

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

Пасічник Роман Мирославович

УДК 519.876.5

**Математичні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх
ідентифікації**

01.05.02 — Математичне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора
технічних наук

Науковий консультант:

Дивак Микола Петрович,

доктор технічних наук, професор

Тернопіль – 2016

ЗМІСТ

ВСТУП.....	10
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СИСТЕМ З ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ	21
1.1. Особливості систем з лімітуючими факторами	21
1.1.1. Найпростіші моделі росту біологічних популяцій	21
1.1.2. Кінетика ферментативних реакцій	24
1.1.3. Моделі росту популяцій з лімітуючими факторами.....	25
1.1.4. Моделі із виключаючими факторами лімітування	29
1.1.5. Моделі із доповнюючими та взаємозамінними факторами лімітування.....	30
1.2. Особливості моделювання систем із лімітуючими факторами в окремих практичних задачах.....	33
1.2.1. Моделі процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань	33
1.2.2. Моделі процесів бродіння в хіміко-технологічних системах.....	36
1.2.3. Моделі динаміки глікемії хворих на цукровий діабет	39
1.2.4. Моделі управління успішністю в навчальних системах	41
1.2.5. Моделі відвідуваності тематичних Веб-сайтів	44
1.3. Математичні та обчислювальні аспекти ідентифікації нелінійних моделей систем з лімітуючими факторами	45
1.3.1. Обґрунтування вибору функціоналу якості ідентифікації	46
1.3.2. Застосування методів випадкового пошуку в задачі ідентифікації	47
1.3.3. Застосування методів локальної оптимізації в задачі ідентифікації	49
1.3.4. Методи Гіра розв'язання жорстких систем диференціальних рівнянь	51
1.4. Постановка задачі дослідження	52
Висновки до розділу 1	59
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ СИСТЕМ ІЗ ВНУТРІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ ТА МЕТОД ЇХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ	61
2.1. Узагальнена модель процесів із внутрішніми лімітуючими факторами	61

2.1.1. Модель зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора.....	61
2.1.2. Модель трансформації активності процесів під дією лімітуючого фактора.....	65
2.1.3. Модель забезпеченості процесів із відокремленими лімітуючими факторами	69
2.2. Дослідження впливу параметрів моделей зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора на характеристики системи	72
2.2.1. Вплив початкових значень змінної активного середовища	73
2.2.2. Вплив параметрів динаміки змінної активності системи	76
2.2.3. Вплив параметра динаміки змінної забезпеченості	80
2.2.4. Вплив лімітуючого параметра	82
2.3. Метод ідентифікації моделі зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора.....	84
2.3.1. Концепція методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором.....	84
2.3.2. Основні співвідношення методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором	87
2.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором.....	91
Висновки до розділу 2	98
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ ІЗ ВІДОКРЕМЛЕНИМИ ВНУТРІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ.	100
3.1. Метод ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором за спостереженнями їх забезпеченості.....	100
3.1.1. Наближені оцінки похідних функції активності процесу в точках, що прилягають до точки досягнення максимуму	101

3.1.2. Встановлення та уточнення значень параметрів моделі процесів з внутрішніми лімітуючими факторами за спостереженнями забезпеченості.....	102
3.1.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором за спостереженнями забезпеченості системи.....	104
3.2. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи.....	110
3.2.1. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи за спостереженнями змінних задачі.....	110
3.2.2. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи при спостереженні значень останньої	114
3.2.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи при спостереженні значень останньої.....	116
3.3. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня активності системи по етапах.....	119
3.3.1. Побудова початкових наближень параметрів моделі трансформації базового рівня активності системи на перших двох етапах	120
3.3.2. Побудова початкових наближень параметрів моделі трансформації базового рівня активності системи на k-му етапі	121
3.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі трансформації базового рівня активності системи по етапах	122
3.4. Метод ідентифікації моделей систем із відокремленими лімітуючими факторами	126
Висновки до розділу 3	131
РОЗДІЛ 4. МОДЕЛІ СИСТЕМ ІЗ ЗОВНІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ ТА МЕТОДИ ЇХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ	132
4.1. Узагальнена модель процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням ..	
.....	132

4.1.1. Загальна характеристика системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням	132
4.1.2. Інтерполяція зовнішнього навантаження кусковими многочленами Ерміта	134
4.1.3. Модель реакції системи із зовнішнім лімітуючим фактором на зовнішнє навантаження та його зняття.....	137
4.2. Дослідження впливу параметрів моделей процесів із лімітуючими навантаженнями	140
4.2.1. Дослідження впливу параметрів моделі при степеневому навантаженні.....	141
4.2.2. Дослідження впливу параметрів моделі при лінійному навантаженні	145
4.2.3. Дослідження впливу параметрів моделі при кусково-постійному навантаженні.....	146
4.3. Метод ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням	148
4.3.1. Загальна структура методу ідентифікації.....	148
4.3.2. Основні співвідношення методу ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням	149
4.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням	151
Висновки до розділу 4	161
РОЗДІЛ 5. АРХІТЕКТУРА СЕРЕДОВИЩА МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ З ЛІМУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ	162
5.1. Вимоги до середовища моделювання систем з лімітуючими факторами..	162
5.1.1. Структура базової унітарної процедури ідентифікації	163
5.1.2. Структури багатокомпонентних та багатоетапних процедур ідентифікації	166
5.1.3. Варіанти використання середовища моделювання систем з лімітуючими факторами.....	169

5.2. Реалізація варіантів використання середовища моделювання систем з лімітуючими факторами	171
5.2.1. Структура процесів модифікації типових методів ідентифікації та прогнозування	171
5.2.2. Структура процесів модифікації методів ідентифікації та прогнозування для класів моделей.....	174
5.3. Інформаційне забезпечення середовища моделювання систем з лімітуючими факторами	176
5.3.1. Загальна структура інформаційного забезпечення середовища моделювання систем з лімітуючими факторами	176
5.3.2. Структури процесів формування методів ідентифікації та прогнозування в середовищі моделювання.....	179
5.3.3. Взаємозв'язок основних класів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами	181
5.3.4. Взаємозв'язок основних модулів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами	182
Висновки до розділу 5	184
РОЗДІЛ 6. ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ ІЗ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ	186
6.1. Моделі динаміки реабілітації пацієнтів в кардіологічних системах	186
6.1.1. Шляхи підвищення ефективності моделей динаміки реабілітації пацієнтів в кардіологічних системах	186
6.1.2. Моделювання навантаження на серцево-судинну систему хворого під час проходження тесту на ходьбу	189
6.1.3. Модель динаміки характеристик серцево-судинної системи під час проходження тестів ходьби.....	191
6.1.4. Експериментальне дослідження ефективності моделей характеристик серцево-судинної системи під час проходження тестів ходьби.....	194

6.1.5. Модель динаміки характеристик серцево-судинної системи під дією субмаксимальних навантажень	200
6.1.6. Експериментальне дослідження ефективності моделей характеристик серцево-судинної системи під дією інтенсивних навантажень	202
6.2. Методи ідентифікації автономних моделей хіміко-технологічних процесів	205
6.2.1. Задача модифікації процедури побудови початкових значень параметрів автономної моделі хіміко-технологічних процесів із лімітуючим фактором	205
6.2.2. Побудова значень параметрів моделі автономного хіміко-технологічного процесу	210
6.2.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу	211
6.3. Математична модель успішності навчання та методи її ідентифікації	217
6.3.1. Роль математичної моделі успішності в системі організації навчання	218
6.3.2. Математична модель успішності навчання із використанням комплексних тестів та метод її ідентифікації	219
6.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі успішності навчання	222
6.4. Метод ідентифікації математичної моделі росту відвідуваності Веб-сайтів	225
6.4.1. Існуючий підхід до моделювання відвідуваності Веб-сайту та його недоліки	226
6.4.2. Методи встановлення кратності згладжування експериментальних даних та єдиний метод ідентифікації моделі відвідуваності Веб-сайту	230
6.4.3. Експериментальне дослідження єдиного методу ідентифікації моделі відвідуваності Веб-сайту	231

6.5. Методи ідентифікації моделі добової глікемії хворих на цукровий діабет	240
6.5.1. Модель добової глікемії хворих на цукровий діабет	240
6.5.2. Метод ідентифікації параметрів моделі глікемії хворого на цукровий діабет	243
6.5.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі глікемії хворого на цукровий діабет	244
Висновки до розділу 6	252
ВИСНОВКИ.....	253
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	256
Додаток А. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням	287
Додаток Б. Діаграми функціонування програмного середовища моделювання систем із лімітуючими факторами.....	290
Додаток В. Вхідні дані та результати моделювання характеристик серцево-судинної системи.....	293
Додаток Д. Вхідні дані та результати моделювання характеристик серцево-судинної системи.....	298
АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ.....	300

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АК	Алгебра кортежів
БД	База даних
ІМ	Інфаркт міокарда
ІНС	Інтелектуальна навчальна система
ІТ	Інформаційні технології
МІ	Метод ідентифікації
НП	Навчальний процес
ПТ	Параметризовані тести
САТ	Середній артеріальний тиск
СЛФ	Системи з лімітуючим фактором
ССС	Серцево-судинна система
ТВС	Технічна вимірювальна система
ХТП	Хіміко-технологічний процес
ХТС	Хіміко-технологічна система
ЦД	Цукровий діабет
ЧСС	Частота серцевих скорочень
AJAX	Asynchronous JavaScript and XML
ExtJS	Extended JavaScript
HTTP	Hypertext Transfer Protocol
SEO	Search engine optimization
WWW	World Wide Web

ВСТУП

Актуальність теми. В сучасному інформаційному суспільстві математичне моделювання, як засіб отримання точних знань, проникає у всі сфери людської діяльності, вимагаючи побудови нових достатньо точних моделей. Проте на теперішній час воно є радше мистецтвом, яке визначається досвідом дослідника, ніж наукою. Підвищення ефективності процесу побудови математичних моделей вимагає систематизації окремих модельних розробок із напрацюванням загальних методологічних підходів до моделювання узагальнених класів задач.

На сьогоднішній день процеси в фізико-технічних об'єктах досліджені набагато повніше, ніж в їх біотехнологічних, медичних та Веб-інформаційних аналогах, яких об'єднує спорідненість із процесами, що характерні для функціонування живих організмів. Однією з найважливіших властивостей живих систем є здатність до росту, причому внаслідок високого рівня самоорганізації цих систем, який забезпечує їх автономність та здатність концентрувати ресурси на головному напрямку, на перебіг росту визначальний вплив має лише один або декілька основних факторів. Такі системи отримали назву систем із лімітуючими факторами. Тому, поряд із класичними моделями необмеженого росту Мальтуса та обмеженого росту Фергюльста, розглядаються моделі з лімітуючими факторами конкурентної взаємодії організмів Лотки-Вольтерри та Колмогорова із їх узагальненнями в роботах R.H.MacArthur, M.E.Gilpin, M.Shaffer, А.Д. Базикіна, Г.Ю. Різниченко, а також моделі росту Моно, що аналізуються у роботах М.Д. Ієрусалимського, Дж. Робінсона, А. Б. Рубіна, Дж. Марі, Д.С. Дворецького, В.В. Алексеєва, В.С. Івлєва, Н.Рашевського. Моделі Моно дозволяють відображати мінливість впливу лімітуючого фактора в залежності від його концентрації, чого важко досягти в класичній моделі Лотки-Вольтерри.

Точна прив'язка моделей до особливостей досліджуваного об'єкта здійснюється на основі методів параметричної ідентифікації. Нелінійний

характер моделей систем з лімітуючими факторами призводить до наявності численних локальних мінімумів функціоналу якості цієї ідентифікації. Універсальним методом мінімізації такого роду функціоналів є метод напрямного конуса, що відноситься до класу методів випадкового пошуку і запропонований у роботах Л.А.Растрігіна та розвинутий у роботах П.Г.Стахіва, М.П.Дивака, Ю.Я.Козака. Універсальність згаданого методу породжує певні складності в налаштуванні його параметрів, а також їх значну обчислювальну складність.

Останнім часом вдалося побудувати ряд моделей систем із лімітуючими факторами, що значно розширяють сферу їхнього застосування. У ролі методів ідентифікації використовувався підхід, який полягає у побудові початкового наближення параметрів моделі на основі спеціальних співвідношень та наступному уточненні його градієнтним методом. Складність застосування методів викликає необхідність розроблення відповідних програмних засобів для їх реалізації.

Існуючі методи ідентифікації моделей систем з лімітуючими факторами повністю орієнтовані на специфіку конкретних прикладних галузей, що спричиняє невиправдані затрати зусиль для досягнення точності моделей. Особливістю побудованих математичних моделей зазначеного класу та методів їх ідентифікації також є розрізненість та частковість. Зокрема, наявні різні моделі одного процесу (моделі для різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань) та кілька методів ідентифікації параметрів моделі (методи ідентифікації короткотривалого та довготривалого підвищення відвідуваності Веб-сайту), що утруднює поширення моделей систем з лімітуючими факторами на нові предметні галузі з одночасним забезпеченням необхідної точності прогнозування. Це породжує науково-прикладну проблему, пов'язану з потребами спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами з одночасним забезпеченням необхідної точності та розробки для цих цілей інженерного інструментарію.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Науково-дослідна робота за темою дисертації проводилася у відповідності з тематичним планом науково-дослідних робіт, що фінансуються за рахунок коштів державного бюджету Міністерством освіти і науки України, зокрема в рамках теми «Моделювання динаміки управлінських, маркетингових, виробничих, фінансових та екологічних процесів в організаційних системах» (державний реєстраційний номер 0106U012531) – запропоновано модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором. При дослідженнях згідно плану науково-дослідних робіт, які виконуються здобувачами наукового ступеня у межах робочого часу, зокрема в рамках теми «Оптимізація структури зовнішніх зв'язків економічного об'єкту та адаптація його функціонування до змін економічного середовища» (державний реєстраційний номер 0103U003581), – розроблено математичну модель системи із зовнішнім лімітуючим фактором. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (номер державної реєстрації 0114U000569) дисертантом розроблено єдиний метод ідентифікації моделей систем, як із внутрішніми, так із зовнішніми лімітуючими факторами. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Розробка архітектури бази знань та методів пошуку нових знань для інтелектуалізованих систем в економіці» (номер державної реєстрації 0102U002563) дисертантом розроблено математичну модель характеристик результатів навчання у системах автоматизованого навчання. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Математичні моделі процесів навантаження та релаксації в складних системах» (державний реєстраційний номер 0113U000848) дисертантом запропоновано метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет. При виконанні науково-дослідних робіт на тему «Макромодельовання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356) дисертантом удосконалено модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів

реабілітації після серцево-судинних захворювань. Під час виконання науково-дослідних робіт згідно міжнародного проекту «Розробка Веб-онтологій як засобів обміну даними та підтримки прийняття рішень для покращення економічної співпраці між Україною та США» дисертантом запропоновано метод ідентифікації узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами для випадків відсутності спостережень динаміки активного середовища або субстрату. Під час виконання науково-дослідних робіт згідно міжнародного проекту «Розробка інтелектуальної прецизійної системи керування тепловими об'єктами» дисертантом удосконалено метод ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння в частині зниження трудомісткості процедури ідентифікації, уникнувши її багатоетапності, та підвищення точності математичної моделі.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є підвищення точності прогнозування поведінки систем з лімітуючими факторами у спосіб розроблення узагальнених моделей цих систем, методів та інженерного інструментарію їх ідентифікації.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішуються такі задачі:

- 1) аналіз існуючих підходів до побудови моделей систем із лімітуючими факторами та методів їх ідентифікації;
- 2) розроблення нових узагальнених моделей систем з лімітуючими факторами;
- 3) розроблення загальних методів ідентифікації систем із відокремленими лімітуючими факторами при відсутності даних їх спостережень;
- 4) розроблення та використання нового алгоритмічного забезпечення для формування архітектури програмного середовища підтримки моделей систем з лімітуючими факторами;
- 5) застосування розроблених моделей та методів для дослідження процесів у хіміко-технологічних системах, процесів реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання, глікемії хворих на цукровий діабет, засвоєння знань в начальних системах, прогнозування відвідуваностей Веб-сайтів.

Об'єкт дослідження: процес прогнозування поведінки систем з лімітуючими факторами на основі даних із вимірювальних систем.

Предмет дослідження: математичні моделі систем із лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації.

Методи дослідження. Дослідження, виконані під час роботи над дисертацією, ґрунтуються на методах системного аналізу, оптимізації, розв'язання жорстких систем диференціальних рівнянь, а також теорії динамічних систем. Використання методів оптимізації та числових методів дало можливість сформувавши методи ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами, а також методи прогнозування активного середовища цих систем на основі ідентифікованих моделей.

Наукова новизна отриманих результатів. Наукова новизна полягає у розвитку методів прогнозування поведінки систем із лімітуючими факторами завдяки розробленню універсальних методів ідентифікації їх моделей, розроблення нового класу математичних моделей із розширеною сферою застосування у прикладних дослідженнях. Отримано такі нові наукові результати:

вперше:

– запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із відокремленими лімітуючими факторами, яка відрізняється від існуючих врахуванням впливу підпорядкованих процесів на забезпеченість системи, впливу відокремлених лімітуючих факторів на підпорядковані процеси, зміни базових рівнів активності системи, ефектом її інгібування продуктом системи, що у сукупності дало можливість сформувавши ядро математичних моделей розширеного класу систем з лімітуючими факторами;

– запропоновано та обґрунтовано узагальнену модель системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням, яка на відміну від існуючих містить векторне рівняння динаміки активності системи, враховує нелінійність реакції системи на прикладене навантаження та лінійний характер стабілізатора активності

системи, що дало можливість сформувати ядро математичних моделей з різнотипними навантаженнями на систему із лімітуючими факторами;

– розроблено узагальнений метод ідентифікації моделей систем із лімітуючим фактором, який відрізняється процедурою виділення базового рівня та вибору оптимальних значень лімітуючого параметра, різницевиими співвідношеннями для налаштування початкових значень інших параметрів моделі, процедурою уточнення початкових значень параметрів моделі на основі градієнтного методу, що у сукупності забезпечує створення інженерного інструментарію для ідентифікації адекватних математичних моделей систем з лімітуючими факторами з різною природою процесів у них;

– розроблено метод ідентифікації моделей систем із лімітуючою забезпеченістю для випадків відсутності спостережень динаміки активності або забезпеченості системи, який відрізняється процедурою формування різницевих співвідношень для налаштування початкових значень параметрів моделі, що забезпечує побудову адекватних моделей широкого класу систем із лімітуючими факторами;

– розроблено метод ідентифікації моделей систем із множиною відокремлених лімітуючих факторів для випадків відсутності спостережень динаміки активного середовища та субстрату, який відрізняється процедурами побудови двовимірної нерівномірної сітки для початкових наближень лімітуючого параметра та його уточнення на базовій множині пошуку, що дозволило ідентифікувати модель добової динаміки глікемії хворого на цукровий діабет;

набули подальшого розвитку:

– модель хіміко-технологічного процесу броварного бродіння із застосуванням методу ідентифікації моделей із лімітуючим забезпеченням, що дало можливість спростити процедуру ідентифікації, уникнувши її багатоетапності, та підвищити точність математичної моделі;

– модель динаміки відвідуваності Веб-сайтів із застосуванням єдиного методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами, що забезпечило

створення спрощеного інструментарію для служб підтримки Веб-сайтів як для короткотермінового, так і для довготермінового прогнозування динаміки відвідуваності;

удосконалено:

– математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань введенням виразу для відображення нелінійної реакції організму на прикладені фізичні навантаження, а також застосуванням перемикача гальмування збурень характеристик системи при знятті фізичних навантажень, що дало можливість адекватно відобразити в єдиній моделі як неінтенсивні, так і субмаксимальні навантаження і тим самим спростити інструментарій прогнозування визначення допустимих навантажень та підвищити його точність;

– математичну модель характеристик результатів навчання, яка відрізняється врахуванням динаміки успішності та новизни навчального матеріалу, що дало можливість адекватно поетапно прогнозувати успішність освоєння матеріалу в системі автоматизованого навчання.

Практичне значення отриманих результатів полягає у тому, що на основі побудованих узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами та підходів до їх ідентифікації, розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке дозволяє ідентифікувати ці моделі для широкого класу систем.

На основі запропонованої узагальненої моделі системи із зовнішніми лімітуючими навантаженнями та методу її ідентифікації побудовано єдину модель процесів реабілітації після лікування хвороб серцево-судинної системи. На основі запропонованої узагальненої моделі із лімітуючою забезпеченістю та узагальненого методу її ідентифікації побудовано методи ідентифікації моделей процесів бродіння у хіміко-технологічних системах, ідентифікації моделі добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, поетапної ідентифікації моделей відвідуваності Веб-сайтів.

Практичне значення роботи підтверджується застосуванням розроблених моделей та методів їх ідентифікації при створенні програмного середовища моделювання систем з лімітуючими факторами, яке практично впроваджено в КЗ ТОР «Тернопільська університетська лікарня» для моделювання добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, ДВНЗ «Тернопільський державний медичний університет ім. І. Я. Горбачевського» для моделювання реакції пацієнтів на фізичні навантаження після серцево-судинних захворювань, ТОВ «Яваре» для моделювання динаміки відвідуваності Веб-сайтів, ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба» для моделювання динаміки родючості ґрунтів, Тернопільському національному економічному університеті для моделювання динаміки успішності в системах автоматизованого навчання.

На основі проведених досліджень здобувачем розроблено методичне та програмне забезпечення, яке використано у навчальному процесі на кафедрі комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету при викладанні дисципліни „Аналіз проектних вимог”, а також на кафедрі економічної кібернетики та інформатики цього ж університету при викладанні дисциплін “Моделювання в управлінні соціально-економічними системами” і “Технологія проектування та адміністрування баз даних та сховищ даних”.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати, викладені у дисертаційній роботі, отримані автором особисто. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати: метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет [132]; метод ідентифікації математичних моделей динаміки відвідуваності Веб-сайтів на основі єдиного методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами [205]; єдина математична модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань [252]; єдина модель динаміки відвідуваності Веб-сайтів на основі системи диференціальних рівнянь Моно [67]; побудова початкових значень для ідентифікації компонентів моделі добової динаміки глікемії [100]; моделювання динаміки вуглеводів у крові за допомогою системи диференціальних рівнянь

Моно [97]; використання характеристики втомлюваності у поданнях перемикачів механізмів реакції системи на зовнішнє навантаження [18]; параболічна залежність для подання динаміки глюкози, яка поступила в кров [99]; подання перемикачів при дії субмаксимальних навантажень у правій частині векторного диференціального рівняння [20]; загальна структура системи диференціальних рівнянь для моделювання характеристик серцево-судинної системи [17]; формальне подання поєднання впливів парасимпатичної та симпатичної автономних нервових систем на серцево-судинну систему [19]; алгоритм генерації множини задач для перевірки навичок алгоритмізації [56]; спосіб формалізації оцінки вмінь та навичок розв'язання алгоритмічних задач [51]; математична модель характеристик результатів навчання [52]; структури семантичних класів для генерації тестових завдань [57]; структури множин для формалізації проблемних навчальних ситуацій [53]; оцінка області стабільності явної схеми розв'язання системи диференціальних рівнянь Моно [79]; структура адитивно-мультиплікативної моделі складності тверджень тесту [54]; модель оптимізації часових витрат на досягнення потрібного рівня успішності [58]; метод ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння, який ґрунтується на єдиному методі ідентифікації моделей із лімітуючим субстратом [73]; співвідношення оцінки впливу концентрацій додаткового обсягу інгібуючого продукту [72]; подання похибок ідентифікації нечітких параметрів моделі хіміко-технологічного процесу броварного бродіння [71]; алгоритм уточнення нечітких траєкторій споживання субстрату для процесу броварного бродіння [68]; метод апроксимації температурного поля в об'єкті, який піддається температурному впливу [69]; математична модель процесу завантаження термokerованого об'єкту [70], узагальнена модель систем із лімітуючим фактором [207], структура модулів ідентифікації та прогнозування моделі динаміки глікемії [98], модель динаміки природного інсуліну [101], використання запізнюючого аргументу в моделюванні впливу природного інсуліну на динаміку глікемії [103], параболічна модель поступлення глюкози в кров [133], подання динаміки субстрату в хіміко-

технологічній системі за допомогою нечіткого процесу із трикутною функцією належності [215], модель надходження глюкози в кров [102], оцінка обсягу надходження глюкози в кров за допомогою калькулятора калорійності [131], перемикачі між режимами навантаження та відновлення нормального стану серцево-судинної системи [250], поєднання моделей газової динаміки дихальної системи із динамікою току крові в серцево-судинної системи [251], співвідношення для генерації основи тестового завдання [50], модель складності завдань [189], структура семантичного класу “метод” для генерації тестових завдань [59], структура семантичних класів для генерації тестових завдань [190], матриця подання складних тестових завдань [55], метод еволюційних послідовностей для формування структури системи концептів в онтологіях [212], структура системи електронних навчальних курсів [210], подання структури проблемних онтологій у базах даних [214], співвідношення для побудови початкових значень параметрів моделі біотехнологічного процесу бродіння [209], система базових класів для формування онтологій предметних областей [74], модель управління термоджером об’єктом [213].

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертації доповідалися та обговорювалися на міжнародних та всеукраїнських конференціях, семінарах і симпозіумах: Літній школі-семінарі “Індуктивне моделювання: теорія і застосування” Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій і систем НАН та МОН України (Київ – Жукин, 2015); IX, XII, XIII Міжнародних науково-технічних конференціях “Досвід розробки й застосування САПР в мікроелектроніці” CADSM’2007, CADSM’2013, CADSM’2015 (Lviv-Polyana, 2007, 2013, 2015); IV міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні управляючі системи та технології” ІУСТ-2015 (Одеса, 2015); IX, X, XI, XII Міжнародних науково-технічних конференціях “Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та комп’ютерної інженерії” TCSET’2008, TCSET’2010, TCSET’2012, TCSET’2014 (Lviv-Slavsko, 2008, 2010, 2012, 2012); 3th, 4th, 5th, 6th, 7th IEEE International Conferences “Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing

Systems” IDAACS’2005 (Sofia, Bulgaria, 2005), IDAACS’2007 (Dortmund, Germany, 2007), IDAACS’2009 (Rende, Cosenza, Italy, 2009), IDAACS’2011 (Prague, Czech Republic, 2011), IDAACS’2013 (Berlin, Germany, 2013); II міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія» (Харків, 2011); міжнародній науково-практичній конференції ”Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія” (ІТКІ–2010) (Вінниця, 2010); XIII всеукраїнській науково-практичній конференції ”Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” (Львів, 2006); науково-методичних семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (2006- 2015).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи висвітлено в 48 друкованих працях, у тому числі 6 статей в періодичних наукових виданнях, зареєстрованих у міжнародних наукометричних базах, 20 статей у фахових наукових виданнях України, 22 – у матеріалах конференцій, причому 18 із них зареєстровано у наукометричній базі SCOPUS.

Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота містить 306 сторінок, у тому числі 255 сторінок основного тексту, 20 таблиць, 143 рисунки, 255 найменувань використаних джерел.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СИСТЕМ З ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ

У розділі подано загальний огляд проблематики моделювання систем із лімітуючими факторами, зокрема типи моделей систем із лімітуючими факторами, засоби побудови методів їх ідентифікації, засоби формування програмних систем. Встановлено фрагментацію підходів до побудови моделей систем з лімітуючими факторами, яка утруднює їх стандартизацію, що призводить до значних затрат часу на розроблення програмних комплексів прогнозування перебігу процесів в згаданих системах. Це дало змогу сформувати основну проблему, розв'язанню якої присвячене дане дослідження: створення нового класу математичних моделей, розробки універсальних методів їх ідентифікації для формування інженерного інструментарію із розширеною сферою застосування в прикладних дослідженнях.

1.1. Особливості систем з лімітуючими факторами

Аналіз літературних джерел та практика досліджень систем із лімітуючими факторами дозволяє нам вважати лімітуючими окремий фактор або невелику їх підмножину, коли вони визначають поведінку та функціонування системи, виключаючи вплив інших факторів. Таке виключення може бути абсолютним або неповним, коли інші фактори виключаються в основному, хоча їх незначний вплив може відчуватися. Часто зустрічається ситуація, коли в процесі функціонування системи один лімітуючий фактор замінюється іншим. Однак значний практичний інтерес представляють і значно простіші процеси, в яких лімітуючий фактор не міняється. Традиційно системи з лімітуючими факторами розглядаються в біологічних та екологічних дослідженнях.

1.1.1. Найпростіші моделі росту біологічних популяцій

Найпростіша модель росту біологічних популяцій описується моделлю Бернуллі-Мальтуса (1760р.), що передбачає експоненціальний ріст чисельності популяції N при відсутності будь-яких стримуючих факторів:

$$\frac{d}{dt} N(t) = aN(t), \quad a > 0, \quad (1.1)$$

$$N(t_0) = N_0, \quad (1.2)$$

$$a = b - d, \quad (1.3)$$

де b - інтенсивність народжуваності в популяції, d - інтенсивність смертності в популяції.

Згодом (в 1838р.) бельгійський дослідник Фергюльст зауважив, що при невисокій чисельності популяції вона може розвиватися за законом Мальтуса, але велика концентрація особин одного виду призведе до загострення внутривидової боротьби і зменшуватиме темпи приросту. Він допустив, що якщо K - максимальна чисельність, якої може досягти популяція, то приріст популяції буде пропорційним до обсягів невикористаних ресурсів $K - N$. За цими допущеннями модель динаміки популяції набуває вигляду:

$$\frac{d}{dt} N(t) = (b - d)(K - N(t))N(t), \quad (1.4)$$

$$N(t_0) = N_0 \quad (1.5)$$

Розв'язок цього рівняння можна побудувати аналітично

$$N(t) = \frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0)\exp[-(b - d)Kt]}. \quad (1.6)$$

Графіком згаданого розв'язку є так звана логістична крива, що має горизонтальну асимптоту $\frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0)}$ коли $t \rightarrow \infty$.

Незручність цієї моделі полягає у необхідності задання обсягу максимальної чисельності популяції, хоча частіше її якраз і потрібно оцінити на основі деяких часткових спостережень. Спрогнозувати динаміку росту біологічних популяцій, не використовуючи оцінку максимального обсягу екологічної ніші, вдається на основі застосування поняття лімітуючого фактора. У вжиток його ввів німецький дослідник Ю.Лібих у своїй праці «Хімія в застосуванні до землеробства та фізіології», опублікованої в 1840р. Досліджуючи причини виснаження угідь при постійному вирощуванні

сільськогосподарських культур за аналізами хімічних складів ґрунтів та рослин він встановив, що швидкість росту популяції визначається не всіма елементами харчування, а лише тими з них що перебувають у найбільшому відносному дефіциті стосовно їх оптимального співвідношення [8].

Принцип Лібіха дозволяє враховувати лише лімітуючий компонент реалізації ланцюга ферментативних реакцій або харчування при моделюванні росту біологічних спільнот. Він дозволив російському вченому І.А. Полетаєву [30] формалізувати динаміку багатопроектної реакції у вигляді системи кусково-лінійних диференціальних рівнянь виду:

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{s=1}^N a_{is}^+ P_s - \sum_{s=1}^N a_{is}^- P_s \quad i = \overline{1, n} \quad (1.7)$$

$$P_s = \min \left(\frac{E_s}{b_{os}}, \frac{k_{1s} x_1}{a_{1s}^-}, \dots, \frac{k_{ns} x_n}{a_{ns}^-} \right), \quad (1.8)$$

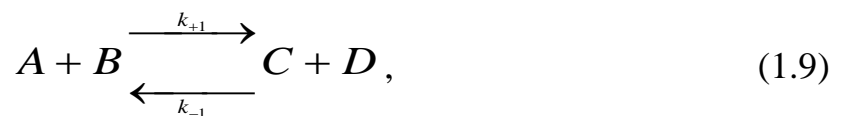
де x_i – обсяг i -ої компоненти реакції, P_s – інтенсивність s -го процесу, a_{is}^+ (a_{is}^-) – обсяг виробництва (споживання) i -ої компоненти за одиницю часу при одиничній інтенсивності процесу, E_s – обсяг зовнішньої компоненти s -го процесу, яка є лімітуючим зовнішнім фактором, b_{os} – обсяг зовнішньої компоненти s -го процесу для підтримки його одиничної інтенсивності, k_{is} – інтенсивність потоку i -ої компоненти в s -ий процес.

Таким чином в даній моделі кожен процес лімітується як зовнішніми, так і внутрішніми факторами, та моделюється лінійною динамікою, а перехід від одного до іншого лімітуючого фактора відбувається миттєво. Однак при моделюванні реальних систем слід врахувати, що настільки значні зміни параметрів системи супроводжуються нелінійними ефектами. Зокрема кінетика ферментативних реакцій підлягає нелінійному закону Міхаеліса-Ментен [192,37], встановленого на основі їхньої публікації 1913 року.

1.1.2. Кінетика ферментативних реакцій

Підтримка життєдіяльності живих організмів полягає в синтезі органічних речовин із компонентів їжі і окисленні органічних компонент клітин при диханні або виконанні роботи [8]. Вона реалізується у вигляді складних послідовностей реакцій за участю каталізаторів, роль яких виконують білкові ферменти. Робота, яку виконують живі організми полягає в переносі та перерозподілі хімічних елементів в біосфері, завдяки чому більшість хімічних речовин перебувають в неперервному обороті.

Згідно законів загальної кінетики хімічних реакцій стан хімічної рівноваги для реагентів A, B з утворенням речовин C, D , що описується схемою



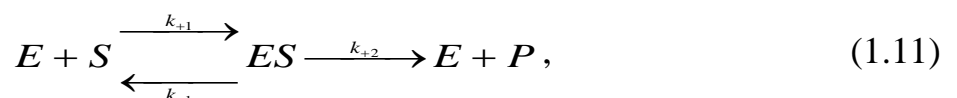
характеризується сталою термодинамічної рівноваги K_p :

$$K_p = \frac{[C][D]}{[A][B]} = \frac{k_{+1}}{k_{-1}}, \quad (1.10)$$

де k_{+1} (k_{-1}) позначає швидкість прямої (зворотної) реакції, а $[]$ - концентрацію речовини.

Кінетика ферментативних реакцій відрізняється від кінетики звичайних реакцій явищем насичування ферменту субстратом. При низькій концентрації субстрату швидкість хімічної реакції лінійно залежить від його концентрації. Однак при високій концентрації субстрату спостерігається максимальна швидкість перебігу реакції, що більше не залежить від його концентрації.

Величину, обернену до сталої рівноваги у випадку ферментативної реакції субстрату S та ферменту E з утворенням фермент-субстратного комплексу ES та продукту F



$$\text{де } K_s = \frac{k_{-1}}{k_{+1}}, \quad (1.12)$$

називають констанною диссоціації (розділення) фермент-субстратного комплексу. На основі експериментальних досліджень Міхаеліс та Ментен встановили формулу швидкості v перебігу ферментативних реакцій

$$v = \frac{v_{\max} [S]}{K_s + [S]}, \quad (1.13)$$

де v_{\max} - максимальна швидкість реакції при повному насиченні ферментом. В наступних дослідженнях Брігс та Холдейн удосконалили цю формулу, замінивши сталу диссоціації на сталу Міхаеліса K_M

$$K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}. \quad (1.14)$$

Врахування нелінійності ферментативних реакцій дозволило розглядати системи з лімітуючими факторами як кусково-нелінійні [8]. Однак в ході подальших досліджень було встановлено, що системи з лімітуючими факторами моделюють процеси далеко за межами області ферментативних реакцій. На сьогоднішній день їх використовують в моделюванні розвитку урбосистем [9], фізичних можливостей людського організму [107, 121, 220, 228], взаємовпливу та розвитку рослин [144, 152, 170, 180, 185, 200, 246], найпростіших мікроорганізмів [169, 176, 178, 194] а також клітин людини [109, 128], моделі генної терапії [217, 231]. Таке моделювання має свою передісторію.

1.1.3. Моделі росту популяцій з лімітуючими факторами

В 1925 та 1926 роках Джеймс Лотка та Віто Вольтерра незалежно один від одного запропонували систему диференціальних рівнянь, яка описує кінетику системи, що складається із однотипних хижаків та їх жертв, причому жертви є лімітуючим фактором для чисельності хижаків [83]. Ця система записується у вигляді

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = p_1 XS - p_2 X, \\ \frac{dS}{dt} = -p_3 XS + p_4 S, \end{cases} \quad (1.15)$$

де S – чисельність жертв, X – чисельність хижаків, p_1 – інтенсивність зростання кількості хижаків в залежності від інтенсивності їхнього харчування, p_2 – смертність хижаків, p_3 – інтенсивність поїдання жертв, p_4 – інтенсивність народження жертв.

Дана система допускає циклічні зміни чисельності жертв та хижаків. Велика чисельність жертв приводить до значного розмноження хижаків, які значно зменшують число жертв. Згодом і кількість хижаків зазнає скорочення, оскільки жертв для свого відтворення їм не вистачає. Зменшення кількості хижаків приводить до зростання кількості жертв. Такі процеси циклічно повторюються. Справедливість даної моделі була підтверджена на аналізі динаміки деяких популяцій, однак згодом було запропоновано новий тип моделей, який узагальнював модель Лотки-Вольтерри.

В 1942 році французький дослідник Жак Моно у фундаментальній праці "Дослідження росту бактеріальних культур" [197] побудував математичне подання залежності питомої швидкості росту популяцій μ від концентрації субстрату S , який цей ріст лімітує:

$$\mu(t) = \frac{\mu_{\max} S(t)}{K + S(t)}, \quad (1.16)$$

де K – стала, що дорівнює концентрації субстрату, при якій швидкість росту дорівнює половині максимальної. На відміну від формули Міхаеліса-Ментен вона потребує експериментального встановлення. При використанні згаданого подання питомої швидкості росту популяцій у системі Лотки-Вольтерри за відсутності росту концентрації субстрату, отримуємо модель періодичного біотехнологічного реактора виду

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = \left(p_1 \frac{S(t)}{p_4 + S(t)} - p_2 \right) X(t), \\ \frac{d}{dt} S(t) = -p_3 \frac{S(t)}{p_4 + S(t)} X(t), \end{cases} \quad (1.17)$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0.$$

В ній присутня характеристика активності процесу $X(t)$, яка відповідає концентрації мікроорганізмів в реакторі, а також характеристика забезпеченості процесу $S(t)$, яка відповідає концентрації поживного середовища – субстрату, що підтримує перебіг процесу та є його лімітуючим фактором. Лімітуючий фактор впливає на відносну інтенсивність взаємодії мікроорганізмів та субстрату: при максимальних його концентраціях швидкість взаємодії близька до максимальної, а при низьких концентраціях – до нульової. При разовому внесенні певної концентрації субстрату та активного середовища в систему, внаслідок взаємодії із субстратом, концентрація активного середовища зростає до максимального значення, а потім, внаслідок вичерпання субстрату та смертності серед елементів активного середовища, вона редукується до нуля. Концентрація субстрату внаслідок взаємодії із активним середовищем монотонно спадає до нуля.

Подібність такого подання інтенсивності взаємодії компонент біотехнологічного реактора до закону Міхаеліса-Ментен пояснюється тим, що для живої клітини характерна строго збалансована система ферментативних реакцій. Швидкість біосинтезу в цьому випадку буде визначатися реакцією, швидкість якої обмежена нестачею субстрату. Модель Моно описує процес нарощення впливу окремого лімітуючого фактора на результуючий параметр, що зустрічається не лише в процесах росту популяцій.

В моделі (1.17) на початковій стадії процесу, при значних концентраціях субстрату знаменник виразу $\frac{S(t)}{p_4 + S(t)} X(t)$ набуває максимальних значень, що

визначає невисоку інтенсивність нарощення концентрації активного середовища та споживання субстрату. Надалі зменшення концентрації субстрату компенсується нарощенням концентрації активного середовища, окрім цього, знаменник згаданого виразу зменшується аж до своєї мінімальної

величини P_4 . Це моделює високі швидкості росту концентрації активного середовища та споживання субстрату. Така мінливість відображає вибірковий характер споживання субстрату при його великій концентрації а також малопомітний вплив концентрації субстрату на стан системи. У випадку зменшення концентрації субстрату, наростає вплив лімітуючого фактора. Такі ефекти неможливо представити в класичній моделі Лотки-Вольтерри. Максимальна швидкість перебігу процесів визначається параметром P_4 , який далі будемо називати лімітуючим параметром.

Залежність Моно виявляється справедливою також при лімітуванні їжею крупних організмів, наприклад риб. Доцільність використання такого типу залежностей в цій предметній області обґрунтована Н.Рашевським [221]. Він запропонував пов'язувати чисельність популяції із заповненістю X травної системи її особин. Динаміка такої наповненості визначається поступленням харчів та виходом опрацьованої їжі і моделюється диференціальним рівнянням

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha S(t) \left(1 - \frac{X(t)}{n_0} \right) - \mu X(t), \quad (1.18)$$

де S – концентрація їжі в оточуючому середовищі, n_0 – максимальна вмістимість травної системи, α – коефіцієнт впливу голоду на наповненість травної системи, μ – швидкість перетравлювання їжі.

Оскільки темп зміни чисельності популяції набагато нижчий темпу зміни наповненості травної системи, останню можна вважати статичною, тобто розглядати випадок

$$\frac{dX(t)}{dt} = 0. \quad (1.19)$$

З останньої умови отримуємо наступну оцінку наповненості

$$X(t) = \frac{n_0 S(t)}{S + \mu n_0 / \alpha}. \quad (1.20)$$

Динаміку чисельності популяції N визначає лінійна комбінація ситості XN організмів в ній та їх смертності із коефіцієнтами γ та ε відповідно :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \gamma X(t)N(t) - \varepsilon N(t) \quad (1.21)$$

Підставляючи (1.14) в (1.15) отримуємо:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\mu_{\max} S(t)N(t)}{K + S} - \varepsilon N(t) \quad (1.22)$$

де $\mu_{\max} = \gamma m_0$, $K = \frac{n_0 \mu}{\alpha}$.

Отримане співвідношення по структурі співпадає із моделлю Моно. Широка застосовність формули Моно для подання росту популяцій різноманітних видів призвела до того, що вона стала базовою в мікробіології та екології [8].

В класичному дослідженні Моно розглядався вплив єдиного лімітуючого фактора. Однак в інших ситуаціях не виключений вплив одразу кількох лімітуючих факторів. Тому розглянемо складніші випадки застосування підходу Моно.

1.1.4. Моделі із виключаючими факторами лімітування

Перше ускладнення, яке розглядалося ще в роботах Полетаєва, полягає у зміні факторів лімітування. Тут використовуються два підходи. Перший, описаний в роботах [2, 32], базується на виборі лімітуючого фактора за критерієм мінімуму швидкості росту популяції. Згідно іншого підходу, що спирається на закон Лібіха, лімітуючим вважається той елемент харчування, для якого відношення його концентрації в середовищі до його концентрації в організмі буде найменшим [6, 7]. Ці два підходи дають різні типи динаміки $M(t)$ біомаси популяцій при зміні лімітуючих факторів. Згідно першого підходу зміна факторів лімітування не порушуватиме неперервності функції зміни концентрації біомаси, згідно другого підходу – зміна концентрації біомаси відбуватиметься стрибкоподібно. Для експериментального дослідження справедливості згаданих підходів в [5] проведено спеціальне дослідження, яке зафіксувало стрибкоподібну зміну концентрації біомаси популяції живих організмів при зміні лімітуючих факторів. Таким чином зміна

лімітуючих факторів описується моделлю, побудованою на основі закону Лібіха [5]:

$$\frac{dM(t)}{dt} = -\varepsilon M(t) + M(t) \left\{ \frac{\mu_{m_1} S_1(t)}{K_1 + S_1(t)} \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{sign} \left(\frac{S_2(t)}{\alpha_2} - \frac{S_1(t)}{\alpha_1} \right) \right] + \frac{\mu_{m_2} S_2(t)}{K_2 + S_2(t)} \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{sign} \left(\frac{S_1(t)}{\alpha_1} - \frac{S_2(t)}{\alpha_2} \right) \right] \right\} \quad (1.23)$$

$$S_1(t) + \alpha_1 M(t) = S_1^0, \quad (1.24)$$

$$S_2(t) + \alpha_2 M(t) = S_2^0, \quad (1.25)$$

де $\operatorname{sign}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0, \\ 0 & t = 0, \\ -1 & t < 0, \end{cases}$ ε , – коефіцієнт смертності в популяції, μ_{m_i} –

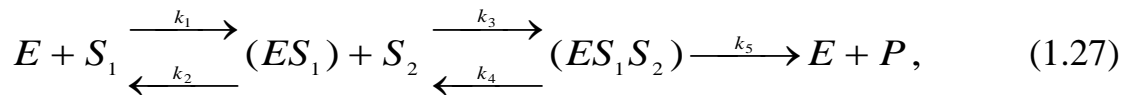
максимальна швидкість росту при і-му лімітуючому факторі, K_i – стала напівнасичення для і-го лімітуючого фактора, S_i – концентрація і-го лімітуючого фактора в середовищі, α_i – питома концентрація і-го лімітуючого фактора в організмах популяції.

