ЖУРНАЛ
ЄВРОПЕЙСЬКОЇ ЕКОНОМІКИ
Том 11 (№ 4). Грудень 2012
Видання Тернопільського національного економічного університету

Юрій ТАДЕЄВ

ОДНОСЕКТОРНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО КАПІТАЛУ

Резюме

Запропоновано та досліджено нову модель оптимального зростання, яка враховує інвестиції у фізичний капітал та людський капітал з адитивною його частиною, що становить інтелектуальний капітал. Доведено існування магістральної траєкторії та вивчено перехідну динаміку.

Ключові слова

Модель економічного зростання, інвестиції у фізичний капітал, інвестиції в інтелектуальний капітал, магістральна траєкторія, перехідна динаміка.

Класифікація за JEL: O41.

Тадеєв Юрій, канд. екон. наук, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна.

Вступ. Теорію макроекономічних виробничих функцій успішно застосовують для побудови та дослідження цілої низки актуальних моделей економічного зростання [1]. Останнім часом багато уваги приділяють моделям оптимального керування, що враховують інвестиції як у фізичний, так і в людський капітал, зокрема в ту його частину, яку називають інтелектуальним капіталом [2].

Виробнича функція $Y = F(K, L)$, де $K(t)$ – фізичний капітал, $L(t)$ – праця (людський капітал), називається неокласичною, якщо вона володіє такими властивостями:

1. Стала ефективність при зміні масштабу виробництва:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L) \text{ для всіх } \lambda > 0;$$

2. Додатня та зменшувальна віддача ресурсів:

а) для всіх $K > 0$ та $L > 0$ буде $F(K, L) > 0$,

б) $\frac{\partial F}{\partial K} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0;\ \frac{\partial F}{\partial L} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0;$

3. Умови Інади [3]:

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to 0} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty; \quad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = 0;$$

4. Істотність:

$$F(0, L) = F(K, 0) = 0.$$

Постановка завдання. Припустимо, що ресурсами у виробничій функції є фізичний та людський капітали, останній з яких адитивно включає інтелектуальний капітал, що збільшує цей ресурс:

$$Y = F(K, \hat{L}),\ \hat{L} = L + H, \tag{1}$$

де $F(\cdot)$ – неокласична виробнича функція, K – фізичний капітал, $\hat{L} = L + H$ – людський капітал, L – праця, H – інтелектуальний капітал, що в даному випадку вимірюється додатковими одиницями робочої сили. Такий підхід у представленні виробничої функції є новим і не трапляється в загальновідомих класичних роботах [2].

Випуск може бути використано для споживання або інвестування у фізичний та інтелектуальний капітали. Припустимо, що обсяги фізичного та інтелектуального капіталів амортизуються і вибувають з темпами δ_K та δ_L відповідно.

Ресурсне обмеження економіки має вигляд:

$$Y = C + I_K + I_H, \tag{2}$$

де I_K та I_H – валове інвестування у фізичний та інтелектуальний капітали відповідно. Зміни в двох видах капіталів описують диференціальні рівняння:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= I_K - \delta_K K, \ K(0) = K_0, \\ \dot{H} &= I_H - \delta_H H, \ H(0) = H_0. \end{aligned} \tag{3}$$

Праця L зростає з відомим темпом:

$$L(t) = L_0 e^{nt}, \ n > 0. \tag{4}$$

Нехай для виробничої функції (1) виконуються всі умови неокласичної виробничої функції, зокрема й умови Інади, які в нашому випадку набудуть такого вигляду:

$$\lim_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\hat{L}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = \infty; \ \lim_{K\to \infty}\frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\hat{L}\to \infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = 0. \tag{5}$$

Вважаємо, що домогосподарства максимізують інтегральну функцію корисності

$$U = \int_0^\infty u(c(t))e^{-\rho t}dt, \ \rho > 0, \tag{6}$$

де

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \ \theta > 0, \tag{7}$$

– функція корисності зі сталою міжчасовою еластичністю заміщення [2]

$$\sigma = -\frac{u'(c)}{u''(c)c} = \frac{1}{\theta}. \tag{8}$$

Результати дослідження. Дану задачу оптимального керування (1)–(8) будемо розв'язувати, використовуючи принцип максимуму Понтрягіна [4]. Для цього складемо гамільтоніан

$$\begin{aligned} J = u(c)e^{-\rho t} + \mu(I_K - \delta_K K) + \nu(I_H - \delta_H H) + \\ + \omega\left(F\left(K,\hat{L}\right) - C - I_K - I_H\right), \end{aligned} \tag{9}$$

де μ та ν – тіньові ціни, пов'язані з K та H відповідно, а ω – множник Лагранжа, пов'язаний з рівнянням (2). Відзначимо при цьому, що обмеження невід'ємності валових інвестицій $I_K \geq 0$, $I_H \geq 0$ ми поки що не враховуємо.

