

## УДОСКОНАЛЕНИЙ АЛГОРИТМ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНОГО РІЗНИЦЕВОГО ОПЕРАТОРА

**Борівець І.І.<sup>1)</sup>, Порплиця Н.П.<sup>2)</sup>, Франко Ю.Ю.<sup>3)</sup>**

*Тернопільський національний економічний університет*

*<sup>1)</sup>магістрант, <sup>2)</sup>к.т.н., старший викладач; <sup>3)</sup>студентка*

### І. Вступ

Сьогодні є багато задач, розв'язання яких потребує побудови математичних макромоделей у вигляді інтервальних різницевих операторів (ІРО), наприклад, задача прогнозування розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону в процесі його виготовлення, задача прогнозування концентрацій шкідливих викидів автотранспорту в атмосферу та ін.[1, 2].

При розв'язуванні такого типу задач виникає проблема параметричної ідентифікації ІРО. Загальновідомо, що задача параметричної ідентифікації належить до класу NP-складних, для розв'язування яких необхідно здійснити повний перебір усіх можливих розв'язків за певним критерієм [2]. Для їх розв'язування, окрім комбінаторних методів, які, як відомо, характеризуються надзвичайно високою часовою складністю, застосовують й методи випадкового пошуку. Аналіз літературних джерел показав, що одним із найефективніших методів для розв'язування цієї задачі, є метод, побудований на основі процедури направляючого конуса Растрігіна [2]. У цій праці проведено детальний аналіз зазначеного методу параметричної ідентифікації з метою зниження часової складності алгоритму його реалізації.

### ІІ. Постановка задачі

Розглянемо задачу параметричної ідентифікації різницевого оператора для модельованої характеристики у такому загальному вигляді[2]:

$$[\widehat{v}_{i,j,h,k}] = [\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+] = \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \vec{g}, \quad i=1, \dots, I, \quad j=1, \dots, J, \quad h=1, \dots, H, \quad k=1, \dots, K. \quad (1)$$

де  $\vec{f}^T(\bullet)$  - вектор відомих базисних функцій, що визначає структуру ІРО (1);  $v_{i,j,h,k}$  - модельована характеристика у точці з дискретно заданими просторовими координатами на часовій дискреті  $k$ ;  $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$  - вектори вхідних змінних (управлінь);  $\vec{g}$  - вектор невідомих параметрів різницевого оператора.

Спираючись на вимоги забезпечення точності моделі в межах точності експерименту, налаштування ІРО (1) здійснюватимемо за таким критерієм:

$$[\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+] \subset [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+], \quad \forall i=1, \dots, I, \quad \forall j=1, \dots, J, \quad \forall h=1, \dots, H, \quad \forall k=1, \dots, K. \quad (2)$$

Підставляємо у вирази (2), замість інтервальних оцінок  $[\widehat{v}_{i,j,h,k}^-; \widehat{v}_{i,j,h,k}^+]$  рекурентний вираз (1) для їх обчислення, разом із урахуванням заданих початкових умов та векторів вхідних змінних  $\vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}$ , отримуємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [3]:

$$\begin{cases} [\widehat{v}_{0,0,0,0}^-; \widehat{v}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0,0}^-; z_{0,0,0,0}^+], \dots, [\widehat{v}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^-; \widehat{v}_{i-2,j-2,h-2,k-2}^+] \subseteq [z_{i-2,j-2,h-2,k-2}^-; z_{i-2,j-2,h-2,k-2}^+], \\ [\widehat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}^-] = \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{i-2,j-2,h-2,k-2}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \vec{g}, \\ z_{i,j,h,k}^- \leq \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,0,h-1,0}], [\widehat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \vec{g} \leq z_{i,j,h,k}^+, \\ i=2, \dots, I, \quad j=2, \dots, J, \quad h=2, \dots, H, \quad k=2, \dots, K \end{cases} \quad (3)$$

Тоді задачу параметричної ідентифікації ІРО можна формально записати, як оптимізаційну задачу пошуку мінімуму функції мети [3]:

$$\delta(\vec{g}) \xrightarrow{\vec{g}} \min, \quad (4)$$

Для обчислення значень функції мети використовують наступні вирази:

$$\delta(\hat{g}) = \max_{i=1,\dots,I, j=1,\dots,J, h=1,\dots,H, k=1,\dots,K} \left\{ \text{mid}(\vec{f}^T([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,0,h-1,0}], [\hat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{1,j-1,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{g}) - \text{mid}([z_{i,j,h,k}]) \right\}, \quad (5)$$