При цьому зміна фактору лімітування описується наступним чином

$$\mu(t) = \begin{cases} \frac{\mu_{m_1} S_1(t)}{K_1 + S_1(t)}, & \frac{S_1(t)}{\alpha_1} < \frac{S_2(t)}{\alpha_2}, \\ \frac{\mu_{m_2} S_2(t)}{K_2 + S_2(t)}, & \frac{S_1(t)}{\alpha_1} \geq \frac{S_2(t)}{\alpha_2}. \end{cases} \quad (1.26)$$

1.1.5. Моделі із доповнюючими та взаємозамінними факторами лімітування

Окрім жорсткого домінування лімітуючих факторів зустрічаються випадки, коли два фактори, будучи далекими від насичення одночасно лімітують ріст популяції. Проста послідовність біохімічних реакцій, що підлягає впливу двох факторів описується наступною схемою [42, 60]



де E – фермент, S_1 – фактор впливу, S_2 – субстрат, P – продукт.

Швидкість утворення продукту P в цьому випадку оцінюється формулою

$$\mu(t) = \frac{\mu_{\max} S_1(t) S_2(t)}{K_1 S_1(t) + K_2 S_2(t) + S_1(t) S_2(t) + \alpha K_1 K_2} \quad (1.28)$$

де $K_1 = \frac{k_4 + k_5}{k_3}$, $K_2 = \frac{k_5}{k_1}$, $\mu_{\max} = k_5 E_0$, $\alpha = \frac{k_2}{k_5}$.

Ця залежність допускає спрощене математичне подання [120, 244]

$$\mu(t) = \mu_{\max} \frac{S_1(t)}{K_1 + S_1(t)} \frac{S_2(t)}{K_2 + S_2(t)}. \quad (1.29)$$

В окремих випадках лімітуючі фактори можуть бути взаємозамінними. Це, зокрема, відбувається, коли один і той же елемент харчування перебуває в різних фізико-хімічних формах. Практично для всіх живих організмів характерне вибіркоче споживання з множини харчових компонентів. При цьому спостерігаються явища як переважного споживання певних видів продуктів, так і споживання певного виду продукту до його повного вичерпання і лише після цього споживання менш затребуваного продукту (явище поліауксії) [77].

Поліауксія спостерігається в середовищі, де концентрації взаємозамінних елементів достатньо великі, однак при їх нестачі споживаються всі наявні форми продуктів при певній дискримінації найменш сприятливих. В перших роботах, присвячених даній тематиці прийнято найпростіше допущення про одночасне незалежне споживання популяцією всіх взаємозамінних форм харчування. Результуюча питома швидкість росту популяції приймалася рівною сумі окремих швидкостей, які досягалися на окремих субстратах [3]

$$\mu(S_1, S_2, \dots, S_n, t) = \sum_{j=1}^n \frac{\hat{\mu}_j}{K_j + S_j(t)}, \quad (1.30)$$

де $\hat{\mu}_j$ - максимальна швидкість росту на j -му субстраті, S_j – концентрація j -го субстрату в середовищі, K_j - стала насичення по j -му субстрату.

Дана модель може використовуватися лише при невеликих концентраціях субстратів, оскільки при рості їх кількості швидкість росту популяції буде постійно зростати. Складніша структура моделей розглянута в [86, 255]. В ній також допускалося паралельне споживання всіх субстратів, однак допускалося інгібування (сповільнення росту) одного субстрату іншим за принципом конкурентного інгібування:

$$\mu(S_1, S_2, \dots, S_n, t) = \sum_{j=1}^n \frac{\hat{\mu}_j}{K_j + \sum_{i=1}^n \alpha_{ji} S_i(t)} \quad (1.31)$$

де α_{ji} – коефіцієнт конкурентного інгібування j -го субстрату у споживанні i -го субстрату.

Наведена модель, як і попередня не описують явища поліауксії. Однак в багатьох роботах, присвячених споживанню взаємозамінних компонент відзначається, що споживаються компоненти, які дають найвище життєзабезпечення при найменших енергетичних затратах, що відповідає максимізації швидкості росту популяції [11, 66]. На основі даного принципу в роботі [226] запропонована модель, яка описує всі перераховані вище явища. В цій моделі допускається споживання кожного із двох задіяних субстратів окремо, або ж їх спільне споживання із наявністю інгібування одного іншим. В результаті отримано співвідношення вибору режиму розвитку популяції за принципом максимальної швидкості росту

$$\mu(S_1, S_2, t) = \max \left\{ \frac{\hat{\mu}_1 S_1(t)}{K_1 + S_1(t)}, \frac{\hat{\mu}_2 S_2(t)}{K_2 + S_2(t)}, \frac{\hat{\mu}_3 (S_1(t) + \delta S_2(t))}{K_3 + (S_1(t) + \delta S_2(t))} \right\}, \quad (1.32)$$

де \mathcal{E} – коефіцієнт дискримінації субстрату S_2 при спільному споживанні зі субстратом S_1 .

Таким чином аналіз активного середовища дослідження класу систем із лімітуючими факторами показав різноманітність їх застосувань та виявив відсутність загального підходу до їх моделювання, що спонукає дослідників проходити всі етапи моделювання для кожної предметної галузі без максимального використання досвіду набутого в побудові моделей для інших

галузей. Розроблення загального підходу до моделювання систем із лімітуючими факторами дозволило б спростити та прискорити даний процес.

Аналіз цих питань буде проведений в даному дослідженні. Однак перш ніж приступати до такого аналізу розглянемо детальніше особливості застосування розроблених моделей Моно, що буде зроблено в наступному підрозділі.

1.2. Особливості моделювання систем із лімітуючими факторами в окремих практичних задачах

Високоорганізовані автономні об'єкти в умовах нормального функціонування підтримують стаціонарні значення своїх основних характеристик. При значних змінах умов функціонування, такі системи направляють значні ресурси для усунення несприятливих змін характеристик та посилення сприятливих відхилень. Значення згаданих характеристик визначаються дією окремих факторів або деякою незначною їх сукупністю. Такі фактори називають лімітуючими. Їх вплив описується моделями Моно. Серед останніх досліджень в цій галузі варто згадати моделі розвитку систем мікроорганізмів [142, 155, 160, 162, 195, 216, 224, 243], виробництва біопалива [237, 242] та інших біотехнологічних виробництв [161, 191, 196, 249], процесів очищення від забруднень [130, 140, 147, 148, 198]. Окрім динаміки розвитку мікроорганізмів та їхнього застосування в роботах автора розглядалися застосування моделі Моно до розв'язання іншого роду практичних задач, які аналізуються в цьому підрозділі.

1.2.1. Моделі процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань

Вплив лімітуючого фактора виявляється в реакції на навантаження, прикладені до організму людини, коли незначні навантаження мало впливають на характеристики життєдіяльності організму, а на зміну значних фізіологічних навантажень організм реагує за лінійним законом. Це спричиняє стрімке зниження значень характеристик активності серцево-судинної системи

організму після раптового припинення навантаження. Такі ефекти можна ередати за допомогою деякого стабілізуючого механізму, який реагує на ріст або падіння навантаження, проте при значних навантаженнях виходить на деяке постійне значення, тобто зазнає насичення.

Явища такого роду мають важливе практичне значення, оскільки вони характерні для процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань. Серцево-судинні захворювання є надзвичайно небезпечним явищем сучасності, оскільки обумовлюють найбільші втрати населення у більшості країн світу. Застосування медикаментозних засобів для лікування серцево-судинних хвороб повинно супроводжуватися ефективними програмами реабілітації [16, 82, 89, 105]. Під впливом лікувальних фізичних вправ розширюються коронарні судини, розкриваються резервні капіляри, прискорюється кровообіг і збільшується ємність судин до 8-10 разів, що сприяє заживлюванню серцевого м'яза, посилює скоротливу здатність міокарду і попереджує розвиток кардіосклеротичних змін та дистрофії [26]. Тому вони використовуються як у лікувальний період, так і на всіх етапах реабілітації.

Організм пацієнта проходить різні фази одужування від медикаментозного до завершальних етапів реабілітації. Важливо дозувати ці навантаження таким чином, щоб забезпечити тренування серцево-судинної системи не допускаючи загрозливих ефектів. В сучасній практиці реабілітаційних програм для характеристики активного середовища хворого використовують, в основному, показники частоти серцевих скорочень та верхнього артеріального тиску [105]. Однак безпосереднє вимірювання цих показників вимагає значних часових затрат і не в змозі достатньо точно передбачити реакцію пацієнта на нові обсяги фізичних навантажень. Тому математичне моделювання динаміки пульсу та тиску під дією фізичного навантаження забезпечує можливість попереднього розгляду різних реабілітаційних програм без піддання ризику перевантаження конкретного пацієнта.

На сьогоднішній день моделі серцево-судинних систем розроблялися, в

основному, для підтримки медикаментозного періоду лікування пацієнтів. Серед робіт присвячених моделюванню взаємодії серцево-судинної-системи із іншими системами організму можна виділити роботи [88, 113, 117, 156, 157, 245], де розглядається взаємодія серцево-судинної та дихальної систем. Не менш важливими є роботи В. Т. Гриченко, А. Г. Рудницького [25], В. А. Ліщука, Г. Г. Амосова [47, 48], Р. Д. Григорян, П. Н. Ліссов [24], де окрім впливу дихальної системи на серцево-судинну систему враховується також вплив автономної нервової системи. В роботах С.Г. Кюрегяна, Т.Г. Петросяна [46] окрім згаданих факторів додатково аналізується вплив фізичного навантаження. Захворювання серцево-судинної системи моделюються в роботах [108, 112, 218], а робота самого серця в роботах [223, 247]. Всі згадані моделі відносяться до класу моделей із зосередженими параметрами.

Для моделювання елементів серцево-судинної системи використовуються моделі із розподіленими параметрами. Тут можна виділити роботи присвячені моделюванню коронарної циркуляції [232], ділянок артерій [167], легеневого кровопостачання [225], потоків крові вздовж судин із одновимірним просторовим розподілом [10, 149, 234, 235, 240]. Більшість із аналізованих моделей феноменологічні, тобто використовуються для опису загальних механізмів функціонування модельованих об'єктів. Методи ідентифікації моделей для опису динаміки конкретних об'єктів за спостереженими даними в переважній більшості не розглядаються. Окрім того, згадані математичні моделі не пристосовані для моделювання реакції організму на фізичні навантаження за спостереженнями лише пульсу та тиску.

Вказаний пробіл в інструментарії математичного моделювання процесів реабілітації хворих після серцевих ускладнень частково заповнюють дослідження [18-20, 193, 250-252]. В них розроблені математичні моделі динаміки пульсу та тиску на різних етапах реабілітації хворого, а також метод прогнозування динаміки параметрів моделі для завершального періоду реабілітації з використанням функцій Моно. Розроблена підсистема моніторингу параметрів серцево-судинної системи для оновлення інформації

про стан пацієнтів в процесі реабілітації. Однак вказані дослідження ставлять і нові питання для аналізу. Зокрема, з метою спрощення процесу моделювання та розширення сфери застосовності моделі, бажано розробити загальну модель динаміки характеристик серцево-судинної системи для всього періоду реабілітації з максимально простою структурою. Також згадана модель повинна доповнюватися ефективним методом її ідентифікації.

1.2.2. Моделі процесів бродіння в хіміко-технологічних системах

Інший важливий приклад процесів із насиченням складають біотехнологічні бродильні процеси. В цьому випадку лімітуючим фактором служить не зовнішня сила, а внутрішня компонента системи, а саме – концентрація в ній субстрату або кінцевого продукту. В хіміко-технологічну систему вноситься субстрат, система мікроорганізмів, а також деякі ферменти. В результаті реакції утворюються основні (цільові) та побічні продукти, причому в якості управляючого параметру виступає температура.

В найпростішому випадку можна допустити, що в хіміко-технологічній системі (ХТС) присутня лише одна змінна — концентрація субстрату $S(t)$, яка має монотонно спадний характер. В цьому випадку динаміка процесу описується одним диференціальним рівнянням, запропонованим Міхаелісом та Ментен для моделювання процесів хімічного синтезу [67]. Для цього рівняння розроблено багато методів оцінювання значень параметрів по відомій траєкторії змінної активного середовища $S(t)$ як в інтегральній [123,137,138,143] так і в диференціальній [122, 226, 241] формах. Проте згадане рівняння може адекватно описувати динаміку процесу тільки у випадку слабкої залежності процесу споживання субстрату від динаміки росту системи мікроорганізмів, де нею можна знехтувати. Така ситуація спостерігається, наприклад, в період згасання процесу [227].

Цей недолік подолано в моделі, запропонованій Жаком Моно, де враховується додаткова змінна активності процесу — концентрація мікроорганізмів $X(t)$ [37]. Моделі росту мікроорганізмів, що здійснюють

алкогольну ферментацію розглядаються в роботах [118, 158, 177, 179, 181, 182, 184, 201, 204], її перебіг моделюється в роботах [125, 135, 146, 150, 168, 186, 187], а особливості промислового технологічного бродіння аналізуються в роботах [124, 139, 153, 165, 166, 183]. В процесі використання моделі Моно встановлено, що вона не враховує зворотнього впливу основного продукту на гальмування процесів споживання субстрату та росту мікроорганізмів. Ця закономірність називається продуктним інгібуванням, вона розглядається в сімействі моделей із зворотнім зв'язком [77, 94, 164]. Моделі зворотнього зв'язку побудовані на основі класичної системи Моно шляхом введення передавальної функції росту в рівняння змінної активного середовища $X(t)$ та долученням рівняння інтенсивності основного продукту в залежності від рівня спожитого субстрату [22, 111, 199]. Для моделювання броварного бродіння з продуктним інгібуванням широко використовується спрощена версія моделі Моно, розроблена Andrés-Toro [111, 129, 163, 199, 254].

Важливе значення в процесах бродіння має вплив температури. Цей вплив досліджував С.Арреніус, який запропонував наступну експоненціальну модель [8]

$$V_T = V_0 e^{-\frac{k}{RT}}, \quad (1.33)$$

де V_T - швидкість реакції при абсолютній температурі T , R - газова стала, V_0 , k - емпіричні коефіцієнти.

Окрім згаданих особливостей динаміка процесів в ХТС характеризуються значною невизначеністю, що виникає внаслідок їх реалізації колективами активних систем із складною поведінкою — колективами мікроорганізмів. Спостереження невизначеності в процесах бродіння наведено в роботах [168, 171, 248]. В монографіях [29, 35] та [33-34] закладено теоретичні основи моделювання ХТС за допомогою функціональних операторів та їх якісного аналізу на основі теорії нечітких множин. В роботах [111,129,199, 203, 213] досліджується вплив температури реакції на динаміку основних та побічних продуктів. В роботі [188] розглянуто модель впливу керованого зворотного

зв'язку на затримку ферментаційного процесу.

Наведені дані свідчать про актуальність розробки методів врахування невизначеності в ХТС Моно-Ієрусалимського з періодичним режимом. Їхні зосереджені моделі на основі задач Коші, які служать базою врахування невизначеності виробничих хіміко-технологічних процесів (ХТП), можуть бути використані для моделювання динаміки ХТП в лабораторних умовах та дослідження окремих промислових ХТП. Своїм розвитком вони зобов'язані роботам М. Д.Ієрусалимського [32], J. A. Robinson [227], А. Б. Рубіна [84, 85], Дж.Марі[45] та Д. С. Дворецького [27].

Згадані моделі побудовані і досліджені лише в лабораторних умовах, а тому потребують суттєвого доопрацювання для використання в моделюванні промислових технологічних процесів, які характеризуються суттєвішою невизначеністю. В роботі [248] побудовано адаптивну модель, яка постулює, що невизначеність процесу присутня лише в одному з параметрів рівняння активного середовища побічного продукту. Значення цього параметру уточнюється за нагромадження експериментальних спостережень, проте вплив невизначеності на основні параметри і змінні активного середовища ХТС там не досліджено. В роботі [171] методами інтервального аналізу досліджується вплив апріорно заданої невизначеності на параметри та початкові умови автономної системи. Однак цей підхід не дозволяє налаштовувати модель під конкретні процеси, а також не враховує впливів температури та зворотнього зв'язку з продуктом на їх перебіг.

У випадку аналізу широких інтервалів невизначеності ефективними є адаптивні моделі, котрі уточнюють прогноз за надходженням експериментальних вимірювань тих чи інших змінних системи. Переважна більшість побудованих адаптивних моделей [44, 172, 173, 202] призначена для моделювання динаміки систем з неперервним режимом, де вони використовуються для забезпечення оптимальної швидкості перебігу процесів за рахунок регулювання по відхиленню. Однак оптимальна швидкість проходження процесів в системах з періодичним режимом невідома, тому

використання згаданих моделей для їх прогнозування неможливе.

Потреба в побудові адаптивних моделей динаміки систем з періодичним режимом, що враховують невизначеність параметрів процесу частково задовольняється дослідженнями автора [68-72, 209, 215]. Розроблено нову математичну модель ХТС, котра володіє, подібно до моделі Trelea адаптивними властивостями і враховує невизначеність, спричинену неоднорідністю субстрату та складною поведінкою систем мікроорганізмів. Слід відзначити, що адаптивність запропонованої тут моделі не однопараметрична, як у Trelea, а багатопараметрична, тобто при надходженні нових спостережень динаміки процесу у звуженні інтервалу прогнозування приймає участь не один, а всі параметри моделі. Ця особливість дозволяє прогнозувати динаміку усіх змінних активного середовища системи і враховувати їхню невизначеність. В основі запропонованої моделі лежить метод ідентифікації системи Моно із відсутністю спостережень за змінною активного середовища. Він ґрунтується на побудові початкових наближень параметрів моделі, які уточнюються градієнтним методом.

При побудові початкових наближень закладено допущення про поведінку змінної активного середовища системи, які виконуються далеко не завжди. Тому для досягнення необхідної точності в згаданих дослідженнях розробляються спеціальні багатоетапні схеми оптимізації, коли на першому етапі уточнюється одна група параметрів, а на наступному – решта. Такі обмеження потребують додаткового вивчення, оскільки ускладнюють застосування розроблених моделей до нових класів задач.

1.2.3. Моделі динаміки глікемії хворих на цукровий діабет

До цього часу розглядалися моделі процесів, що описувалися порівняно невеликою кількістю характеристик (2-3 характеристики). Однак нерідко зустрічаються процеси, для опису яких необхідно розглядати набагато складніші залежності. До таких процесів належить балансування концентрації цукру в крові, яке повинні постійно підтримувати хворі на цукровий діабет.

На сьогоднішній день діабет є невиліковною хворобою і максимальна компенсація порушеного обміну речовин є основним досягненням у підтримці здоров'я пацієнта. Успішністю у відновленні обміну служить зниження цукру в крові до величин, які наближаються до нормальних. Прогнозувати концентрацію глюкози в крові можна засобами математичного моделювання. Це дозволяє заздалегідь підібрати збалансовані режими харчування, зменшивши ризики невірних дозувань. Особливості харчування хворих на цукровий діабет розглядаються в роботах [106, 151, 175, 229], впливу інсуліну в роботах [110, 119, 136], а моделі засвоєння та способи замірів глюкози розглядаються в роботах [134, 145, 154, 174]. Проте, розроблені математичні моделі мають суттєві недоліки, що не дозволяють використовувати їх в якості інструментів для прогнозування добової динаміки глікемії.

Відома модель Моксея описує кінетику взаємодії глюкози та інсуліну диференціальними рівняннями в частинних похідних. Вона дозволяє моделювати дозу, об'єм, концентрацію інсуліну та глюкози в крові. Однак дана модель використовує багато допоміжних величин, які складно отримувати в амбулаторних умовах. Ця модель була спрощена Траяновським, проте він використовував для досліджень лише певний тип інсуліну, а перехід на інший тип інсуліну вимагає додаткових досліджень [14].

Численні моделі будуються на основі мінімальної моделі Бергмана. Проте, остання не розглядає джерел поступлення глюкози. Кобеллі та його колеги розробили метаболічні моделі, що включають зміни фізіологічних процесів взаємодії між глюкозою та інсуліном [127, 151]. Вони доповнили мінімальну модель Бергмана моделлю джерел поступлення глюкози. Кобеллі включив в модель компоненти, які моделюють динаміку гормонів глюкагону та інсуліну. Бергер, Рой та Говорка розробили програму, що імітує динаміку глюкози та інсуліну після введення інсуліну в організм з ін'єкцій [134, 236]. Проте, ці моделі будуються на основі даних внутрішнього тесту толерантності до глюкози, який дозволяє спостерігати динаміку глюкози в крові протягом трьох

годин. Тому згадані моделі не дозволяють описати довготривалу поведінку глюкози.

Сіліко та Бретон розробили моделі, які дозволяють оцінити динаміку глюкози в крові під дією фізичних навантажень [110, 126, 154, 175]. Моделі враховують лише одноразові поступлення глюкози. Тому питання самоконтролю глюкози в крові із врахуванням режиму харчування протягом доби залишалося мало дослідженим. Цей пробіл частково заповнили дослідження автора [97-104]. В них побудована модель добової динаміки глікемії із врахуванням режиму харчування та структурою обсягів спожитих вуглеводів, впливу природного інсуліну та впливу дозування інсуліну з ін'єкцій. Модель кожного із допоміжних процесів містить свої лімітуючі фактори, значення яких не спостерігаються. Такі особливості потребують додаткового вивчення, оскільки ускладнюють побудову методів ідентифікації груп параметрів моделі, які служать основою для процедури ідентифікації моделі добової динаміки глікемії.

1.2.4. Моделі управління успішністю в навчальних системах

Сучасний стан освітньої галузі характеризується формуванням цілісного світового освітнього простору, що розбудовується на базі компетентнісного підходу як основи конкурентоспроможності студентів на світовому ринку праці [39]. Одним із важливих інструментів формування необхідних компетенцій спеціаліста є проблемний підхід до навчання [61]. Схема проблемного навчання включає постановку викладачем навчально-проблемних ситуацій; розв'язавши які вони опановують способами здобування нових знань та застосування їх на практиці.

Підвищення ефективності навчання передбачає його індивідуалізацію. У зв'язку із розвитком інформаційних технологій така індивідуалізація може бути реалізована у дистанційній формі із використанням Веб-ресурсів викладача, які кожен із студентів може освоювати індивідуально, звертаючись до викладача

лише за консультаціями [1, 64, 114]. Організація дистанційного навчання - трудомісткий процес, спростити реалізацію якого можна за допомогою комп'ютерних засобів підтримки управління процесом навчання, структуризації навчального контенту, автоматизації формування засобів контролю засвоєння знань [12, 13, 36, 62, 87, 95, 115, 189, 190]. Дослідження із ефективності структурування навчального контенту показали перевагу проблемно-орієнтованого підходу [1, 49].

На сьогоднішній день в освітніх установах контроль знань здійснюється як традиційними методами (усне опитування, письмові роботи), так і з використанням комп'ютерних технологій (електронне тестування). Тестування дозволяє знижувати трудомісткість перевірки завдань та суб'єктивність їх оцінювання. При цьому виникає небезпека фрагментації знань, заформалізованості процесу навчання [4]. Однак обмежене застосування засобів тестового контролю дає змогу направити більше уваги на покращення змісту навчального матеріалу.

Коротко зупинимося на основних існуючих засобах тестового контролю та намітимо шлях їх розвитку. Одним із поширених методів генерації тестових завдань є метод параметризованих тестів [91]. Недоліком підходу є те, що не у всіх ситуаціях можна встановити простий параметризований зв'язок між умовою задачі та її розв'язком [219]. Деякі види задач не передбачають числового розв'язку, а тому не можуть бути параметризовані. Значну групу задач становлять закриті тести на вибір правильного варіанту відповіді зі структуруванням контенту предметних областей [74, 210].

Щоб зменшити ризик фрагментації знань, структура тестів може ускладнюватися за рахунок структурування його умов. Одним із методів такої структуризації є методологічні тести, запропоновані в дослідженнях [45] на основі методики ТРІЗ [41]. Формування відповідного тестового завдання відбувається на основі вибраної предметної області, в якій випадковим чином вибирається проблемна ситуація. Іншим ефективним підходом запропонованим в [56] є генерація тестів з програмованим оператором. Процес розв'язання

такого роду тестових завдань можна реалізувати за допомогою бібліотеки загальних та спеціально розроблених процедур в певному програмному середовищі. Тому даний підхід отримав назву метод генерації тестових завдань з програмованим оператором.

Поряд із розглянутими можна запропонувати ще один метод послаблення фрагментації знань. Він полягає у розробці багатоетапних тестів розв'язання громіздких задач. При цьому контролюється як допустимість ланцюжків етапів розв'язання тестових завдань, так і правильність проміжкових результатів по етапах. Це дозволяє контролювати не тільки результат, але й хід розв'язання задачі а також точніше оцінювати підготовленість студента при розв'язанні складних задач.

Ефективна модель організації процесу навчання запропонована авторами російсько-німецького проекту IDEA [40]. Аналізована система представляє достатньо повний набір засобів для підтримки процесу дистанційного навчання. Однак вона не надає студентові наочної інформації для вибору та корекції стратегії навчання в процесі освоєння предмету. Будь-який студент може відчувати дефіцит часу для здобування знань із необхідного переліку дисциплін із максимальним рівнем успішності [114, 116]. Тоді йому необхідно планувати ресурс свого робочого часу так, щоб отримати максимальну успішність із ключових для нього дисциплін та допустиму успішність із решти дисциплін.

Для свідомого планування такого набору навчальних стратегій система повинна забезпечувати його об'єктивним прогнозом очікуваного рівня успішності при відповідних часових затратах [239]. Питання побудови таких моделей потребують додаткового вивчення, оскільки такий прогноз суттєво залежить від суб'єктивних факторів і ідентифікацію такої моделі необхідно проводити заново для кожного вузла навчальної стратегії, виходячи із початкових результатів успішності його освоєння.

1.2.5. Моделі відвідуваності тематичних Веб-сайтів

В умовах сучасного інформаційного суспільства інформаційні та комерційні можливості Веб-сайтів величезні. Однак їх можливості реалізуються лише за умови достатньої відвідуваності. Основою формування достатньої відвідуваності Веб-сайту є його контент [15, 21, 23, 80, 233], який можна структурувати згідно підходів [28, 141, 206, 212, 214, 238, 253]. Різні способи формування контенту Веб-сайту досліджувалася також в працях А.М.Пелещишина [75, 76], В.М.Дубового, О. М.Москвіна, Р.Smyth, I.Cades, F.Khalil [159], A.Stibe, J.Bicevskis, F.Menczer, J.Ratkievich [222].

F. Khalil, P. Smyth, I.Cades моделювали результативність модифікації контенту Веб-сайтів на основі ланцюгів Маркова, методів кластеризації та асоціативних правил. В працях В. М. Дубового та О. М. Москвіна досліджувалася ефективність мультиагентних систем у структуруванні контенту Веб-сайтів для підвищення їх результативності. У дослідженнях А.М.Пелещишина для підвищення відвідуваності Веб-сайту використовуються Веб-сайти донори, які працюють в рамках Веб-холдингу. Передумовою застосування згаданих методів є достатньо висока базова відвідуваність.

В дослідженнях F.Menczer та J.Ratkievich показано, що кількісний показник відвідуваності відповідає степеневому закону розподілу із “важким хвостом”. Це свідчить про високу ймовірність появи значень відвідуваностей, що дуже сильно відрізняються від її середніх значень. Такого роду розподіли свідчать про необхідність фільтрування спостережених значень відвідуваності для оцінки її середніх значень.

Питання дослідження факторів впливу на відвідуваності Веб-сайтів із низьким її значенням частково розглянуті в праці автора [205]. Розглядається спосіб виділення росту відвідуваності Веб-сайту та побудови моделі її усередненої характеристики за допомогою системи Моно. Розглядаються багатоетапні методи ідентифікації запропонованої моделі, що дозволяє врахувати вплив людського фактору на процеси цього виду. Числові

експерименти підтвердили ефективність запропонованого підходу, а також відкрили можливості його удосконалення.

Основна складність у використанні запропонованої методики полягає у поділі підходів на заходи із короткотерміновим та довготерміновим ростом відвідуваності. Клас росту відвідуваності необхідно постулювати заздалегідь, що не завжди можливо. Крім того, недостатньо обґрунтований перехід від спостережених значень відвідуваності до її згладженої оцінки. Вимагає дослідження також питання спрощення зв'язку запропонованої моделі із загальними моделями систем із лімітуючими факторами.

Розглянуті види систем включали випадки прояву як єдиного лімітуючого фактора так і дії їх сукупності. Однак навіть встановлена загальна структура моделі не вирішує проблеми її адекватності в описуванні конкретного процесу. Для забезпечення такої адекватності модель потрібно ідентифікувати. Особливості цієї процедури щодо моделювання процесів із насиченням будуть проаналізовані в наступному підрозділі роботи.

1.3. Математичні та обчислювальні аспекти ідентифікації нелінійних моделей систем з лімітуючими факторами

Для узгодження моделі із експериментальними даними її необхідно ідентифікувати. Принципи формування алгоритмів ідентифікації тісно пов'язані з видом моделі, критерієм якості ідентифікації та методом оптимізації критерію [96, 230]. Складні нелінійні задачі спричиняють множину локальних мінімумів функціоналу якості ідентифікації [43, 90]. Універсальними методом мінімізації таких функціоналів є методи випадкового пошуку. При вдалій локалізації області, що містить глобальний екстремум функціоналу якості, для його пошуку можна застосувати градієнтні методи, що призведе до значної економії обчислювальних затрат. Для використання методів побудови параметрів аналізованих моделей, необхідно будувати наближені розв'язки систем нелінійних диференціальних рівнянь. Якщо для таких розв'язків

характерні різкі перепади градієнтів, то виникає явище жорсткості і відповідні розв'язки будують спеціальними числовими методами.

1.3.1. Обґрунтування вибору функціоналу якості ідентифікації

В даному дослідженні розглядаються моделі процесів із насиченням швидкості їх перебігу в середовищах, що характеризуються множинами однорідних об'єктів. Такі процеси ефективно моделюються системами звичайних диференціальних рівнянь. Питання ідентифікації моделей згаданого класу розглядалося в роботі [78].

Розглядається модель виду

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \vec{F}(\vec{x}(t), \vec{p}, t), \quad (1.34)$$

$$\text{де } \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \text{ – вектор фазових координат,} \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ \dots \\ p_m \end{pmatrix} \text{ – вектор}$$

параметрів моделі.

На основі спостережень в часових вузлах $t_j = t_0 + jh_t$ сітки $\{t_0, \dots, t_N\}$ фіксуються значення фазових змінних $\{\vec{x}(t_j)\}_{j=1}^N$. Необхідно встановити параметри \vec{p} із умови відповідності моделі результатам спостережень згідно деякого критерію якості моделі $Q(p)$ так, щоб $Q(p^*) = \min_p Q(p)$, при цьому параметри моделі можуть додатково задовольняти обмеженням $\vec{p} \in D = \{\vec{p} : a_i \leq p_i \leq b_i\}$.

Функціонал якості повинен бути парним відносно різниці між модельними та експериментальними значеннями. Найчастіше використовується квадратична функція, оскільки вона диференційовна, рідше – модульна функція різниці, яка не є диференційованою [31]. В першому випадку використовується середньоквадратичний функціонал якості виду

$$Q(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N [g_j^i(\vec{p})]^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N (x_i(t_j, \vec{p}) - x_i^e(t_j))^2. \quad (1.35)$$

В другому випадку функціонал якості найчастіше набуває виду

$$Q(\vec{p}) = \max_{i=1}^n \max_{j=1}^N |g_j^i(\vec{p})| = \max_{i=1}^n \max_{j=1}^N |x_i(t_j, p) - x_i^e(t_j)|. \quad (1.36)$$

Функціонал другого виду забезпечує рівномірну збіжність, однак при відсутності різких коливань у фазових змінних середньоквадратичний функціонал якості забезпечує достатню точність наближення при простіших алгоритмах його мінімізації.

Нелінійність диференціальних рівнянь приводить до багатоекстремальності функціоналу якості. Пошук екстремальних точок для такого виду функціоналів значно ускладнюється із ростом розмірності задачі. Універсальним засобом розв'язання задач такого виду є оптимізація за допомогою випадкового пошуку.

1.3.2. Застосування методів випадкового пошуку в задачі ідентифікації

Методи випадкового пошуку є узагальненням методів регулярного пошуку. Ефективність випадкового пошуку падає пропорційно $\frac{1}{\sqrt{n}}$ на відміну від ефективності регулярного пошуку, яка падає пропорційно $\frac{1}{n}$, де n - кількість змінних задачі [81]. В методах випадкового пошуку використовують два основних типи тактик: лінійну, як аналог методу найшвидшого спуску, та нелінійну, як аналог методу оптимізації Ньютонна.

Лінійна тактика випадкового пошуку опирається на допущення, що вірогідність покращення значення цільової функції в попередньому вдалому напрямку вища, ніж у випадковому напрямку. Тому при знаходженні покращення значення цільової функції робиться наступний крок $\Delta\vec{p}_k$ у знайденому напрямку $\Delta\vec{p}_{k-1}$, а при відсутності покращення робиться випадковий пошук. Цей алгоритм можна представити в рекурентній формі:

$$\Delta\vec{p}_k = \begin{cases} h\vec{\xi} & \Delta Q(\vec{p}_{k-1}) \geq 0, \\ \Delta\vec{p}_{k-1} & \Delta Q(\vec{p}_{k-1}) < 0, \end{cases} \quad (1.37)$$

де $\vec{\xi}$ - одиничний випадковий вектор розмірності n , h - крок пошуку.

По аналогії із методом найшвидшого спуску така тактика може бути ефективною для квазілінійних функцій, що можна спостерігати при великому віддаленні точки пошуку від оптимальної. При наближенні до оптимальної точки лінії рівня цільової функції можуть витягуватися та вигинатися. Це відбувається завдяки тому, що значення цільової функції вздовж деяких напрямків міняються значно швидше ніж вздовж інших. Математично це виражається в поганій обумовленості матриці других похідних цільової функції. Тоді кажуть, що функція має яровий характер [93].

В цьому випадку метод найвидшого спуску характеризується слабкою збіжністю і лінійна тактика випадкового пошуку втрачає сенс. Тоді застосовується нелінійна тактика, в якій використовуються лише успішні кроки, а при відсутності успіху відбувається повернення в попередню точку. За допомогою рекурентних співвідношень цей підхід представляють наступним чином

$$\Delta\vec{p}_k = \begin{cases} h\vec{\xi} & \Delta Q(\vec{p}_{k-1}) < 0, \\ -\Delta\vec{p}_{k-1} & \Delta Q(\vec{p}_{k-1}) \geq 0. \end{cases} \quad (1.38)$$

Лінійну та нелінійну тактики пошуку, тобто направлений та випадковий пошуки, можна об'єднати та узагальнити за допомогою методу напрямного конуса. Нехай на кроці k відома точка пошуку \vec{p}_k а також вісь напрямного конуса \vec{q}_k одиничної довжини. Будується l випадкових пробних точок $\{\vec{r}_{k+1}^{(s)}\}_{s=1}^l$ на дні конуса із висотою h та кутом розкриття φ , серед яких вибирається наступна пошукова точка за критерієм

$$\vec{p}_{k+1} = \arg \min [Q(\vec{r}_{k+1}^{(s)})]_{s=1}^l. \quad (1.39)$$

Вісь напрямного конуса на цьому кроці будується за правилом

$$\vec{q}_{k+1} = \frac{1}{h} (\vec{p}_{k+1} - \vec{p}_k). \quad (1.40)$$

Описаний в роботі [81] метод напрямного конуса є лише загальною методикою, яка потребує уточнення для конкретних класів задач. Крім того даний метод вимагає значних обчислювальних ресурсів, тому при його застосуванні часто використовують методи розпаралелювання [38].

Якщо функціонал якості має декілька екстремумів, це суттєво ускладнює задачу оптимізації. В процесі глобального пошуку тоді необхідно розв'язувати дві протилежні задачі: шукати конкретні мінімуми а також проминати їх, щоб знайти глобальний. Іншою особливістю є відсутність повної впевненості в тому, що знайдений за скінченний час оптимум є глобальним. Один із можливих підходів полягає у переформатуванні задачі до однокстремальної, однак це не завжди можливо [81].

1.3.3. Застосування методів локальної оптимізації в задачі ідентифікації

У випадку зведення задачі до однокстремальної можна застосувати модифіковані методи локальної оптимізації, які поділяються на класи прямих та градієнтних. Градієнтні методи, до яких відносять метод найшвидшого спуску, Ньютона, та модифіковані градієнтні методи мають перевагу за ефективністю над прямими методами, однак вони вимагають обчислення похідних цільової функції. За умови складності побудови аналітичного подання таких похідних, вони будуються на основі різницевих співвідношень.

Серед вказаних класів градієнтних методів модифіковані градієнтні методи мають безумовну перевагу, оскільки поєднують в собі переваги методів найшвидшого спуску при віддаленості початкового наближення від точки екстремуму та Ньютона при наближенні точки пошуку до екстремальної. При цьому вони не вимагають побудови матриці других похідних та маніпуляцій із нею як у методі Ньютона.

Серед модифікованих градієнтних методів виділимо метод Левенберга-Марквардта, який спеціально розроблений для мінімізації середньоквадратичних відхилень. Для побудови напрямків пошуку мінімуму використовується наступний якобіан функції похибок

$$K(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1^1(\vec{p})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial g_1^1(\vec{p})}{\partial p_m} \\ \frac{\partial g_N^1(\vec{p})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial g_N^1(\vec{p})}{\partial p_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_N^n(\vec{p})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial g_N^n(\vec{p})}{\partial p_m} \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Згідно згаданого підходу співвідношення для побудови напрямку пошуку мінімуму $\Delta \vec{p}_k$ мають вигляд:

$$[K(\vec{p}_k)^T K(\vec{p}_k) + \lambda_k I] \Delta \vec{p}_k = -K(\vec{p}_k) G(\vec{p}_k), \quad (1.42)$$

де $G(\vec{p}) = \begin{pmatrix} g_1^1(\vec{p}) \\ \dots \\ g_N^1(\vec{p}) \\ \dots \\ g_N^n(\vec{p}) \end{pmatrix}$ – вектор-функція похибок оцінок експериментальних

значень в точках спостереження, $K(\vec{p})$ – якобіан функції похибок, λ_k – параметр методу, I – одинична квадратна матриця, розмірності якої рівні кількості невідомих параметрів m , k – номер кроку уточнення значень коефіцієнтів \vec{p} системи диференціальних рівнянь. На кожній ітерації параметр методу λ_k збільшується або зменшується в залежності від прогнозу значень цільової функції згідно методу найшвидшого спуску або методу Ньютона.

Прогноз суми квадратів відхилень згідно методу найшвидшого спуску здійснюється наступним чином

$$Q_G(\vec{p}_k) = [K(\vec{p}_{k-1})\Delta\vec{p}_{k-1} + G(\vec{p}_{k-1})]^T [K(\vec{p}_{k-1})\Delta\vec{p}_{k-1} + G(\vec{p}_{k-1})]. \quad (1.43)$$

Прогноз згідно методу Ньютона $Q_N(\vec{p}_k)$ здійснюється на основі двох попередніх значень цільової функції $Q(\vec{p}_{k-1})$, $Q(\vec{p}_{k-2})$ та значень її похідних $\frac{dQ(\vec{p}_{k-1})}{d\lambda}$, $\frac{dQ(\vec{p}_{k-2})}{d\lambda}$ методом кубічної апроксимації. Точніший прогноз згідно методу найшвидшого спуску призводить до збільшення кроку оптимізації, а точніший прогноз згідно методу Ньютона – до зменшення згаданого кроку. Тобто модифікація параметру методу λ_k здійснюється наступним чином

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_{k-1} + \frac{1}{\alpha} (Q_N(\vec{p}_k) - Q_G(\vec{p}_k)), & Q_G(\vec{p}_k) \leq Q_N(\vec{p}_k), \\ \frac{\lambda_{k-1}}{1 + \alpha}, & Q_G(\vec{p}_k) > Q_N(\vec{p}_k). \end{cases} \quad (1.44)$$

1.3.4. Методи Гіра розв'язання жорстких систем диференціальних рівнянь

Коли досліджувана характеристика представляється системою диференціальних рівнянь, то для обчислення одного значення функції $Q(\vec{p})$ необхідно розв'язати цю систему. Якщо ці системи моделюють перехідні процеси із високими та низькими значеннями показників, вона буде володіти властивістю жорсткості. Такі класи систем характеризуються значним подібненням кроку побудови розв'язку загальними числовими методами, тому для їх розв'язання використовуються, зокрема, методи Гіра [79].

Методи Гіра застосовуються до розв'язання задачі Коші для систем жорстких диференціальних рівнянь виду

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \vec{F}(\vec{x}(t), \vec{p}, t), \quad (1.45)$$

$$\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0. \quad (1.46)$$

m -го порядку. Необхідно попередньо побудувати розв'язок системи (1.39) в $m-1$ вузлі, що можна зробити за допомогою явних методів Рунге-Кути. Далі за допомогою інтерполяційного многочлена Ньютона m -го порядку будують наближення розв'язку в околі вузла t_m . Для побудови многочлена Ньютона використовують вузли $t_0 - t_{m-1}$ та значення розв'язку $\vec{x}_0 - \vec{x}_{m-1}$. Продиференціювавши згаданий многочлен Ньютона, отримаємо наближення похідної розв'язку в околі вузла t_m . Прирівнявши це подання при $t = t_m$ із значенням $\vec{F}(\vec{x}_m, \vec{p}, t_m)$, отримаємо систему нелінійних рівнянь для побудови значення розв'язку \vec{x}_m . Ця система розв'язується за допомогою методу Ньютона. Для отримання початкового наближення для цього методу розглядається раніше побудоване наближене подання розв'язку рівняння системи (1.45) у вузлі t_{m-1} , з якого явним чином визначається початкове значення розв'язку \vec{x}_m . Реалізований таким чином неявний метод розв'язання жорстких систем диференціальних рівнянь дозволяє будувати розв'язки без надмірного подрібнення кроків дискретизації по часу, як це спостерігається для явних методів.

1.4. Постановка задачі дослідження

Завдання дослідника – передбачати динаміку параметрів складних практично важливих процесів. З метою здешевлення, а в багатьох випадках і просто уможливлення експериментів з об'єктом дослідження, для його процесів будуються математичні моделі. Побудова математичної моделі об'єкту дослідження – складний ітераційний процес. Його схема, побудована на узагальненні власного досвіду та аналізу літературних джерел наведена на рисунку

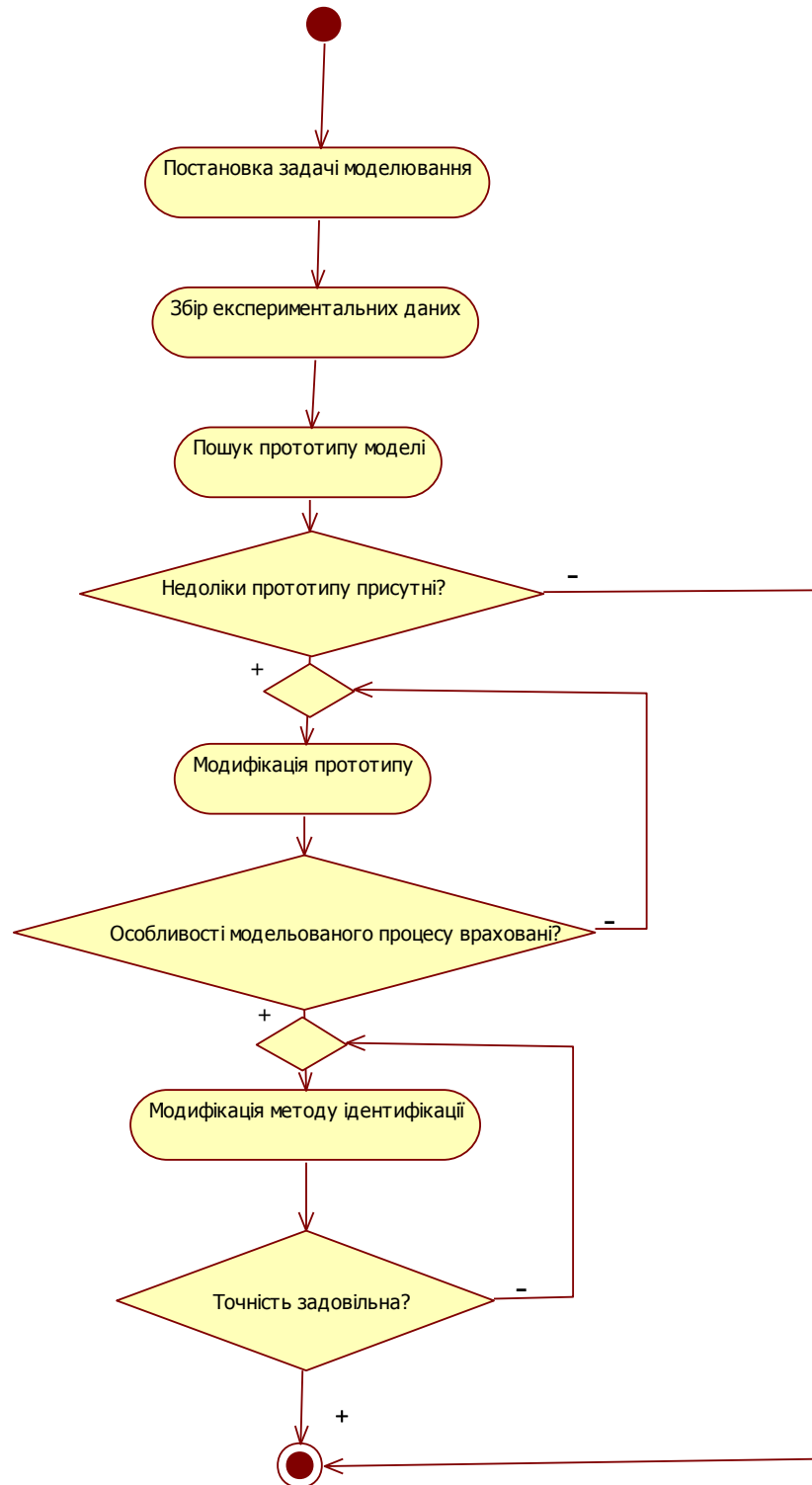


Рис. 1.1. Схема побудови математичної моделі об'єкту дослідження

При усвідомленні необхідності побудови математичної моделі та змінних, які вона повинна містити, відбувається збір та вивчення експериментальних даних пов'язаних із досліджуваними процесами в об'єкті моделювання. Після

цього, або паралельно із цим відбувається пошук модельних прототипів. Важливою підмогою в такого роду пошуках є властивість універсальності найважливіших математичних моделей: принципово різні явища можуть описуватися однією і тією ж математичною моделлю.