Необхідні умови оптимальності першого порядку мають вигляд:

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad u'(c)e^{-\rho t} = \omega ,$$

$$\frac{\partial J}{\partial I_K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu = \omega ,$$

$$\frac{\partial J}{\partial I_H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nu = \omega ,$$

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial J}{\partial K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\mu} = \mu\delta_K - \omega\frac{\partial F}{\partial K} ,$$

$$\dot{\nu} = -\frac{\partial J}{\partial H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\nu} = \nu\delta_H - \omega\frac{\partial F}{\partial H} .$$

Звідси одержуємо $\mu = \nu = \omega$, звідки

$$\frac{\partial F}{\partial K} - \frac{\partial F}{\partial H} = \delta_K - \delta_H . \tag{10}$$

Із співвідношення (7) та виразу для змінної ω одержуємо

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} = -\theta\frac{\dot{c}}{c} - \rho , \tag{11}$$

звідки маємо співвідношення для темпу приросту споживання

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}\left(-\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial K} - \delta_K - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial H} - \delta_H - \rho\right). \tag{12}$$

Введемо допоміжну змінну

$$z := \frac{\hat{L}}{K} = \frac{L+H}{K} \tag{13}$$

і розглянемо співвідношення (10) як рівняння відносно змінної z.

З лінійної однорідності виробничої функції $F(K,\hat{L})$ випливає, що величини $\frac{\partial F}{\partial K}$ та $\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}$ є однорідними функціями степеня 0, тобто можна записати

$$\frac{\partial F}{\partial K}=\phi(z)>0,\ \frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\frac{\partial F}{\partial H}=\psi(z).$$

Разом з тим,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}=\phi'(z)\left(-\frac{\hat{L}}{K^2}\right)<0 \quad\Rightarrow\quad \phi'(z)>0\,,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \hat{L}^2}=\psi'(z)\frac{1}{K}<0 \quad\Rightarrow\quad \psi'(z)<0\,.$$

Використовуючи умови Інади (5), одержуємо

$$\lim_{z\to 0}\phi(z)=\lim_{K\to\infty}\frac{\partial F}{\partial K}=0,\ \lim_{z\to 0}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\infty,$$
$$\lim_{z\to\infty}\phi(z)=\lim_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K}=\infty,\ \lim_{z\to\infty}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to\infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=0.$$

Перепишемо тоді рівняння (10) у вигляді

$$\phi(z)-\psi(z)=\delta_K-\delta_L\,. \tag{14}$$

У рівнянні (14) зліва маємо монотонно зростаючу функцію, яка при зростанні аргументу z на інтервалі $(0,\infty)$ зростатиме від $-\infty$ до ∞. У такому випадку очевидно, що рівняння (14) має єдиний додатний розв'язок $z^*\geq 0$.

Рівність $z=z^*$ представляє умову рівності чистого граничного продукту фізичного капіталу та чистого граничного продукту інтелектуального капіталу

$$\frac{\partial F^*}{\partial K}-\delta_K=\frac{\partial F^*}{\partial H}-\delta_H\,.$$

З цього випливає, що при $z=z^*$ чиста норма дохідності фізичного та інтелектуального капіталів рівні

$$r^*=\frac{\partial F^*}{\partial K}-\delta_K=\frac{\partial F^*}{\partial H}-\delta_H\,. \tag{15}$$

Якщо відношення $\frac{\hat{L}}{K}$ є сталим, то з рівняння (10) випливає, що відношення $\frac{\dot{c}}{c}$ теж стале, і після підстановки $z=z^*$ в (12) знаходимо, що

$$\frac{\dot{c}}{c} = \gamma^* = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F^*}{\partial K} - \delta_K - \rho\right) = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F^*}{\partial H} - \delta_H - \rho\right). \qquad (16)$$

При цьому припускається, що параметри моделі такі, що величина $\gamma^* > 0$.

Для того щоб продемонструвати, як наша модель відповідає загальним уявленням, підставимо вираз $\frac{L+H}{K} = z^*$ у виробничу функцію (1) та одержимо

$$Y = F(1, z^*)K = AK, \;\; A > 0. \qquad (17)$$

Тобто бачимо, що наша модель в кінцевому рахунку еквівалентна класичній *AK*-моделі [2], у якій відсутнє чіткий розподіл різних капіталів. Тому для нашої моделі можемо застосувати методи аналізу стосовно *AK*-моделі та показати, що, коли умова трансверсальності [2] виконана, то темпи приросту Y, K та $\hat{L}$ повинні дорівнювати темпу приросту c. Зауважимо, що умовою трансверсальності є $r^* > \gamma^*$ [2]. Маємо $\gamma^* = \frac{1}{\theta}(r^* - \rho) > 0$.

Розглянемо тепер питання про врахування в розглянутій моделі (1)–(8) ще додаткового обмеження невід'ємності валового інвестування. Припустимо, що економіка стартує з двома обсягами капіталів $K(0)$ та $H(0)$. Якщо відношення $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)}$ відхиляється від значення z^*, знайденого з рівняння (14), то оптимальний розв'язок диктує необхідність дискретного стрибка в цих двох обсягах так, щоб було миттєво досягнуто значення z^*. Тобто ми маємо припустити, що інвестиції миттєво взаємозамінні. Це нереалістично. Інвестори можуть обирати, куди інвестувати: в інтелектуальний капітал чи у фізичний. Але якщо рішення реалізоване, то воно незворотне. Математично ці умови незворотності набувають вигляду обмежень-нерівностей $I_K \geq 0$ та $I_H \geq 0$.

