j},$$

де  $b_i$ ,  $c_i$  – невід'ємні параметри, які підлягають оцінці.

Вибір такої нелінійної функції зумовлений тим, що збільшення кількості користувачів вимагає від оператора виділяти більше ресурсів. Але, оскільки ресурси обмежені, то їх обсяг через деякий час досягне деякого максимального значення (рис. 3).

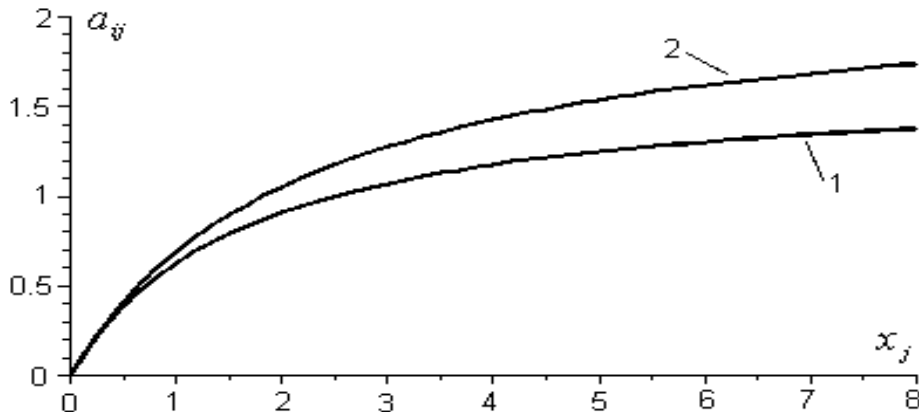


Рис. 3. Графіки залежності коефіцієнта конкуренції  $\alpha_{ij}$  від кількості користувачів  $x_j$ :

$$(1) - b_i = 1, c_i = 0.6; (2) - b_i = 1, c_i = 0.45$$

Джерело: власна розробка

Після оцінки параметрів з використанням програми Tomlab PROPT отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.2837 x_1 - 0.006 x_1^2 - 0.0003 x_2 x_1 x_2 - \frac{0.0009 x_3}{1 + 0.1619 x_3} x_1 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0.2574 x_2 - 0.0104 x_2^2 - 0.0006 x_3 x_2 x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 0.8234 x_3 - 0.0155 x_3^2 - 0.0012 x_1 x_3 x_1. \end{cases}$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0.989$ ,  $R_2^2 = 0.997$ ,  $R_3^2 = 0.964$ , які є вищими у порівнянні з коефіцієнтами детермінації моделі (6). Введення змінних коефіцієнтів конкуренції дозволяє краще описати динаміку реальних даних. Графіки перехідних процесів кількості користувачів візуально співпадають з графіками наведеними на рис. 3. Розрахунки дають координати точки рівноваги:  $x_1 = 23.59$  млн. чол.;  $x_2 = 18.94$  млн. чол.;  $x_3 = 10.03$  млн. чол. Вона є точкою нестійкої рівноваги.

**Висновки з даного дослідження.** У статті розглянуто динамічну модель, яка адекватно описує конкурентну взаємодію операторів мобільного зв'язку. Вірно знайдені параметри моделі дозволяють використовувати її разом з іншими методами для виявлення суттєвих закономірностей конкуренції, моделювання взаємодії на ринку через параметри.

Кожен економіст-аналітик може вносити свої корективи при побудові моделі і використовувати її як новий інструмент для аналізу і прогнозування конкуренції.

#### Література

1. Братусь А.С. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А. С. Новожилов, А. П. Платонов. – М. : Физматлит, 2010. – 400 с.
2. Екимова Н.А. Прогнозирование секторальной структуры сферы научных исследований и разработок // Альманах: Наука. Инновации. Образование ; вып. 2 : статті / Н. А. Екимова. – М. : Языки славянской культуры, 2007. – С. 323-332.
3. Жулего В.Г. Прогнозирование телекоммуникационного рынка на основе динамической модели конкуренции / В. Г. Жулего // Экономические стратегии. – 2007. – Т. 9, № 5-6. – С. 112-120.
4. Застосування моделі Лоткі-Вольтерра для опису дуопольно-дуопсонієвої конкуренції / В.В. Козик, Ю.І. Сидоров, І.Б. Скворцов, О.Б. Тарасовська // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – № 2 (104). – С. 252-260.
5. Коляда Ю.В. Моделювання дуопольно-дуопсонієвої конкуренції з долученням режиму насичення / Ю.В. Коляда // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 5 (119). – С. 293-299.