При аналізі добре вивчених процесів модельні прототипи можуть без суттєвих змін використовуватися як робочі моделі для проведення числових експериментів. Однак при дослідженні слабо вивчених процесів нерідко складається ситуація, що жоден із відомих прототипів не дозволяє описувати всі особливості досліджуваних явищ. В цьому випадку прототип необхідно модифікувати до того моменту, поки основні особливості досліджуваних явищ не будуть відображатися, хоча б на якісному рівні.

В більшості досліджень об'єкт повинен моделюватися достатньо точно. Тому після встановлення загальної структури моделі необхідно її прив'язати до статистичних даних конкретного модельованого процесу за допомогою спеціальних методів ідентифікації. Для відомих моделей методи ідентифікації вже розроблені. Однак для модифікованих моделей, або для процесів, збір інформації в яких утруднений, методи ідентифікації також повинні підлягати модифікації, або повинні створюватися заново.

Критерієм здовільності методу ідентифікації моделі є похибка моделі на експериментальних даних. Підвищити ефективність процесу побудови моделей можна за рахунок розроблення прототипів моделей та методів їх ідентифікації із широкою сферою застосування, тобто із явно вираженою властивістю універсальності. Окрім виграшу в скороченні числа ітерацій в побудові моделей досліджуваних процесів це надає можливість, при розробці відповідного

програмного забезпечення, максимально використовувати створені програмні засоби для підтримки процесу математичного моделювання.

Останнім часом з'явився ряд досліджень систем із лімітуючими факторами, як в традиційній біотехнологічній області, так і для процесів реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання та оцінки приростів відвідуваностей Веб-сайтів при модифікації та рекламуванні їхнього контенту. Дослідження такого роду вказують на можливість застосування моделей систем із лімітуючим фактором в різних предметних областях. Однак на заваді швидкому розповсюдженню напрацьованих підходів стає сильна прив'язаність згаданих методів моделювання до особливостей предметних областей. Така прив'язаність дозволяє забезпечити адекватність побудованих моделей, однак стає перешкодою при застосуванні напрацьованих підходів до інших предметних областей.

Зокрема для трьох вказаних підходів було використано чотири різних моделі систем із лімітуючими факторами та п'ять різних методів їх ідентифікації. Таким чином виникає задача підвищення застосовності напрацьованих підходів до нових класів задач. Це породжує проблему розробки узагальнених моделей систем із лімітуючим фактором та методів їх ідентифікації, які мали б широкую сферу застосовності в різних предметних областях.

Складність модельованих процесів вимагає розробки відповідного програмного забезпечення для їх аналізу та прогнозування. На жаль розробка такого забезпечення для кожної предметної області ведеться з нуля, без використання досвіду попередніх напрацювань. Однак розробка узагальнених моделей із широкими сферами застосування дозволить узагальнювати досвід їх попередніх програмних реалізацій в нових дослідженнях, формуючи завдання створення програмного середовища моделювання систем із лімітуючими факторами. Конкретизуємо це завдання. Побудована на основі досвіду та аналізу літературних джерел традиційна схема дослідження об'єктів із певних предметних областей за допомогою математичних моделей подана на рисунку



Рис. 1.2. Традиційна схема моделювання систем із лімітуючими факторами за допомогою прикладних програмних засобів

Згідно неї в організації подібних процесів виділяються дві базові категорії учасників : розробники та аналітики. В ролі аналітиків виступають фахівці предметної області, які є замовниками комп'ютерних досліджень, надавачами інформації для проведення числових експериментів. Вони ж використовують результати експериментів в управлінні об'єктом досліджень.

В сферу компетенції розробників входить постановка задачі із моделювання об'єкта управління, яка здійснюється в тісному контакті із аналітиками. Вони проводять аналіз існуючих підходів у розв'язанні поставлених задач та вибирають прототипи досліджень. На основі аналізу проблеми та критичного аналізу прототипу розробляється математична модель, що забезпечує розв'язання поставленої задачі. Розробляються методи ідентифікації сформованої математичної моделі та прогнозування на її основі. Розроблені методи отримують програмну реалізацію, яку використовують експерти напряму або за посередництвом розробників. Недоліком такої організації досліджень є унікальність циклу розв'язання кожної задачі і внаслідок цього подовження терміну розробки відповідного програмного забезпечення.

Підвищити ефективність такого роду досліджень можна за допомогою спеціального середовища моделювання, схему використання якого подано на рисунку



Рис. 1.3. Пропонована схема моделювання систем із лімітуючими факторами із застосуванням програмного середовища

В пропонуваній схемі організації досліджень в ролі розробників залишаються лише найкваліфікованіші спеціалісти, а менш досвідченіші переходять в категорію дослідників. Розробники займаються дослідженнями та експериментами із принципово новими моделями, а дослідники адаптують ці типові моделі до різних прикладних галузей. При цьому відпадає необхідність у визначенні модельних аналогів та підходів до побудови методів ідентифікації та прогнозування. Класи моделей та методів будуються на основі їх типових прототипів.

Така спеціалізація дозволить зменшити навантаження на окремі категорії спеціалістів, підвищить повторність використання коду а також прискорить

процес розробки прикладного програмного забезпечення, однак вона вимагає розробки типових моделей для важливих класів прикладних задач, дослідження їх ефективності на конкретних задачах із різних предметних областей а також програмного забезпечення для підтримки процесів пошуку та модифікації відповідних програмних прототипів. Вказаний підхід застосовано до важливого описаного класу математичних моделей систем із лімітуючими факторами. Підсумовуючи відзначимо, що проведений аналіз дозволяє сформулювати наукову проблему – спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами в зв'язку з відсутністю узагальнених математичних моделей цих систем та методів їх ідентифікації.

Це породжує мету дисертаційного дослідження – спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами та підвищення точності моделювання шляхом розроблення узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами та методів їх ідентифікації з формуванням інженерного інструментарію для застосування напрацьованих підходів до розв'язування прикладних задач з розширеною сферою застосування в прикладних дослідженнях. Досягнення поставленої мети забезпечується шляхом розв'язання наступних задач дослідження:

- 1) аналіз існуючих підходів до побудови моделей систем із лімітуючими факторами та методів їх ідентифікації;
- 2) розроблення нових узагальнених моделей систем з лімітуючими факторами;
- 3) розроблення загальних методів ідентифікації систем із множинними відокремленими лімітуючими факторами при відсутності даних їх спостережень;
- 4) розроблення та використання нового алгоритмічного забезпечення для формування архітектури програмного середовища підтримки моделей систем з лімітуючими факторами;
- 5). застосування розроблених моделей та методів в дослідженнях

процесів в хіміко-технологічних системах, реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання, глікемії хворих на цукровий діабет, формування успішності в начальних системах, прогнозування відвідуваностей Веб-сайтів.

Розв'язання поставлених завдань буде подано в ході подальшого викладу.

Висновки до розділу 1

1. Проаналізовано особливості математичних моделей систем із лімітуючими факторами в різних прикладних областях та виявлено недоліки та пробіли у їх розробці. Відзначено застосовність моделі Моно до опису різноманітних процесів взаємодії компонентів або реакції на зовнішнє навантаження, інтенсивність яких знижується із ростом значень лімітуючого фактора.
2. Проаналізовано особливості впливу лімітуючих факторів та параметрів середовища на системи. Відзначено спорідненість базових конструкцій в моделях, що описують різноманітні типи лімітуючих факторів. Виділено спосіб врахування впливу температури на перебіг процесів в біотехнологічних системах із лімітуючими факторами.
3. Проаналізовано відомі методи ідентифікації моделей, що описуються системами звичайних диференціальних рівнянь. Виділено базові елементи методів ідентифікації математичних моделей на основі середньоквадратичного критерію та найбільш придатні до використання в моделях систем із лімітуючими факторами.
4. На основі проведеного аналізу побудовано існуючу та запропоновано нову схему моделювання систем із лімітуючими факторами за допомогою прикладних програмних засобів та спеціального програмного середовища. Сформульовано проблему дослідження, що полягає у розробці єдиного підходу до побудови моделей систем з лімітуючими факторами та методів

їх ідентифікації в рамках програмного середовища математичного моделювання.

РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ СИСТЕМ ІЗ ВНУТРІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ ТА МЕТОД ЇХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Одним із поширених видів лімітуючих факторів є компоненти, використання яких забезпечує перебіг основних процесів в системах. Цей розділ присвячено аналізу особливостей моделювання згаданих процесів, а згадані компоненти віднесено до групи внутрішніх лімітуючих факторів. В розділі подано узагальнену модель систем із згаданими факторами, результати досліджень впливу зміни параметрів моделей на динаміку їх змінних, на основі яких розроблено метод ідентифікації згаданих моделей.

2.1. Узагальнена модель процесів із внутрішніми лімітуючими факторами

В підрозділі аналізуються компоненти моделі еволюції системи мікроорганізмів в періодичних хіміко-технологічних реакторах а також можливі модифікації згаданих моделей для застосування в системах із періодичним підвищенням рівня активності основного процесу та в системах, де діє множина лімітуючи факторів.

2.1.1. Модель зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора

Розробка моделей для процесів, що виходять за рамки екологічних або біологічних систем вимагає модифікації математичного апарату. Це стосується в першу чергу питомої швидкості росту популяцій (1.10), яку ми хочемо застосувати для моделювання інтенсивності процесів, що зазнають суттєвого підвищення активності або насичення . Тому замість питомої швидкості росту популяцій, що є основою моделей Моно, розглянемо відносну інтенсивність процесу взаємодії певних компонентів. Для її побудови необхідно подання інтенсивності взаємодії поділити на обсяги взаємодіючих компонентів, або питому швидкість росту популяцій поділити на обсяги взаємодіючого субстрату та активного середовища.

В результаті приходимо до наступного подання відносної інтенсивності взаємодії для процесів із лімітуючим фактором

$$R(m, S(t)) = \frac{1}{m + S(t)}, \quad (2.1)$$

де $S(t)$ – лімітуючий фактор, $m \neq 0$ лімітуючий параметр нелінійності взаємодії. При зростанні параметра інтенсивність наближається до сталої, тобто стає аналогічною до відносної інтенсивності взаємодії характеристик системи в моделі Лотки-Вольтера. При зменшенні значень параметру градієнти відносної інтенсивності зростають

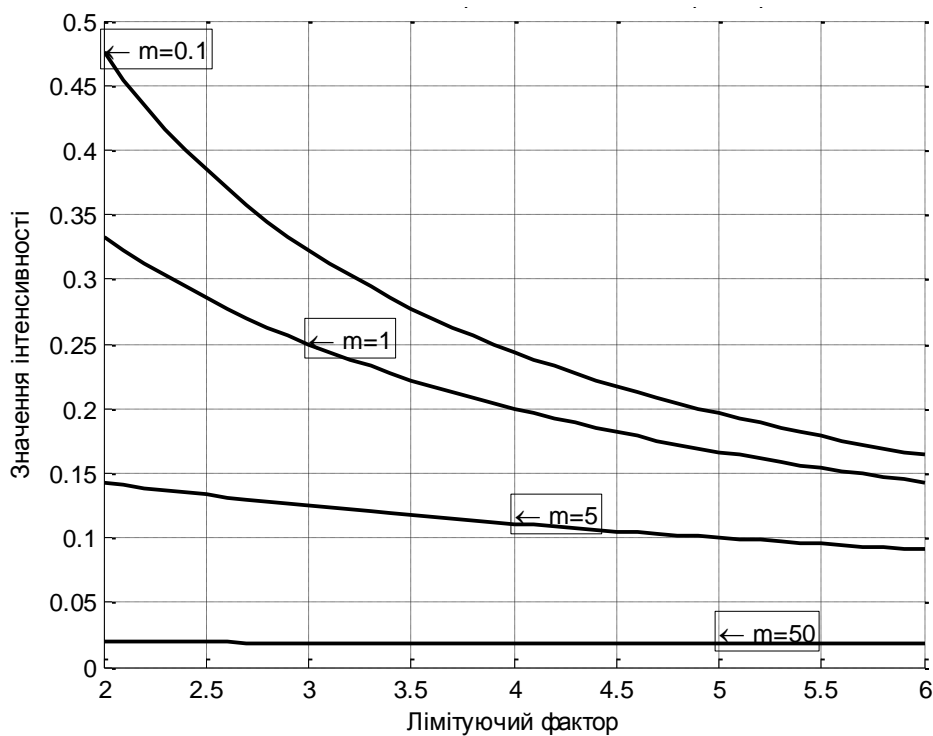


Рис.2.1. Відносна інтенсивність реакції системи при дії лімітуючого фактора

Оскільки базовою моделлю процесів з лімітуючими факторами вважаємо модель Моно, то добуток відносної інтенсивності взаємодії характеристик системи в моделі Моно на значення лімітуючого фактора представимо як функцію Моно першого роду:

$$M_1(m, S(t)) = \frac{S(t)}{m + S(t)}. \quad (2.2)$$

Графік одномісної функції Моно першого роду наведено на рисунку

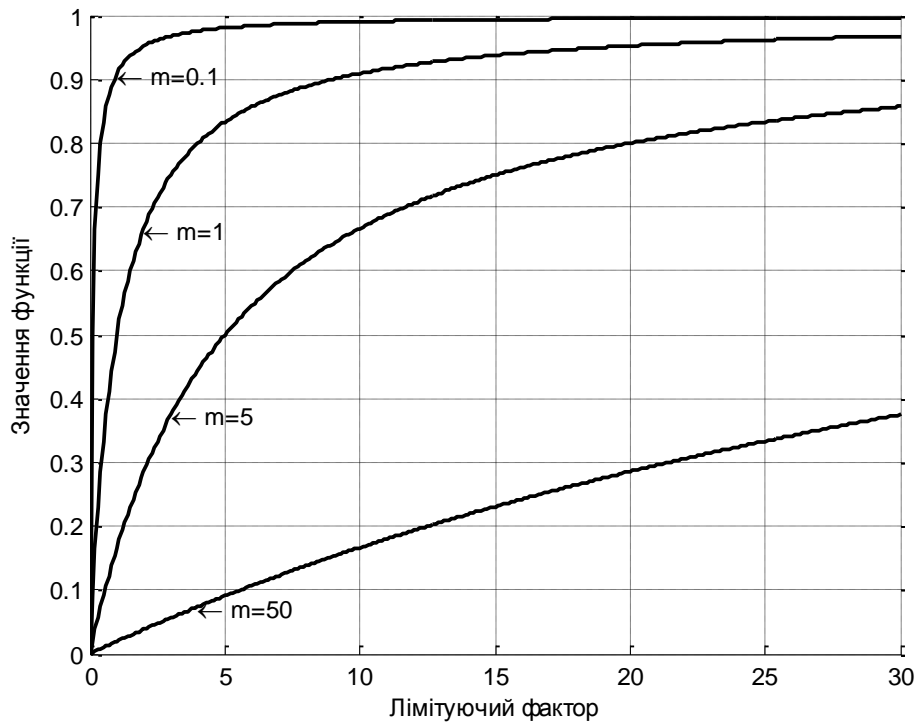


Рис.2.2. Графіки функцій Моно першого роду

Можна спостерігати втрату впливу лімітуючого фактору при рості його значень. Процеси із лімітуючим фактором зустрічаються в різноманітних ситуаціях. Однак природа цих факторів може бути абсолютно різною. Звичайно в ролі лімітуючого фактора виступає деяка внутрішня характеристика системи. Її динаміка визначається системою і може бути прогнозованою, як і динаміка інших характеристик. Один із найпростіших процесів такого роду відбувається в біохімічному реакторі періодичного типу. Він починається із деяких початкових концентрацій характеристики забезпеченості процесу S_0 , в ролі якої виступає концентрація субстрату в реакторі, та характеристики активності системи X_0 (див. рис. 2.3), в ролі якої виступає концентрація мікроорганізмів в реакторі. В ході реалізації процесу концентрація субстрату $S(t)$ знижується до нульової. За рахунок субстрату значення характеристики активності зростає, причому швидкість такого росту зазнає насичення.

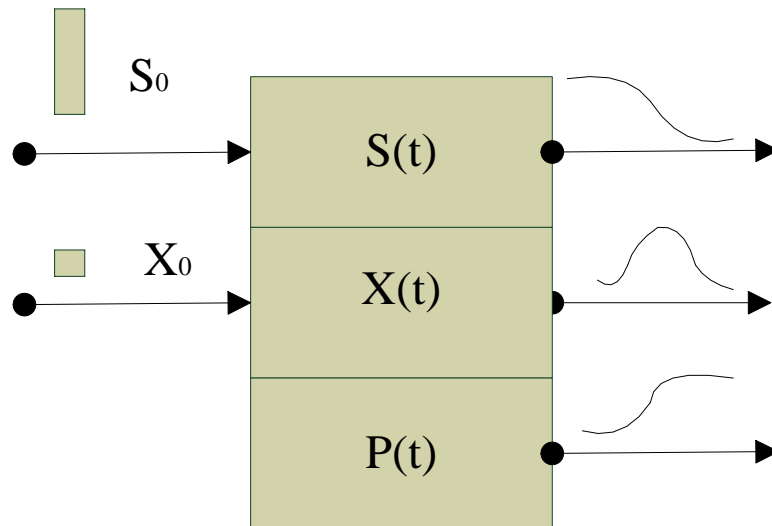


Рис.2.3. Схема утворення продукту P за рахунок взаємодії субстрату S та активного середовища X

Характеристика активності процесу часто є нестійкою і зазнає редукції. Якщо швидкість редукції значна, то характеристика активності $X(t)$ швидко знижується до нульового або деякого постійного значення. В процесі перетворення субстрату може утворюватися продукт процесу $P(t)$.

Побудову моделей описуваних процесів розпочнемо із простішого випадку, коли розглядається динаміка лише характеристик забезпеченості та активності процесів системи. Ця динаміка із врахуванням ефекту насичення інтенсивності їх взаємодії та процесу редукції активності системи моделюється наступною системою звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = (p_1 M_1(p_4, S(t)) - p_2) X(t), & (2.3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} S(t) = -p_3 M_1(p_4, S(t)) X(t), & (2.4) \end{cases}$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0. \quad (2.5)$$

Системи такого роду часто використовуються в моделюванні біотехнологічних процесів. В цій моделі параметр p_1 визначає вплив інтенсивності взаємодії характеристики активності процесу із характеристикою

його забезпеченості на ріст активності процесу, а параметр p_2 визначає відносну інтенсивність редукції цієї активності. Параметр p_3 визначає вплив інтенсивності взаємодії характеристики активності процесу із характеристикою його забезпеченості на швидкість редукції забезпеченості процесу. Параметр p_4 є лімітуючим параметром функції Моно. Він відіграє ключову роль у поданні швидкості перебігу процесу взаємодії інтенсивності взаємодії характеристики активності процесу із характеристикою його забезпеченості.

2.1.2. Модель трансформації активності процесів під дією лімітуючого фактора

Подана модель описує перебіг взаємодії змінної активного середовища із субстратом в різних предметних областях. Причина полягає в тому, що багатьом процесам властиве явище насичування взаємодії його характеристик, які ми можемо вважати змінними активного середовища та субстрату. Однак така подібність навіть у основних рисах не є повною. Зокрема у Веб-аналітичних при правильній організації рекламування Веб-сайтів згладжена відвідуваність останніх при завершенні періодичного процесу знижується не до нуля, а до деякої частки свого максимального значення $X_m = \max X(t)$. Відповідно і значення субстрату знижується не до нуля а до деякої частки f початкового значення S_0 . Для моделювання такої ситуації необхідно узагальнити модель (2.3)-(2.5) наступним чином

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = (p_1 M_2(p_4, S(t), S(t) - S_f) - p_2) \Theta(S(t) - S_f) X(t), \end{array} \right. \quad (2.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = -a_3 M_1(p_4, S(t)) \Theta(S(t) - S_f) X(t), \end{array} \right. \quad (2.7)$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0, \quad S_f = fS_0, \quad (2.8)$$

$$M_2(p_4, S(t), C(t)) = \frac{C(t)}{p_4 + S(t)}. \quad (2.9)$$

Тут символом M_2 позначимо функцію Моно другого роду, в якій змінні величини чисельника та знаменника не співпадають. Покладаючи в даній моделі $f = 0$, отримуємо відому модель (2.3)-(2.5) процесів із насиченням.

Пропонована модель може бути ідентифікована при наявності спостережень змінної активного середовища та субстрату. Однак зустрічаються практичні задачі, в яких значення субстрату оцінити не можна. Це не дозволяє ідентифікувати та якісно використовувати модель (2.6)-(2.9), оскільки вона містить перемикачі виду $\Theta(S - S_f)$. Тому переформатуємо модель (2.6)-(2.9) з метою максимального використання значень спостережуваної змінної активного середовища $X(t)$. Вихід на насичення будемо фіксувати за допомогою умови

$$X(t) < X_f, \quad X_f = fX_{\max}. \quad (2.10)$$

Тим самим ми орієнтуємося на зменшення значення змінної активного середовища нижче деякої частки f від максимально досягнутого значення X_{\max} . Однак застосування лише наведеної умови заблокує зростання змінної активного середовища на початковому етапі, а отже вона і не зможе досягнути максимального значення. Тому розширимо попередню умову наступним чином

$$(t > t_{\max}) \wedge (X(t) < X_f), \quad X_f = fX_{\max}, \quad X(t_{\max}) = X_{\max}. \quad (2.11)$$

Таким чином, замість моделі (2.3)-(2.5) переходимо до моделі

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = (p_1 M_1(p_4, S(t)) - p_2) X(t), \\ \frac{d}{dt} S(t) = -p_3 M_1(p_4, S(t)) X(t), \end{array} \right. \quad (t < t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \quad (2.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = 0, \\ \frac{d}{dt} S(t) = 0, \end{array} \right. \quad (t - t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \quad (2.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = 0, \\ \frac{d}{dt} S(t) = 0, \end{array} \right. \quad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \quad (2.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = 0, \\ \frac{d}{dt} S(t) = 0, \end{array} \right. \quad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \quad (2.15)$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0, \quad X_f = fX_{\max}, \quad X(t_{\max}) = X_{\max}, \quad (2.16)$$

Тут використано значення моменту часу t_{\max} , в який змінна активного

середовища досягає свого максимального значення. Якщо максимальне значення змінної активного середовища вже досягнуте в минулому, то зменшення згаданого значення нижче певної частини від максимального призведе до стабілізації процесу.

Як приклад використання моделі (2.12-2.16) продемонструємо наближення експериментальних даних для деякого веб-аналітичного процесу, який описує перехід від мінімальної відвідуваності до дещо вищої відвідуваності через деякий проміжковий максимум. За допомогою вибору відповідних параметрів дані можна достатньо точно наблизити із використанням лише частини (9 точок) для підбору цих значень, як показано на рисунку

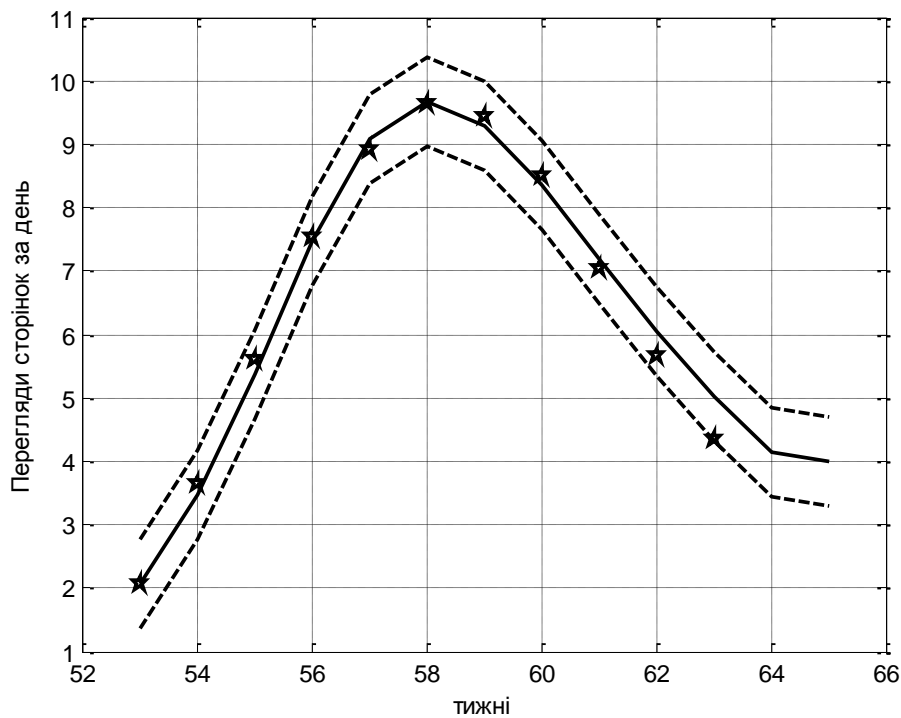


Рис. 2.4. Результат застосування моделі (2.5) до наближення експериментальних даних

Із аналізу рисунку видно достатню точність наближення даних (6.8%), що наочно демонструє 7% коридор навколо модельованих значень, який представляється пунктирними лініями.

При аналізі біотехнологічних процесів із лімітуючим фактором помічено явище гальмування росту їх основної характеристики, що обумовлюється

впливом продуктів розвитку мікроорганізмів. Це явище отримало назву продуктного інгібування [77, 164, 199]. В роботах [120, 244] вводиться спрощене подання явища інгібування (1.26), яке можна представити як добуток функцій Моно з лімітуючими субстратом та продуктом процесу.

Однак в дослідженнях біотехнологічних процесів Andrés-Toro [111, 199, 203], запропоновано ще простіше подання ефекту продуктного інгібування. А саме в рівнянні, яке описує динаміку основної характеристики процесу в якості лімітуючого фактора використано не субстрат, а продукт процесу. Для моделювання динаміки продукту процесу використано лінійну залежність його приросту від швидкості зменшення субстрату, як це подано у наступних співвідношеннях

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = (p_1 M_2(p_5, P(t), S(t)) - p_2) X, \quad (t < t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \end{array} \right. \quad (2.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = -p_3 M_1(p_4, S(t)) X(t), \quad (t < t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \end{array} \right. \quad (2.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = 0, \quad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \end{array} \right. \quad (2.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = 0, \quad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \end{array} \right. \quad (2.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} P(t) = -p_6 \frac{d}{dt} S(t), \end{array} \right. \quad (2.21)$$

$$X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0, \quad X_f = fX_{\max}, \quad X(t_{\max}) = X_{\max}, \quad (2.22)$$

$$M_2(m, P(t), S(t)) = \frac{S(t)}{m + P(t)} \quad (2.23)$$

Числові експерименти підтвердили ефективність такого підходу.

Наступний вид ускладнення моделі передбачає управління інтенсивністю процесу. Таке управління моделюється переходом від постійних коефіцієнтів моделі до деяких функцій від управління T та деякого вектора відомих параметрів \vec{C}

$$p_i = H_i[\vec{C}, T(t)]. \quad (2.24)$$

В результаті отримуємо модель

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X(t) = (H_1[\vec{C}, T(t)]M_2(H_5[\vec{C}, T(t)], P(t), S(t)) - H_2[\vec{C}, T(t)])X(t), \\ \qquad \qquad \qquad (t < t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \qquad (2.25) \\ \frac{d}{dt} S(t) = -H_3[\vec{C}, T(t)]M_1(H_4[\vec{C}, T(t)], S(t))X(t), \\ \qquad \qquad \qquad (t - t_{\max}) \vee (X(t) > X_f), \qquad (2.26) \\ \frac{d}{dt} X(t) = 0, \qquad \qquad \qquad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \qquad (2.27) \\ \frac{d}{dt} S(t) = 0, \qquad \qquad \qquad (t > t_{\max}) \wedge (X(t) > X_f), \qquad (2.28) \\ \frac{d}{dt} P(t) = -H_6[\vec{C}, T(t)]\frac{d}{dt} S(t), \qquad (2.29) \\ X(0) = X_0, \quad S(0) = S_0, \quad X_f = fX_{\max}, \quad X(t_{\max}) = X_{\max}, \qquad (2.30) \end{array} \right.$$

Згадані ускладнення включають попередні моделі як часткові випадки. Зокрема, покладаючи в моделі (2.17)-(2.23) $p_6 = -1$, отримуємо модель (2.12)-(2.16), а покладаючи в моделі (2.25)-(2.30) $\vec{C} = \vec{0}$, отримуємо модель (2.17)-(2.23).

2.1.3. Модель забезпеченості процесів із відокремленими лімітуючими факторами

Модель (2.25-2.30) дозволяє описати в принципі майже всі процеси, які розглядаються в даній роботі, де лімітуючим фактором служить внутрішня компонента системи. Однак відомі процеси, в яких лімітуючим фактором служить зовнішнє навантаження, або процеси, результуючою характеристикою яких служить рівень їх забезпеченості, на яку впливає ціла множина змінних, що визначаються окремими лімітуючими факторами. Це процеси реакції на фізичне навантаження хворих із серцево-судинними захворюваннями а також добової динаміки глікемії, які будуть розглядатися нижче. Структуру

узагальненої моделі, яка охоплює всі зазначені вище випадки подано на рисунку

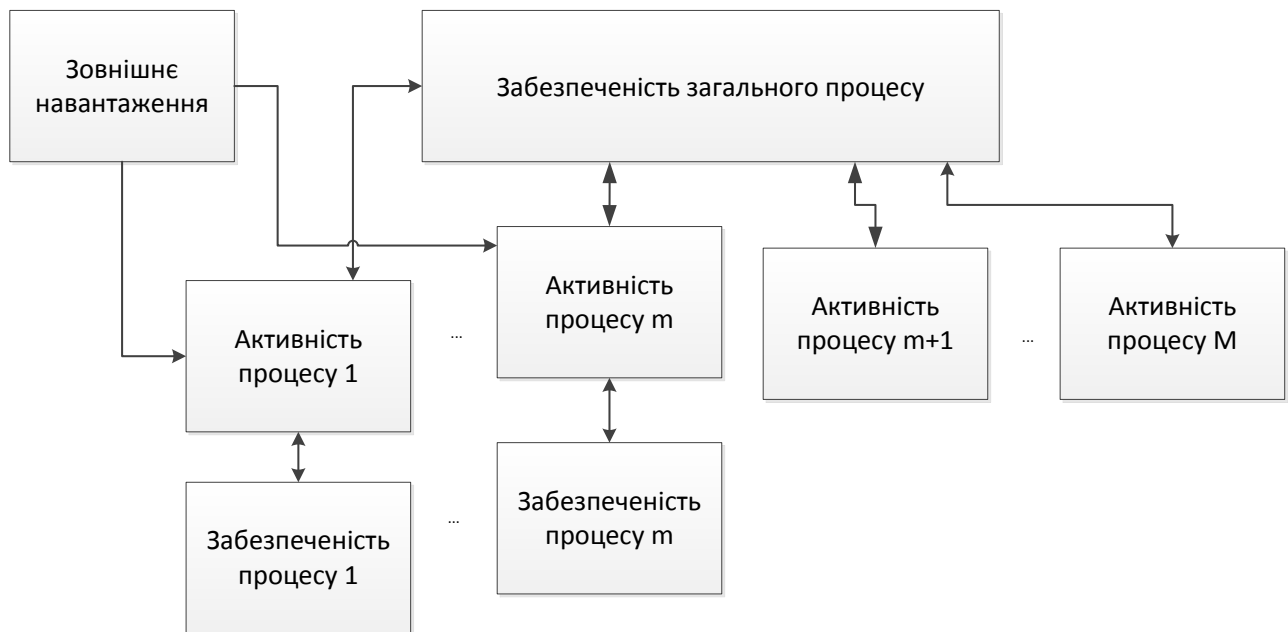


Рис. 2.5. Загальна структура моделей систем із лімітуючими факторами

Системи із зовнішнім лімітуючим фактором представляються моделлю, в якій розглядається лише вплив зовнішнього навантаження на характеристику активності системи і будуть розглянуті в розд. 4. В інших системах лімітуючими факторами служать компоненти системи, тому вони отримали назву внутрішніх лімітуючих факторів.

В моделях забезпеченості $S(t)$ загального процесу на неї впливає множина активностей M підпорядкованих процесів. Активності частини із цих процесів (їх кількість позначена через m) міняються в залежності від власних рівнів забезпеченості. Останні не взаємодіють між собою і тому отримали назву відокремлених лімітуючих факторів. Активності інших $M - m$ процесів представляються деякими параметризованими залежностями. Прикладом такої складної системи є модель динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, яка містить сукупність різних підпорядкованих процесів, що взаємодіють із загальною забезпеченістю системи та можуть обмежуватися власними забезпеченостями [207, 208, 211].

Розглянемо узагальнену математичну модель систем із внутрішніми лімітуючими факторами, яка містить M підпорядкованих процесів, що впливають на динаміку її загальної забезпеченості $S(t)$. Взаємодія процесів із загальною забезпеченістю представляється за допомогою функції Моно, частковим випадком якої є лінійна функція. Нехай t_{\max}^i – момент часу досягнення змінною активності i -го підпорядкованого процесу свого максимального значення, f_i – частка фінального рівня змінної активності i -го процесу відносно свого максимального рівня $X_{i,\max}$, \vec{C}_j^i – вектор аргументів функції управління j -м параметром i -го процесу. При цих допущеннях згадана узагальнена модель набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = \sum_{i=1}^M p_{2i-1} M_1(p_{2i}, S(t)) X_i(t), \end{array} \right. \quad (2.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_i(t) = (p_1^i M_2(p_5^i, S_i^X(t), P_i(t)) - p_2^i) X_i, \quad (t < t_{\max}^i) \vee (X_i(t) > X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (2.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_i^X(t) = -p_3^i M_1(p_4^i, S_i^X(t)) X_i(t), \quad (t < t_{\max}^i) \vee (X_i(t) > X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (2.33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_i(t) = 0, \quad (t > t_{\max}^i) \wedge (X_i(t) < X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (2.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_i(t) = 0, \quad (t > t_{\max}^i) \wedge (X_i(t) < X_{i,f}), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (2.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} P_i(t) = -p_6^i \frac{d}{dt} S_i(t), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$X_i(0) = X_{i,0}, \quad S(0) = S_0, \quad S_i^X(0) = S_{i,0}^X, \quad X_{i,f} = f_i X_{i,\max}, \quad X(t_{\max}^i) = X_{i,\max}, \quad (2.37)$$

$$p_j^i = H_6[\vec{C}_j^i, T(t)]. \quad (2.38)$$

В моделі передбачено ефект стабілізації змінних стану, коли концентрація активного середовища стає нижчою певного критичного рівня $X_{i,f}$ після досягнення цією змінною свого максимального значення, преставлено динаміку продукту системи а також передбачено можливість управління параметрами моделі.

Попередня модель (2.25) – (2.30) подає динаміку підпорядкованих процесів поданої моделі і тому є її частковим випадком. Тому модель (2.31) -

(2.38) вважаємо узагальненою моделлю систем із внутрішніми лімітуючими факторами. В даній моделі не враховано дію зовнішнього фактора. Відповідне узагальнення буде реалізовано нижче.

Після формування загального подання моделі системи із внутрішніми лімітуючими факторами виникає задача розроблення єдиного методу її ідентифікації. При побудові загального методу ідентифікації цієї моделі необхідно врахувати великий рівень невизначеності, який може бути в ній присутній у випадку спостереження лише за загальною забезпеченістю моделі. Такий метод достатньо важко побудувати безпосередньо, тому в першу чергу розглянемо методи ідентифікації простіших моделей, які дозволять підготувати побудову методу ідентифікації узагальненої моделі систем із внутрішніми лімітуючими факторами.

2.2. Дослідження впливу параметрів моделей зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора на характеристики системи

В результаті аналізу, проведеного в попередньому розділі, побудовано узагальнену модель для процесів з відокремленими лімітуючими факторами. Корисність моделі визначається наявністю методів підбору її параметрів. Для побудови ефективних методів ідентифікації доцільно дослідити властивості розглянутих моделей. З метою детального дослідження виберемо найпростішу модель із сімейства запропонованих, яка міститиме ключові особливості складніших варіантів. Тому розглянемо модель (2.3)-(2.5), яка описує динаміку зростання та редукції активності процесів.

Із подання системи видно, що вона при фіксації параметру p_4 перетворюється в лінійну. Тоді початкові значення параметрів системи можна визначати, застосувавши різницеву апроксимацію системи диференціальних рівнянь. З метою побудови ефективного методу ідентифікації моделі дослідимо вплив зміни значень її параметрів на поведінку модельованих величин. Покладаємо наступні значення параметрів моделі

$X_0 = 0.1$, $S_0 = 10$, $p_1 = 4$, $p_2 = 0.5$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 5$, які імітують деякий типовий процес із лімітуючим фактором. Надалі будемо проводити зміни окремих параметрів та аналізувати отримані ефекти.

2.2.1. Вплив початкових значень змінної активного середовища

В першу чергу дослідимо вплив початкової концентрації змінної активного середовища на значення системних змінних, тобто ефект збільшення початкового значення X_0 змінної активності системи X відносно базового рівня. Із другого рівняння системи (2.3)-(2.5) випливає, що збільшення значення X_0 спричинить збільшення значення змінної $X(t)$ в околі точки t_0 , призводячи до росту чисельника в правій частині диференціального рівняння

$$-p_3 M_1(p_4, S(t)) X(t) = \frac{-p_3 S(t) X(t)}{p_4 + S(t)}, \quad (2.39)$$

а значить до збільшення значення абсолютної величини похідної $\frac{dS(t)}{dt}$. Це в свою чергу, при незмінному початковому рівні забезпеченості процесу S_0 , призведе до швидшого його вичерпання. Графік динаміки змінної забезпеченості процесу наводиться на рис. 2.6.

Сама функція субстрату міняє характер випуклості із випуклої вгору до випуклої вниз. Точка перегину відповідає половині спожитого рівня забезпеченості та із ростом X_0 час її досягнення зменшується. З аналізу рисунку випливає, що через деякий період часу після нелінійного спадання переходить до майже лінійного закону і вже при суттєвому зниженні забезпеченості знову стає нелінійним.

Перейдемо до аналізу динаміки змінної $X(t)$. Із першого рівняння системи (2.3)-(2.5) випливає, що ріст значення $X(t)$, який відповідає додатності похідної $\frac{dX(t)}{dt}$, досягається при виконанні умови

$$p_1 M_1(p_4, S(t)) - p_2 = \frac{p_1 S(t)}{p_4 + S(t)} - p_2 > 0 \quad (2.40)$$

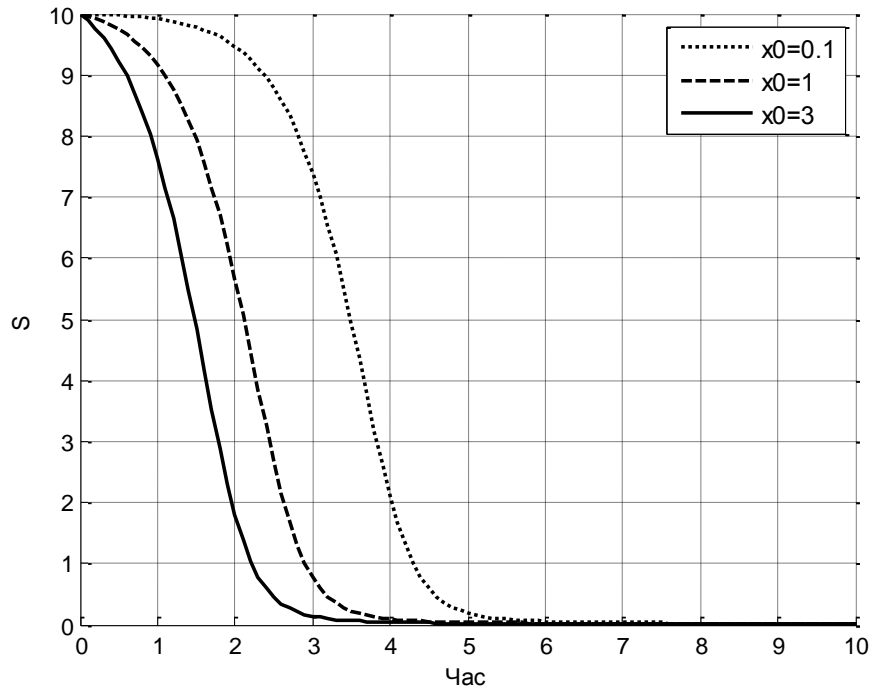


Рис. 2.6. Динаміка змінної забезпеченості моделі (2.3)-(2.5) при змінах значень параметру X_0

Це означає, що при достатньо великих значеннях параметру p_2 змінна активності $X(t)$ буде тільки спадати. Якщо ж значення p_2 відносно невелике, то умова (2.40) виконується на початковій стадії процесу. Однак, оскільки $S(t)$ з часом прямує до нуля, то умова (2.40) обов'язково порушиться і змінна активності $X(t)$ отримає стадію спадання. Оскільки із ростом X_0 швидкість спадання $S(t)$ посилюється, то і точка максимуму змінної $X(t)$ буде досягатися швидше. До того ж оскільки зростання $X(t)$ починається із різних рівнів X_0 , то і максимальне значення змінної $X(t)$ при зростанні X_0 повинно зростати. Графік динаміки змінної активності системи наводиться на рисунку 2.7. Аналіз рисунку 2.7 підтверджує справедливність проведеного аналізу. Окрім того на рисунку можна виділити ділянки лінійного росту та спадання змінної $X(t)$.

В наступному експерименті, результати якого ілюструє рис.2.8, дослідимо вплив початкової концентрації субстрату на значення системних

змінних, зокрема ефект зменшення початкового значення субстрату відносно базового рівня.