Якщо $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} < z^*$, тобто коли H на початку часу є малим відносно K, то наш розв'язок диктує збільшення H і зменшення K в нульовий момент часу. Бажання зменшити K на дискретну величину приводить до того, що нерівність $I_K \geq 0$ є зв'язуючою в початковий момент часу. Тоді домогосподарство обирає $I_K = 0$, темп приросту K задається рівнянням $\frac{\dot{K}}{K} = -\delta_K$, так, що траєкторія K визначається рівнянням

$$K(t) = K(0)e^{-\delta_K t}, \ t > 0. \quad (18)$$

Ключовим моментом тут є те, що $\frac{L+H}{K}$ зростає і досягає оптимального значення z^* за скінченний час. У цій точці граничні продукти людського і фізичного капіталів стають рівними. І обмеження невід'ємності валового інвестування у фізичний капітал перестає бути зв'язуючим. Тоді обидва види капіталів (фізичний і людський) зростають з одним і тим же темпом γ^*, який визначається рівностями (16). Ми попередньо вже припускали, що параметри моделі такі, що $\gamma^* > 0$.

До приходу в стаціонарний стан $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} < z^*$ і $I_K = 0$. Якщо $I_K = 0$, то оптимізаційна задача домогосподарства може бути записана у вигляді спрощеного гамільтоніану

$$J = u(c)e^{-\rho t} + \omega\left(F\left(K, \hat{L}\right) - C - \delta_H H\right). \quad (19)$$

Отже, дана модель еквівалентна стандартній неокласичній моделі зростання, у якій домогосподарства вибирають між споживанням та інвестуванням в один вид капіталу H при наявності екзогенного технологічного прогресу, який збільшує інтенсивність використання другого ресурсу, в даному випадку, K. У стандартній моделі цей другий ресурс, фізичний капітал, зростає зі сталим темпом, тоді як у даній моделі другий ресурс K зростає з від'ємним темпом $-\delta_K$.

Отже, динаміка $\hat{L}$ та Y узгоджується з неокласичною моделлю зростання. Як випливає з аналізу розділу 2 монографії [2], розв'язок має властивість збіжності в тому розумінні, що темпи приросту

$$\gamma_{\hat{L}} = \frac{\dot{\hat{L}}}{\hat{L}} \text{ та } \gamma_Y = \frac{\dot{Y}}{Y}$$

монотонно зменшуються з часом. Оскільки ці два темпи приросту монотонно зменшуються до значення $\gamma^* > 0$, то вони повинні бути додатніми. Таким чином, $\frac{L+H}{K}$ монотонно зростає з часом, частково у зв'язку зі зниженням K (з темпом δ_K), а частково у зв'язку зі зростанням $\hat{L}$ (з темпом, який зменшується до γ^*). Зі зростання $\frac{\hat{L}}{K}$ випливає, що чистий граничний продукт людського капіталу, а отже, і норма доходності, монотонно знижуються. Ця знижуюча траєкторія норми дохідності відповідає зазвичай знижуючій траєкторії γ_c .

З даного аналізу випливає, що залежність темпу приросту випуску γ_Y від величини відношення $\frac{\hat{L}}{K}$ зворотна до того часу, доки $\frac{\hat{L}}{K}$ менше від стаціонарного значення z^* . Залежність γ_Y від $\frac{\hat{L}}{K}$ в [2] названа ефектом дисбалансу.

Аналогічні результати отримують у випадку, коли економіка починає розвиватись в умовах відносного надлишку людського капіталу

$$\frac{L(0)+H(0)}{K(0)} > z^* .$$

Висновки. Таким чином, в даній роботі запропонована нова модель економічного зростання, яка враховує фізичний (K) та інтелектуальний (H) капітали. Тут інтелектуальний капітал розглядається як адитивна частина людського капіталу ($\hat{L} = L + H$). Показано існування магістральної траєкторії. Проаналізована перехідна динаміка для виходу з початкового стану на магістральну траєкторію.

Література

1. Пономаренко О. І. Сучасний економічний аналіз: У 2 ч. – Ч. 2. Макроекономіка: [навч. посібник] / О. І. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К.: Вища школа, 2004. – 207 с.
2. Барро Дж. Экономический рост / Р. Дж. Барро, Х. Сала-и-Мартин: [пер. с англ.] – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 824 с.
3. Inada K. On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization // Review of Economic Studies. – 1963. – Vol. 30. – № 2. – P. 119–127.
4. Григорків В. С. Оптимальне керування в економіці: [навч. посібник] / В. С. Григорків. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. – 200 с.

Стаття надійшла до редакції 10 жовтня 2012 р.