6. Кононова К.Ю. Исследование конкурентного взаимодействия онлайн-социальных сетей / К. Ю. Кононова // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. Економічна серія. – 2011. – № 935. – С. 159-165.
7. Соколов Ю.Н. Компьютерные технологии в задачах природы и общества. Ч2. Модель Лотки-Вольтерра «хищник-жертва» в задачах экономики / Ю.Н. Соколов, А.Ю. Соколов, В.М. Илюшко // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – № 3 (44). – С. 20-26.
8. Hernandez M-J. Dynamics of transitions between population interactions: a nonlinear interaction  $\alpha$ -function defined / M-J. Hernandez // Proc. R. Soc. Lond. B. – 1998. – Vol. 265. – P. 1433-1440.
9. Kamimura A. The economic system seen as a living system: a Lotka-Volterra framework / A. Kamimura, G.F. Burani, H.M. Franca // Emergence: Complexity & Organization. 2011. — Vol. 13, №3. – P. 80–93.
10. Michalik C. Incremental single shooting – A robust method for the estimation of parameters in dynamical systems / C. Michalik, R. Hannemann, W. Marquardt // Computers & Chemical Engineering. – 2009. – Vol. 33, №7. – P. 1298-1305.

УДК 339.138

**Чикало І.В.,**  
**к.е.н., викладач кафедри**  
**державного і муніципального управління**  
**Тернопільський національний економічний університет**

## МОНІТОРИНГ РИНКУ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ В УКРАЇНІ

**Постановка проблеми.** Енергозбереження проголошено в Україні пріоритетним напрямом державної політики. Однак, реалії функціонування національної економіки свідчать про домінування у її структурі енергоємних галузей, що на фоні дефіциту власних енергоресурсів, постійного зростання їх вартості та превалювання у структурі енергобалансу імпорту енергоносіїв із одного джерела постачання детермінує не лише низьку ефективність ринку енергозбереження і зниження конкурентоспроможності вітчизняного продукту на внутрішніх і зовнішніх галузевих ринках, а й суттєво загрожує стану енергетичної безпеки країни в цілому. З огляду на вказане постає необхідність постійного спостереження, відслідкування та на цій основі прогнозування основних тенденцій, кон'юнктури та кон'юктуроутворюючих факторів енергозбереження, тобто актуалізується проблематика моніторингу ринку енергозбереження.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Різні аспекти окресленої проблематики виступають об'єктом досліджень багатьох науковців, а саме: питання енергозбереження досліджували Д. Зеркалов, С. Денисюк, М. Ковалко; проблеми енергоємності розглянуто В. Микитенком, І. Недіним; енергетичний менеджмент вивчали А. Праховник, В. Розен, О. Разумовський; засади державної політики у сфері енергозбереження висвітлено у працях О. Амоші, Н. Вайцзеккера, Ю. Бажала, Д. Вольфберія, В. Гейця, Д. Турченка, І. Франчука; енергетичний аудит знайшов відображення у роботах В Розена, А. Чернявського, Ю. Шульги, І. Третьякова та ін.

Проте, незважаючи на певний науковий інтерес у царині енергозбереження, питання моніторингу ринку енергозбереження у фаховій літературі залишаються не висвітленими.

**Постановка завдання.** Метою даної статті є розгляд концептуальних засад моніторингу ринку енергозбереження із визначенням чіткої послідовності етапів його проведення.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Ринок енергозбереження виступає складовим елементом енергетичного ринку України, який можна розглядати як сукупність економічних відносин між виробниками і споживачами з приводу купівлі-продажу специфічного продукту, продукування якого базується на засадах раціонального використання та економного витрачання первинної та перетвореної енергії і природних ресурсів, що здійснюється за допомогою використання технічних, економічних і правових методів. Метод дослідження за станом та тенденціями розвитку ринку, що припускає відстежування і контроль за допомогою комплексу наукових, техніко-технологічних, організаційних та інших засобів, що є безперервним процесом проведення постійного спостереження за об'єктом дослідження в цілому та окремими його складовими, а також за реалізацією інноваційних та інвестиційних проектів [1] у фаховій літературі трактують як моніторинг.

Таким чином, моніторинг ринку енергозбереження можна розглядати як спеціально організоване систематичне та безперервне спостереження за станом цього ринку та оперативна його оцінка, основними структуроформуючими елементами якого є механізми, які сприяють інформаційному