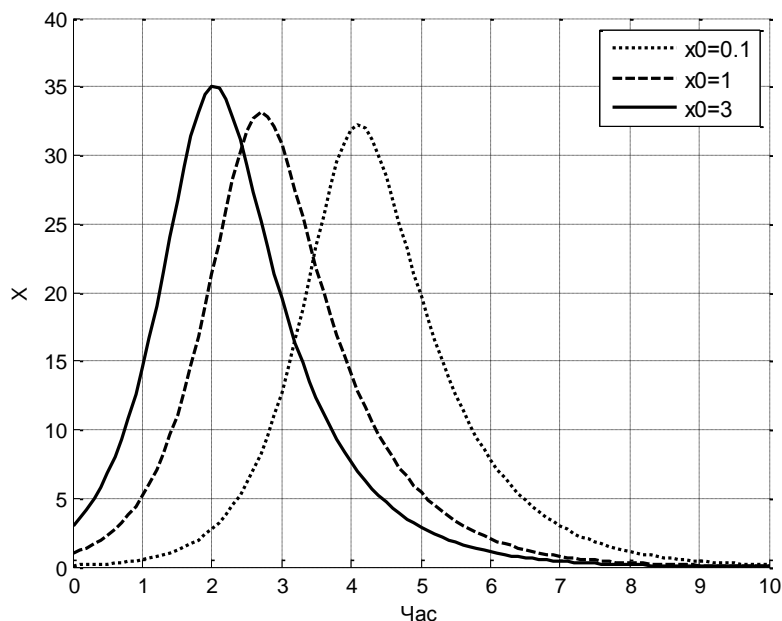


Рис. 2.7. Динаміка змінної активності моделі процесів зростання та редукції активності системи (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру X_0

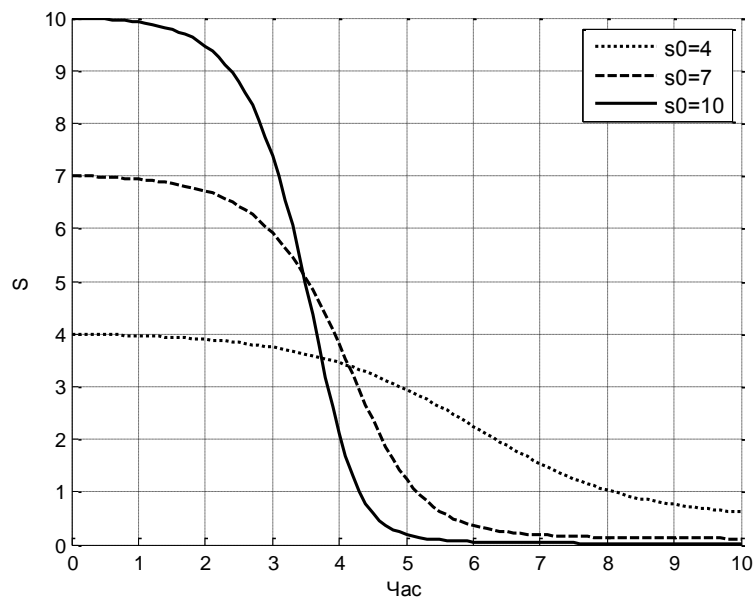


Рис. 2.8. Динаміка змінної забезпеченості системи моделі (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру S_0

Із подання (2.39) правої частини другого диференціального рівняння моделі (2.3)-(2.5) випливає, що із зменшенням значення $S(t)$ зменшується і

швидкість його спадання, а значить зростає і час вичерпання початкового запасу забезпеченості системи. Швидке убунання забезпеченості системи $S(t)$ та його велика початкова концентрація S_0 спричиняють швидший ріст значень функції активності системи $X(t)$. Згідно умови (2.40) це викликає швидше досягнення змінною активності системи свого максимального значення. Окрім того, більша початкова концентрація забезпеченості дозволяє генерувати більші значення змінної активності системи. Графіки динаміки змінної активності системи наводяться на рис. 2.9. Вони підтверджують проведений аналіз.

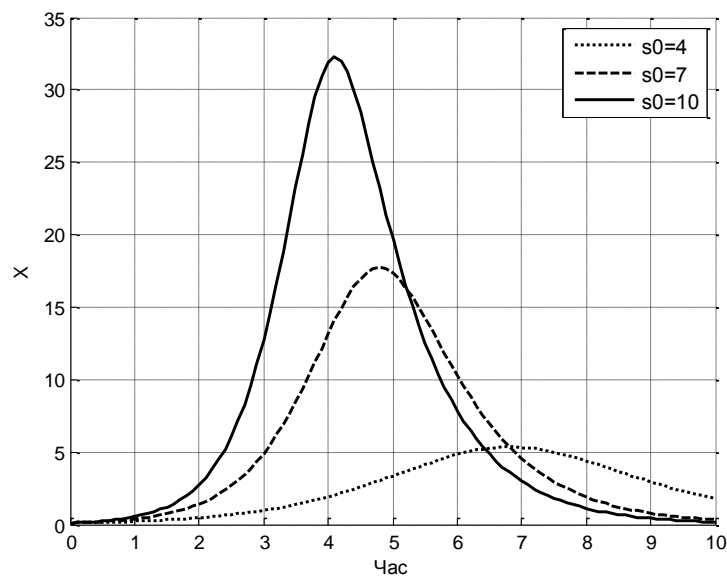


Рис. 2.9. Динаміка змінної активності середовища моделі процесів із внутрішнім лімітуючим фактором (2.3) при зміні значень параметру S_0

2.2.2. Вплив параметрів динаміки змінної активності системи

Перейдемо до аналізу впливу окремих параметрів моделі на поведінку її змінних. Перш за все проаналізуємо вплив параметру p_1 на динаміку змінних моделі. З подання першого доданку

$$p_1 M_1(p_4, S(t)) X(t) = p_1 \frac{S(t)}{p_4 + S(t)} X(t) \quad (2.41)$$

правої частини першого диференціального рівняння моделі (2.3)-(2.5) впливає, що ріст параметра p_1 напряду збільшує швидкість росту змінної активності системи $X(t)$. Окрім того збільшення параметра p_1 дозволяє на

кожну одиницю змінної забезпеченості отримувати більший ріст змінної активності. Тому при збільшенні p_1 максимум активності $X(t)$ досягається швидше і сам цей максимум стає більшим. Графіки на рисунку 2.10 підтверджують цей аналіз.

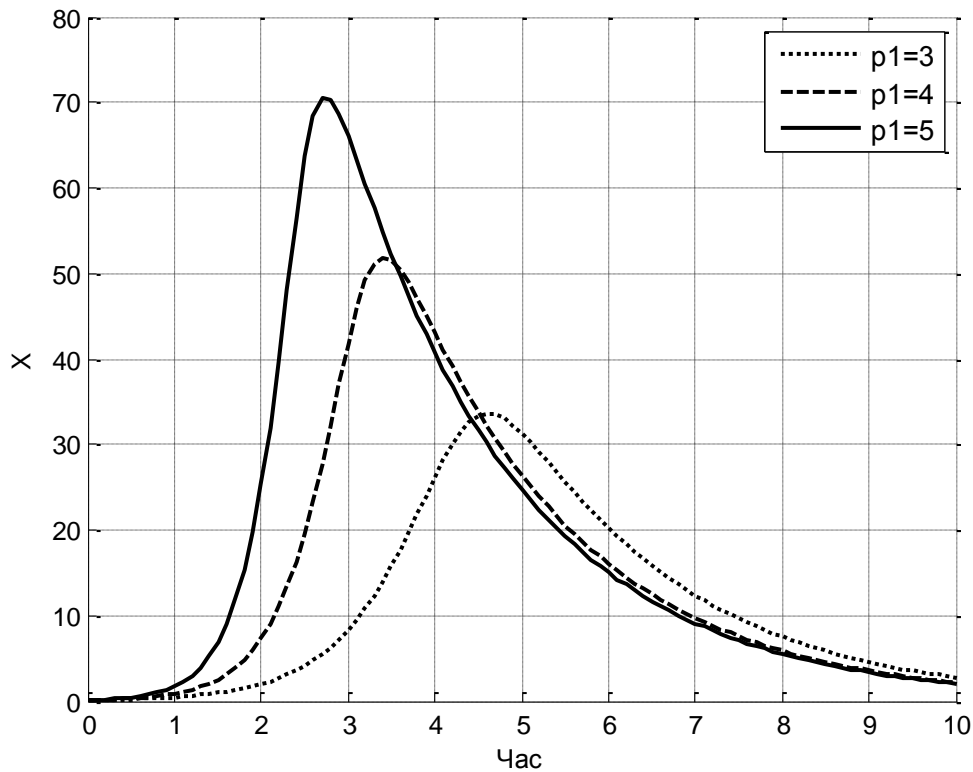


Рис. 2.10. Динаміка змінної активності системи моделі (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_1

Ріст параметру p_1 , викликаючи прискорення росту змінної $X(t)$, як видно із виразу (2.24), приведе до прискорення редукції забезпеченості системи $S(t)$. Аналіз графіків на рис. 2.11 підтверджують даний висновок. На наступному етапі проаналізуємо вплив параметра p_2 на модель. Параметр p_2 безпосередньо входить в перше диференціальне рівняння в складі другого доданка правої частини виду

$$- p_2 X(t) . \quad (2.42)$$

Отже коефіцієнт p_2 представляє відносний рівень редукції змінної $X(t)$.

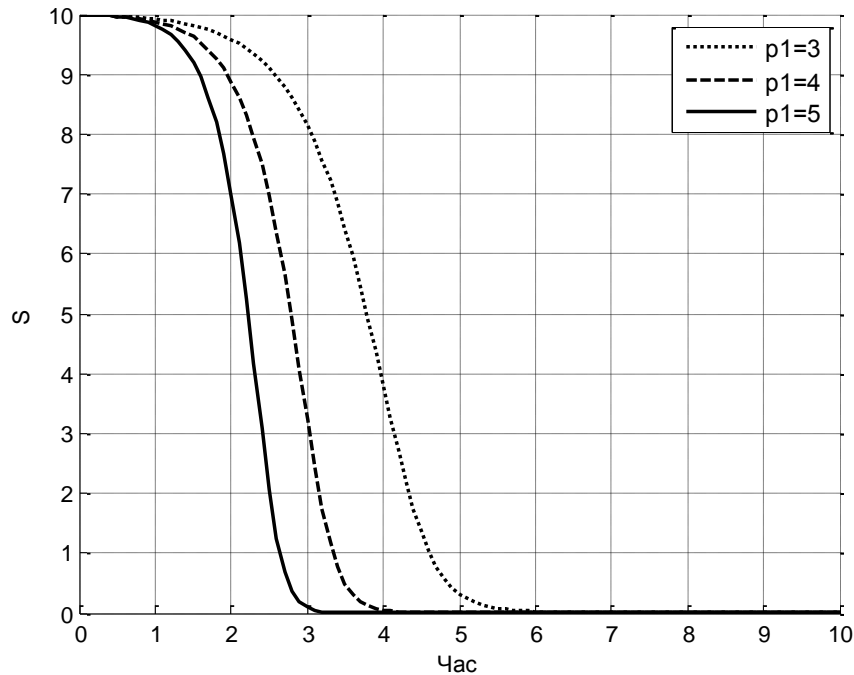


Рис. 2.11. Динаміка змінної забезпеченості (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_1

Нульове значення коефіцієнта свідчить про неможливість нівелювання значень аналізованої змінної. Ріст значень цього параметра призведе до сповільнення росту значень змінної $X(t)$, а на часовому проміжку, де умова (2.40) порушується, значення змінної $X(t)$ будуть зменшуватися з більшою швидкістю. Це призводить до збільшення часу досягнення максимуму змінної $X(t)$ а також до зниження рівня самого максимуму. Графіки, наведені на рис. 2.12 ілюструють справедливості наведених міркувань.

Безпосередньо впливаючи на значення змінної $X(t)$ зміна значень параметра p_2 опосередковано впливає на значення забезпеченості системи $S(t)$. Це відбувається за рахунок присутності змінної забезпеченості в правій частині другого диференціального рівняння моделі (2.3)-(2.5), як це подано у виразі (2.39). Тому всяке зменшення значень змінної $X(t)$ призводить до сповільнення вичерпання забезпеченості $S(t)$.

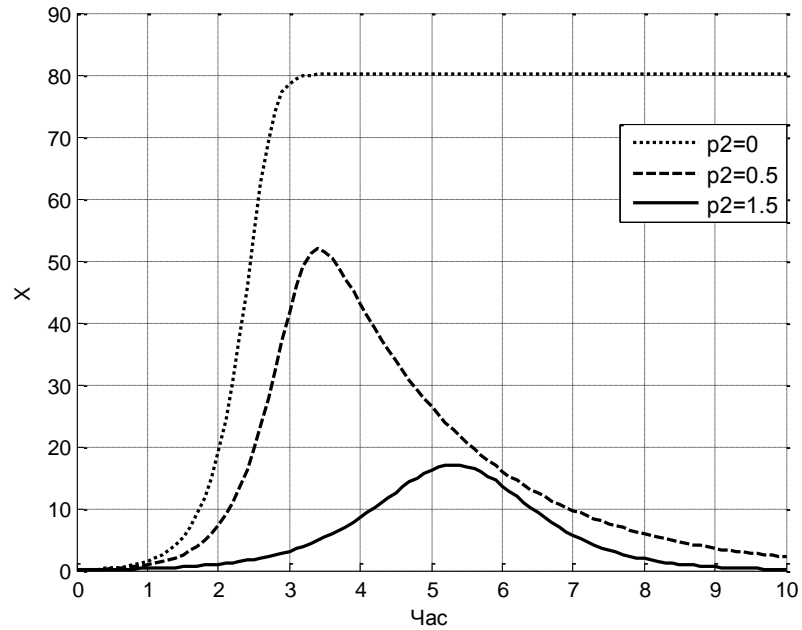


Рис. 2.12. Динаміка змінної активності системи моделі (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_2

Найшвидше зменшення забезпеченості системи відбувається при відсутності редукції змінної $X(t)$, тобто коли параметр p_2 отримує значення нуля. Справедливість проведеного аналізу підтверджують графіки на рис. 2.13.

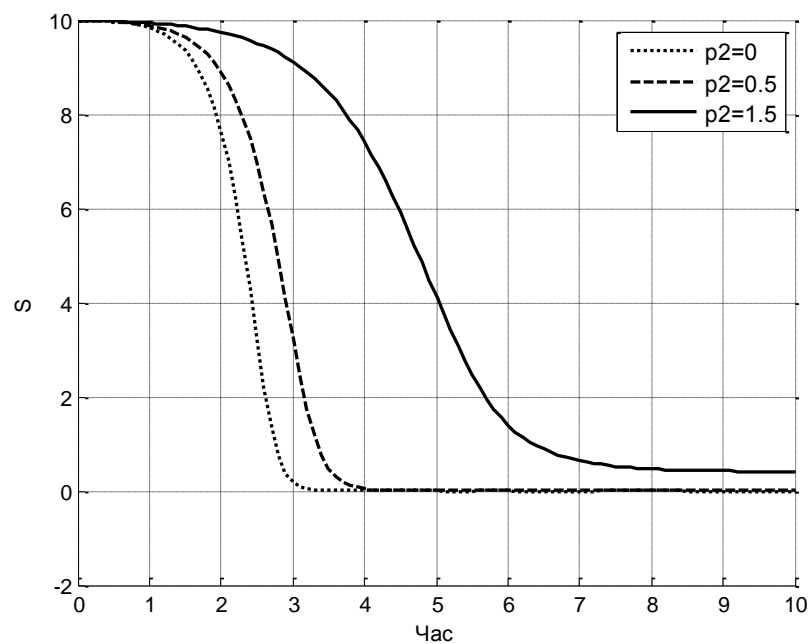


Рис. 2.13. Динаміка забезпеченості моделі (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_2

2.2.3. Вплив параметра динаміки змінної забезпеченості

Проаналізуємо вплив на модель змін параметра p_3 . Цей параметр безпосередньо входить в друге диференціальне рівняння як множник в його правій частині, що наочно демонструє вираз (2.39). Коефіцієнт p_3 представляє відносний рівень редукції змінної $S(t)$. Збільшення його значень призведе до прискореного витрачання забезпеченості, що наочно демонструють графіки, подані на рис. 2.14.

Зміна значень параметра p_3 опосередковано впливає на змінну $X(t)$. Ріст значень p_3 означає більші затрати забезпеченості на ріст значень $X(t)$. Тому із ростом p_3 максимальне значення змінної $X(t)$ зменшується. Крім того швидше вичерпування забезпеченості призводить до швидшого досягнення точки максимуму змінної $X(t)$.

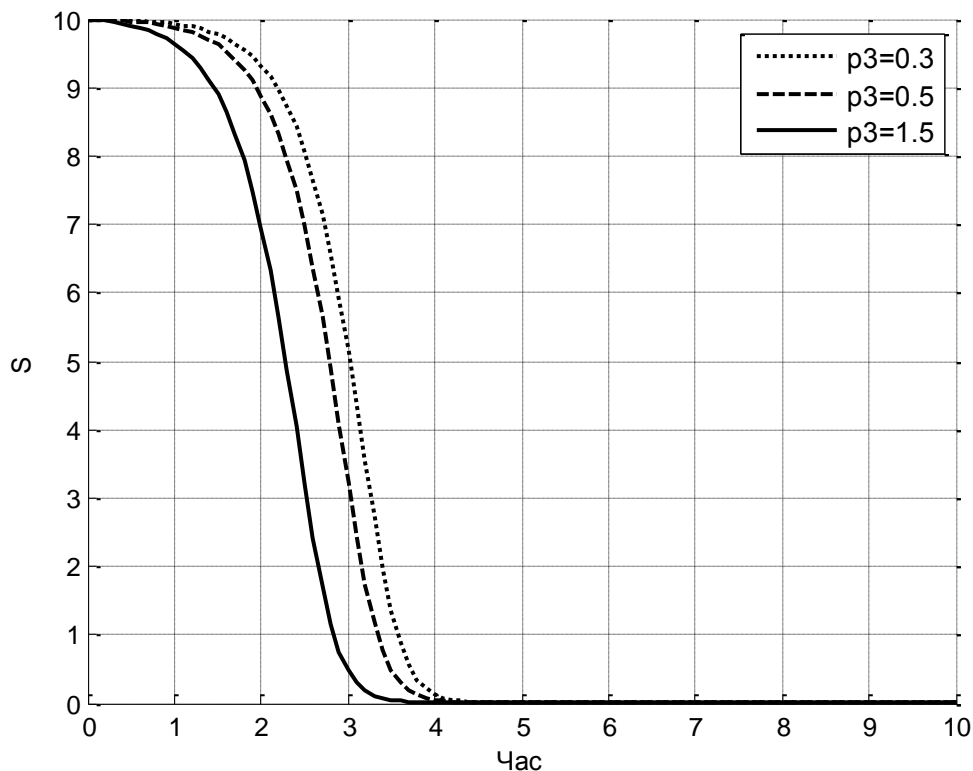


Рис. 2.14. Динаміка змінної забезпеченості моделі процесів із внутрішнім лімітуючим фактором (2.3)-(2.5) при зміні значень параметра p_3

На момент досягнення точки максимуму змінної $X(t)$ значення забезпеченості $S(t)$ майже вичерпується. Тому надалі швидкість зменшення $X(t)$, при незмінному значенні параметру p_2 , згідно виразу (2.42) найбільше залежить від значення самої змінної $X(t)$. Зміна значень параметра p_3 опосередковано впливає на змінну $X(t)$. Ріст значень p_3 означає більші затрати субстрату на ріст значень $X(t)$. Тому із ростом p_3 максимальне значення змінної $X(t)$ зменшується.

Справедливість проведеного аналізу підтверджують графіки, наведені на рисунку

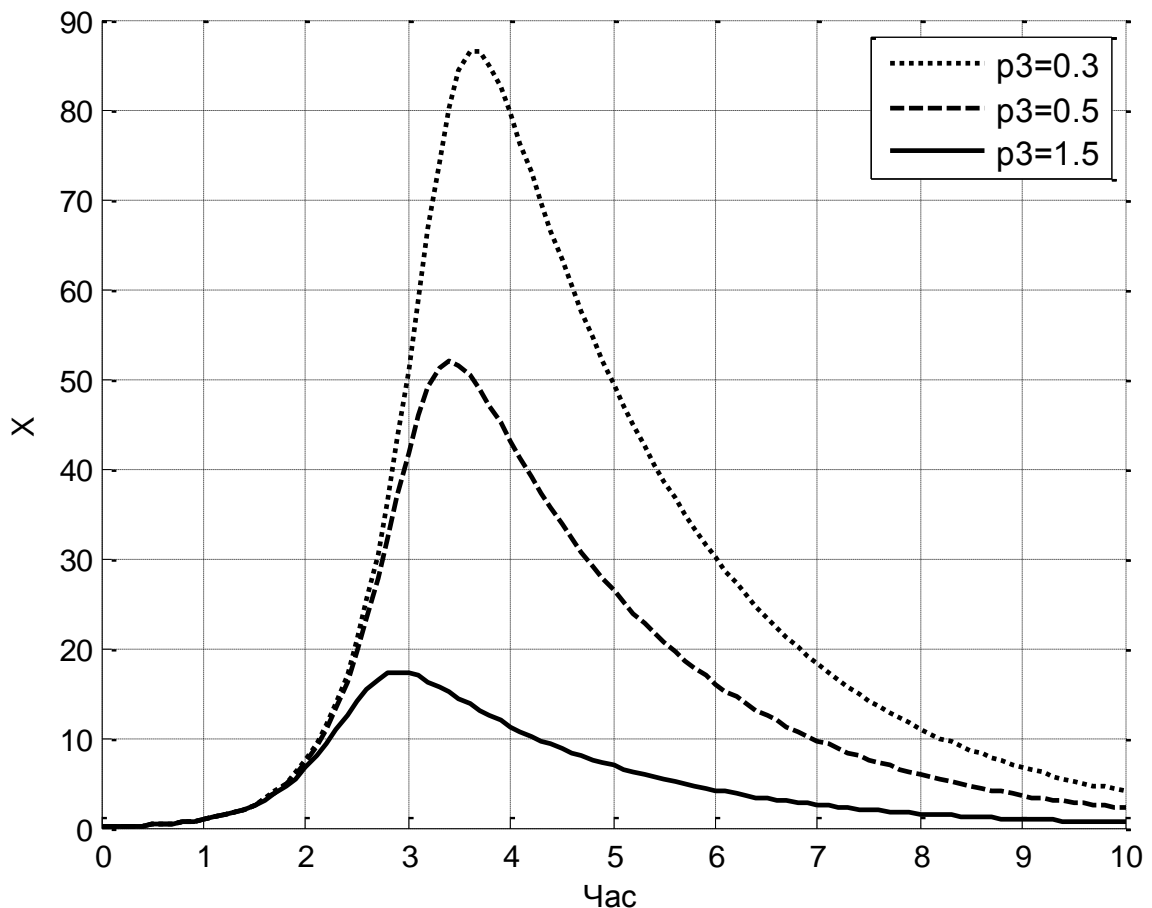


Рис. 2.15. Динаміка змінної активності моделі процесів із внутрішнім лімітуючим фактором (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_3

2.2.4. Вплив лімітуючого параметра

На наступному етапі проаналізуємо вплив на модель змін параметра p_4 . Цей параметр входить як в перше, так і в друге диференціальне рівняння моделі (2.3)-(2.5). Даний параметр входить в знаменник виразів для правих частин. Тому його збільшення призводить до зменшення темпів зміни величин $S(t)$ та $X(t)$. Таку тенденцію для змінної $S(t)$ демонструють графіки на рисунку 2.16. Зменшення темпів росту змінної $X(t)$ могло б компенсуватися зменшенням темпів падіння забезпеченості $S(t)$. Однак, оскільки в досліджуваних класах моделей значення параметра p_1 суттєво перевищує значення параметру p_3 , то домінуючою виявляється тенденція на зменшення росту $X(t)$ при збільшенні значень параметра p_4 (див. рис. 2.17). Таким чином, досліджено вплив параметрів моделі на динаміку її змінних. Виявлено важливі закономірності такого впливу.

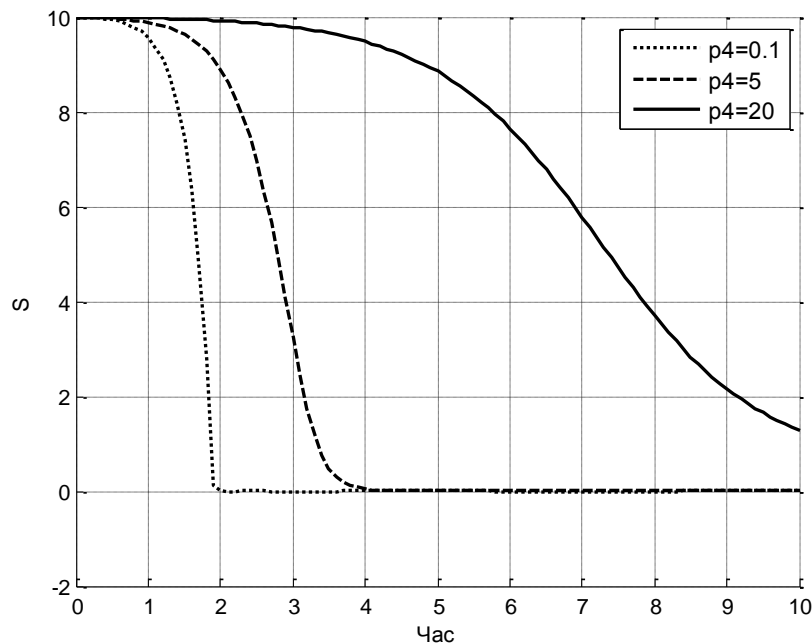


Рис. 2.16. Динаміка змінної забезпеченості моделі процесів із внутрішнім лімітуючим фактором (2.3)-(2.5) при зміні значень параметра p_4

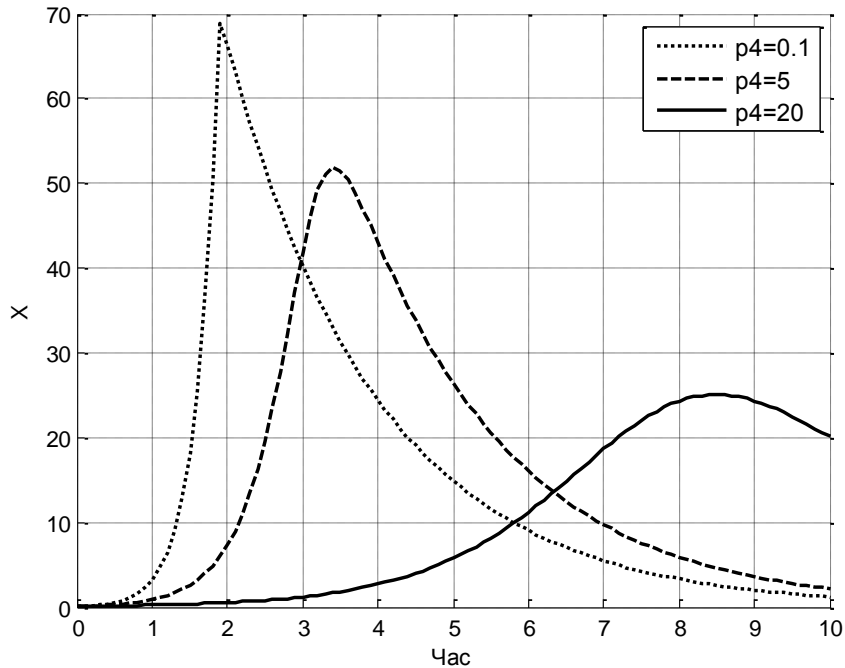


Рис. 2.17. Динаміка змінної активності моделі (2.3)-(2.5) при зміні значень параметру p_4

Однак цей аналіз показав, що існує багато можливостей досягати одних і тих же ефектів різними комбінаціями параметрів. При наявності обмеженої кількості спостережень для ідентифікації параметрів моделі це може приводити до неєдиності розв'язку. Розв'язати таку невизначеність можна за допомогою побудови методу, який забезпечує задовільну точність наближення спостережених значень. Якщо в процесі експлуатації ідентифікованої моделі виявляться значні відхилення прогнозованих значень від спостережених, отримані дані поєднуємо із початковими та проводимо ідентифікацію, яка забезпечить побудову адекватнішої моделі.

Проведений аналіз дозволяє розробляти метод ідентифікації систем із внутрішнім лімітуючим фактором, який буде розглянутий в наступному підрозділі.

2.3. Метод ідентифікації моделі зростання та редукції активності процесів під дією лімітуючого фактора

Загальна модель системи з лімітуючими факторами, запропонована в підрозділі 2.1, може включати більше десятка диференціальних рівнянь. Задача параметричної ідентифікації такої системи стає надзвичайно складною. З метою її спрощення запропоновано процедуру поетапної ідентифікації, яка дозволяє на окремих етапах ідентифікувати параметри, що стосуються не більше п'яти змінних моделі, що суттєво спрощує параметричну ідентифікацію цих окремих допоміжних моделей.

Задача параметричної ідентифікації моделі полягає у встановленні значень її параметрів за спостереженнями значень змінних. Додаткове ускладнення задачі ідентифікації полягає у спостереженні значень лише окремих змінних, які присутні в моделі. З метою спрощення наступного викладу метод ідентифікації буде поступово ускладнюватися від випадку наявності спостережень всіх змінних для моделі із двома змінними, до випадку спостережуваності лише однієї змінної моделі, яка містить п'ять змінних. Побудова останнього із перерахованих методів ідентифікації за допомогою поетапної процедури дозволить здійснювати повну ідентифікацію описаної загальної моделі із внутрішніми лімітуючими факторами.

2.3.1. Концепція методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором

Задача параметричної ідентифікації моделі що включає дві невідомих змінних $X(t)$ та $S(t)$ полягає у встановленні значень її параметрів за спостереженнями значень $\{(t_j^e, S_j^e, X_j^e)\}_{j=1}^N$ змінних часу t спостереження, забезпеченості $S(t)$ та активності $X(t)$ процесів системи. Оскільки змінним моделі не властиві різкі випадкові коливання, для оцінки якості ідентифікації виберемо середньоквадратичний критерій:

$$Q_1(\vec{p}) = \sum_{j=1}^N \left\{ (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2 + (\tilde{X}(t_j, \vec{p}) - X_j^e)^2 \right\}. \quad (2.43)$$

При кожному наборі значень \vec{p} параметрів моделі для побудови значень змінних забезпеченості $\tilde{S}(t_j, \vec{p})$ та активності $\tilde{X}(t_j, \vec{p})$ системи необхідно розв'язати систему нелінійних диференціальних рівнянь (2.3)-(2.5). Зворотня задача параметричної ідентифікації полягає у підборі значень параметрів моделі, при яких вона найкраще наближає задані експериментальні значення. Універсальним методом розв'язання таких задач є метод напрямного конуса Растрігіна, однак він вимагає надто громіздких обчислень, обслідування численних локальних екстремумів функціоналу якості ідентифікації по кожному параметру моделі.

Якщо в моделі є один-два параметри, які радикально впливають на її характеристики логічно допустити, що обсяги обчислень можна значно зменшити, сконцентрувавши зусилля саме на аналізі впливу цих параметрів з метою підбору їхніх значень близьких до оптимальних. В цій області значень близьких до оптимальних здійснюємо випадковий пошук лише за основними змінними, а за іншими – градієнтний пошук. Таким чином досягається значна економія обчислювальних ресурсів.

Застосуємо описаний підхід до ідентифікації моделі динаміки активного середовища та субстрату (2.3)-(2.5). Дослідження впливу параметрів на поведінку моделі виявили єдиного претендента на роль лімітуючого параметра – а саме параметр p_4 . Такий вибір обумовлений тим, що параметр входить нелінійно у всі диференціальні рівняння моделі, а його зміни радикально міняють характер модельованих змінних. Ця радикальність забезпечує унімодальність поведінки функціоналу якості ідентифікації моделі на деякій сітці значень параметрів моделі. Основу сітки складає множина значень лімітуючого параметра, що значно відрізняються між собою.

Складність побудови початкового значення лімітуючого параметра моделі полягає в тому, що він може мінятися в достатньо широкому діапазоні. Однак як неважко бачити, похідна від функцій Моно (2)-(3) по лімітуючому параметру m від'ємна і спадна за абсолютною величиною

$$\frac{d}{dm} M_1(m, S(t)) = -\frac{S(t)}{(m + S(t))^2}, \quad \frac{d}{dm} M_2(m, P(t), S(t)) = -\frac{S(t)}{(m + P(t))^2}. \quad (2.44)$$

Це свідчить про зменшення впливу лімітуючого параметра при зростанні його значень і про доцільність застосування різних кроків при побудові сітки для підбору найкращих значень лімітуючого параметра. Тобто при зростанні значень лімітуючого параметра крок зміни значень на сітці повинен зростати. В якості простого подання такого зростання використано геометричну прогресію виду

$$P_{4,j}^0 \in \left\{ \frac{B}{2} \cdot B^j \cdot S_0 \right\}. \quad (2.45)$$

Значення параметру B вибирається експериментально, з метою забезпечення достатнього зміщення максимуму активності процесу при переміщенні значень лімітуючого параметра по вузлах сітки (2.45). Інші параметри моделі визначаються на основі вибраного значення лімітуючого параметра та наближеного різницевого подання диференціальних рівнянь моделі для окремих значень часового аргументу. Точка мінімуму цієї унімодалної функції визначає область пошуку параметрів ідентифікованої моделі.

В цій області мінімізація функціоналу якості визначається не лише змінами лімітуючого параметра, а взаємовпливом всіх параметрів. Тому область пошуку значень лімітуючого параметра покривається рівномірною сіткою. Для кожного значення лімітуючого параметра на основі різницевих співвідношень добуваються значення інших параметрів. Побудовані значення уточнюються за допомогою модифікованого градієнтного методу. Серед уточнених значень параметрів вибираємо те, яке мінімізує максимальну відносну похибку модельованих значень відносно спостережених.

2.3.2. Основні співвідношення методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором

Перше диференціальне рівняння системи (2.3)-(2.5) містить окрім параметра p_4 , який ми вважаємо відомим, параметри p_1 та p_2 , значення яких необхідно встановити. Для встановлення двох невідомих параметрів необхідно як мінімум два співвідношення. Щоб повніше врахувати особливості динаміки змінної $X(t)$ ці співвідношення краще будувати в безпосередній близькості до та після точки максимуму змінної $X(t)$. Оскільки диференціальне рівняння включає похідну, для побудови одного різницевого співвідношення потрібні спостереження хоча б у двох точках. Для побудови двох пропонованих співвідношень достатньо використати спостереження у трьох точках: в точці максимуму, в попередній та наступній точках, оскільки спостереження у середній точці використовується у двох співвідношеннях. Формалізуємо наведені міркування з метою побудови двох різницевих співвідношень для оцінки значень параметрів p_1 та p_2 .

На основі спостережень за змінною $X(t)$ побудуємо оцінку X^* її максимального значення та часу t^* його досягнення. З цією метою встановимо номер J моменту спостереження максимального значення змінної активного середовища

$$J = \arg \max_j (X_j^e). \quad (2.46)$$

На основі встановленого номера визначимо максимальне спостережене значення X^* змінної активного середовища, час t^* його досягнення та концентрацію субстрату S^* , яке ці значення супроводжує

$$t^* = t_J^e, \quad (2.47)$$

$$X^* = X_J^e, \quad (2.48)$$

$$S^* = S_J^e. \quad (2.49)$$

За допомогою різницевих апроксимацій побудуємо оцінки похідних функції активного середовища в точках, що прилягають до точки досягнення максимуму зліва та справа

$$D_{X, J-1/2} = (X_J^e - X_{J-1}^e)/(t_J^e - t_{J-1}^e), \quad (2.50)$$

$$D_{X, J+1/2} = (X_{J+1}^e - X_J^e)/(t_{J+1}^e - t_J^e). \quad (2.51)$$

За допомогою операції усереднення оцінимо значення змінних активного середовища та субстрату в точках оцінки значення похідних

$$X_{J-1/2} = \frac{X_J^e + X_{J-1}^e}{2}, \quad (2.52)$$

$$X_{J+1/2} = \frac{X_{J+1}^e + X_J^e}{2}, \quad (2.53)$$

$$S_{J-1/2} = \frac{S_J^e + S_{J-1}^e}{2}, \quad (2.54)$$

$$S_{J+1/2} = \frac{S_{J+1}^e + S_J^e}{2}. \quad (2.55)$$

На основі встановлених значень побудуємо наближення першого диференціального рівняння моделі (2.3)-(2.5) в точках, що розташовані зліва та справа від точки досягнення максимуму функції активного середовища

$$D_{X, J-1/2} \approx \left(p_1 \frac{S_{J-1/2}}{p_4 + S_{J-1/2}} - p_2 \right) X_{J-1/2}, \quad (2.56)$$

$$D_{X, J+1/2} \approx \left(p_1 \frac{S_{J+1/2}}{p_4 + S_{J+1/2}} - p_2 \right) X_{J+1/2} \quad (2.57)$$

На основі співвідношень (2.56) та (2.57) побудуємо систему алгебраїчних рівнянь для оцінки двох перших значень параметрів моделі

$$A\vec{P}^2 = \vec{b}, \quad (2.58)$$

де

$$A = \begin{pmatrix} \frac{S_{J-1/2}}{p_4 + S_{J-1/2}} & -1 \\ \frac{S_{J+1/2}}{p_4 + S_{J+1/2}} & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} D_{X,J-1/2} \\ D_{X,J+1/2} \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

$$\vec{P}^2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}. \quad (2.61)$$

Перейдемо тепер до аналізу другого рівняння системи (2.3)-(2.5). Воно містить лише один невідомий параметр p_3 . Тому побудувавши наближене подання рівняння в одній точці, можемо оцінити значення цього параметра. Для побудови виберемо точку досягнення максимального значення змінної активного середовища, в якій тенденція змінної субстрату близька до лінійної. Насамперед оцінимо похідну субстрату у вибраній точці за наступним співвідношенням:

$$D_{S,J} = (S_{J+1}^e - S_{J-1}^e) / (t_{J+1}^e - t_{J-1}^e). \quad (2.62)$$

Отримані значення дозволяють побудувати наближене подання другого диференціального рівняння в момент досягнення максимуму змінною активного середовища

$$D_{S,J} \approx -p_3 \frac{S_J^e}{p_4 + S_J^e} X_J^e \quad (2.63)$$

На основі побудованого співвідношення будуюмо оцінку параметра моделі

$$p_3 \approx -\frac{p_4 + S_J}{S_J X_J} D_{S,J}. \quad (2.64)$$

Основа методу ідентифікації моделі внутрішнього лімітуючого фактора полягає у переборі значень параметру p_4 на деякій рівномірній сітці w_4 , по кожному значенню якого за допомогою встановлених різницевого співвідношень добудовуються відповідні початкові значення інших параметрів моделі. Надалі всі початкові значення параметрів моделі уточнюються градієнтним методом за критерієм мінімуму функціоналу $Q_1(\vec{p})$, поданого співвідношенням (2.43).

Розглянемо детальніше процес побудови згаданої рівномірної сітки. На основі запропонованої прогресії (2.45) будуємо нерівномірну сітку для вибору базової точки побудови наступної рівномірної сітки уточненого пошуку. Нерівномірну сітку, побудовану на основі геометричної прогресії, описуємо поданням

$$W_4(k_{\min}, k_{\max}) = \left\{ \frac{B}{2} \cdot B^j \cdot S_0 \right\}_{j=k_{\min}}^{k_{\max}}. \quad (2.65)$$

Побудову нерівномірної сітки розпочинаємо із точки, що асоціюється із половиною початкової концентрації субстрату,

$$W_4(k_{\min}^0, k_{\max}^0) = \{P_{4, k_0}^0\}, \quad k_{\min}^0 = k_{\max}^0 = k_0 = -1, \quad (2.66)$$

оскільки таке значення лімітуючого параметру є задовільним початковим значенням для великої кількості практично важливих процесів.

Надалі здійснюємо поповнення нерівномірної сітки на основі зменшення та збільшення значення лімітуючих параметрів при умові, що відносне зменшення мінімального значення на розширеній сітці відносно мінімального значення попередньої конфігурації сітки, отримує відносне зменшення більше величини δ_Q , значення якої встановлюється експериментально. Тобто при виконанні наступної умови

$$\frac{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4) - \min_{p_4 \in W_4(k_{\min}-1, k_0)} Q_1(p_4)}{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\min} = k_{\min} - 1, \quad (2.67)$$

нижня межа порядків елементів геометричної прогресії, які формують сітку, зменшується на одиницю, а при виконанні умови

$$\frac{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} Q_1(p_4) - \min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_{\max}+1)} Q_1(p_4)}{\min_{p_4 \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_1(p_4)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\max} = k_{\max} + 1, \quad (2.68)$$

верхня межа порядків елементів геометричної прогресії збільшується на одиницю.

Після завершення процесу поповнення нерівномірної сітки, мінімальне значення функціоналу якості на ній вказує на базове значення лімітуючого параметра $P_{4, k_{base}}$

$$P_{4,k_{base}} = \arg \min_{p_4 \in W_4(k_{min}, k_{max})} \{Q_1(p_4)\}. \quad (2.69)$$

Вибране значення лімітуючого параметра визначає базову точку і крок для побудови множини точок з метою точнішого вибору початкових значень параметрів моделі. Ця множина задається за допомогою рівномірної сітки виду

$$P_{4,k_{base}^l} \in W_{4,k_{base}} \equiv \left\{ B^{-k_{base}} l S_0 \right\}_{l=1}^{\lfloor B/3 \rfloor B}, \quad (2.70)$$

перше значення якої менше ніж значення базової точки (для базової точки $l = \lfloor B/2 \rfloor$), а останнє значення наближається до вузла нерівномірної сітки, наступного після базового (для точки наступної після базової $l = \lfloor B/2 \rfloor B$).

Кожне значення із сітки $W_{4,k_{base}}$ присвоюється параметру p_4 , за допомогою якого на основі встановлених різницевих співвідношень (2.58)-(2.64) будуються наближені оцінки інших параметрів моделі. Надалі вони уточнюються за допомогою модифікованого градієнтного методу Левенберга-Марквардта на основі критерію (2.43). Серед цих початкових значень параметрів моделі вибирається те, що забезпечує мінімум найменшої з максимальних відносних похибок на точках ідентифікації моделі

$$\min_l \delta_1^{k_{base}^l} = \max_j \left\{ \frac{|\tilde{X}(t_j, \vec{p}^{k_{base}^l}) - X_j^e|}{\max_j |\tilde{X}(t_j, \vec{p}^{k_{base}^l})|}, \frac{|\tilde{S}(t_j, \vec{p}^{k_{base}^l}) - S_j^e|}{\max_j |\tilde{S}(t_j, \vec{p}^{k_{base}^l})|} \right\} \quad (2.71).$$

2.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором

Перевіримо ефективність запропонованого методу на розв'язанні модельної задачі, розв'язок якої відомий. В якості такої задачі виберемо модель виду (2.3)-(2.5) із наступними значеннями параметрів $p_1 = 4$, $p_2 = 1.5$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 5$. Значення змінних для задачі ідентифікації наведені в табл. 2.1.

Значення субстрату та змінної активного середовища модельної задачі

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(t)$	10.0	9.9365	9.7350	9.1164	7.4180	4.1174	1.4026	0.6401	0.4695	0.4245	0.4115
$X(t)$	0.1	0.3218	1.0222	3.1297	8.5056	16.1703	13.6792	5.6556	1.8606	0.5751	0.1741

На першому етапі дослідження встановимо область пошуку параметрів ідентифікованої моделі. З цією метою побудуємо послідовність значень параметра $p_{4,j}^0 \in \left\{ \frac{B}{2} \cdot B^j \cdot S_0 \mid j = \overline{-3,1} \right\}$. Для кожного із значень сітки параметра p_4 на основі встановлених різницевої співвідношень будемо множину значень параметрів моделі а також множину значень функціоналу якості ідентифікації. Як і передбачалося, залежність значень функціоналу якості від порядку елементів послідовності значень лімітуючого параметра представляє унімодальну послідовність, графік якої подано на рис 2.18. На основі аналізу даної послідовності легко встановити, що мінімальному значенню функціоналу якості на побудованій сітці відповідає індекс $j = -1$. Графіки змінних моделі, що відповідають значенням сітки, наведені на рис. 2.19, 2.20.

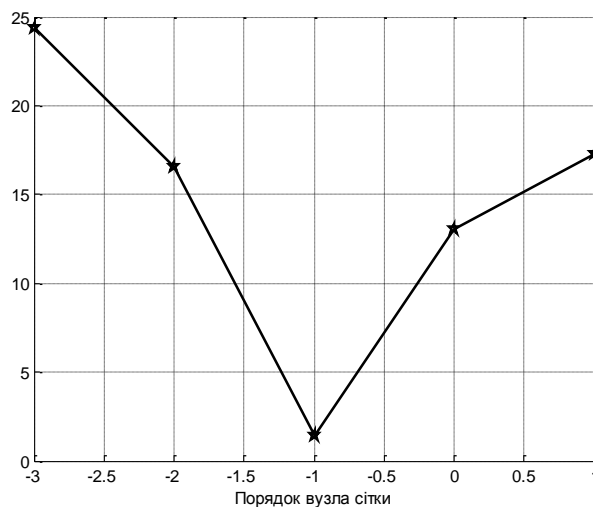


Рис. 2.18. Залежність значень функціоналу якості від порядку елементів послідовності значень лімітуючого параметра

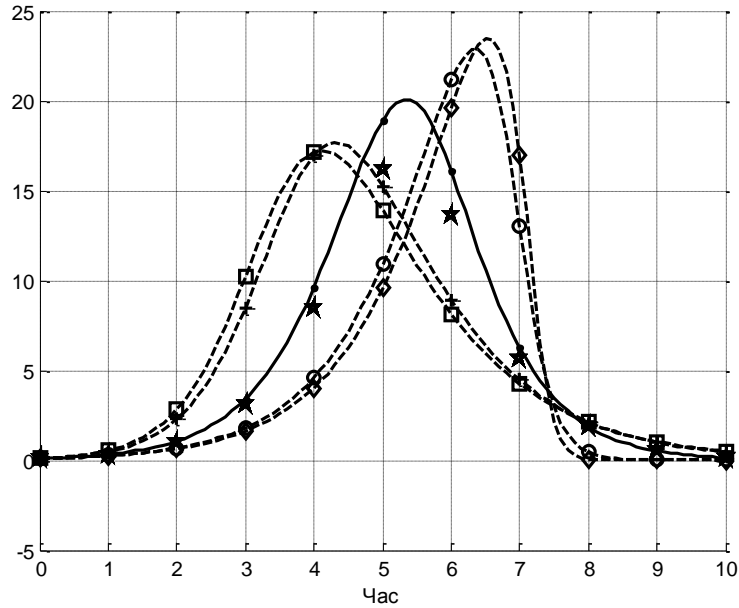


Рис. 2.19. Графіки змінної активного середовища, що відповідають порядкам побудови вузлів лімітуючого параметра:

$$j=-3(\square), j=-2(+), j=-1(\bullet), j=0(\circ), j=1(\diamond)$$

На основі оптимального індексу $j=-1$ будуюмо сітку значень $p_{4,i} \in w_4$. Наведена на рис. 2.21 функція максимальних похибок має унімодалний характер із мінімальними значеннями із інтервалу $p_4 \in [4 \text{ б}]$, де вона не перевищує рівень 20%.