якщо  $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] = \emptyset \exists i = 1, \dots, I, \exists j = 1, \dots, J, \exists h = 1, \dots, H, \exists k = 1, \dots, K$ ;

$$\delta(\hat{g}) = \max_{i=1,\dots,I, j=1,\dots,J, h=1,\dots,H, k=1,\dots,K} \left\{ \text{wid}(\vec{f}^T([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,0,h-1,0}], [\hat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{1,j-1,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{g}) - \text{wid}([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,0,h-1,0}], [\hat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{1,j-1,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \dots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{g}) \cap [z_{i,j,h,k}] \right\}, \quad (6)$$

якщо  $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] \neq \emptyset \forall i = 1, \dots, I, \forall j = 1, \dots, J, \forall h = 1, \dots, H, \forall k = 1, \dots, K$ ;

де  $\text{mid}(\bullet)$  та  $\text{wid}(\bullet)$  – операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

Зауважимо, що вирази для обчислення значень функції мети (5) та (6) кількісно визначають наближення поточного вектора параметрів до задовільного, тобто такого, який забезпечує можливість побудови адекватної математичної моделі, у сенсі забезпечення виконання умов (2).

### III. Удосконалений алгоритм реалізації методу параметричної ідентифікації ІРО

Аналіз літературних джерел показав, що для розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІРО широко використовують методи, які базуються на процедурах випадкового пошуку [2, 3]. Водночас, низка проведених досліджень підтвердила [2], що одним із найефективніших є метод параметричної ідентифікації, побудований на основі направляючого конуса Растрігіна [4].

Результати аналізу відомого методу параметричної ідентифікації ІРО показали, що для усіх згенерованих у просторі параметрів на поточній ітерації точок необхідно обчислювати значення функції мети. Ця процедура, як відомо, є найскладнішою у зазначеному методі параметричної ідентифікації [3]. Адже, як уже зазначалося раніше, для обчислення значення функції мети за допомогою виразів (6) та (7), спочатку необхідно обчислити прогнозовані значення модельованої характеристики за допомогою ІРО (1).

Тому, у цій праці пропонується враховувати область допустимих значень модельованої характеристики під час реалізації зазначеного методу параметричної ідентифікації. Це дасть можливість зменшити кількість операцій обчислення значень функції мети  $\delta(\hat{g})$ , що в свою чергу, забезпечить зниження часової складності застосування методу параметричної ідентифікації ІРО.

Для цього, перед застосуванням методу, досліднику слід задати область можливих значень модельованої характеристики у такому вигляді:

$$[\vec{v}_{i,j,h,k}^{\min}, \vec{v}_{i,j,h,k}^{\max}], \quad (7)$$

де  $\vec{v}_{i,j,h,k}^{\min}$ ,  $\vec{v}_{i,j,h,k}^{\max}$  – вектори мінімальних та максимальних допустимих значень модельованої характеристики, відповідно.

Зауважимо, що значення із виразу (7), задаються дослідником емпірично, виходячи із аналізу фізичних особливостей модельованого процесу чи явища. Тоді, в обчислювальну схему реалізації методу параметричної ідентифікації слід додати крок, на якому будемо перевіряти такі умови:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}] \subset [v_{i,j,h,k}^{\min}, v_{i,j,h,k}^{\max}]. \quad (8)$$

### IV. Програмна реалізація

Для проведення експериментальних досліджень було розроблено програмний комплекс для розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІРО. Для проектування програмного продукту було використано об'єктно-орієнтований підхід, а для його розробки – мову C# та технологію .NET. На рисунку 1 наведено діаграму класів удосконаленого алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації ІРО.

Нижче наведено короткий опис головних класів, які зображені на рисунку 1. «SearchWithDirectionalCone» – основний клас, який реалізує алгоритм випадкового пошуку із використанням направляючого конуса та удосконалену параметричну ідентифікацію інтервальних різницевих операторів при пошуку функції мети. «IDOStruct» – клас, що описує структуру інтервальних різницевих операторів та надає методи для роботи з її параметрами. «IDOStructExpression» – клас, який відповідає за проведення рекурентних параметризованих

обчислень над структурою IPO, «IntervalExpression»– клас, що відповідає за побудову дерев виразів, які підтримують інтервальну арифметику.