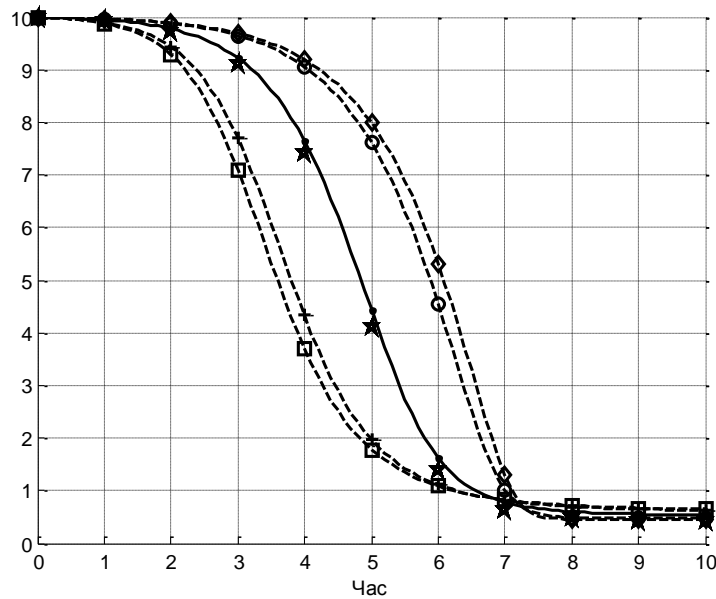


Рис. 2.20. Графіки змінної субстрату, що відповідають порядкам побудови вузлів лімітуючого параметра:

$$j=-3(\square), j=-2(+), j=-1(\bullet), j=0(\circ), j=1(\diamond)$$

Така проста залежність дозволяє легко підбирати область для вибору найкращих початкових значень параметру p_4 . Однак початкові значення потребують уточнення, що дозволяє суттєво знизити похибку ідентифікованої моделі. Цей феномен демонструє графік максимальних відносних похибок уточнених наближень параметрів, поданий на рис. 2.22. Вдалося знизити максимальну відносну похибку до рівня 0.0005%, тобто практично до нуля, при набагато складнішій залежності таких похибок від початкового значення параметру p_4 .

Мінімальна із аналізованих похибок досягається уже при початковому значенні $p_4 = 5$, однак достатньо низький рівень похибки досягається для значень $p_4 = 6$ та $p_4 = 13$. Аналіз рис. 2.21 та 2.22 показує, що похибка моделі на початкових значеннях параметрів ніяк не пов'язана із похибкою моделі на уточнених значеннях параметрів. Тому надалі будемо аналізувати лише похибки для уточнених значень параметрів моделі.

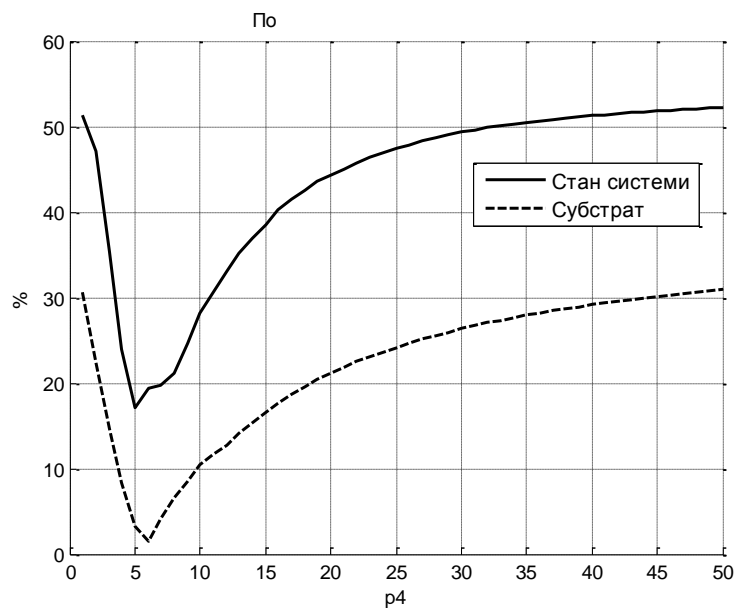


Рис. 2.21. Максимальні відносні похибки для початкових наближень параметрів моделі (2.3)-(2.5) при змінах значень параметра p_4

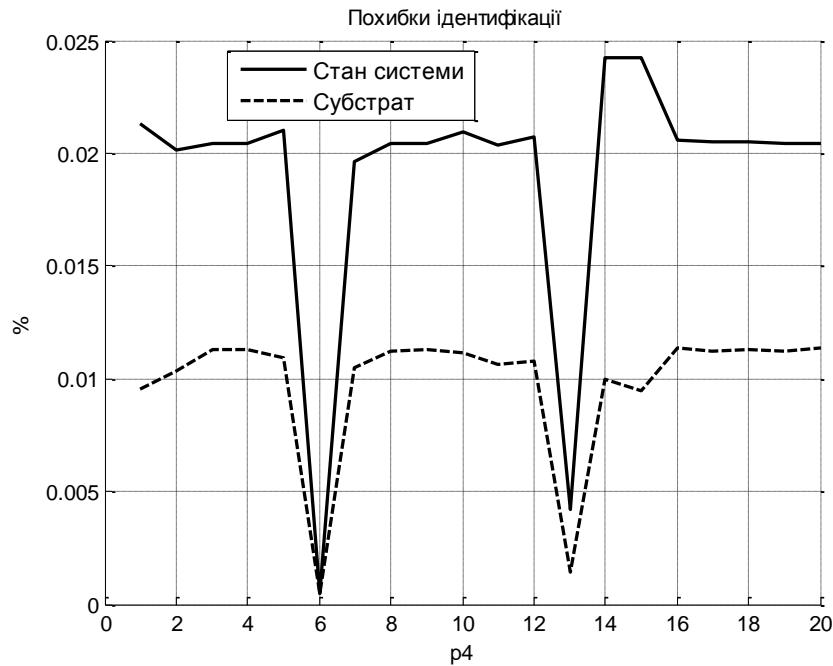


Рис. 2.22. Максимальні відносні похибки для уточнених наближень параметрів моделі при змінах значень параметра p_4

Для даної задачі ідентифіковані значення коефіцієнтів склали $p_1 = 4$, $p_2 = 1.5$, $p_3 = 0.5$, $p_3 = 5$, що практично не відрізняються від заданих попередньо значень. Тому природно, що модельні та побудовані значення змінних активного середовища системи практично співпадають. Відповідні графіки наведено на рис. 2.23, 2.24.

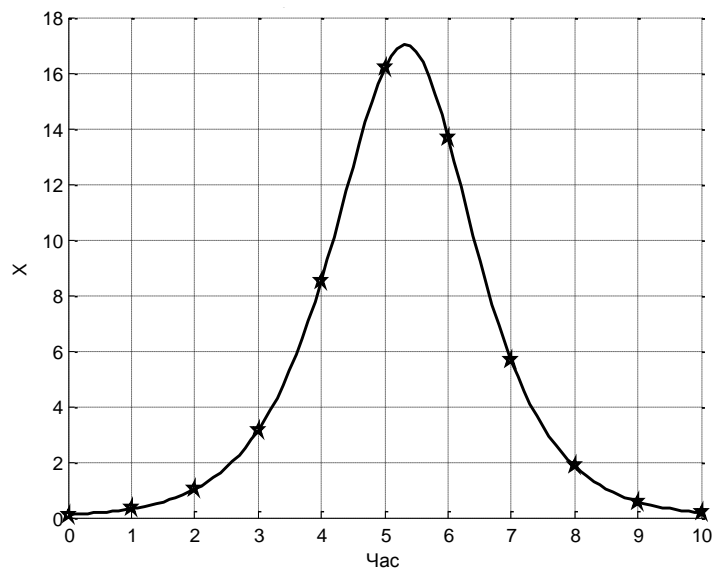


Рис. 2.23. Наближення змінної активного середовища системи за допомогою уточнених коефіцієнтів моделі (2.3)-(2.5), максимальна відносна похибка 0.0005%

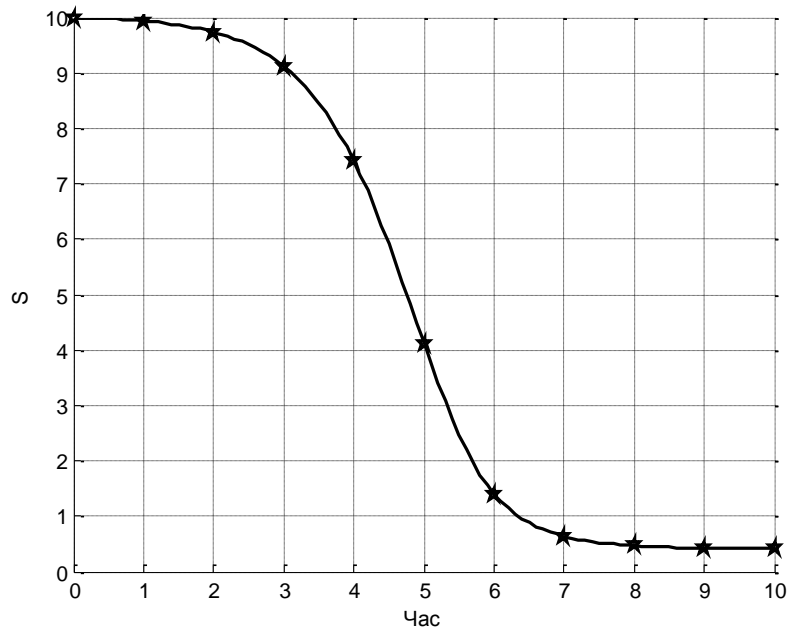


Рис. 2.24. Наближення змінної субстрату за допомогою уточнених коефіцієнтів моделі (2.3)-(2.5), максимальна відносна похибка 0.0005%

Для характеристики важливості застосування процедури уточнення початкових значень коефіцієнтів моделі наведемо поведінку змінних активного середовища системи та субстрату, побудованою за початковими наближеннями її коефіцієнтів. Відбір за мінімальними відносними похибками дозволив отримати наступні початкові значення коефіцієнтів моделі $p_1 = 4.5021$, $p_2 = 1.5854$, $p_3 = 0.4570$, $p_4 = 6$. В результаті уточнення цих коефіцієнтів і отримано модель із найменшою максимально відносною похибкою.

Початкове наближення активного середовища системи має значну похибку на рівні 20% (див. рис. 2.25), а субстрату - незначну похибку на рівні 1.5% (див. рис. 2.26). Уточнення початкових значень параметрів прогнозовано зменшує похибку змінної активного середовища а також змінної субстрату практично до нуля. Таким чином у випадку спостереження змінних системи запропонований метод ідентифікації параметрів моделі дозволяє відтворювати її із похибкою на рівні похибки обчислень.

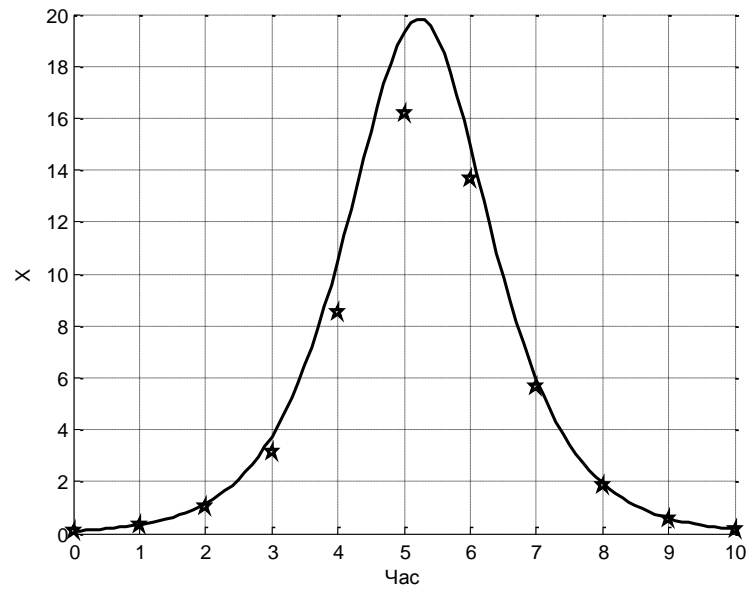


Рис. 2.25. Наближення змінної активного середовища системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (2.3)-(2.5)

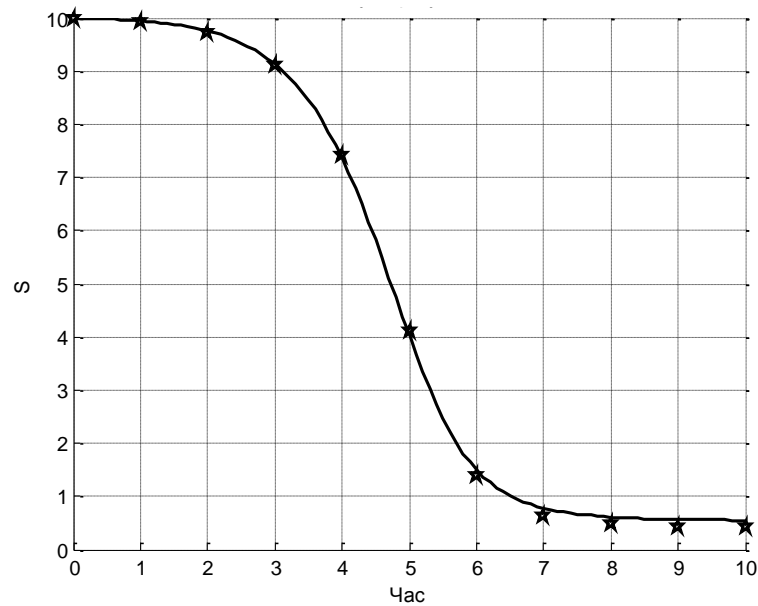


Рис. 2.26. Наближення змінної забезпеченості системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (2.3)-(2.5)

Більший рівень похибки при розв'язанні практично важливих задач може виникати за рахунок похибки самої моделі в описі реальної практичної ситуації. Ще одна складність, яка виникає при розв'язанні практичних задач полягає в

тому, що не завжди можливо спостерігати одночасно динаміку змінних активного середовища системи та субстрату. В наступному розділі розглянемо інтерпретацію запропонованого методу ідентифікації параметрів моделі у випадку, коли доступними є спостереження лише однієї із змінних моделі та із множиною лімітуючи факторів.

Висновки до розділу 2

1. В результаті використання теорії систем побудовано узагальнену модель процесів із внутрішнім лімітуючим фактором, в якій застосовано функції Моно від змінної субстрату та продукту процесу а також частку обсягу фінального базового рівня відносно максимального рівня змінної активного середовища, що уможливило встановлення залежності між змінними активного середовища та її продукту систем із лімітуючим фактором і змінною субстрату для широкого класу практично важливих процесів.
2. В результаті експериментальних досліджень впливу параметрів моделей процесів з внутрішніми лімітуючими факторами на системні змінні виявлено основні засоби зміни динаміки останніх, що склало основу методу ідентифікації моделі із внутрішнім лімітуючим фактором при наявності спостережень за змінними моделі.
3. Для моделей процесів з внутрішніми лімітуючими факторами запропоновано метод ідентифікації, який включає етапи побудови початкових значень коефіцієнтів моделі та її ідентифікації за середньоквадратичним критерієм за допомогою градієнтного методу. Побудова початкових наближень включає побудову наближених різницевих співвідношень між параметрами моделі, встановлення прийняттого порядку значень лімітуючого параметра за критерієм мінімуму похибки моделі на спостережених значеннях.
4. Параметри моделі ідентифікуються за критерієм мінімуму максимальної відносної похибки моделі для значень лімітуючого параметра на рівномірній сітці, побудованій на основі встановленого раніше оптимального порядку лімітуючого параметру. В останньому випадку при виборі значення

лімітуючого параметра та встановленні інших параметрів моделі за різницеvими співвідношеннями, параметри уточнюються мінімізацією середньоквадратичного критерію якості ідентифікації методом Левенберга-Марквардта.

5. Експериментально підтверджено ефективність запропонованого методу, причому на розв'язанні модельних задач похибка методу склала соті доли відсотка.

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ ІЗ ВІДОКРЕМЛЕНИМИ ВНУТРІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ

В попередньому розділі побудовано модель систем, в які входить множина підпорядкованих процесів, кожне із своїм лімітуючим фактором, тобто лімітуючі фактори розділені у своєму впливі на систему. Побудова методу ідентифікації такої моделі складна задача. Тому запропоновано розглядати послідовність моделей, складність яких наростатиме, а кожен із розроблених методів ідентифікації удосконалюватиме попередній. В попередньому розділі на основі аналізу властивостей моделі з єдиним внутрішнім лімітуючим фактором за умови наявності спостережень значень всіх змінних моделі, розроблено метод її ідентифікації за допомогою направленої перебору значень лімітуючого параметра та оптимізації інших значень параметрів моделі згідно середньоквадратичного критерію якості ідентифікації.

В даному розділі запропоновано і досліджено методи ідентифікації моделей із внутрішнім лімітуючим фактором за наявності спостережень лише однієї змінної моделі а також із двома відокремленими лімітуючими факторами, який дозволяє поетапно ідентифікувати модель із множиною відокремлених лімітуючих факторів.

3.1. Метод ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором за спостереженнями їх забезпеченості

Задача параметричної ідентифікації моделі (2.3)-(2.5) за спостереженнями забезпеченості полягає у встановленні значень її параметрів за спостереженнями значень $\{(t_j^e, S_j^e)\}_{j=1}^N$ змінних часу t спостереження, забезпеченості $S(t)$. Для формалізації цього процесу як і в підрозд. 2.3, виберемо середньоквадратичний критерій:

$$Q_2(\vec{p}) = \sum_{j=1}^N (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2. \quad (3.1)$$

При кожному наборі значень \vec{p} параметрів моделі для побудови значень змінних субстрату $\tilde{S}(t_j, \vec{p})$ та активності системи $\tilde{X}(t_j, \vec{p})$ необхідно розв'язати систему нелінійних диференціальних рівнянь (2.3)-(2.5). Як і в попередньому методі необхідно підібрати початкові значення параметрів p_1, p_2, p_3 при фіксованому значенні параметра p_4 . З метою побудови цих початкових наближень використаємо різницеву апроксимацію диференціальних рівнянь системи.

3.1.1. Наближені оцінки похідних функції активності процесу в точках, що прилягають до точки досягнення максимуму

Перше диференціальне рівняння системи (2.3)-(2.5) містить окрім параметра p_4 , який ми вважаємо відомим, параметри p_1 та p_2 , значення яких необхідно встановити. Проблема встановлення початкових значень p_1 та p_2 ускладнюється тим, що значення X не спостерігаються. Для встановлення двох невідомих параметрів необхідно як мінімум два співвідношення. Такі оцінки будувалися в попередньому підрозділі. Відзначалося, що для побудови двох пропонованих співвідношень достатньо використати спостереження у трьох точках: в точці максимуму, в попередній та наступній точках. Оскільки змінна активного середовища не спостерігалася, то достатньо точно змодельовати її значення не вдасться. Однак для певного класу задач можна встановити приблизне значення максимальної величини X_J^* , частки f_X сусідніх значень від максимального та частки f_S залишку забезпеченості в точці досягнення максимуму змінної активного середовища відносно початкового значення забезпеченості. Отримані величини не потребують надто точного визначення, оскільки вони використовуються лише для побудови початкових значень, які надалі будуть уточнюватися.

На основі спостережень за змінною $S(t)$ та заданої частки f_S побудуємо оцінку часу t^* досягнення максимального значення змінною активності $X(t)$. З цією метою встановимо номер J моменту спостереження максимального значення змінної активності

$$J = \arg \min_j (|S_j^e - f_S S_0|). \quad (3.2)$$

На основі встановленого номера та заданого параметра X_J^* визначаємо максимальне спостережене значення X^* змінної активності, час t^* його досягнення та концентрацію забезпеченості S^* , яке ці значення супроводжує

$$t^* = t_J^e, \quad (3.3)$$

$$X^* = X_J^*, \quad (3.4)$$

$$S^* = S_J^e. \quad (3.5)$$

Для побудови оцінок похідних змінної активності оцінимо значення змінної активності в точках, сусідніх із точкою максимуму наступним чином

$$X_{J+1}^* = X_{J-1}^* = f_X X_J^*. \quad (3.6)$$

На основі різницевих апроксимацій побудуємо оцінки похідних функції активності в точках, що прилягають до точки досягнення максимуму зліва та справа

$$D_{X, J-1/2}^* = (X_J^* - X_{J-1}^*) / (t_J^e - t_{J-1}^e), \quad (3.7)$$

$$D_{X, J+1/2}^* = (X_{J+1}^* - X_J^*) / (t_{J+1}^e - t_J^e). \quad (3.8)$$

3.1.2. Встановлення та уточнення значень параметрів моделі процесів з внутрішніми лімітуючими факторами за спостереженнями забезпеченості

За допомогою операції усереднення оцінимо значення змінних активності системи в точках оцінки значення похідних

$$X_{J-1/2}^* = \frac{X_J^* + X_{J-1}^*}{2}, \quad (3.9)$$

$$X_{J+1/2}^* = \frac{X_{J+1}^* + X_J^*}{2}, \quad (3.10)$$

Значення змінних забезпеченості в цих точках оцінюємо згідно попередньо встановлених співвідношень (2.54), (2.55).

На основі попередньо вказаних співвідношень та співвідношення (2.58) побудуємо систему алгебраїчних рівнянь для оцінки двох перших значень параметрів моделі

$$A\bar{P}^2 = \bar{b}^*, \quad (3.11)$$

де

$$\bar{b}^* = \begin{pmatrix} D_{X,J-1/2}^* \\ D_{X,J+1/2}^* \end{pmatrix}, \quad \bar{P}^2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Параметр моделі p_3 оцінюється раніше побудованим співвідношенням (2.64). Таким чином основа методу ідентифікації моделі лімітуючого фактора із неспостереженою змінною активності системи середовища полягає у виборі параметрів приблизного значення максимальної величини X_J^* , частки f_X сусідніх значень від максимального та частки f_S залишку забезпеченості в точці досягнення максимуму змінної активності відносно початкового значення. Значення цих параметрів в загальному характеризують змінну активності системи. Однак їх не потрібно вказувати надзвичайно точно, оскільки потім ці значення будуть уточнюватися. Зокрема стосовно часток можна вказати такі загальні обмеження як $f_X \geq 0.5$ та $f_S \leq 0.5$ на сітці із кроком 0.1. Після вибору значень вказаних параметрів здійснюється перебір значень параметру p_4 на деякій рівномірній сітці w_4 згідно співвідношення (2.70).

Для кожного вибраного значення $p_{4,i}$ згідно співвідношень (3.6)- (3.12) будуються початкові значення параметрів p_1^i, p_2^i, p_3^i . Отримані початкові значення уточнюються згідно критерію (3.1) методом Левенберга-Марквардта. Кожен уточнений набір параметрів моделі характеризуємо її максимальною відносною похибкою

$$\delta_2^i = \max_j \left\{ \frac{|\tilde{S}(t_j, \bar{p}^i) - S_j^e|}{\max_j |\tilde{S}(t_j, \bar{p}^i)|} \right\}, \quad (3.13)$$

де
$$\bar{p}^i = \begin{pmatrix} p_1^i \\ p_2^i \\ p_3^i \\ p_4^i \end{pmatrix}.$$

Остаточно вибираємо той уточнений набір параметрів, на якому досягається

$$\min_i \delta_2^i. \quad (3.14)$$

3.1.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі процесів з внутрішнім лімітуючим фактором за спостереженнями забезпеченості системи

Перевіримо ефективність запропонованого методу на розв'язанні модельної задачі, розв'язок якої відомий. В якості такої задачі виберемо модель виду (2.3)-(2.5) із наступними значеннями параметрів $p_1 = 4$, $p_2 = 1.5$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 5$, однак спостереження значень змінної активного середовища $X(t)$ відсутні. Тому для ідентифікації використовуємо значення із наступної таблиці

Таблиця 3.1

Значення субстрату модельної задачі без спостереження змінної активного середовища

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(t)$	10.0	9.9365	9.7350	9.1164	7.4180	4.1174	1.4026	0.6401	0.4695	0.4245	0.4115

Для вибору значень основного параметра X_J^* проведемо числові експерименти із його різними значеннями, вибираючи краще значення за критерієм мінімальної відносної похибки моделі на експериментальних даних.

Значення цієї похибки для широкого діапазону значень параметра X_J^* наочно подані на рисунку

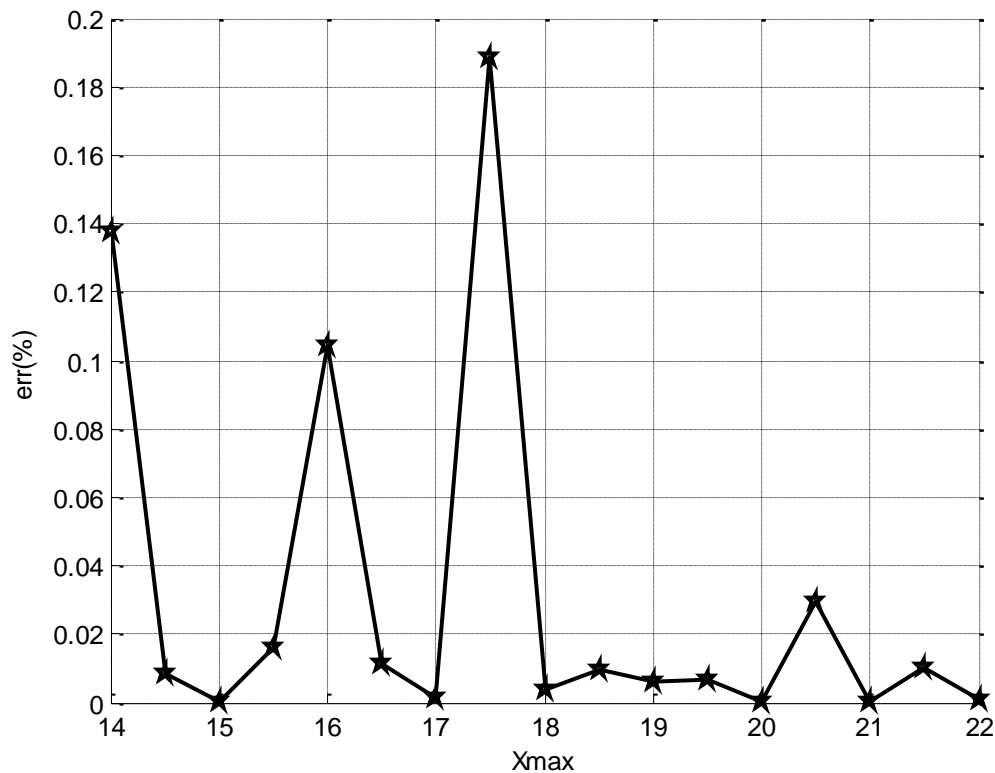


Рис. 3.1. Відносні похибки ідентифікації моделі (2.3)-(2.5) без спостереження змінної активності системи при зміні параметра X_J^*

Аналіз цього рисунку свідчить про невеликий вплив значення параметру X_J^* на точність побудованої моделі, оскільки максимальна похибка не перевищує 2%. Тому для побудови достатньо точної моделі можна використовувати достатньо слабке наближення параметру X_J^* .

При виборі значень параметрів $X_J^* = 15$, $f_x = 0.7$ та $f_x = 0.2$ мінімальна із аналізованих похибок забезпеченості системи складає доли відсотка, графік забезпеченсті подано на рис. 3.2. Такий же рівень похибки досягається по змінній активності (див. рис. 3.3), хоча значення змінної активності системи середовища не використовувалися для ідентифікації. Відповідні графіки похибок наведені на рис 3.4.

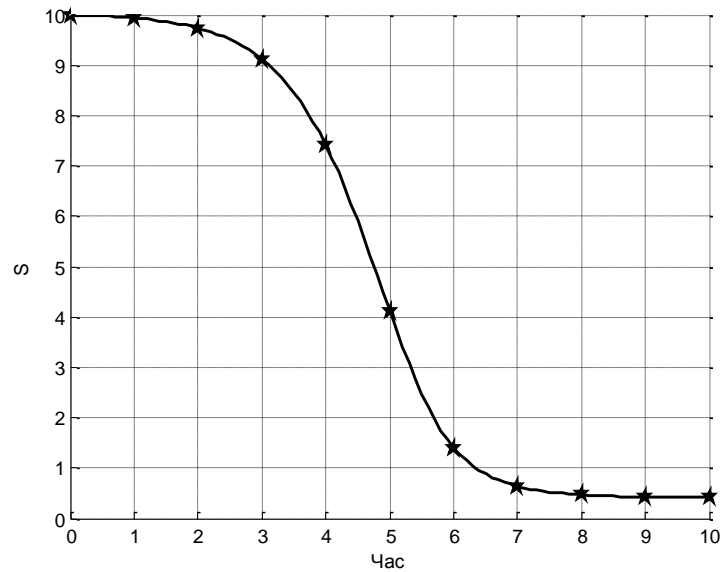


Рис. 3.2. Порівняння ідентифікованої моделі забезпеченості із спостереженими даними (максимальна відносна похибка 0.0007%)

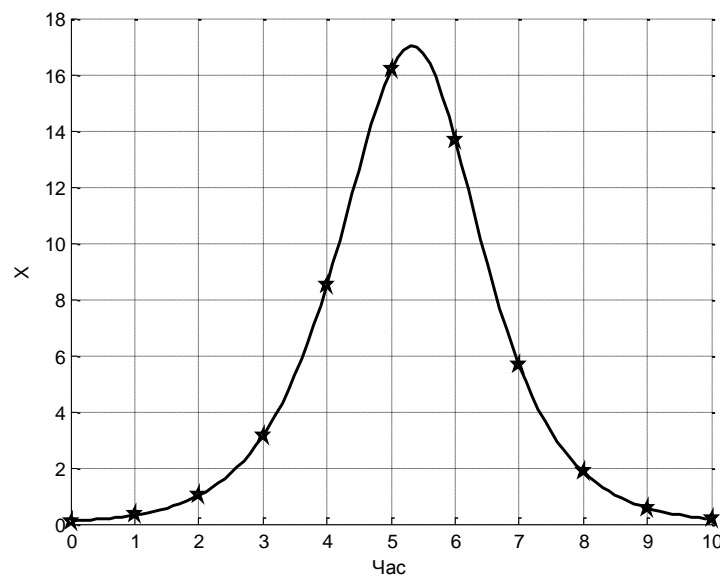


Рис. 3.3. Порівняння ідентифікованої моделі активності із дійсними значеннями (максимальна відносна похибка 0.002%)

При співставленні похибок моделей з уточненими коефіцієнтами з похибками моделей з початковими значеннями коефіцієнтів (див. рис. 3.5) можна зауважити, що значення параметра p_4 , для яких досягаються мінімальні похибки, на відміну від попередньо аналізованих прикладів, співпадають.

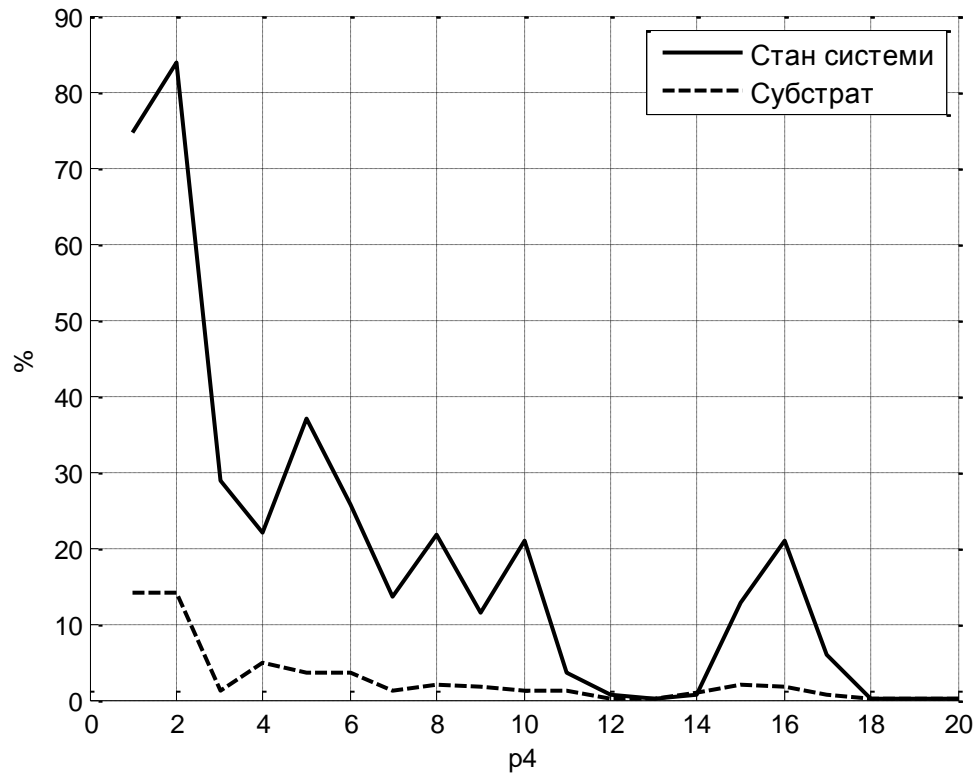


Рис. 3.4. Відносні похибки ідентифікації моделі (2.3)-(2.5) без спостереження змінної активності при зміні параметра p_4

Для даної задачі ідентифіковані значення коефіцієнтів склали $p_1 = 3.9989$, $p_2 = 1.5008$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 4.9925$, що практично не відрізняються від заданих попередньо значень. Тому природно, що модельні та побудовані значення змінних активного середовища системи практично співпадають.

На рис. 3.6 подано наближення змінної активності системи $X(t)$ за допомогою початкових значень коефіцієнтів. Аналіз рисунку засвідчує про наближення змінної активності лише в загальних рисах, зокрема достатньо велику похибку в оцінці параметра p_2 , що контролює динаміку убуття значень змінної $X(t)$. При цьому спостерігається суттєва максимальна відносна похибка в 37%.

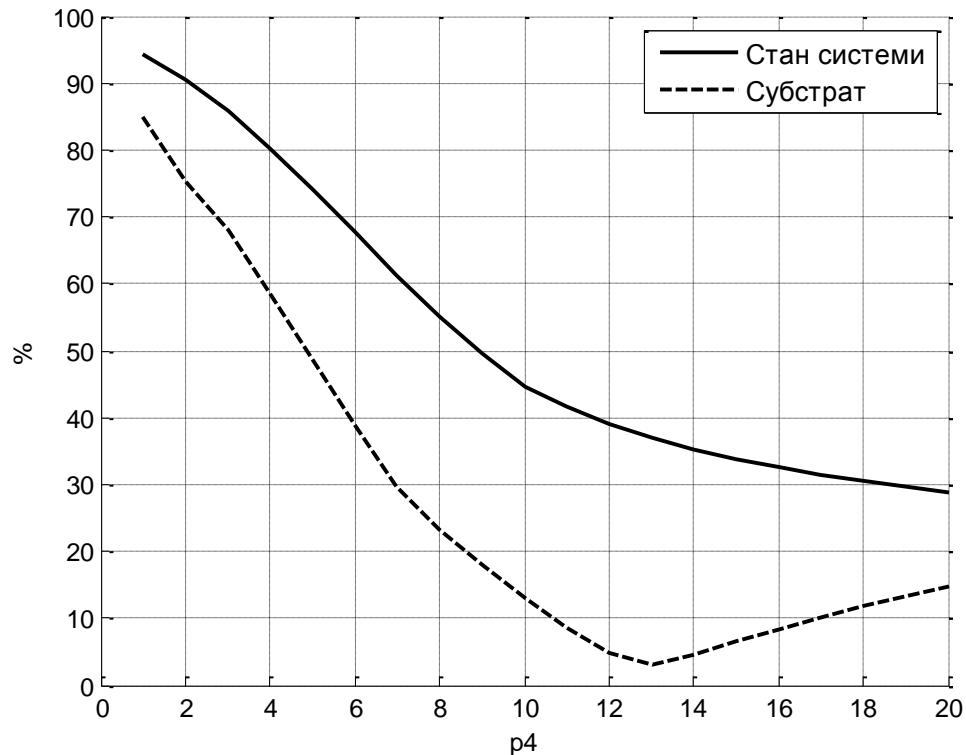


Рис. 3.5. Відносні похибки моделі (2.3)-(2.5) із початковими значеннями параметрів без спостереження змінної активності системи при зміні параметра

$$p_4$$

Однак аналіз похибок початкових наближень при інших значеннях параметру p_4 підтверджує, що це порівняно низький рівень похибки. Відповідне йому наближення змінної забезпеченості системи $S(t)$ за допомогою початкових значень коефіцієнтів наведено на рис. 3.7. Це наближення будується із набагато меншою похибкою, порядку 3%.

Відсутність спостереження змінної активного середовища означає, що ці значення не враховані у функціоналі якості для уточнення параметрів моделі. Оскільки задача тестова, то точний розв'язок відомий і відповідні модельні значення змінної активного середовища, які помічені зірочками, використовуються для оцінки похибки.

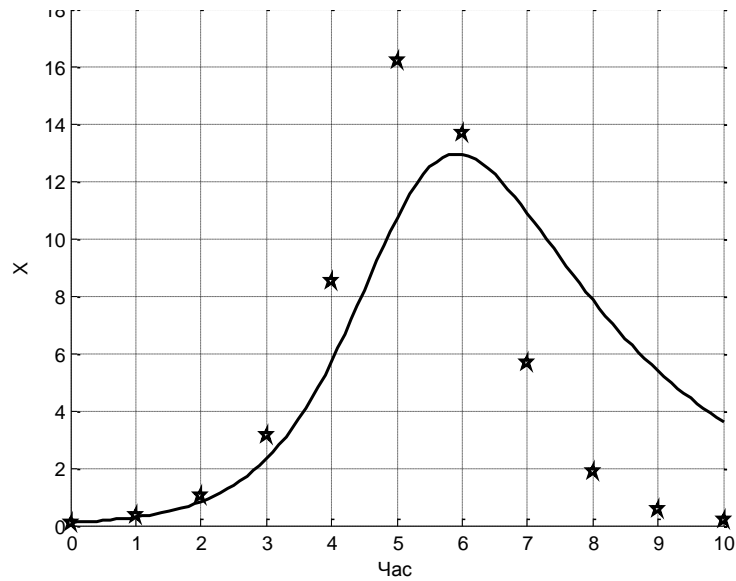


Рис. 3.6. Наближення змінної активного середовища системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (2.3)-(2.5) без спостереження значень змінної активності

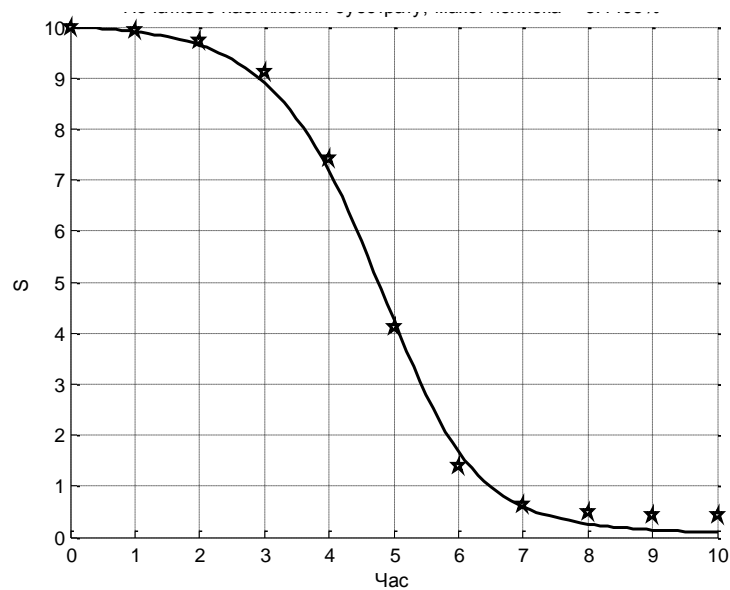


Рис. 3.7. Наближення змінної субстрату системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (2.3) без спостереження значень змінної активності

В даному випадку максимальна відносна похибка склала лише 0.002%, що є хорошим показником із врахуванням того, що значення змінної активності не використовувалися у функціоналі якості.

Аналіз наближення змінної активності системи за допомогою уточнених значень параметрів моделі (2.3)-(2.5) без спостереження значень змінної активного середовища можна здійснити за допомогою графіку, поданого на рис. 3.2. Відхилення значень, побудованих на основі ідентифікованої моделі від заданих склали 0.0007% . Це означає побудову значень шуканої змінної на рівні похибки обчислень. Таким чином, запропонований метод ідентифікації дозволяє оцінювати параметри моделі збурення та відновлення змінної активності системи (2.3)-(2.5) без спостереження змінної активного середовища системи із високою точністю.

Важливим узагальненням моделі (2.3)-(2.5) є модель трансформації базового рівня змінної активності системи (2.12)-(2.16), яка використовується в моделюванні веб-аналітичних процесів. Ідентифікація такої моделі ускладнюється тим, що значення її забезпеченості не спостерігаються а також наявністю людського фактору, яка робить реалізацію кожної моделі унікальною. Остання обставина вимагає переходу від ідентифікації по всіх спостережених даних до поетапної ідентифікації. Аналізу особливостей ідентифікації такого роду моделей присвячені наступні підрозділи.

3.2. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи

Моделі (2.3)-(2.5) та (2.12)-(2.16) відрізняються лише деяким обмеженням на динаміку змінних. Зокрема, після того як досягнуто максимум змінної активності системи та значення цієї змінної стають меншими деякого заданого рівня X_f , значення змінних моделі стабілізуються. Рівень стабілізації X_f визначається як певна частка f від максимального рівня X_{\max} змінної активності $X(t)$.

3.2.1. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи за спостереженнями змінних задач

На початковому етапі аналізу розглянемо задачу ідентифікації моделі (2.7) при спостереженнях за обома змінними задач. В цьому випадку може

бути напряму застосований запропонований в підрозділі 3.2 метод ідентифікації моделі (2.3). Перевіримо доцільність такого застосування на розв'язанні модельної задачі.

В якості такої задачі виберемо модель виду (2.7) із наступними значеннями параметрів $p_1 = 4$, $p_2 = 1.5$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 5$, $f = 0.35$. Значення змінних для задачі ідентифікації наведені в наступній таблиці

Таблиця 3.2

Значення субстрату та змінної активного середовища модельної задачі

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(t)$	10.0	9.9365	9.7350	9.1164	7.4180	4.1174	1.4026	0.6401	0.6401	0.6401	0.6401
$X(t)$	0.1	0.3218	1.0222	3.1297	8.5056	16.1703	13.6792	5.6556	5.6556	5.6556	5.6556

Для пошуку початкових значень параметрів моделі використано множину цілих значень параметру p_4 на інтервалі від 1 до 20. Максимальні відносні похибки для уточнених значень параметрів моделі наведені на рисунку

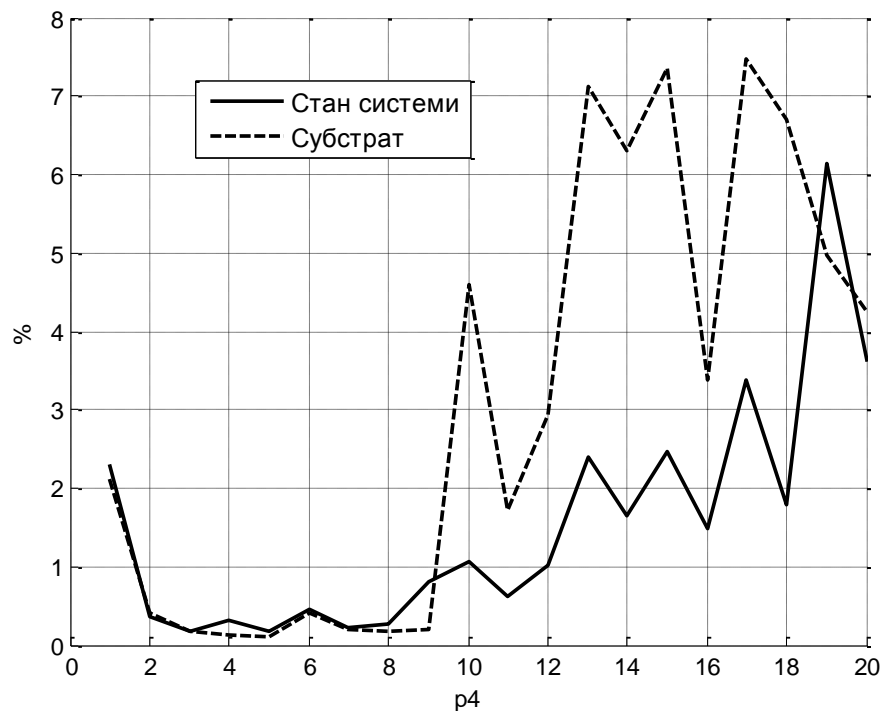


Рис. 3.8. Максимальні відносні похибки для уточнених наближень параметрів моделі (2.3)-(2.5) при змінах значень параметру p_4

Для даної задачі ідентифіковані значення коефіцієнтів склали $p_1 = 3.9985$, $p_2 = 1.4905$, $p_3 = 0.5021$, $p_4 = 5.0428$, $f = 0.3498$, що достатньо мало відрізняються від заданих попередньо значень. Тому природно, що модельні та побудовані значення змінних активності системи та забезпеченості практично співпадають. Відповідні графіки наведено на рис. 3.9, 3.10, максимальна похибка для модельованих змінних не перевищила 0.18 %.

Незначна похибка (3.18 %) отримана і при моделюванні забезпеченості із використанням початкових значень параметрів. В той же час при моделюванні змінної активності системи за допомогою початкових значень параметрів отримана досить значна похибка у 17%. Графік модельованої таким чином змінної активності наводиться на рис. 3.11.

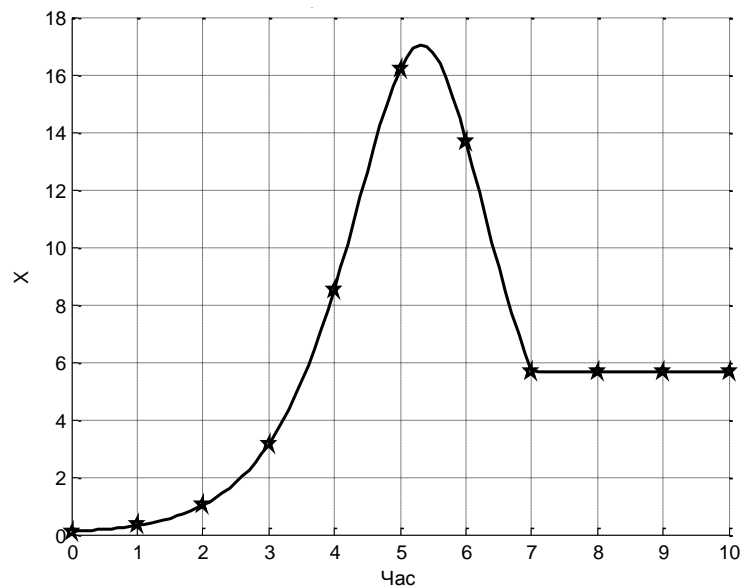


Рис. 3.9. Наближення змінної активності системи за допомогою уточнених параметрів моделі (2.12)-(2.16)

Не дивлячись на досить значну похибку характер поведінки величини передано вірно. Значні похибки фіксуються лише у двох точках. При цьому початкові значення параметрів моделі склали $p_1 = 4.3791$, $p_2 = 1.7244$, $p_3 = 0.4119$, $p_4 = 5.0$, $f = 0.3498$, що в загальному передають співвідношення між коефіцієнтами моделі.

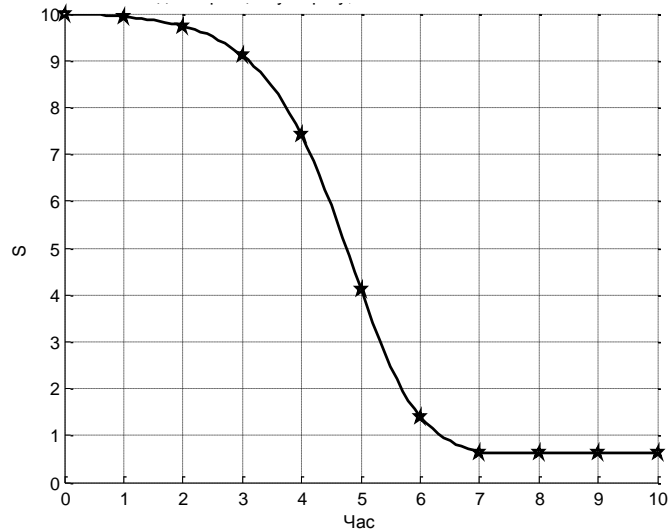


Рис. 3.10. Наближення змінної забезпеченості системи за допомогою уточнених параметрів моделі (2.12)-(2.16)

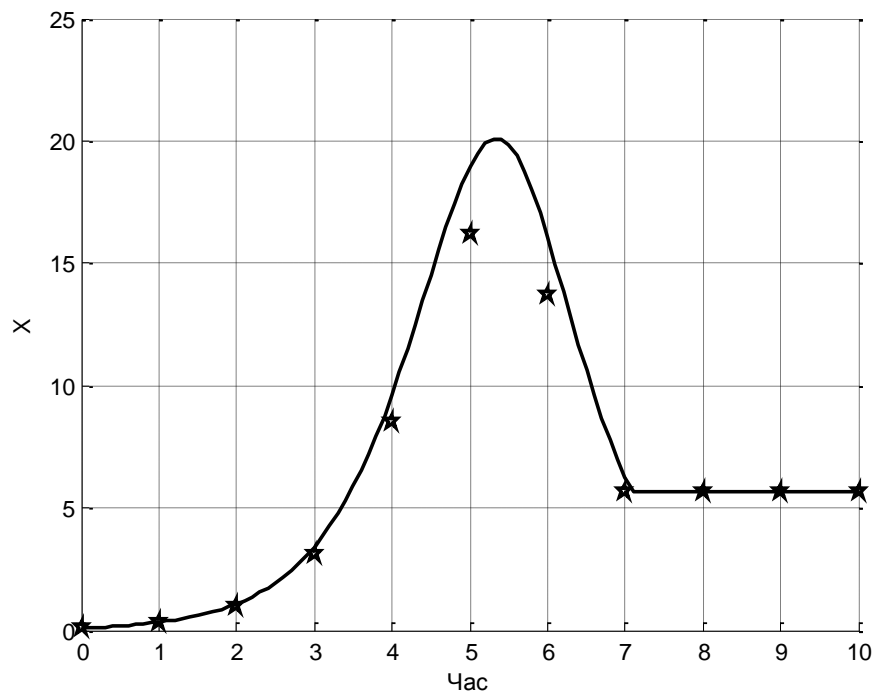


Рис. 3.11. Наближення змінної активності системи за допомогою початкових значень параметрів моделі (2.12)-(2.16)

Проведений експеримент підтверджує правомірність застосування алгоритму, описаного в підрозд. 2.3 і призначеного для ідентифікації моделі процесів з лімітуючими компонентами (2.3)-(2.5) до ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активного середовища (2.12)-(2.16).

Однак, на практиці зустрічається ускладнення задачі ідентифікації моделі (2.12)-(2.16), коли значення забезпеченості системи не спостерігаються. Таке ускладнення вимагає удосконалення алгоритму ідентифікації моделі процесів з лімітуючими компонентами, оскільки значення змінної забезпеченості системи використовуються для побудови початкового значення параметра P_3 . Розв'язання поставленої задачі вимагає отримання інформації про початковий рівень забезпеченості системи S_0 і буде розглянуте в наступному підрозділі.

3.2.2. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи при спостереженні значень останньої

Навіть при наявності всієї затребуваної інформації, необхідно оцінити забезпеченість системи та похідну від цієї забезпеченості в точці досягнення максимуму активності системи. Оскільки змінна активності спостерігається, то її максимальне значення та точка в якій воно досягається відомі. Відомий також номер J точки спостереження максимального значення. Визначимо наближене значення похідної змінної забезпеченості системи через нормоване значення похідних змінної активності. Зліва точки максимуму похідна змінної активності додатна, а справа – від'ємна. В той же час змінна забезпеченості системи лише монотонно спадає. Тому для змінної активності розглядаємо різницю похідних зліва та справа від точки максимуму, що еквівалентне сумі їх абсолютних величин. Нормування здійснимо за рахунок відношення початкового рівня забезпеченості системи S_0 до максимального рівня змінної активності. В результаті отримаємо наступне співвідношення для оцінки значення похідної забезпеченості системи в точці досягнення максимуму змінної активності

$$D_{S,J}^* = -\frac{S_0}{X_J^e} (2X_J^e - X_{J+1}^e - X_{J-1}^e) / (t_{J+1}^e - t_{J-1}^e), \quad (3.15)$$

яку використаємо, усуваючи застосування значень забезпеченості системи. Концентрацію субстрату в точці максимуму змінної активності оцінимо за допомогою наступного співвідношення

$$S_J^* = S_0 f_S, \quad (3.16)$$

де f_s - стала, яка визначається для певного класу задач емпірично. На основі побудованих співвідношень побудуємо оцінки значень забезпеченості системи у точках, сусідніх з точкою t_j , які необхідні для побудови початкових наближень параметрів p_1, p_2 :

$$S_{j-1/2}^* = S_j^* - D_{S,j}^* \frac{t_j - t_{j-1}}{2}, \quad (3.17)$$

$$S_{j+1/2}^* = S_j^* + D_{S,j}^* \frac{t_{j+1} - t_j}{2}. \quad (3.18)$$

Побудовані оцінки використовуємо в методі ідентифікації, описаному в підрозд. 2.3, замість співвідношень, які використовують спостереження субстрату.

Кожен уточнений набір параметрів моделі характеризуємо її максимальною відносною похибкою

$$\delta_3^i = \max_j \left\{ \frac{|\tilde{X}(t_j, \bar{p}^i) - X_j^e|}{\max_j |X_j^e|} \right\}, \quad (3.19)$$

$$\text{де } \bar{p}^i = \begin{pmatrix} p_1^i \\ p_2^i \\ p_3^i \\ p_4^i \end{pmatrix}.$$

Остаточню вибираємо той уточнений набір параметрів, на якому досягається

$$\min_i \delta_3^i. \quad (3.20)$$

Таким чином, за допомогою наведених співвідношень, включених в метод ідентифікації моделі процесів з лімітуючими компонентами (2.3)-(2.5), приходимо до методу ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи (2.12)-(2.16) при відсутності спостережень забезпеченості процесів системи.

3.2.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активності системи при спостереженні значень останньої

Ефективність такого методу перевіримо на розв'язанні модельної задачі виду (2.12)-(2.16) із наступними значеннями параметрів $p_1 = 4$, $p_2 = 1.5$, $p_3 = 0.5$, $p_4 = 5$, $f = 0.35$. Значення змінних для задачі ідентифікації наведені в наступній таблиці

Таблиця 3.3

Значення змінної активного середовища модельної задачі

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X(t)$	0.1	0.3218	1.0222	3.1297	8.5056	16.1703	13.6792	5.6556	5.6556	5.6556	5.6556

В результаті проведених експериментів відібрано значення параметру f_s рівне 0.5. Для пошуку початкових значень параметрів моделі використано множину цілих значень параметру p_4 на інтервалі від 1 до 20. Максимальні відносні похибки для уточнених значень параметрів моделі наведені на рисунку

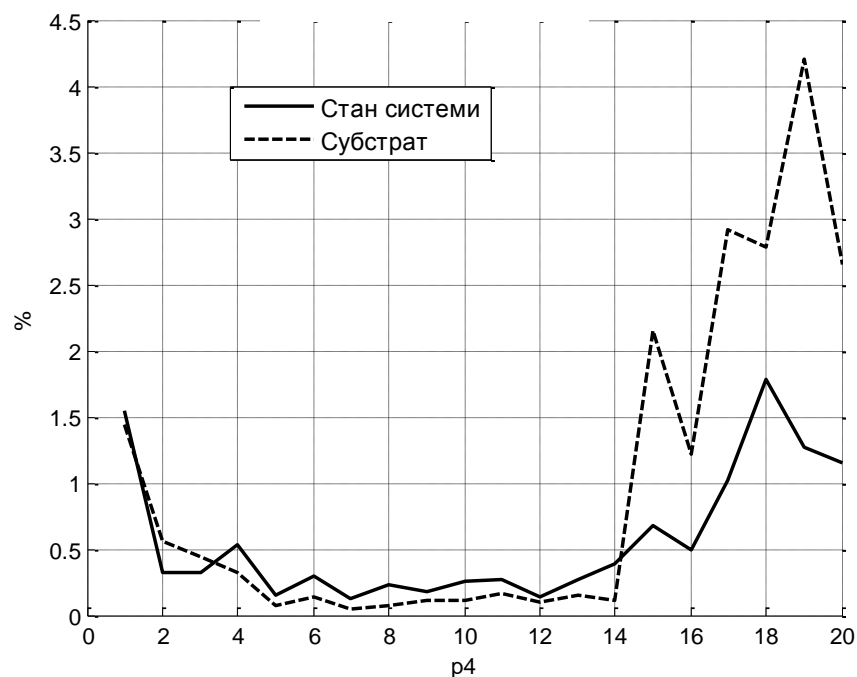


Рис. 3.12. Відносні похибки ідентифікації моделі (2.12)-(2.16) без спостереження змінної забезпеченості системи при зміні параметра p_4

З аналізу рисунку видно, що в широкому діапазоні значень $p_4 \in [5, 14]$ максимальна відносна похибка є меншою 5%. За критерієм найменшої із максимальних відносних похибок в результаті уточнення початкових значень параметрів відібрано наступні значення

$$p_1 = 4.0036, p_2 = 1.4959, p_3 = 0.5009, p_4 = 5.0321, f = 0.3498,$$

що практично співпадають із модельними значеннями коефіцієнтів. Початкові значення параметрів для них склали

$$p_1 = 5.0746, p_2 = 1.8357, p_3 = 0.4661, p_4 = 7.0, f = 0.3498,$$

що достатньо сильно відрізняються від модельних значень, але складають хорошу базу для уточнень. Оскільки уточнені коефіцієнти зовсім мало відрізняються від модельних, то природно, що модельні та побудовані значення змінних активності системи та її забезпеченості практично співпадають. Відповідні графіки наведено на рис. 3.13, 3.14, максимальна похибка для модельованих змінних не перевищила 0.12%.

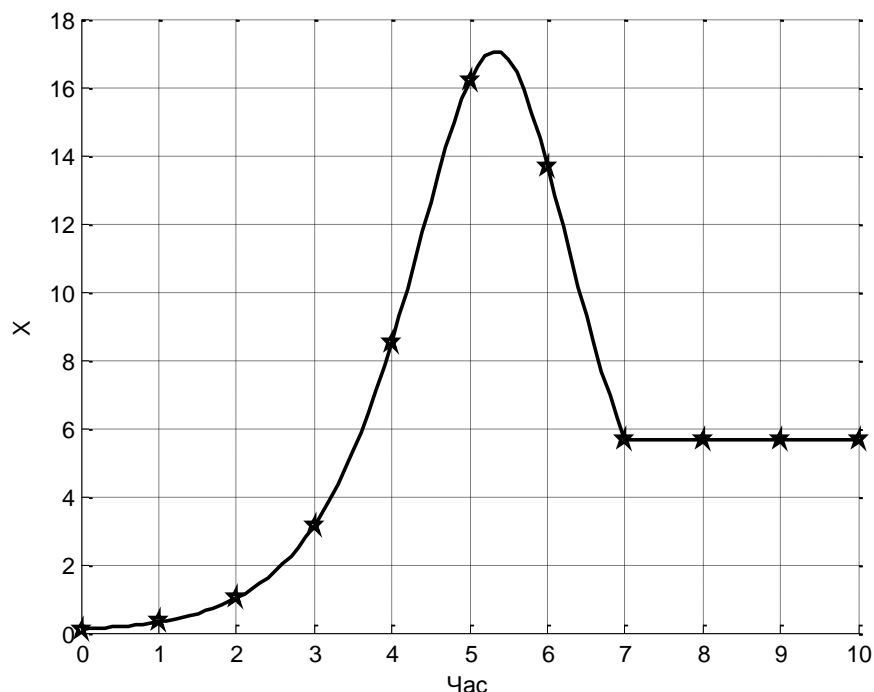


Рис. 3.13. Наближення змінної активності системи за допомогою уточнених параметрів моделі (2.12)-(2.16) без спостереження значень забезпеченості

Цікаво також встановити наскільки сильно впливає похибка на початкових значеннях параметрів на подання змінних моделі. Похибки субстрату та змінної активного середовища співвимірні. Хоча похибка змінної активності (10%) майже така ж, як і похибка забезпеченості (13%), однак наближення по забезпеченості суттєво віддалено від дійсних значень на набагато ширшому інтервалі, ніж змінна активності системи.

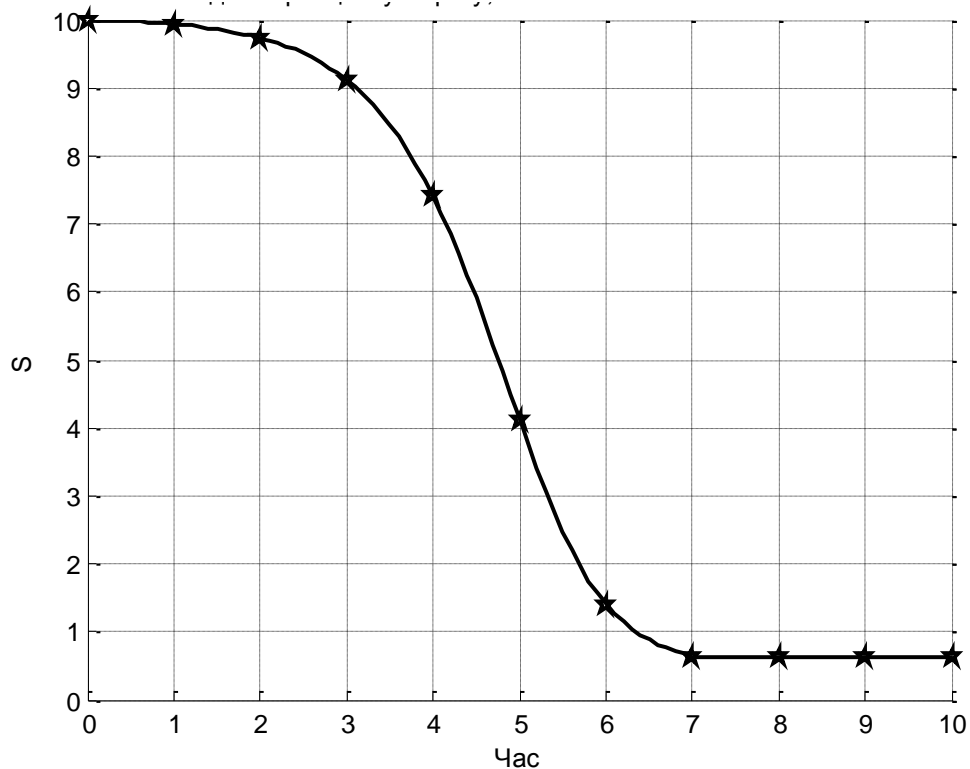


Рис. 3.14. Наближення змінної забезпеченості системи за допомогою уточнених параметрів моделі (2.12)-(2.16) без врахування значень забезпеченості в функціоналі якості ідентифікації

Тому для ілюстрації характеру відхилень на початкових значеннях параметрів наведемо лише графік змінної забезпеченості, що поданий на рис. 3.15.

Таким чином, запропонований в даному підрозділі метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активного середовища (2.12)-(2.16) при відсутності спостережень забезпеченості системи є достатньо ефективним для розв'язання практично важливих задач. Однак такі задачі можуть містити ще одну особливість – вплив людського фактора. В цьому

випадку кожна реалізація моделі стає унікальною. Корисність моделі в цьому випадку може проявитися лише у випадку, коли за початковими спостереженнями моделі можна спрогнозувати всю її наступну поведінку.

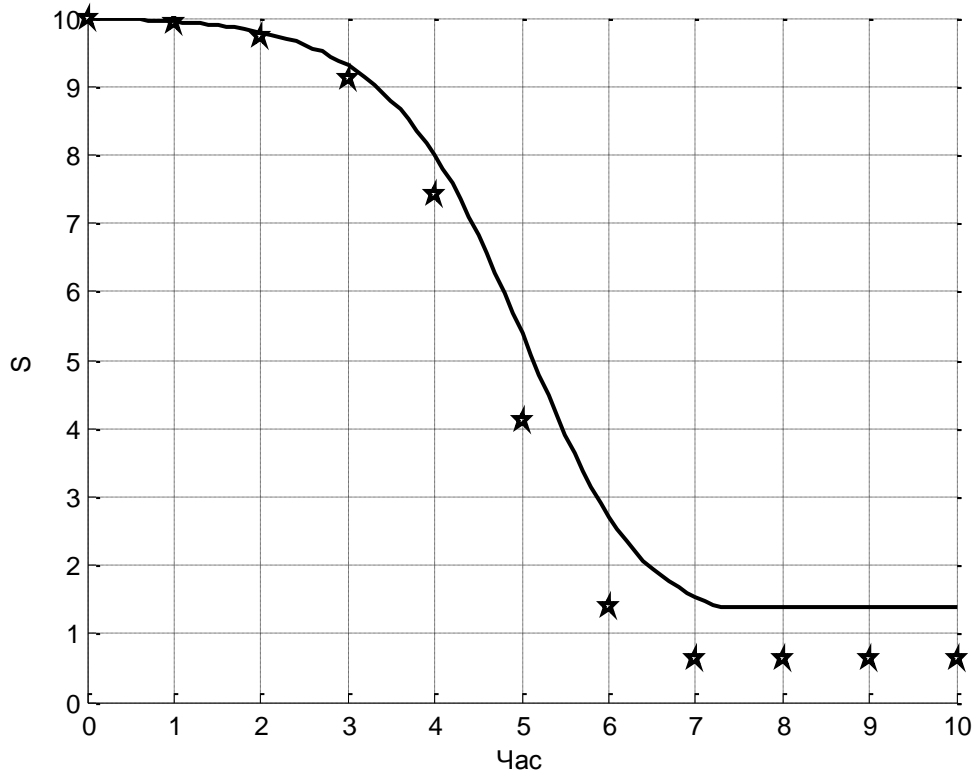


Рис. 3.15. Наближення змінної забезпеченості за допомогою початкових значень параметрів моделі (2.12)-(2.16) без врахування значень забезпеченості в функціоналі якості ідентифікації

Складність розв'язання цієї задачі примушує розбивати її на етапи. Методи ідентифікації аналізованої моделі в описаній ситуації розглядається в наступному підрозділі.

3.3. Метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня активності системи по етапах

В деяких ситуаціях, наприклад, впливу на параметри моделі людського фактора, кожна реалізація моделі стає унікальною і потребує окремої ідентифікації. Тоді необхідно проводити ідентифікацію на основі мінімального обсягу спостережень. Оскільки надійність такого прогнозу обмежена, його

необхідно коригувати. Таким чином приходимо до задачі багатоетапної ідентифікації.

3.3.1. Побудова початкових наближень параметрів моделі трансформації базового рівня активності системи на перших двох етапах

Удосконалимо метод ідентифікації, розроблений в попередньому підрозділі для підтримки процесу багатоетапної ідентифікації. Для фіксації певної лінійної тенденції необхідно хоча б спостереження у двох точках. Тому на першому етапі побудуємо лінійну тенденцію змінної активності системи за спостереженнями у двох перших точках:

$$\tilde{X}^{(1)}(t) = X_0^e + (X_1^e - X_0^e) \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}. \quad (3.21)$$

Таке найпростіше наближення використовується до моменту перевищення його відносної похибки деякого наперед заданого рівня ε . Тобто отримання спостереження із індексом J_1 , для якого виконується умова:

$$\frac{|\tilde{X}^{(1)}(t) - X_{J_1}^e|}{X_J^*} > \varepsilon \quad (3.22)$$

означає завершення етапу прогнозування змінної активного середовища за співвідношенням (3.21). Тут через X_J^* позначено оцінку очікуваного максимального значення змінної активного середовища, яка може бути встановлена на основі попередніх експериментів.

Після завершення першого етапу прогнозу будуюмо прогнози другого етапу. Для побудови початкового прогнозу другого максимально спрощуємо подання моделі (2.12)-(2.16). Зокрема покладаємо

$$p_2^{0,2} = p_3^{0,2} = 0. \quad (3.23)$$

Оскільки в початкових точках значення $S(t)$ максимальні, вважаємо, що

$$S(t) \gg p_4, \quad (3.24)$$

а тому

$$M_1(p_4, S(t)) \approx 1. \quad (3.25)$$

Тоді із першого диференціального рівняння моделі отримуємо подання для початкового наближення значення першого параметру

$$p_1^{0,2} \approx \frac{1}{X(t_{J_1-1})} \frac{d(X(t_{J_1-1}))}{dt}, \quad (3.26)$$

яке реалізуємо за допомогою наступного різницевого співвідношення:

$$p_1^{0,2} = \frac{1}{X_{J_1-1}} \frac{X_{J_1} - X_{J_1-1}}{t_{J_1} - t_{J_1-1}}. \quad (3.27)$$

Початкове значення $p_4^{0,2}$ вибираємо із деякої рівномірної сітки на основі співвідношення (2.70). Після вибору початкових значень параметрів, вони уточнюються за співвідношеннями (3.19), (3.20) на множині точок ідентифікації з номерами від 0 до J_1 . Таким чином будуються наближені подання $\tilde{X}^{(2)}(t)$, $\tilde{S}^{(2)}(t)$ змінних моделі (2.12)-(2.16) для другого етапу. Цей етап завершується при досягненні точки J_2 , в якій відносна похибка прогнозу перевищує допустимий рівень

$$\frac{|\tilde{X}^{(2)}(t) - X_{J_2}^e|}{X_J^*} > \varepsilon. \quad (3.28)$$

3.3.2. Побудова початкових наближень параметрів моделі трансформації базового рівня активності системи на k -му етапі

Якщо максимум спостережених значень змінної активного середовища досягається в останній точці поточного k -го етапу, то початкові значення параметрів моделі для $k+1$ -го етапу будуються за допомогою уточнених коефіцієнтів k -го етапу

$$p_2^{0,k+1} = p_2^k, \quad (3.29)$$

$$p_3^{0,k+1} = p_3^k. \quad (3.30)$$

Початкове значення коефіцієнту p_1 необхідно перерахувати, щоб врахувати зміну похідної для даного етапу

$$p_1^{0,k+1} = \frac{1}{X_{J_k-1}} \frac{X_{J_k} - X_{J_k-1}}{t_{J_k} - t_{J_k-1}} \quad (3.31)$$

Початкове значення $p_4^{0,k+1}$ вибирається аналогічно попередньому.

Якщо максимум спостережених значень змінної активного середовища не досягається в останній точці поточного k -го етапу, то максимальне значення даної реалізації моделі вже досягнуто. Тоді початкові значення параметрів моделі для $k+1$ -го і наступних етапів будуються на основі співвідношень поданих в підрозд. 3.2.

3.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі трансформації базового рівня активності системи по етапах

Описані співвідношення визначають метод ідентифікації моделі трансформації базового рівня змінної активного середовища по етапах. Дослідимо його ефективність на задачі, початкові дані якої описані в попередньому підрозділі з додатковою вимогою проведення ідентифікації по етапах. В якості порогової відносної похибки покладемо $\varepsilon = 0.05$.

На рис. 3.16 подані результати роботи алгоритму на першому етапі. За допомогою лінійної апроксимації на основі спостереження в двох часових точках прогнозувалася динаміка змінної активності системи. Із заданим рівнем відносної похибки вдалося спрогнозувати значення лише в наступній точці. В четвертій часовій точці цей рівень похибки був порушений, сигналізуючи про початок в цій точці другого етапу. На першому етапі відносна похибка прогнозу не перевищила 3%. Результати наближення змінних моделі на наступному етапі подана на рис. 3.17, 3.18.

За допомогою співвідношень (3.23)–(3.27) встановлюються початкові значення параметрів моделі (2.12)–(2.16), які уточнюються за допомогою спостережених значень в чотирьох точках. Після уточнення значень параметрів будується прогноз, точність якого контролюється за пороговим рівнем відносної похибки прогнозу змінної активного середовища в наступних точках

спостереження. Із заданим рівнем відносної похибки вдалося спрогнозувати значення в наступних двох точках.

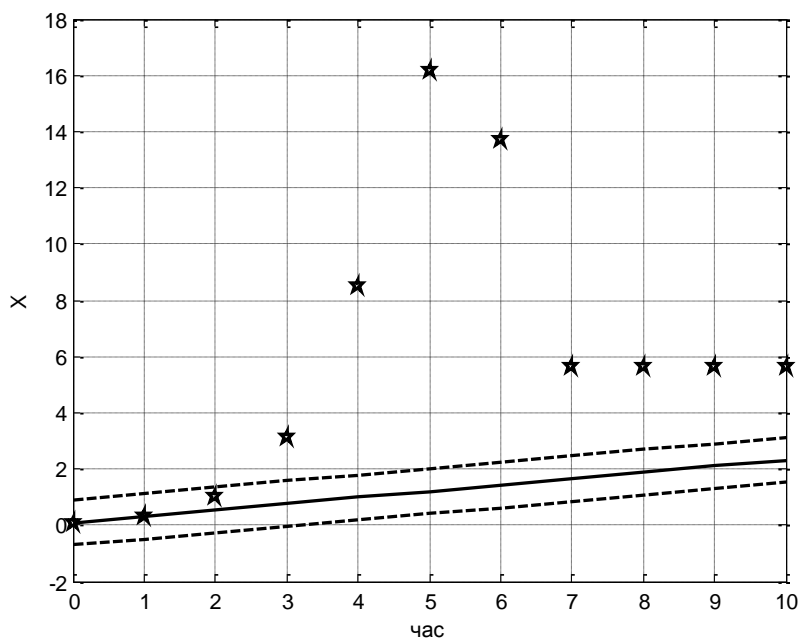


Рис. 3.16. Наближення змінної активності системи по двох точках ідентифікації на першому етапі

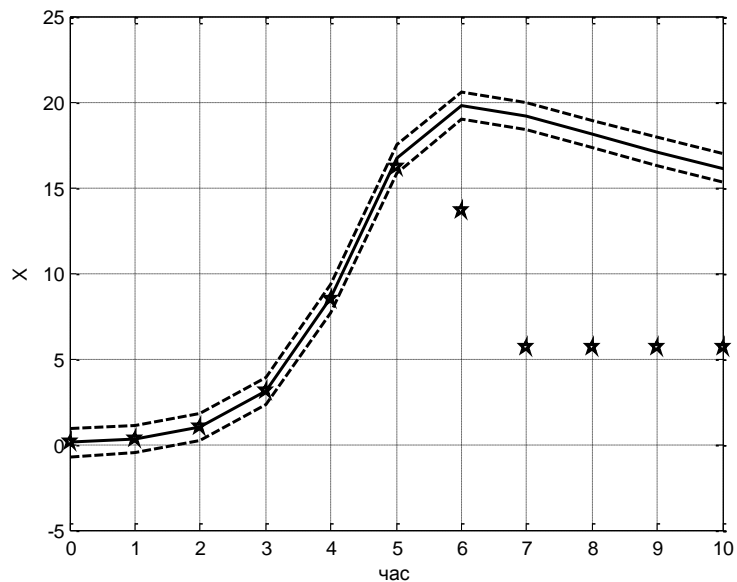


Рис. 3.17. Наближення змінної активного середовища моделі (2.12)-(2.16) по чотирьох точках ідентифікації на другому етапі

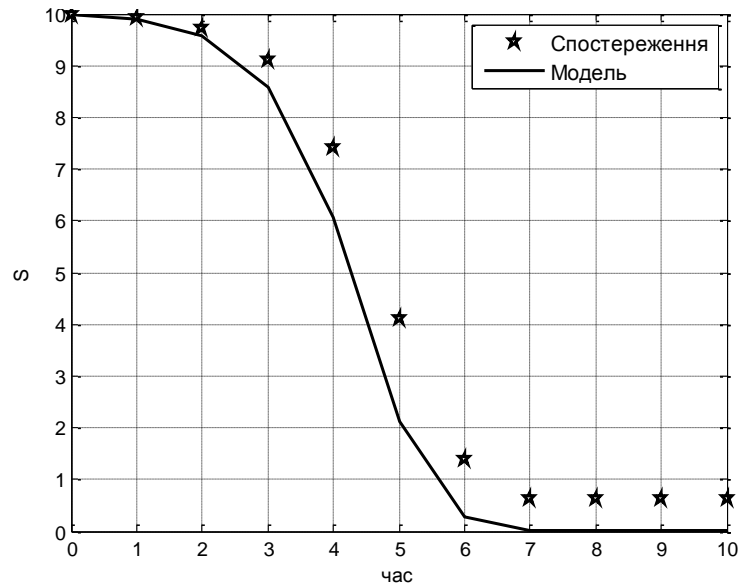


Рис. 3.18. Наближення змінної забезпеченості системи для моделі (2.12)-(2.16) по чотирьох точках ідентифікації на другому етапі

Із заданим рівнем відносної похибки вдалося спрогнозувати значення в наступних двох точках. На другому етапі відносна похибка прогнозу змінної активності системи не перевищила 3.2%. Похибка в прогнозі змінної активності системи помітно вища, але оскільки ця змінна не спостерігається, вона не використовується для встановлення інтервалів апроксимації. Результати наближення змінних моделі на наступному етапі подана на рис. 3.19, 3.20.

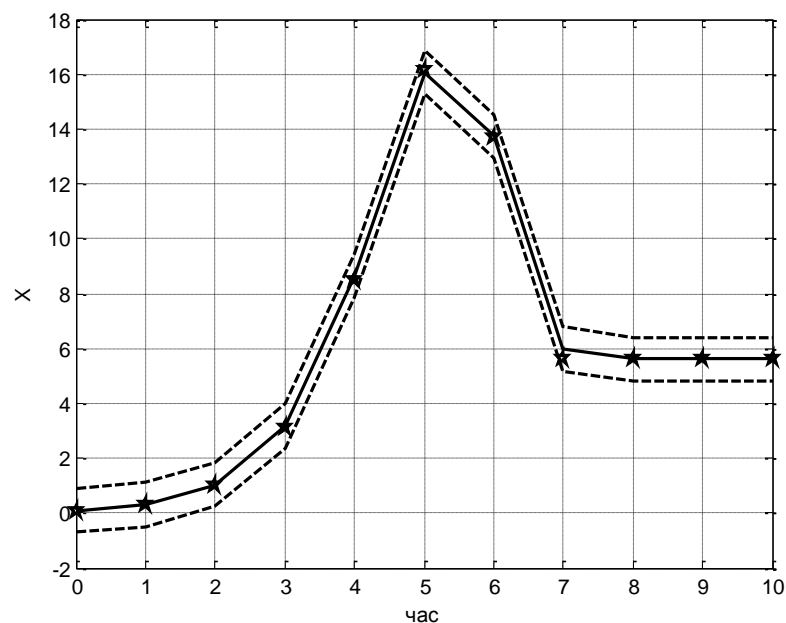


Рис. 3.19. Наближення змінної активності системи моделі (2.12)-(2.16) по семи точках ідентифікації на третьому етапі

Оскільки точка максимуму змінної активного середовища вже пройдена, для встановлення початкових значень параметрів моделі (2.12)-(2.16) використовуються співвідношення (2.50)–(2.64), (3.15)–(3.20), які уточнюються за допомогою спостережених значень в семи точках. Після уточнення значень параметрів будується прогноз, точність якого контролюється за пороговим рівнем відносної похибки прогнозу змінної активності системи в наступних точках спостереження. Із заданим рівнем відносної похибки вдалося спрогнозувати значення у всіх наступних точках. На третьому етапі відносна похибка прогнозу змінної активного середовища не перевищила 2.2%.

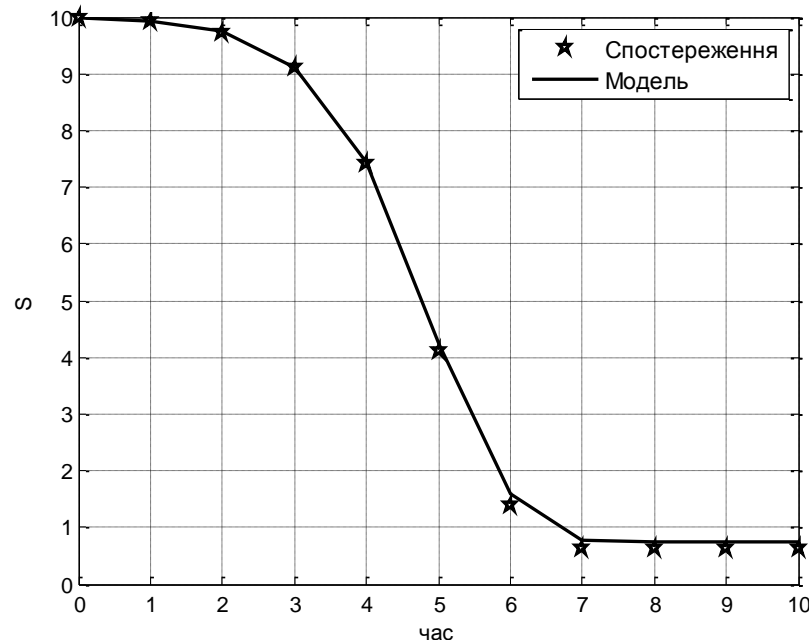


Рис. 3.20. Наближення змінної забезпеченості системи (2.12)-(2.16) по семи точках ідентифікації на третьому етапі

Похибка в прогнозі змінної активності помітно нижча. В підсумку використання трьохетапної моделі дозволило спрогнозувати динаміку змінної активності системи для модельної задачі із похибкою, що не перевищила 3.2%. Крок прогнозу по етапах склав відповідно 1, 2 та 4 точки.

Розглянуті методи ідентифікації підготували базу для побудови методу ідентифікації моделі систем із відокремленими лімітуючими факторами (2.31)-(2.38), якій присвячено наступний підрозділ.

3.4. Метод ідентифікації моделей систем із відокремленими лімітуючими факторами

Не дивлячись на те, що запропонована модель (2.31)-(2.38) охоплює всі системи із внутрішніми лімітуючими факторами, які аналізуються в даній роботі, у випадку відокремлених лімітуючих факторів практичне значення має спрощена модель (3.32)-(3.37), в якій не враховується вплив продуктів підпорядкованих процесів, можливість управління останніми а також трансформації базового рівня активності підпорядкованих процесів

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = \sum_{i=1}^M p_{2i-1} M_1(p_{2i}, S(t)) X_i, \end{array} \right. \quad (3.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_i(t) = (p_1^i M_1(p_4^i, S_i^X(t)) - p_2^i) X_i, \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (3.33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_i^X(t) = -p_3^i M_1(p_4^i, S_i^X(t)) X_i(t), \quad i = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (3.34)$$

$$X_i(0) = X_{i,0}, \quad S(0) = S_0, \quad S_i^X(0) = S_{i,0}^X, \quad X_{i,f} = f_i X_{i,\max}, \quad X(t_{\max}^i) = X_{i,\max}. \quad (3.35)$$

Складність ідентифікації моделі (3.32)-(3.35) із відокремленими лімітуючими факторами можна суттєво зменшити за умови реалізації експериментів, що враховують вплив мінімальної кількості окремих змінних на загальну забезпеченість процесів системи. Допустимо, що організовано експеримент, коли спостережено значення загальної забезпеченості системи під впливом змінної активності єдиного підпорядкованого процесу із лімітуючим фактором. В цьому випадку в першому рівнянні моделі (3.32)-(3.35) кількість невідомих коефіцієнтів скорочується до двох, оскільки інші коефіцієнти в правій частині цього диференціального рівняння можна покласти рівними нулю $\{p_i = 0\}_{i=2}^M$. Тоді згадана модель буде подана у вигляді (3.36)-(3.39).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = p_1 M_1(p_2, S(t)) X_1, \end{array} \right. \quad (3.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_1(t) = (p_1^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) - p_2^1) X_1, \end{array} \right. \quad (3.37)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_1^X(t) = -p_3^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) X_1(t), \end{array} \right. \quad (3.38)$$

$$X_1(0) = X_{1,0}, S(0) = S_0, S_1^X(0) = S_{1,0}^X, X_{1,f} = f_1 X_{1,\max}, X(t_{\max}^1) = X_{1,\max}. \quad (3.39)$$

Використаємо спостереження значень загальної забезпеченості системи $S(t)$ від початку впливу змінної з метою побудови різницевих співвідношень для попередньої оцінки параметру p_1

$$p_{1,0} = \frac{S(h_t) - S_0}{h_t X_{1,0} M_1(p_2, S_0)}. \quad (3.40)$$

Вважаючи значення лімітуючого фактора для першого диференціального рівняння моделі (3.36)-(3.39) відомим, побудуємо подання для змінної активності першого підпорядкованого процесу на основі згаданого диференціального рівняння. З цією метою представимо рівняння (3.36) у виді

$$\frac{d}{dt} S(t) = p_{1,0} \frac{X_1(t) S(t)}{p_2 + S(t)}, \quad (3.41)$$

з якого отримуємо

$$X_1(t) = \frac{1}{p_{1,0}} \frac{d}{dt} S(t) \left(1 + \frac{p_2}{S(t)} \right). \quad (3.42)$$

Це співвідношення дозволяє оцінювати значення змінної активності першого підпорядкованого процесу на основі спостережених значень загальної забезпеченості системи. За допомогою згаданого співвідношення та методу, описаного в підрозд. 3.2.2, ідентифікуємо коефіцієнти диференціальних рівнянь (3.37), (3.38).

Оскільки ідентифікація здійснюється на основі спостереження значень забезпеченості системи, використано критерій $Q_2(\vec{p})$, поданий співвідношенням (3.1). Однак в даній моделі присутні два лімітуючих параметри, значення яких має бути встановлене в ході процедури ідентифікації. Початкові значення параметрів моделі встановлюються на основі вибору значень лімітуючих параметрів p_2 та

p_4^1 а також різницевих співвідношень для побудови таких початкових значень. Тому критерій ідентифікації можна представити як деяку функцію від значень лімітуючих параметрів:

$$Q_4(p_2, p_4^1) = Q_2(\vec{p}(p_2, p_4^1)). \quad (3.43)$$

Для вибору їх базових значень будується структура двовимірної нерівномірної сітки а також встановлюється її початкова конфігурація. Структура двовимірної нерівномірної сітки будується на основі геометричних прогресій, аналогічно до співвідношення (2.45) та підходу, описаного в підрозд. 2.3.1. Для значень лімітуючих параметрів p_2 та p_4^1 розглядаються геометричні прогресії

$$P_{4,k}^0 = \frac{B}{2} \cdot B^k \cdot S_0, \quad P_{4,k_1}^{0,1} = \frac{B}{2} \cdot B^{k_1} \cdot S_{1,0}^X, \quad (3.44)$$

які формують структуру двовимірної сітки значень лімітуючих параметрів p_2 та p_4^1 , кількість елементів якої визначається діапазонами мінімального k_{\min} та максимального k_{\max} порядків елементів геометричних прогресій

$$W_4^2(k_{\min}, k_{\max}) = \left\{ \left(\frac{B}{2} \cdot B^k \cdot S_0, \frac{B}{2} \cdot B^{k_1} \cdot S_0 \right) \right\}_{k, k_1 = k_{\min}}^{k_{\max}}. \quad (3.45)$$

Аналогічно до підрозд. 2.3.1 початкові значення діапазонів покладаємо рівними -1, тобто початкові значення лімітуючи параметрів вибираємо на рівні половинних обсягів забезпеченостей основного та підпорядкованого процесів, які в багатьох випадках є близькими до оптимальних

$$W_4^2(k_{\min}^0, k_{\max}^0) = \{(P_{4,k_0}^0, P_{4,k_0}^{0,1})\}, \quad k_{\min}^0 = k_{\max}^0 = k_0 = -1. \quad (3.46)$$

Далі здійснюється поповнення сітки для менших та більших значень лімітуючих параметрів, якщо це призводить до суттєвого зменшення значень функціоналу якості ідентифікації.

Далі здійснюємо поповнення нерівномірної сітки на основі зменшення та збільшення значень показників степенів в поданні (3.44) при умові, що відносне зменшення мінімального значення на розширеній сітці відносно мінімального значення попередньої конфігурації сітки, отримує відносне зменшення більше

величини δ_Q , значення якої встановлюється експериментально. Тобто при виконанні наступної умови

$$\frac{\min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_4(p_2, p_4^1) - \min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min} - 1, k_0)} Q_4(p_2, p_4^1)}{\min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_4(p_2, p_4^1)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\min} = k_{\min} - 1, \quad (3.47)$$

нижня межа порядків елементів геометричної прогресії, які формують сітку, зменшується на одиницю, а при виконанні умови

$$\frac{\min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} Q_4(p_2, p_4^1) - \min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_{\max} + 1)} Q_4(p_2, p_4^1)}{\min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_0)} Q_4(p_2, p_4^1)} > \delta_Q \Rightarrow k_{\max} = k_{\max} + 1, \quad (3.48)$$

верхня межа порядків елементів геометричної прогресії збільшується на одиницю.