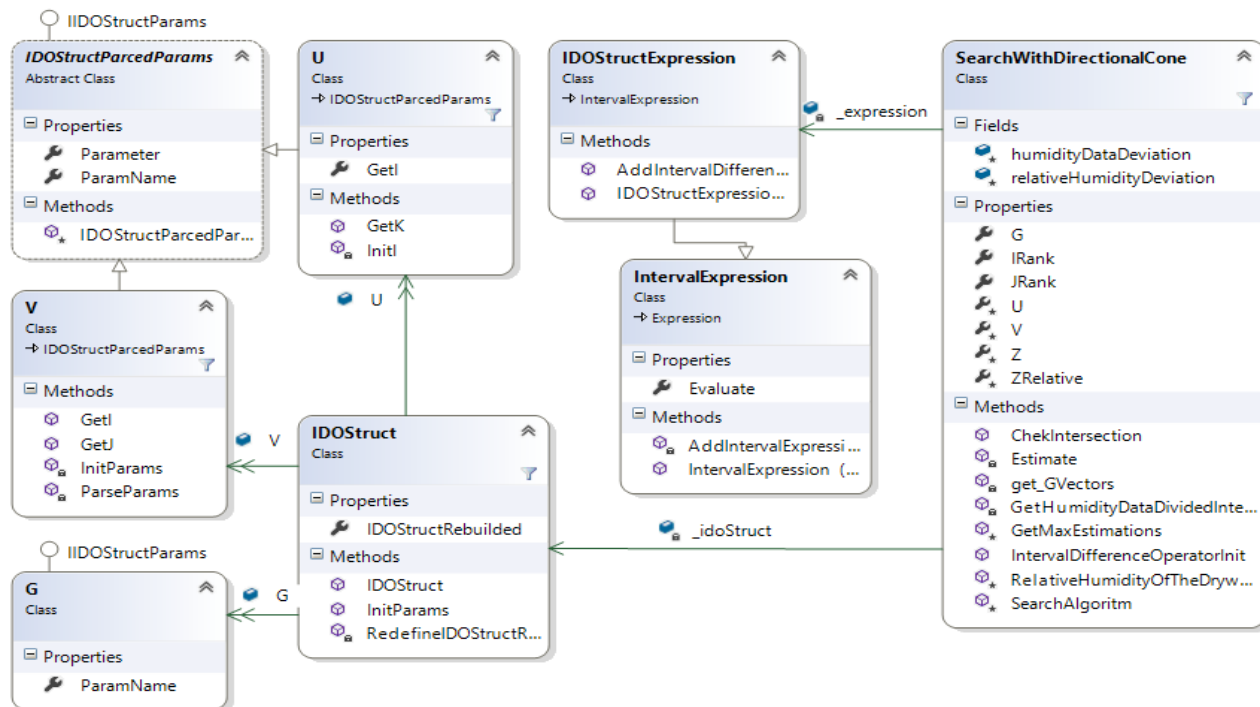


Рисунок 1 –Діаграма класів удосконаленого алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації IPO

У ході досліджень було проведено ряд експериментів, де при заданих однакових початкових умовах, розв'язували задачу параметричної ідентифікації IPO із заданою структурою, тобто вектором базисних функцій  $\vec{f}^T(\bullet)$ . Зауважимо, що під час експериментів було використано відому структуру IPO математичної моделі розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону [1].

Дослідження проводилися із застосуванням відомого алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації та удосконаленого із різними значеннями інтервалу (8):  $[0.01;1],[0.01;2.5],[0.01;5]$ . Результати експериментальних досліджень показали, що застосування удосконаленого алгоритму реалізації зазначеного методу дозволило зменшити часову складність застосування методу не менш як у 2 рази.

### Висновок

У роботі запропоновано удосконалений алгоритм реалізації відомого методу параметричної ідентифікації IPO. Спроектовано діаграму класів удосконаленого алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації та на її основі реалізовано програмний комплекс. У ході досліджень було доведено, що часова складність застосування удосконаленого алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації IPO є не менш ніж у два рази нижчою у порівнянні з відомим.

### Список використаних джерел

1. Porplytsya N. Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning / N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 4, №2. – P. 57-68.
2. Дивак Т. М. Параметрична ідентифікація інтервального різницевого оператора на прикладі макромоделі розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння / Т. М. Дивак // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія : міжнар. наук.–техн. журнал. – 2012. – Вип. 3. – С. 79–85.
3. Дивак Т. М. Дослідження цільової функції в задачах параметричної ідентифікації інтервального різницевого оператора із заданою точністю / Т. М. Дивак, М. П. Дивак, П. Г. Стахів // Комп'ютинг : міжнар. наук. журнал. – Т. 10, Вип. 2. – 2011. – С. 162–171.
4. Растигин Л. А. Системи екстремального управління / Л. А. Растигин. – М.: Наука, 1974. – 632 с.