Після завершення процесу поповнення двовимірної нерівномірної сітки вибирається базова точка подальшого пошуку за критерієм мінімуму функціоналу якості

$$P_{4, k_{base}, k_1, base} = \arg \min_{(p_2, p_4^1) \in W_4(k_{\min}, k_{\max})} Q_4(p_2, p_4^1). \quad (3.49)$$

На основі базової точки будується базова множина пошуку, що включає $(2c + 1)^2$ значень

$$w_{4, k_{base}, k_1, base}^2(l, l_1) \equiv \left\{ \left(B^{-k_{base}}(l + m)S_0, B^{-k_1, base}(l_1 + m_1)S_{1,0}^X \right) \right\}_{m=-c, m_1=-c}^{c, c}, \quad (3.50)$$

на якій вибирається найкраща точка за критерієм мінімізації максимальної відносної похибки ідентифікації після уточнення параметрів моделі модифікованим градієнтним методом. Якщо хоча б одна координата точки мінімуму попадає на межу множини пошуку, то базова точка переміщується в неї. Процес завершується, коли значення базової точки стабілізується.

Нехай після ідентифікації групи параметрів, які асоціюються з першим підпорядкованим процесом організовано експеримент, в якому спостерігається вплив двох підпорядкованих процесів. В цьому випадку модель системи набуде вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S(t) = p_1 M_1(p_2, S(t)) X_1(t) + p_3 M_1(p_4, S(t)) X_2(t), \end{array} \right. \quad (3.51)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_1(t) = (p_1^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) - p_2^1) X_1(t), \end{array} \right. \quad (3.52)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_1^X(t) = -p_3^1 M_1(p_4^1, S_1^X(t)) X_1(t), \end{array} \right. \quad (3.53)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} X_2(t) = (p_1^2 M_1(p_4^2, S_2^X(t)) - p_2^2) X_2(t), \end{array} \right. \quad (3.54)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} S_2^X(t) = -p_3^2 M_1(p_4^2, S_2^X(t)) X_2(t), \end{array} \right. \quad (3.55)$$

$$X_i(0) = X_{i,0}, S(0) = S_0, S_i^X(0) = S_{i,0}^X, X_{i,f} = f_i X_{i,\max}, X(t_{\max}^i) = X_{i,\max}, i = 1, 2. \quad (3.56)$$

Оскільки параметри моделі першого підпорядкованого процесу ідентифіковані раніше, а на його динаміку не впливають інші компоненти моделі, значення змінних $X_1(t)$, $S_1^X(t)$ встановлюються в першу чергу. Параметри другого підпорядкованого процесу ідентифікуються аналогічно описаному вище із деякою корекцією лише формули перерахунку попереднього значення параметру p_3 та значень змінної $X_2(t)$ за допомогою першого диференціального рівняння моделі (3.51)

$$p_{3,0} = \frac{S(h_t) - S_0}{h_t X_{2,0} M_1(p_4, S_0)} \left(1 + \frac{p_4}{S(t)} \right), \quad (3.57)$$

$$X_2(t) = \frac{1}{p_{3,0}} \left(\frac{d}{dt} S(t) - p_1 \frac{X_1(t) S(t)}{p_2 + S(t)} \right) \left(1 + \frac{p_4}{S(t)} \right). \quad (3.58)$$

Таким чином, описаний підхід дозволяє ідентифікувати всі параметри аналізованої моделі.

В даному розділі проаналізовано методи ідентифікації параметрів моделей систем, лімітуючими факторами яких служать компоненти цих систем. В наступному розділі проаналізуємо модель системи, лімітуючим параметром якої служить зовнішнє навантаження а також метод її ідентифікації.

Висновки до розділу 3

1. Запропонований в попередньому розділі метод ідентифікації моделей процесів з внутрішніми лімітуючими факторами розповсюджено на моделі, для ідентифікації яких використовуються спостереження лише над однією змінною моделі. Це дозволяє будувати розв'язки практично важливих задач на основі спостережень, які можуть бути реально встановлені .
2. Для моделей процесів з внутрішніми лімітуючими факторами із спостереженням змінної забезпеченості запропоновано метод ідентифікації, який базується на загальному методі ідентифікації моделей із внутрішнім лімітуючим фактором а також на співвідношеннях, які дозволяють оцінити значення неспостережуваних параметрів. Ефективність запропонованого підходу підтверджена експериментально.
3. Для моделей процесів з внутрішніми лімітуючими факторами із спостереженням змінної активності системи та трансформацією її базового рівня запропоновано метод ідентифікації, який базується на загальному методі ідентифікації моделей із внутрішнім лімітуючим фактором а також на співвідношеннях, які дозволяють оцінити значення неспостережуваних параметрів. Метод розповсюджено на багатоетапну ідентифікацію моделей, що враховують вплив людського фактора. Ефективність запропонованих підходів підтверджена експериментально.
4. Для моделей процесів із внутрішніми відокремленими лімітуючими факторами із спостереженням змінної загальної забезпеченості системи запропоновано багатоетапний метод ідентифікації, який базується на загальному методі ідентифікації моделей із внутрішнім лімітуючим фактором а також на спостереженнях, отриманих в ході здійснення послідовності експериментів, в кожному з яких додається вплив одного підпорядкованого процесу. На кожному із етапів ідентифікації для вибору початкових значень лімітуючих параметрів будуються спеціальні сітки їх значень із застосуванням процедури мінімізації максимальних відносних похибок моделі на експериментальних даних.

РОЗДІЛ 4. МОДЕЛІ СИСТЕМ ІЗ ЗОВНІШНІМИ ЛІМІТУЮЧИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ ТА МЕТОДИ ЇХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Поряд із лімітуванням забезпечуючими компонентами зустрічаються процеси дестабілізації роботи систем під дією потужних зовнішніх факторів, які є лімітуючими. В розділі подано узагальнену модель систем із згаданим типом факторів, результати досліджень впливу зміни параметрів моделі на динаміку її змінних, на основі яких розроблено метод ідентифікації згаданої моделі. Метод розроблено на основі модифікації різницевих співвідношень загального методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами.

4.1. Узагальнена модель процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням

На основі аналізу особливостей систем із зовнішніми лімітуючими факторами, моделювання зовнішнього навантаження за його окремими спостереженнями сформовано диференціальне рівняння із двокомпонентною правою частиною. Використання в ній функції Моно забезпечує стабілізацію реакції системи на зовнішнє навантаження та його зняття, що дозволяє підвищити точність моделювання.

4.1.1. Загальна характеристика системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням

Коли в ролі лімітуючого фактора виступає зовнішнє навантаження на органічну систему, модель процесу суттєво спрощується. Якщо система є живим організмом, то в певному діапазоні навантажень її реакція, як правило, є лінійною, тобто приріст характеристики реакції системи пропорційний до приросту навантаження. Однак реакція системи не повинна порушувати її стійкості. Це означає, що при незначних навантаженнях організм не повинен реагувати пропорційно на прирости її похідної. В цьому випадку такі прирости повинні впливати значно менше ніж у випадку великих навантажень.

Таку мінливу інтенсивність впливу приростів навантажень на прирости характеристик реакції системи можна описати за допомогою елементів формули Моно. Динаміку реакції системи описуємо одним звичайним диференціальним рівнянням. Якщо реакція системи описується сукупністю показників, то вона може моделюватися системою диференціальних рівнянь або їх сукупністю із спільним лімітуючим фактором. Приклад типової реакції системи на навантаження $L(t)$ та характеристика $X(t)$ інтенсивності реакції системи наведені на рисунку 4.1.

Перевірити здатність системи витримувати значне навантаження можна, різко знявши останнє, та дослідити, як швидко характеристики системи стабілізуються. Оскільки органічні системи є інерційними, значення реакції системи моментально не знижується до базового рівня, а переходить до нього в рамках деякого перехідного процесу. Тривалість цього процесу та його динаміка – важливі характеристики здатності системи відновлюватися після таких гранично високих навантажень. Тому процес навантаження та стабілізації характеристик системи після його зняття повинен моделюватися одночасно. При цьому функція навантаження, як видно із рисунку, на проміжку моделювання матиме розрив першого роду в точці зняття навантаження



Рис.4.1. Схема насичуваної реакції системи S на значне навантаження

Як було зазначено вище, інтенсивність навантаження подається розривною функцією, значення якої приходять з експериментів і містять похибки вимірювань. Ми допускаємо, що похідна інтенсивності реакції системи пропорційна похідній функції навантаження. Щоб забезпечити

диференційовність подання навантаження та зменшити похибки числового диференціювання, необхідно здійснити наближення експериментальних значень навантаження в класі функцій з неперервною похідною. Часто таку задачу розв'язують за допомогою інтерполяції кубічними сплайнами, коли в вузлах інтерполяції накладаються умови неперервності на сплайн, його першу і другу похідні. Однак це призводить до невиправданих коливань значень інтерполянти.

4.1.2. Інтерполяція зовнішнього навантаження кусковими многочленами Ерміта

Уникнути коливань значень інтерполянти можна за допомогою інтерполяції кусковими многочленами Ерміта. В цьому випадку у вузлах інтерполяції значення похідної визначаються за допомогою співвідношень на рівність першої похідної заданим значенням. Така властивість дозволяє трансформувати значення похідної інтерполянти на основі перетворень її оцінок за різницевиими співвідношеннями. Зокрема, можна усереднювати сусідні значення різницевих оцінок, що дозволить забезпечити високу регулярність інтерполянти.

В подібного роду інтерполяціях використовуються наступні правила: якщо сусідні значення похідних мають значення із протилежними знаками, то інтерпольоване значення похідної покладають рівним нулю, що забезпечує плавність зміни характеру поведінки інтерполянти. Наступне правило використовується для усереднення значень похідних однакового знаку. Для цього усереднення використовується середнє гармонійне $HarmAv()$, яке є найменшим із класичних середніх: гармонійного, геометричного та арифметичного. Нагадаємо, що середнім гармонійним декількох додатніх чисел A_1, A_2, \dots, A_n називається число, зворотне середньому арифметичному їх зворотних, тобто число

$$HarmAv(A_1, A_2, \dots, A_n) = \frac{n}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \dots + \frac{1}{A_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{A_i}}. \quad (4.1)$$

Зокрема для середнього гармонійного двох чисел отримуємо

$$\text{HarmAv}(A, B) = \frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} \quad (4.2)$$

Степінь малості усереднення за середнім гармонійним ілюструє те, що максимальне значення усереднення дорівнює подвоєному меншому із усереднюваних значень, навіть коли більше значення приймає як завгодно великі значення. Дійсно

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \text{HarmAv}(A, B) = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{2}{\frac{1}{A}} = 2A. \quad (4.3)$$

Використовуючи даний підхід, опишемо співвідношення для побудови наближення функції навантаження за допомогою кусково-поліноміальної апроксимації многочленами Ерміта третього порядку. Нехай деяка функція навантаження $L(t)$ спостерігається в n_t точках деякої часової сітки

$$w_t = \{t_1, t_2, \dots, t_{n_t}\}, \quad (4.4)$$

і при цьому фіксується множина її значень:

$$w_L = \{L_1, L_2, \dots, L_{n_L}\}. \quad (4.4)$$

Нехай різницеві наближення похідної функції навантаження представляються наступним чином

$$l_k = \frac{L_{k+1} - L_k}{\Delta t_k}, \quad (4.5)$$

де $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$.

Кусково-кубічний многочлен Ерміта $B(L(t))$ для функції $L(t)$ визначаємо за допомогою кубічних многочленів Ерміта $b_k(L(t))$ на кожному із інтервалів інтерполяції

$$B(L(t)) = b_k(L(t)) \quad t \in [t_k, t_{k-1}]. \quad (4.6)$$

При цьому кубічний многочлен Ерміта будуємо у вигляді

$$b_k(L(t)) = \sum_{i=0,1} \left[\alpha_{k+i} + \beta_{k+i} (t-t_{k+i}) \right] (t-t_{k+i})^2, \quad (4.7)$$

де коефіцієнти α_k, β_k визначаються з умов

$$b_k(L(t_k)) = L_k, \quad (4.8)$$

$$\left(b_k(L(t)) \right)'_{t=t_k} = \lambda_k \equiv \begin{cases} 0, & l_{k-1} \cdot l_k \leq 0, \\ \text{HarmAv}(l_{k-1}, l_k) & l_{k-1} \cdot l_k > 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

Підставляючи подання (4.7) в умови (4.8), (4.9) отримуємо подання для коефіцієнтів многочленів Ерміта

$$\alpha_k = \frac{L_k}{\Delta t_k^2}, \quad (4.10)$$

$$\beta_k = \frac{\lambda_k \Delta t_k - 2L_k}{\Delta t_k^3}. \quad (4.11)$$

Застосований підхід дозволяє інтерполювати функції із різкими перепадами значень похідних, що продемонстровано на рис. 4.2.

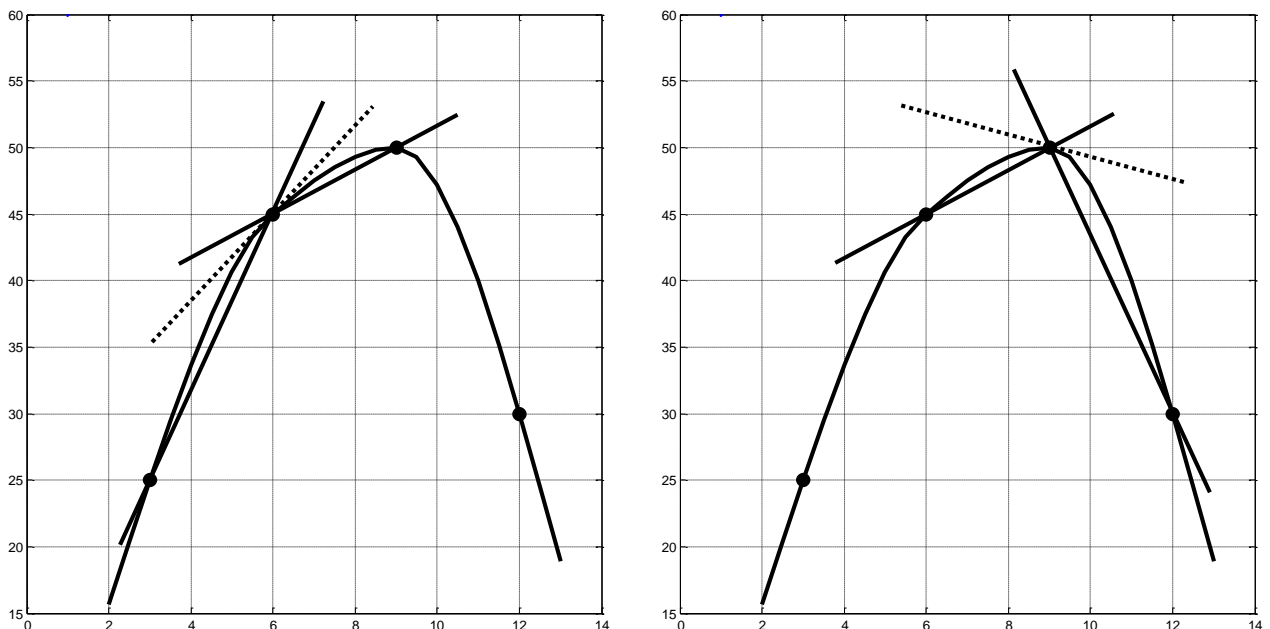


Рис. 4.2. Зразок інтерполяції функції многочленом Ерміта третього порядку.

Таким чином створена можливість інтерполювати функцію навантаження за окремими експериментальними спостереженнями при відсутності значних

коливання між вузлами інтерполяції. Аналогічні результати можна отримати, коли інтерполювати ермітовими многочленами не тільки функцію навантаження $L(t)$, а і функцію, що забезпечує стійкість її реакції із врахуванням лімітування $M_1(m, L(t))$. Даний множник трансформує похідну функції навантаження, дозволяючи краще врахувати динаміку перехідного процесу у випадку зняття навантаження. Застосування інтерполяції кусково-кубічними многочленами Ерміта забезпечує необхідну гладкість інтерполянт.

4.1.3. Модель реакції системи із зовнішнім лімітуючим фактором на зовнішнє навантаження та його зняття

При побудові моделі реакції системи на навантаження необхідно врахувати її поведінку при його знятті. Найпростіший підхід полягає у зменшенні збудження характеристики системи із постійною швидкістю. Щоб підключити таке гальмування лише при знятті навантаження застосуємо перемикач, побудований на основі функції Моно. Плавність підключення такого зменшення забезпечує множник $(1 - M_1(\bar{p}_3, B(L(t))))$. При великих навантаженнях він практично рівний нулю, а при зменшенні навантаження - швидко прямує до одиниці. Цей множник зменшує вплив великих значень $X(t)$ на початковій стадії зняття навантаження та повністю враховує вплив зменшених значень $X(t)$. Це дозволяє використовувати вищу інтенсивність p_2 процесу зняття збудження, що краще узгоджується з результатами експериментів.

Відповідне подання моделі наводиться нижче

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} = p_1 \frac{d}{dt} [B(L(t))] (M_1(p_3, B(L(t)))) - \\ - p_2 (1 - M_1(\bar{p}_3, B(L(t)))) X(t), \quad (4.12) \\ X(0) = X_0, \end{aligned}$$

Після побудови моделі перевіримо наскільки виправдано застосування стабілізуючих нелінійних множників. Розглянемо модель подібну до моделі

(4.12), з якої виключено стабілізуючий компоненти, побудовані на основі функції Моно

$$\frac{dX(t)}{dt} = p_1 \frac{d}{dt} [B(L(t))] - p_2 (1 - \Theta(L(t))) X(t),$$

$$X(0) = X_0,$$
(4.13)

де

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1 & t > 0, \\ 0 & t \leq 0. \end{cases}$$

Використаємо деякі експериментальні дані, які представляють реакцію органічної системи на певне навантаження та його зняття. Графічне подання результатів підбору коефіцієнтів наводиться на рис. 4.3.

Не дивлячись на близькість кривої до експериментальних даних максимальна похибка склала аж 36%. Ця похибка зафіксована на 12 хвилині через слабке зменшення модельованої характеристики після зняття навантаження в попередній точці спостереження на 9 хвилині. Використання моделі із стабілізуючими компонентами дало принципово кращий результат, ілюстрацію якого наведено на рис. 4.4.

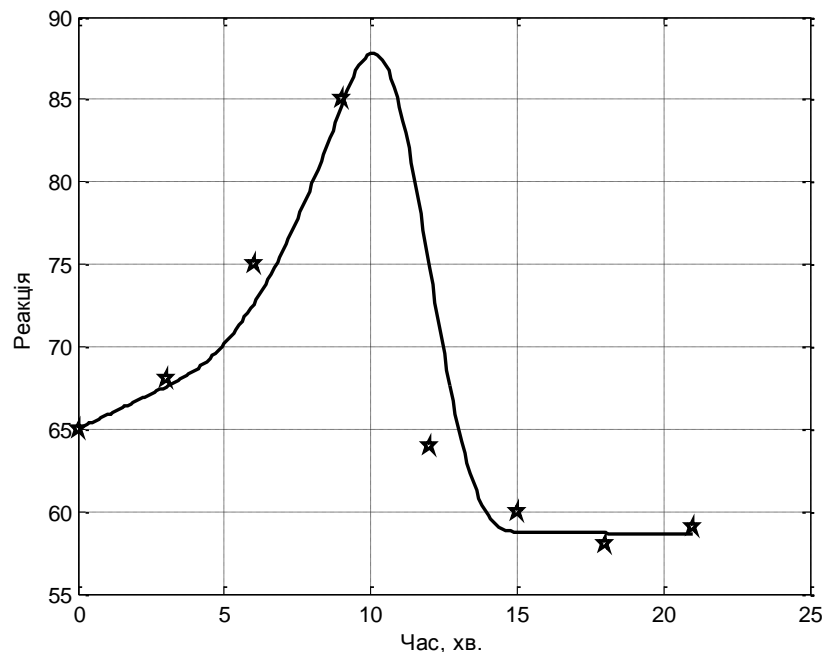


Рис. 4.3. Результат моделювання реакції системи без застосування стабілізуючого множника (модель (4.13)).

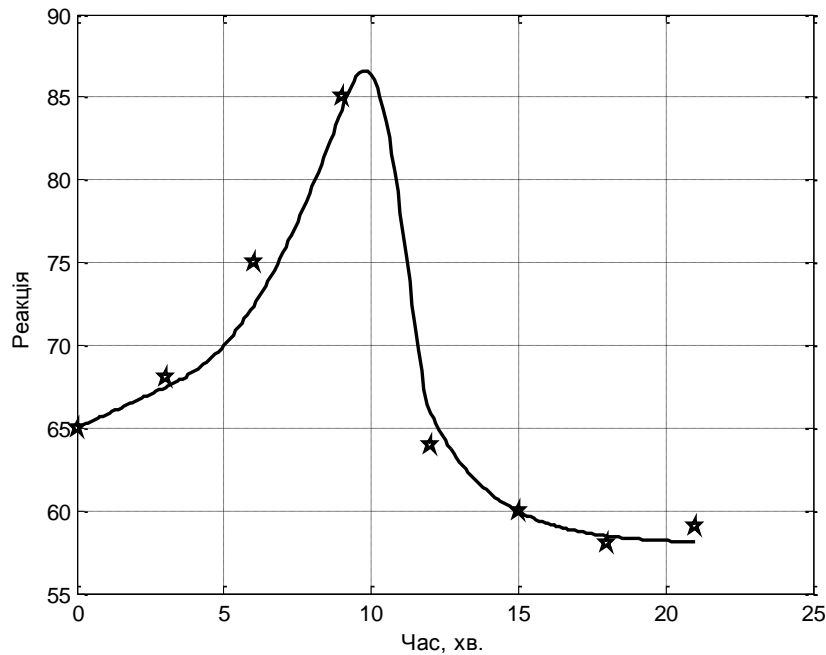


Рис. 4.4. Результат моделювання реакції системи із застосуванням стабілізуючого множника (модель (4.12)).

Досягнуто суттєво нижчого значення максимальної похибки 9.1%. Вона отримується в третій точці спостереження, а значення при максимальному навантаженні та протягом перехідного процесу суттєво нижчі. Причини, які дозволили суттєво знизити похибку у випадку використання стабілізуючого множника ілюструють графіки першого доданку правої частини аналізованих диференціальних рівнянь, поданого на рис. 4.5.

Із аналізу рисунку видно, що застосування стабілізуючого множника дозволило прискорити вихід на нуль значення першого доданка (суцільна лінія), при різкому зменшенні навантаження відносно доданка без стабілізуючого множника (пунктирна лінія). Затримка із нівелюванням впливу першого доданка не дозволяє добитися задовільної точності для моделі (4.11) одночасно в часових точках 12 та 15 хвилин.

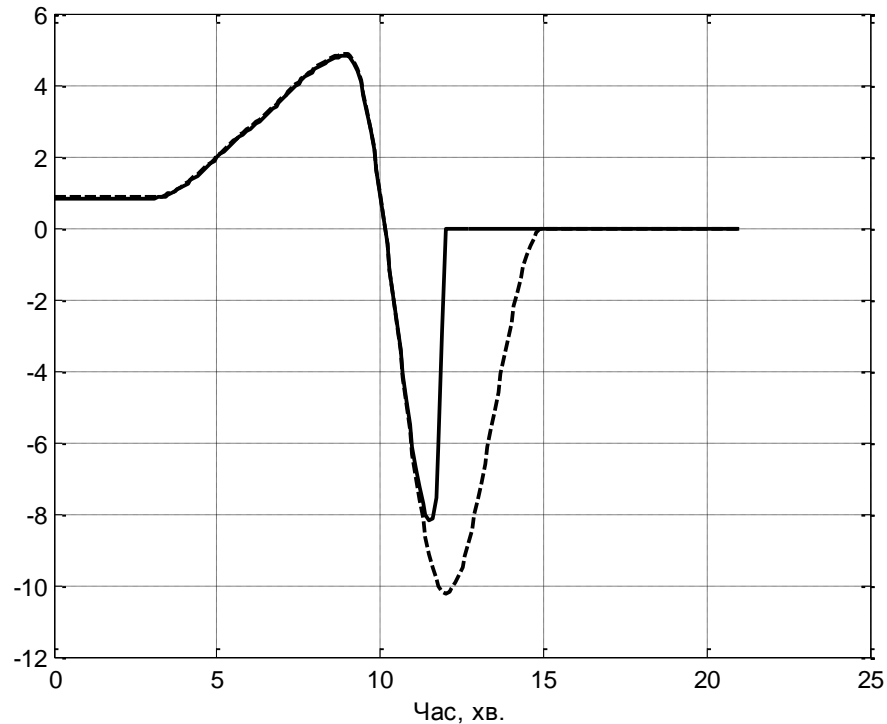


Рис. 4.5. Динаміка першого доданку правої частини диференціального рівняння (4.12) із стабілізуючим множником (суцільна лінія) та (4.13) без стабілізуючого множника (пунктирна лінія) .

Отримані результати засвідчують ефективність використання моделі (4.10) із стабілізуючим множником при навантаженнях, що не є субмаксимальними. Таким чином для широкого класу процесів із стабілізацією впливу високих інтенсивностей взаємодії побудовано два типи моделей: для внутрішнього та зовнішнього стабілізуючих факторів. Практична цінність таких моделей визначається ефективністю процедур їх ідентифікації. Для побудови таких процедур необхідно дослідити основні властивості побудованої моделі.

4.2. Дослідження впливу параметрів моделей процесів із лімітуючими навантаженнями

Як вже відзначалося, лімітуючий фактор у вигляді зовнішнього навантаження виникає в реакції на нього органічних систем, яка повинна бути пропорційною до інтенсивного навантаження, але, водночас, і послаблювати

вплив незначних навантажень. Така поведінка системи забезпечується моделлю виду (4.12), яка містить три параметри p_1, p_2, p_3 . Органічні системи найчастіше піддаються впливу навантажень трьох типів: степеневому, лінійному та кусково-постійному.

Степенеve навантаження виникає при значному ослабленні органічної системи, коли її перебування під невеликим функціональним навантаженням призводить до швидкого вичерпування її ресурсів, що сприймається аналогічно степеневому зростанню навантаження для здорового організму. Лінійне зростання навантаження це вивід організму на інтенсивніше функціонування в найсприятливішому режимі, який, однак, рідко реалізується на практиці. В умовах звичайного функціонування організму навантаження перебуває на постійному рівні, який може стрибкоподібно мінятися.

4.2.1. Дослідження впливу параметрів моделі при степеневому навантаженні

З метою побудови ефективного методу ідентифікації моделі процесів із зовнішнім лімітуючим фактором (4.12) дослідимо вплив зміни значень її параметрів на поведінку модельованих величини при типових навантаженнях на систему. Зразки степеневих функціональних навантажень наводяться на рисунку 4.6. Наведено зразки функціональних навантажень із ознаками помірних та суттєвих функціональних порушень. Оскільки пряме вимірювання функціональних навантажень в багатьох випадках утруднене, використовується така характеристика, як відносне функціональне навантаження, спосіб побудови якої буде розглянуто в шостому розділі.

Застосуємо функціональні навантаження із ознаками суттєвих функціональних порушень в моделі (4.12), покладаючи наступні значення її параметрів $x_0 = 65, p_1 = 0.4, p_2 = 0.25, p_3 = 1$. Надалі будемо проводити зміни окремих коефіцієнтів моделі та аналізувати отримані ефекти.

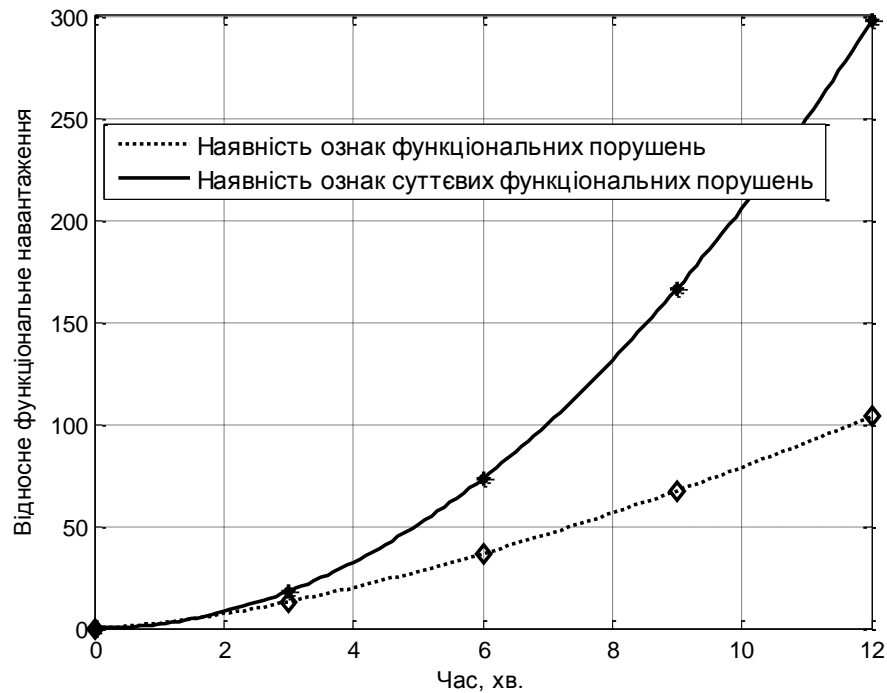


Рис. 4.6. Типові степеневі функціональні навантаження

Зокрема, динаміку активності системи при змінах параметра p_1 наведено на рис. 4.7. Спостерігається вплив форми навантаження на систему до моменту його зняття на дев'ятій хвилині. Значення параметра p_1 впливають на темпи зростання змінної активності, а потім, відповідно і на динаміку її стабілізації. Із зростанням значень параметру збільшується темп росту змінної активності. Оскільки термін дії навантаження однаковий, то збільшення значення параметра p_1 призводить до збільшення максимального значення змінної активності. Терміни стабілізації змінної активного середовища системи при цьому практично співпадають.

Аналогічний аналіз можна провести на основі поведінки змінної активності системи при різних значеннях параметрів p_2 та p_3 . Відповідні графіки наведено на рис. 4.8, 4.9. На основі аналізу рисунку 4.8 можна стверджувати, що зміна параметра p_2 не впливає на темпи зростання активності при діючих навантаженнях.

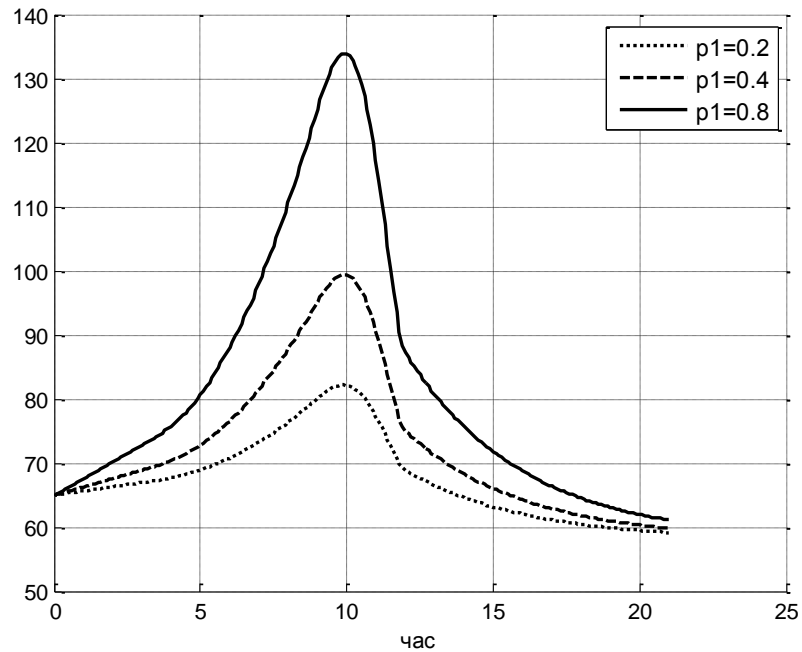


Рис. 4.7. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючими навантаженням (4.12) при змінах значень параметра p_1

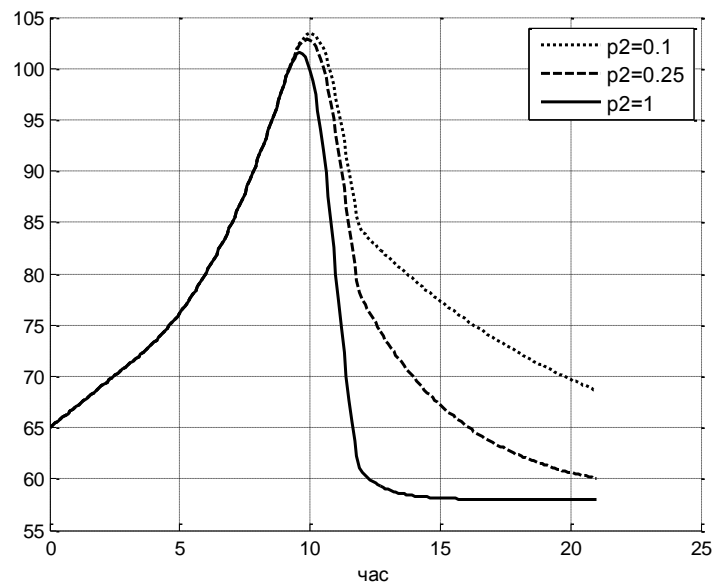


Рис. 4.8. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючими фактором (4.12) при змінах значень параметра p_2

Дія параметра проявляється на етапі стабілізації активного середовища системи. Із зростанням параметра швидкість стабілізації системи зростає. На

основі аналізу рис. 4.9 можна стверджувати, що зміна параметра P_3 впливає на темпи зростання активності, і мало впливає на динаміку її стабілізації.

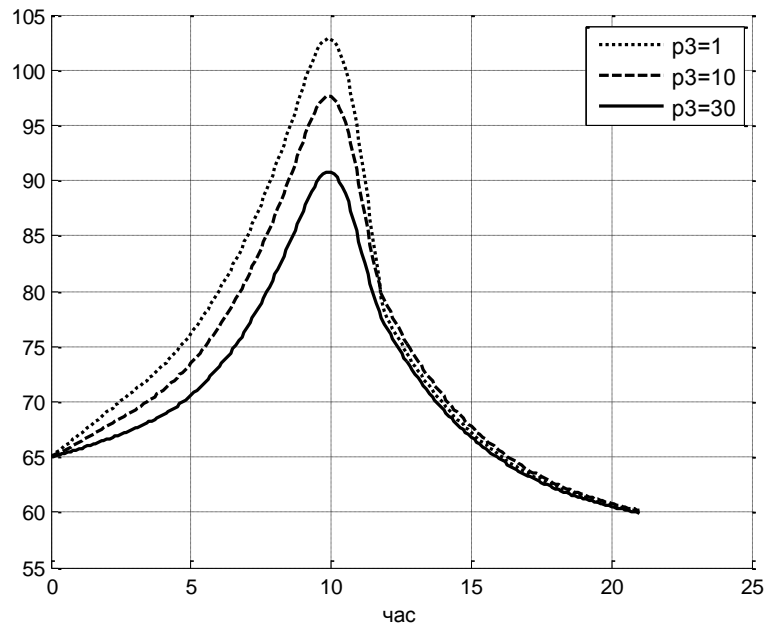


Рис. 4.9. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням (4.12) при зміні значень параметра P_3

Із зростанням значень параметра зменшується темп росту змінної активності із відповідною зміною її максимального значення. Однак на відміну від значень параметру P_1 цей вплив не надто значний. Специфіка впливу значень цього параметру проявляється на початковому етапі стабілізації значень змінної активності системи після зняття навантаження. При цьому міняється плавність переходу від швидкого зменшення значення змінної активного середовища до її поступової стабілізації. Терміни стабілізації змінної активності системи в цьому випадку при зміні значень параметра P_3 практично співпадають.

Далі цікаво відслідкувати вплив змін згаданих параметрів при інших типах зовнішнього навантаження на систему.

4.2.2. Дослідження впливу параметрів моделі при лінійному навантаженні

При дослідженні реакції моделі на лінійне навантаження важливо встановити чи згенерується лінійна реакція системи. Графіки типових лінійних навантажень подано на рис. 4.10.

Наведено графік лінійно зростаючих навантажень до деякого базового значення а також до значення вдвічі меншого. Починаючи із 9 хвилини експерименту навантаження знімалося. Для експериментів із моделлю використовувалося основне навантаження. Значення параметрів системи мінялися аналогічно до попередньої серії експериментів, а відповідні графіки наведені на рис. А.1 – А.3. Аналіз наведених конфігурацій доводить, що модель зберігає лінійний характер навантаження, параметр P_1 суттєво впливає на швидкість росту реакції системи на ріст навантаження, параметр P_2 суттєво впливає на швидкість стабілізації системи при знятті навантаження. Зміна ж значень параметра P_3 суттєво впливає на гладкість переходу від швидкого падіння значень змінної активності системи після зняття навантаження до помірною його зменшення при виході на постійний режим.

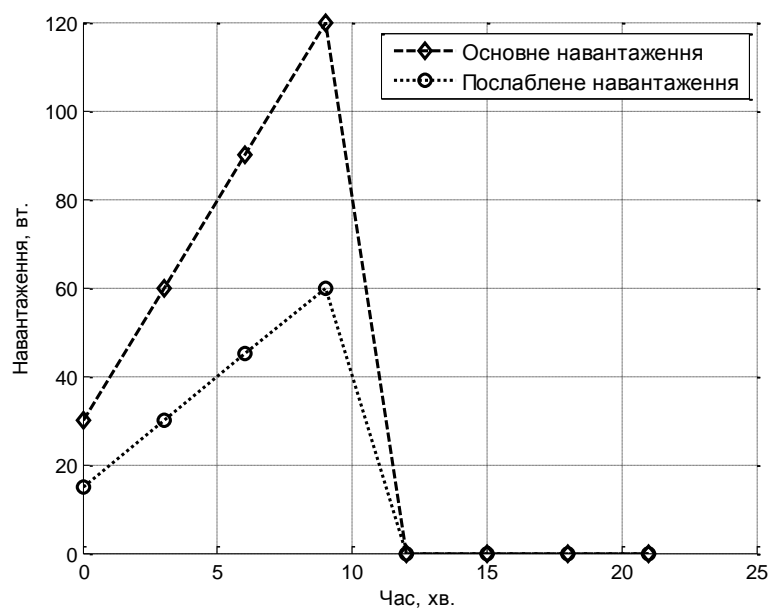


Рис. 4.10. Типові лінійні навантаження

4.2.3. Дослідження впливу параметрів моделі при кусково-постійному навантаженні

Розглянемо реакцію системи на кусково-постійне навантаження, яке найкраще імітує зміни навантаження в реальних умовах. Графік такого навантаження наведено на рис. 4.11. Він демонструє застосування помірною навантаження із стрибкоподібним переходом до високого навантаження. Реакція системи нагадує профіль застосованого навантаження, хоча із отриманням значно плавніших переходів між рівнями навантажень. Графіки змінних активного середовища системи наведені на рисунках А.4-А.6.

Як і в попередніх випадках, ріст значення параметра p_1 приводить до росту змінної активності системи під дією навантаження. В цьому випадку сосстерігається значні деформації форми навантаження, хоча в цілому характер форми відтворюється. Подібний ефект спостерігається при зменшенні значень параметра p_3 . Однак в цьому випадку такий ріст менш масштабніший, а форма навантаження деформується значно менше.

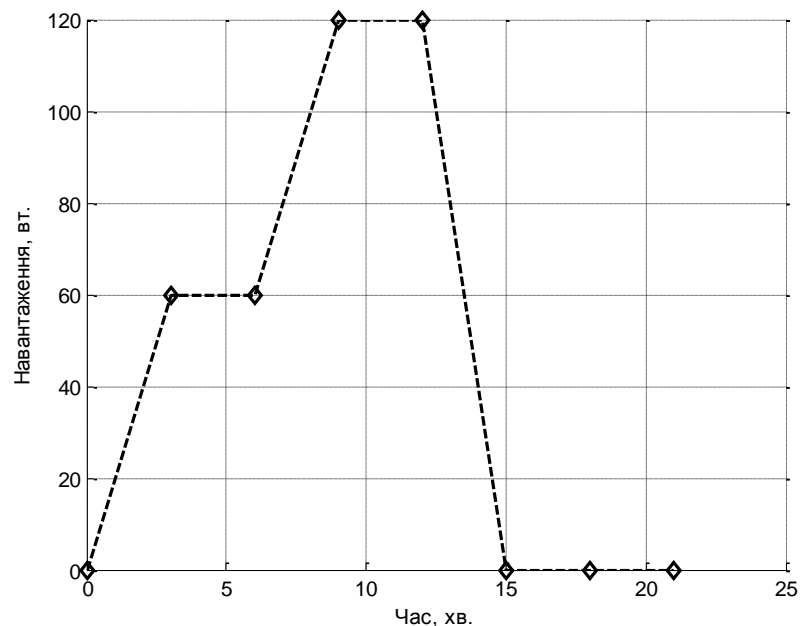


Рис. 4.11. Типове кусково-постійне навантаження

Як і у попередніх випадках, збільшення значення параметра p_2 приводить до зменшення терміну стабілізації змінної активності після зняття навантаження. Відмінність можна помітити у впливі параметра p_3 , який, в основному, приводить до зміни реакції на навантаження і менше впливає на гладкість процесу переходу від швидкого зменшення значення змінної активного середовища до повільної його стабілізації.

Доповнимо проведені експерименти аналізом рівняння (4.12). Хоча воно і включає два доданки, другий доданок стає відмінним від нуля лише коли навантаження перетворюється на нуль і множник $(1 - B(M_1(p_3, L(t))))$ перетворюється на одиницю. При великих значеннях навантаження множник $B(M_1(p_3, L(t)))$ близький до одиниці, а при зменшенні навантаження прямує до нуля. Тому перший доданок моделює реакцію системи на навантаження а також початкову стадію стабілізації активності системи після зняття навантаження, а другий доданок – лише стабілізацію активності системи. Окрім того, що перший доданок правої частини диференціального рівняння моделює процес навантаження системи, його особливість полягає ще і в тому, що він включає два параметри моделі p_1 та p_3 . Параметр p_1 входить в цей доданок лінійно, а параметр p_3 - нелінійно. Тому встановити за спостереженими значеннями реакції системи значення параметру p_1 набагато легше ніж p_3 . Проведений аналіз поведінки моделі та ролі її параметрів дозволяє побудувати метод її ідентифікації, який буде розглянуто в наступному підрозділі.

4.3.Метод ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням

Задача параметричної ідентифікації моделі (4.12) полягає у встановленні значень її параметрів за спостереженнями значень $\{X_j^e\}_{j=1}^N$ змінної активності $X(t)$ системи при заданому навантаженні на неї.

4.3.1. Загальна структура методу ідентифікації

Для формалізації процесу ідентифікації необхідно вибрати критерій його якості. Оскільки для змінної активного середовища для даного класу задач не характерні різкі коливання в ролі критерію ідентифікації виберемо його середньоквадратичний варіант:

$$Q_1(\vec{p}) = \sum_{j=1}^N (\tilde{X}(t_j, \vec{p}) - X_j^e)^2. \quad (4.14)$$

При кожному наборі значень \vec{p} параметрів моделі для побудови значень змінної активного середовища $\tilde{X}(t_j, \vec{p})$ необхідно розв'язати нелінійне диференціальне рівняння (4.12). Із нелінійності диференціального рівняння впливає неєдиність точок мінімуму критерію (4.14). Для пошуку глобального мінімуму можна використовувати методи випадкового пошуку. Однак цей шлях вимагає значних обчислювальних затрат. В той же час диференціальне рівняння при виборі значення параметру p_3 перетворюється в лінійне. Тобто вибираючи найкраще значення параметру p_3 на деякій рівномірній сітці, приходимо до задачі ідентифікації лінійного диференціального рівняння.

В цьому випадку при виборі достатньо точного початкового наближення параметрів диференціального рівняння із наступним уточненням їх значень згідно критерію (4.14) за допомогою градієнтного методу оптимізації можна отримати наближення спостережених даних із достатньою точністю. З метою реалізації цього підходу необхідно підібрати початкові значення параметрів

p_1, p_2 при фіксованому значенні параметру p_3 . Для побудови цих початкових наближень використаємо різницеву апроксимацію досліджуваного рівняння в початкових точках застосування навантаження та початкових часових точках після його зняття. Момент часу зняття навантаження позначимо як t_z .

4.3.2. Основні співвідношення методу ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням

Як буде показано в розд. 6, моделі процесів із лімітуючою забезпеченістю, наведені в підрозд. 2.1, та процесів із зовнішнім навантаженням можна представити в єдиній загальній формі. Це дозволяє сподіватися, що узагальнений метод ідентифікації, запропонований в підрозд. 2.3, може бути застосований до моделей процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням. Оскільки подання моделей все ж дещо відрізняються, при застосуванні згаданого методу необхідно уточнити різницеві співвідношення для побудови початкових значень параметрів моделей за відомим значенням лімітуючого параметра. Розглянемо процес такого уточнення детальніше.

На початку періоду навантаження системи його амплітуда додатна $L(t)$ і множник другого доданку правої частини диференціального рівняння $(1 - \Theta(L(t)))$ перетворюється в нуль. В результаті отримуємо наступне спрощене подання рівняння (4.12)

$$\frac{dX(t)}{dt} = p_1 \frac{d}{dt} L(t) \frac{L(t)}{p_3 + L(T)} \quad t < t_z. \quad (4.15)$$

Для наближеного подання похідних необхідно використовувати спостереження хоча б у двох початкових точках застосування навантаження t_0 та t_1 . Значення цієї похідної відносимо до точки, що розташована посередині між вказаними і саме значення навантаження обчислюємо як середнє арифметичне відповідних значень, тобто введемо в розгляд величини:

$$t_{1/2} = \frac{t_0 + t_1}{2}, \quad (4.16)$$

$$L_{1/2} = \frac{L_0 + L_1}{2}. \quad (4.17)$$

На основі введених позначень запишемо наближене подання співвідношення (4.15) в точці $t_{1/2}$

$$\frac{X_1 - X_0}{t_1 - t_0} \approx p_1 \frac{L_1 - L_0}{t_1 - t_0} \frac{L_{1/2}}{p_3 + L_{1/2}}. \quad (4.18)$$

Звідси неважко побудувати наближену оцінку значення параметра p_1

$$p_1 \approx \frac{X_1 - X_0}{L_1 - L_0} \frac{p_3 + L_{1/2}}{L_{1/2}}. \quad (4.19)$$

На початку періоду зняття навантаження його амплітуда $L(t)$ дорівнює нулю і множник другого доданку правої частини диференціального рівняння $(1 - M_1(\vec{p}_3, B(L(t))))$ перетворюється в одиницю. В той же час множник $\frac{L(t)}{p_3 + L(T)}$ в першому доданку правої частини диференціального рівняння перетворюється в нуль. В результаті отримуємо наступне спрощене подання рівняння (4.12)

$$\frac{dX(t)}{dt} = -p_2 (1 - M_1(\vec{p}_3, B(L(t)))) X(t) \quad t \geq t_z. \quad (4.20)$$

Аналогічно попередньому для наближеного подання похідної після зняття навантаження використовуємо спостереження у двох початкових точках після зняття навантаження t_z та t_{z+1} . Значення цієї похідної відносимо до точки, що розташована посередині між вказаними і саме значення навантаження обчислюємо як середнє арифметичне відповідних значень, тобто вводимо в розгляд величини:

$$t_{z+1/2} = \frac{t_z + t_{z+1}}{2}, \quad (4.21)$$

$$L_{z+1/2} = \frac{L_z + L_{z+1}}{2}. \quad (4.22)$$

На основі введених позначень запишемо наближене подання співвідношення (4.20) в точці $t_{z+1/2}$

$$\frac{X_{z+1} - X_z}{t_{z+1} - t_z} \approx -p_2 X_{z+1/2} \quad (4.23)$$

Звідси неважко побудувати наближену оцінку значення параметра p_2

$$p_2 \approx -\frac{1}{X_{z+1/2}} \frac{X_{z+1} - X_z}{t_{z+1} - t_z} \quad (4.24)$$

Таким чином основа методу ідентифікації моделі зовнішнього лімітуючого фактора полягає у переборі значень параметру p_3 на деякій рівномірній сітці w_3 :

$$p_{3,i} \in w_3 \equiv \{P_{3,i} = P_{3,0} + h_3 i\}_{i=0}^{N_3} \quad (4.25)$$

Для кожного вибраного значення p_3 згідно співвідношень (4.19), (4.24) будуються початкові значення параметрів p_1, p_2 . Отримані початкові значення уточнюються згідно критерію (4.14) методом Левенберга-Марквардта. Кожен уточненого набір параметрів моделі характеризуємо її максимальною відносною похибкою

$$\delta_3^i = \max_j \left\{ \frac{|\tilde{X}(t_j, \vec{p}^i) - X_j^e|}{\max_j |\tilde{X}(t_j, \vec{p}^i)|} \right\} \quad (4.26).$$

Остаточню вибираємо той уточнений набір параметрів, на якому досягається

$$\min_i \delta_3^i \quad (4.27)$$

4.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі із зовнішнім лімітуючим навантаженням

Перевіримо ефективність запропонованого методу на розв'язанні ряду модельних задач, розв'язки яких відомі. В якості першої задачі виберемо модель виду (4.12) із наступними значеннями параметрів $X_0 = 65$, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.25$, $p_3 = 10$ та степеневою функцією відносного

навантаження, значення якої задається наступною табл. 4.1. Для пошуку початкових значень параметрів моделі використано множину цілих значень параметру p_3 на інтервалі від 1 до 20.

Таблиця 4.1

Значення степеневі функції навантаження модельної задачі

$t(x\epsilon)$	0	3	6	9	12	15	18	21
$L(t)$	14	30	63	120	0	0	0	0

Максимальні відносні похибки для початкових наближень параметрів моделі наведені на рисунку

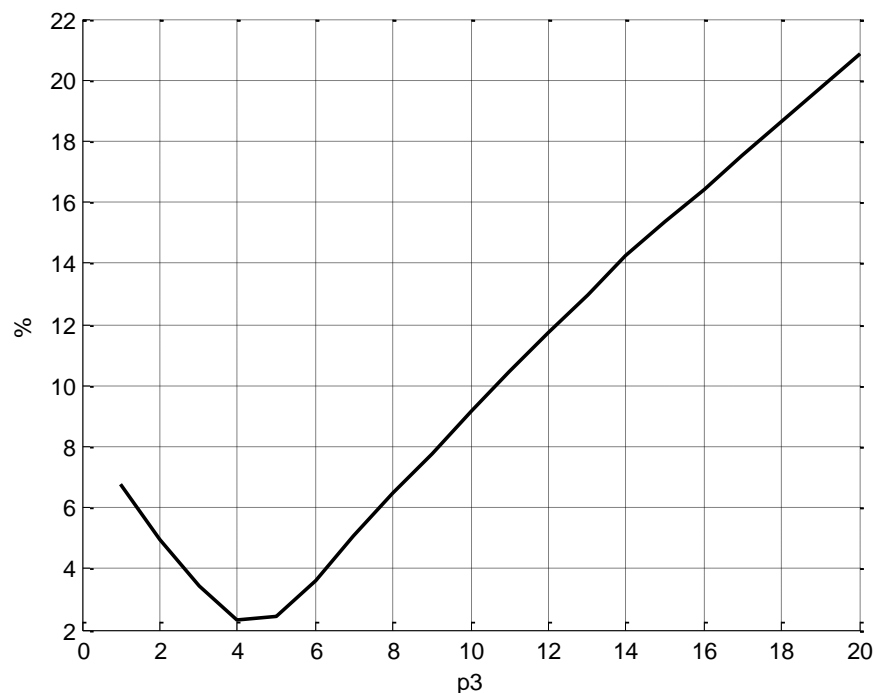


Рис. 4.12. Максимальні відносні похибки для початкових наближень параметрів моделі (4.12) при змінах значень параметру p_3

Наведена функція максимальних похибок має унімодальний характер із мінімальними значеннями із інтервалу $p_3 \in [4 \ 5]$, де вона дещо перевищує рівень 2%. Така проста залежність дозволить легко підбирати область для вибору найкращих початкових значень параметру p_3 . Однак початкові значення

потребують уточнення, що дозволяє суттєво знизити похибку ідентифікованої моделі. Цей феномен демонструє графік максимальних відносних похибок уточнених наближень параметрів, поданий на рис. 4.13. Вдалося знизити максимальну відносну похибку до рівня 1.75%, однак залежність таких похибок від початкового значення параметру p_3 набагато складніша.

Мінімальна із аналізованих похибок досягається уже при початковому значенні $p_3 = 8$, однак достатньо низький рівень похибки досягається на достатньо широкому інтервалі $p_3 \in [8, 19]$, який включає і шукане значення $p_3 = 10$.

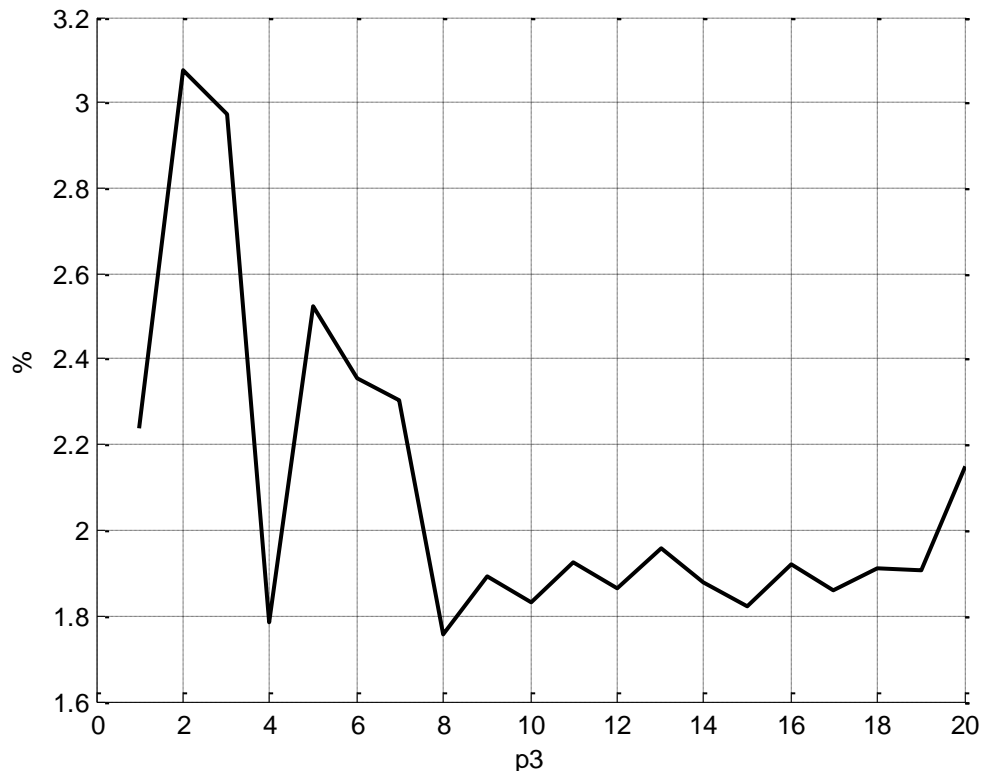


Рис. 4.13. Максимальні відносні похибки для уточнених наближень параметрів моделі (4.12) при змінах значень параметру p_3

Аналіз рис. 4.12 та 4.13 показує, що похибка моделі на початкових значеннях параметрів ніяк не пов'язана із похибкою моделі на уточнених значеннях параметрів. Тому надалі будемо аналізувати лише похибки для уточнених значень параметрів моделі. Для даної задачі ідентифіковані значення

коефіцієнтів склали $p_1 = 0.43$, $p_2 = 0.3050$, $p_3 = 14.2834$, що дещо відрізняються від заданих попередньо значень. Проаналізуємо тепер наскільки подібними є модельні та побудовані значення змінних активного середовища системи. Відповідний графік наведено на рис. 4.14. Не дивлячись на деяку відмінність між закладеними та ідентифікованими коефіцієнтами моделі поведінка змінної активного середовища передається достатньо точно.

Наявність похибок в коефіцієнтах пояснюється недостатньою кількістю точок спостереження, що чинить перешкоду для однозначної ідентифікації її коефіцієнтів. Однак саме така кількість спостережень є типовою для практичних задач.

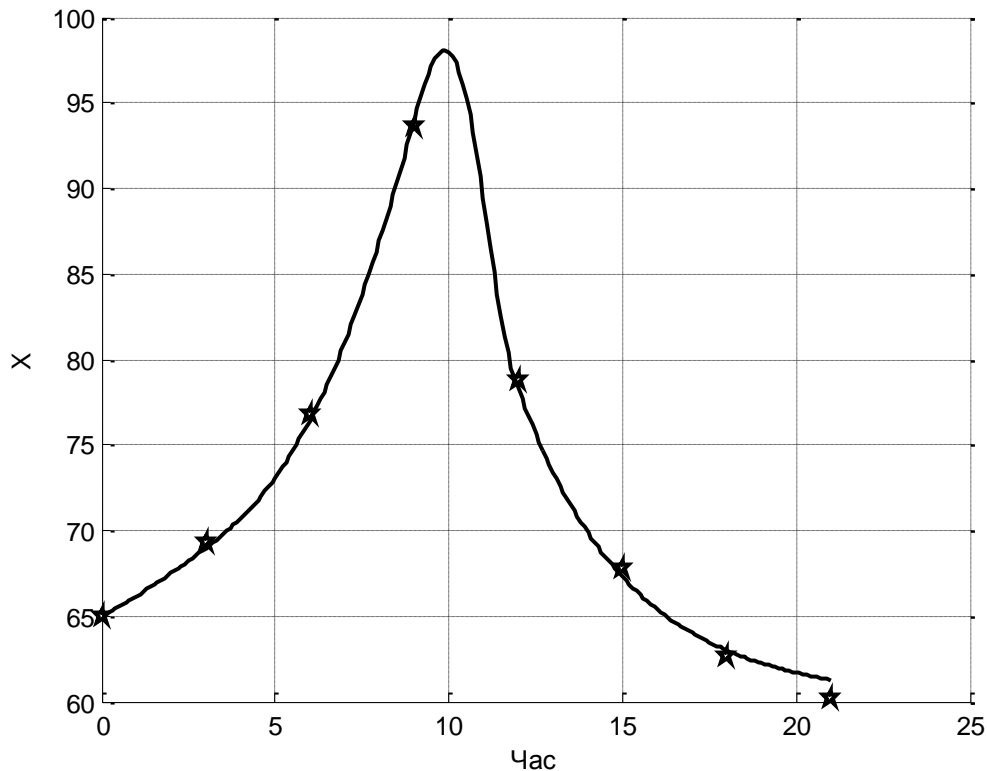


Рис. 4.14. Наближення змінної активності системи за допомогою уточнених коефіцієнтів моделі (4.12)

Для характеристики важливості застосування процедури уточнення початкових значень коефіцієнтів моделі наведемо на рис. 4.15 поведінку змінної активного середовища системи, побудованою за початковими наближеннями її коефіцієнтів. В результаті уточнення цих коефіцієнтів і

отримано модель із найменшою максимально відносною похибкою на рівні 1.5%. Отримано наступні значення коефіцієнтів моделі $p_1 = 0.4697$, $p_2 = 0.2786$, $p_3 = 8$.

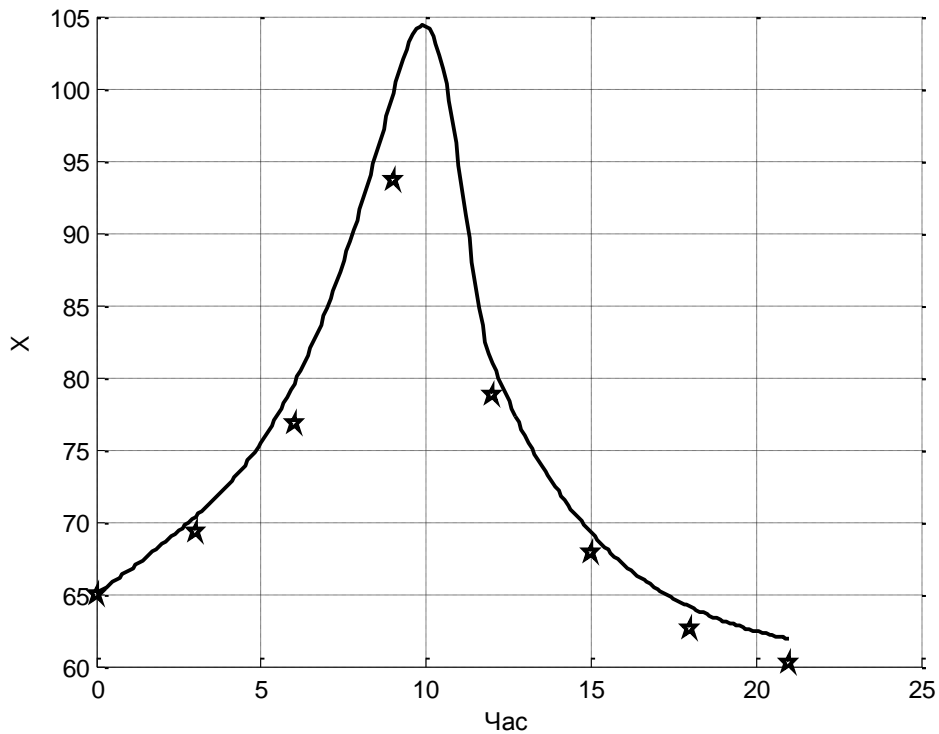


Рис. 4.15. Наближення змінної активного середовища системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (4.12)

Характерно, що найбільша похибка наближення отримується в останній спостереженій точці при малих значеннях змінної активного середовища системи, який несе порівняно менше інформації про її стан. Проаналізуємо похибку ідентифікації моделі для дії навантажень іншого типу. Насамперед проаналізуємо дію навантаження, що лінійно зростає. Нехай лінійне навантаження задається наступною таблицею

Таблиця 4.2

Значення лінійної функції навантаження модельної задачі

$t(x\theta)$	0	3	6	9	12	15	18	21
$L(t)$	30	60	90	120	0	0	0	0

Згідно прикладеного навантаження та ідентифікованих коефіцієнтів системи побудуємо прогноз змінної активного середовища, який порівняємо із згенерованими модельними даними на основі початково заданих параметрів моделі. Відповідний графік наведено на рисунку

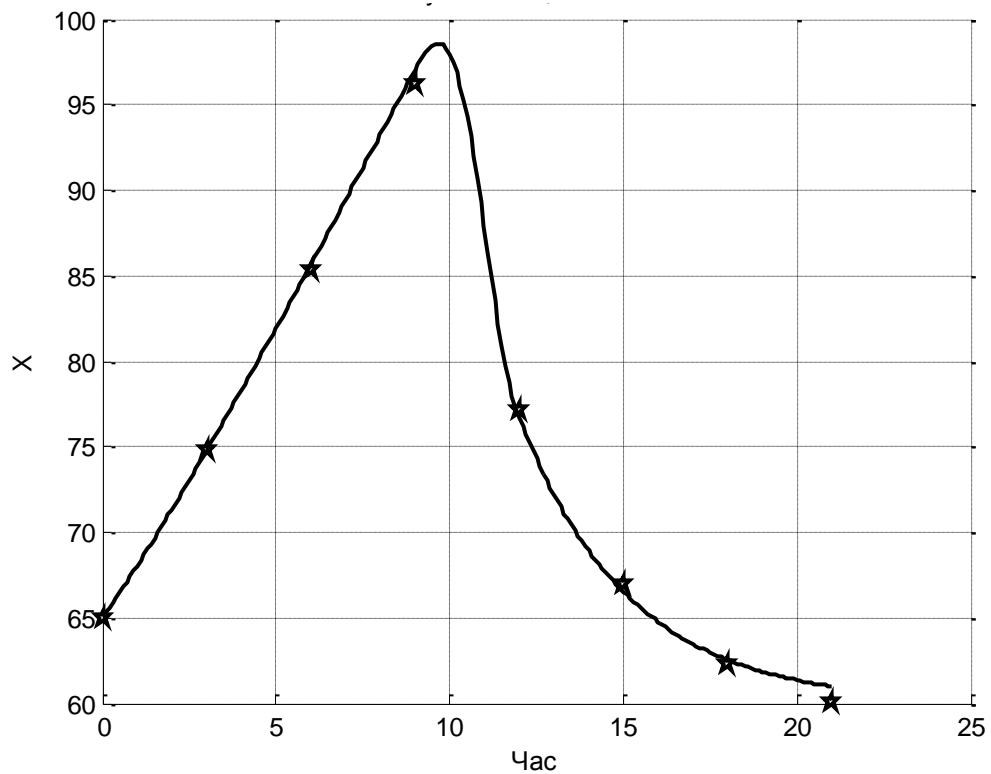


Рис. 4.16. Наближення змінної активності моделі (4.12) при лінійному навантаженні

В цьому випадку максимальна похибка наближення модельних даних склала 1.65%, що дещо менше похибки для навантаження, на якому проводилася ідентифікація. Далі проаналізуємо дію кусково-постійного навантаження, значення якого задається наступною таблицею

Таблиця 4.3

Значення лінійної функції навантаження модельної задачі

$t(x\epsilon)$	0	3	6	9	12	15	18	21
$L(t)$	0	60	60	120	120	0	0	0

Згідно прикладеного навантаження та ідентифікованих коефіцієнтів системи побудуємо прогноз змінної активного середовища, який порівняємо із згенерованими модельними даними на основі початково заданих параметрів моделі. Відповідний графік наведено на рисунку

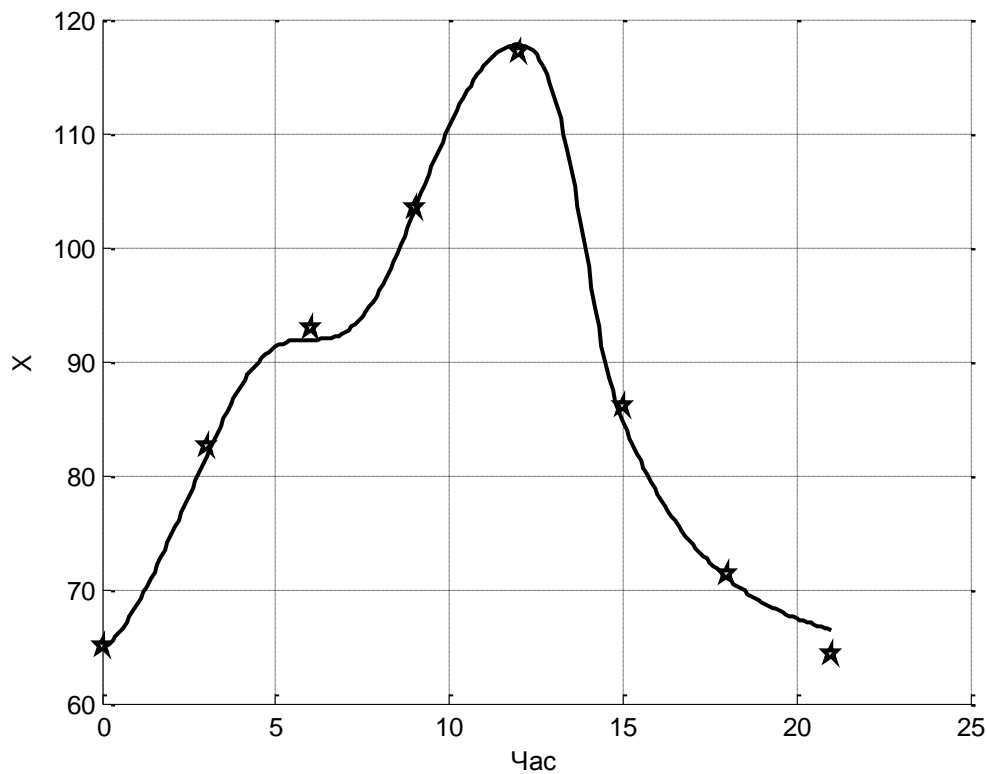


Рис. 4.17. Наближення змінної активності системи моделі (4.12) при кусково-постійному навантаженні

В даному випадку максимальна похибка наближення модельних даних склала 3.43%, що дещо вище похибки для навантаження, на якому проводилася ідентифікація. Ріст похибки прогнозу пояснюється набагато вищою динамікою навантаження ніж навантаження в задачі ідентифікації.

В зв'язку із ростом похибки в останньому дослідженні модельних задач виникає питання наскільки точно може бути ідентифікована аналізована модель запропонованим методом. Для детальнішого розгляду даного питання розглянемо одну із найпростіших задач ідентифікації у випадку дії лінійного навантаження, значно збільшивши кількість точок ідентифікації. Метою цього

дослідження є встановлення наскільки точнішим буде ідентифікація параметрів та змінної моделі в даному випадку. Параметри моделі не мінятимуться а значення функції навантаження подаються в наступній таблиці

Таблиця 4.4

Значення лінійної функції навантаження модельної задачі із збільшенням числа точок ідентифікації

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...	21
$L(t)$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	0	...	0

Застосовуючи описаний алгоритм вибору початкових наближень параметрів моделі та підхід до їх уточнення, отримуємо залежність відносних похибок моделі в залежності від значення параметру p_3 , що подана на рисунку

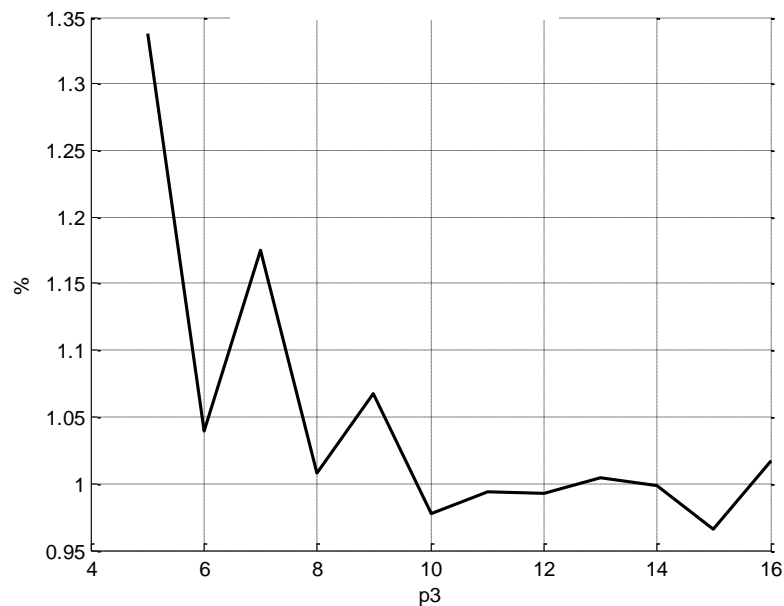


Рис. 4.18. Максимальні відносні похибки для уточнених наближень параметрів моделі (4.12) із лінійним навантаженням при змінах значень параметру p_3

Найменша відносна похибка досягнута при початковому значенні параметру $p_3 = 15$. При цьому початкове наближення змінної моделі достатньо відрізняється від спостережених значень, як це можна бачити із рисунку

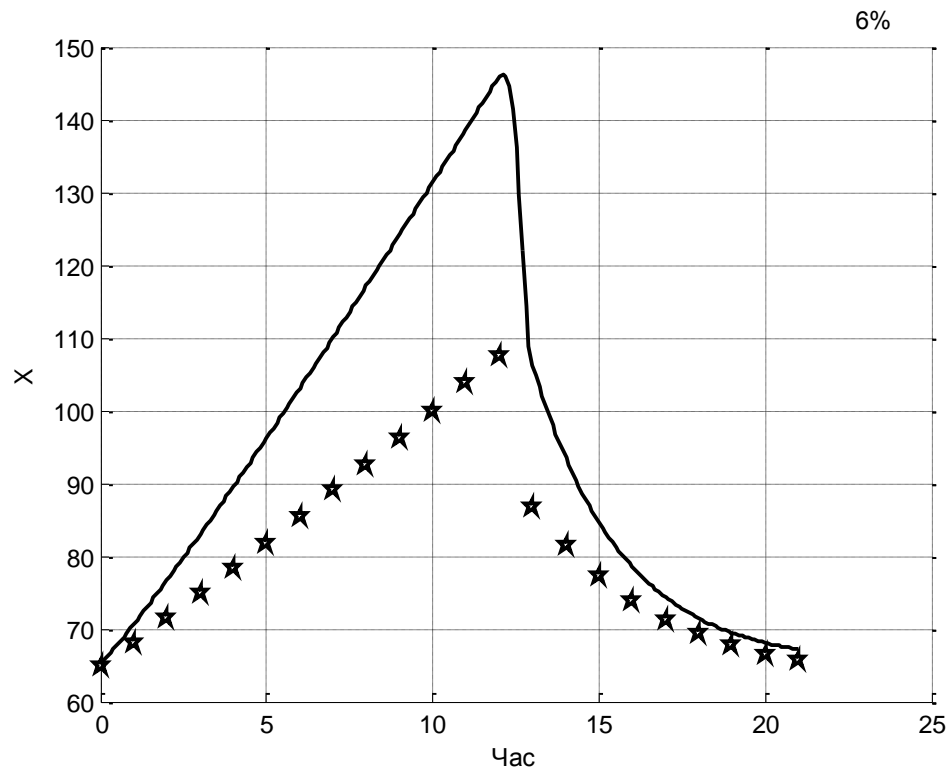


Рис. 4.19. Наближення змінної активності системи за допомогою початкових значень коефіцієнтів моделі (4.12) із лінійним навантаженням

Однак, в результаті уточнення значень параметрів отримуємо достатньо точне наближення змінної активності, яке подано на рис. 4.20. Модельні дані та значна кількість точок ідентифікації забезпечили низький рівень максимальної похибки оцінки динаміки змінної активності системи і на рівні 0.96%, що майже вдвічі менше похибки моделі при втричі меншій кількості точок спостереження змінної активності.

Цікаво буде співставити також точність оцінки параметрів моделі при різному обсязі точок спостереження. Відповідні значення наведені в табл. 4.5. Аналіз таблиці свідчить про суттєве уточнення значення параметру p_1 при відсутності прогресу в уточненні значень параметрів p_2, p_3 . Так середня відносна похибка обчислення останніх параметрів знизилася лише на 1% із 32.41% при 8 точках спостережень до 31.51% при 21 точці спостереження.

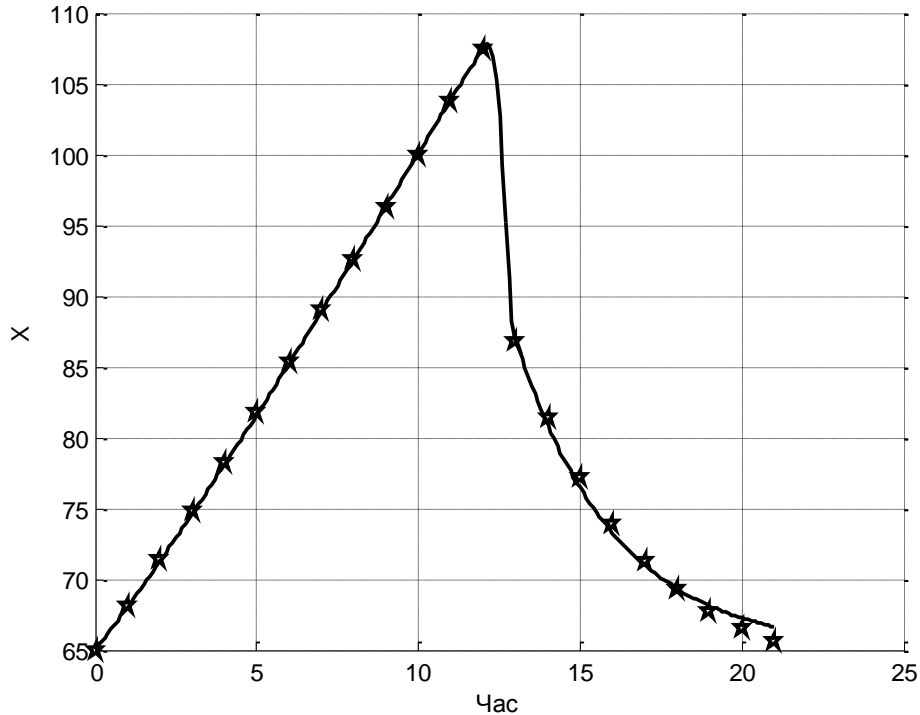


Рис. 4.20. Наближення змінної активного середовища системи моделі (4.12) при лінійному навантаженні

Таблиця 4.5

Точність оцінок параметрів моделі при різному обсязі точок спостереження

Джерела інформації: ↓	Значення параметрів			Відносні похибки значень параметрів (%)		
	p_1	p_2	p_3	d_1	d_2	d_3
модель	0.4	0.25	10	-	-	-
8 точок спостережень	0.43	0.305	14.2834	7.5	22	42.83
21 точка спостережень	0.4176	0.3252	13.295	4.4	30.08	32.95

Це свідчить про складність в ідентифікації розподілу впливів між параметрами p_2 та p_3 в аналізованій моделі при покращенні точності наближення змінної активності зі зростанням числа точок спостережень.

Підсумовуючи результати експериментів можемо відзначити, що похибка ідентифікації для задач не перевищила 3.43%, що цілком достатньо для розглянутих в дослідженні класу прикладних задач.

В розд. 2 - 4 запропоновано узагальнений метод ідентифікації моделей систем з лімітуючими факторами а також його розгалуження для ефективного застосування для окремих важливих класів задач. При застосуванні запропонованих підходів до нових задач виникає необхідність модифікації, як моделей, так і методів ідентифікації, хоча ядро запропонованих підходів залишається незмінним. Зручність застосування напрацьованих підходів до нового класу задач вимагає їх гнучкої програмної реалізації у вигляді деякої відкритої системи моделювання, створеної на основі об'єктно орієнтованого підходу. Архітектура такої системи розглядається в наступному розділі.

Висновки до розділу 4

1. В результаті використання теорії систем побудовано концептуальну модель процесів із зовнішнім лімітуючим фактором, в якій застосовано стабілізуючий нелінійний множник на основі функції Моно від зовнішнього навантаження, що уможливило встановлення залежності між зовнішнім навантаженням та змінними активності для класу практично важливих процесів.
2. В результаті експериментальних досліджень впливу параметрів моделей процесів з зовнішніми лімітуючими факторами на системні змінні виявлено основні засоби зміни динаміки останніх, що дозволило побудувати методи ідентифікації згаданих моделей.
3. Для моделей процесів з зовнішніми лімітуючими навантаженнями уточнено реалізацію узагальненого методу ідентифікації, який відрізняється різницеvими співвідношеннями для побудови початкових значень параметрів згаданої моделі. Ефективність запропонованого підходу підтверджено на розв'язанні модельних задач

РОЗДІЛ 5. АРХІТЕКТУРА СЕРЕДОВИЩА МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ З ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ

Формування узагальнених моделей систем із лімітуючими факторами та узагальнених методів їх ідентифікації призводить появи спільних елементів в структурі моделей та методів ідентифікації для конкретних предметних галузей. Згадані спільні елементи призводять до дублювання коду в їх програмній реалізації, чого можна уникнути розробивши єдине середовище моделювання. В розділі аналізуються вимоги до програмного середовища, реалізація варіантів його використання а також його інформаційне забезпечення.

5.1. Вимоги до середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

В роботі наведені численні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації. Незважаючи на відмінності вони містять багато подібних елементів, а методи їх ідентифікації та побудова прогнозів на їх основі вимагають певної програмної реалізації. Спільні елементи моделей та методів ідентифікації призведуть до дублювання програмного коду, чого можна уникнути розробивши єдине середовище моделювання систем з лімітуючими факторами. Окрім того, застосовність моделей в різних сферах вимагає об'єднання зусиль як фахівців із моделювання, так і експертів із відповідних предметних областей, яке може реалізуватися навколо застосування та розвитку відповідного програмного середовища.

Розробку архітектури такого середовища розпочнемо із виділення його типових користувачів та систематизації вимог до нього. Для спрощення реалізації цих підходів розглянемо типові структури базових процесів ідентифікації розроблених моделей та прогнозування на основі ідентифікованих моделей за допомогою діаграм активностей [63].

5.1.1. Структура базової унітарної процедури ідентифікації

Аналіз напрацьованих методів ідентифікації дозволив виділити їх наступні основні види: унітарна ідентифікація, багатокomпонентна ідентифікація, багатоетапна ідентифікація. Унітарна ідентифікація стосується моделі, яка складається із одного диференціального рівняння або системи із двох-трьох диференціальних рівнянь, які описують динаміку змінної активного середовища, субстрату і, можливо, продукту системи. При цьому використовуються всі спостережені значення деякого процесу. На основі однієї реалізації процесу ідентифікується модель, яка надалі використовується для прогнозування інших реалізацій.

Багатокomпонентна ідентифікація передбачає використання множини лімітуючи факторів, змінних активного середовища системи та субстратів. Така велика сукупність змінних призводить до великої кількості параметрів, які підлягають ідентифікації. В практично важливих задачах кількість спостережуваних змінних як правило невелика. Це робить процедуру ідентифікації дуже проблематичною. Щоб добитися її ефективної реалізації доцільно провести послідовність допоміжних експериментів. Їх слід організувати так, щоб кожен експеримент дозволяв ідентифікувати лише деякі параметри, пов'язані із певними змінними моделі. Поступово нарощуючи кількість ідентифікованих параметрів поетапно ідентифікують всі параметри багатокomпонентної моделі.

Багатоетапна ідентифікація використовується, коли в моделі враховується вплив людського фактора. В цьому випадку кожна реалізація моделі є унікальною і потребує окремої ідентифікації. Сама ідентифікація проводиться поетапно. На початку кожного етапу на основі спостережених даних здійснюється попередня оцінка значень параметрів. Коли точність моделі поточного етапу недостатня, то відкривається новий етап ідентифікації. На останньому етапі модель ідентифікується остаточно. При новому використанні моделі цей процес відбувається заново. Три типи моделей вимагають різних

підходів до їх організації. Тому розглянемо три діаграми активності, що відповідають кожному із підходів а також ті, що відповідають допоміжним процесам їх реалізації.

Спочатку розглянемо структуру базової унітарної процедури ідентифікації. Її діаграма активності наведена на рис. Б.1. Як видно із рисунку кожній моделі присвоюється шифр та псевдонім для того, щоб приписати ідентифіковані значення параметрів відповідній моделі. На наступному кроці передбачено ввід спостережень, на основі яких відбувається ідентифікація. Ці спостереження можуть піддаватися попередній обробці. Далі встановлюється попереднє значення erM мінімальної із максимальних похибок. Як правило, це деяке, достатньо велике значення $er0$, яке уточнюється в процесі підбору лімітуючого параметру.

На наступному кроці встановлюється діапазон пошуку значень лімітуючого параметра і відкривається цикл такого пошуку згідно вибраного діапазону. В ході самого циклу на основі поточного значення лімітуючого параметра будуються інші значення початкових наближень параметрів моделі. На основі цих початкових наближень за допомогою спеціальної процедури розв'язання системи диференціальних рівнянь встановлюються змінні моделі, за якими визначаються похибки прогнозування відносно спостережених значень. Далі застосовується процедура уточнення параметрів моделі. Після оптимізації параметрів встановлюється похибка змінних моделі відносно спостережених значень. Якщо отримана максимальна похибка менша ніж раніше досягнута, то поточне оптимальне значення параметрів вважається найкращим для пройденого діапазону. Після завершення циклу перебору значень лімітуючи параметрів здійснюється візуалізація динаміки змінних моделі для початкових та оптимальних значень параметрів.

Щоб детальніше проаналізувати унітарну процедуру ідентифікації розглянемо процедуру встановлення системних змінних, діаграма активності якої подана на рис. 5.1.

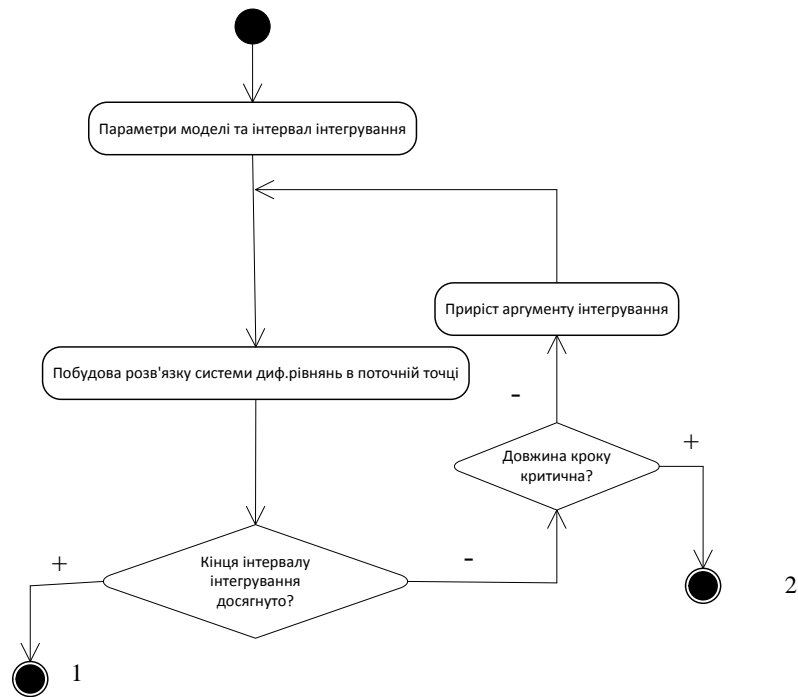


Рис.5.1. Діаграма активності процедури встановлення системних змінних

На початковому етапі реалізації процедури відбувається встановлення параметрів моделі, а також межі інтервалу інтегрування системи диференціальних рівнянь, яка описує модель. Далі будується розв'язок системи диференціальних рівнянь в точках інтервалу інтегрування аж до повного їх вичерпання. Окрім процедури встановлення системних змінних необхідно проаналізувати допоміжну процедуру оптимізації системних змінних, діаграму активності якої подано на рис. 5.2.

На початку реалізації процедури вводиться масив спостережених значень, також вводяться початкові значення параметрів моделі та інтервал побудови змінних моделі. Потім реалізується цикл покращення значень параметрів моделі. В ході реалізації циклу встановлюється значення системних змінних при поточних значеннях параметрів моделі. Після цього встановлюються похибки модельованих величин відносно спостережених. Якщо ця похибка не перевищує заданого рівня, то цикл оптимізації параметрів моделі завершується.

Якщо точності не досягнуто, то аналізується кількість кроків покращення параметрів. Якщо здійснено кількість уточнень, яка перевищує задану

максимальну кількість, то цикл уточнень завершується, а в іншому випадку будується уточнення параметрів моделі на основі модифікованого градієнтного методу.

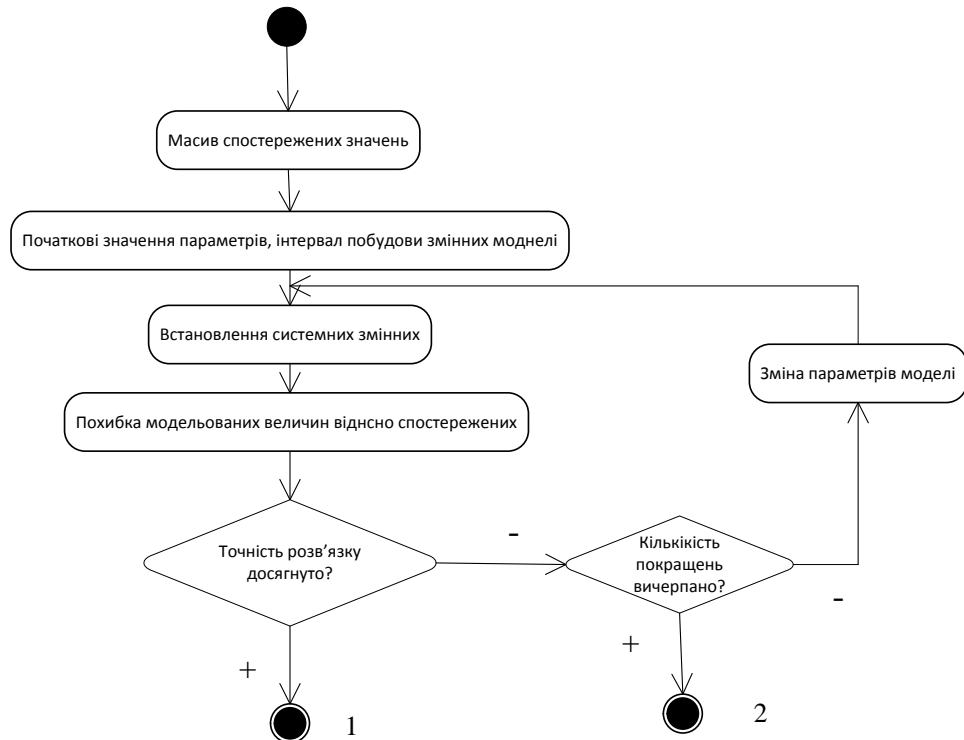


Рис.5.2. Діаграма активності процедури оптимізації параметрів моделі

5.1.2. Структури багатоконпонентних та багатоетапних процедур ідентифікації

Тепер розглянемо основні особливості багатоконпонентної процедури ідентифікації моделей з лімітуючими факторами, діаграму активності якої подано на рис.5.3. На початку реалізації процедури встановлюється шифр та псевдонім моделі. Далі задається тип та номер компоненти моделі. Після встановлення цих параметрів відбувається ідентифікація компоненти моделі подібно до раніше описаної ідентифікації унітарної компоненти. Коли досягнута задовільна точність ідентифікації компоненти її параметри заносяться в модель, в іншому випадку організують повторну ідентифікацію.

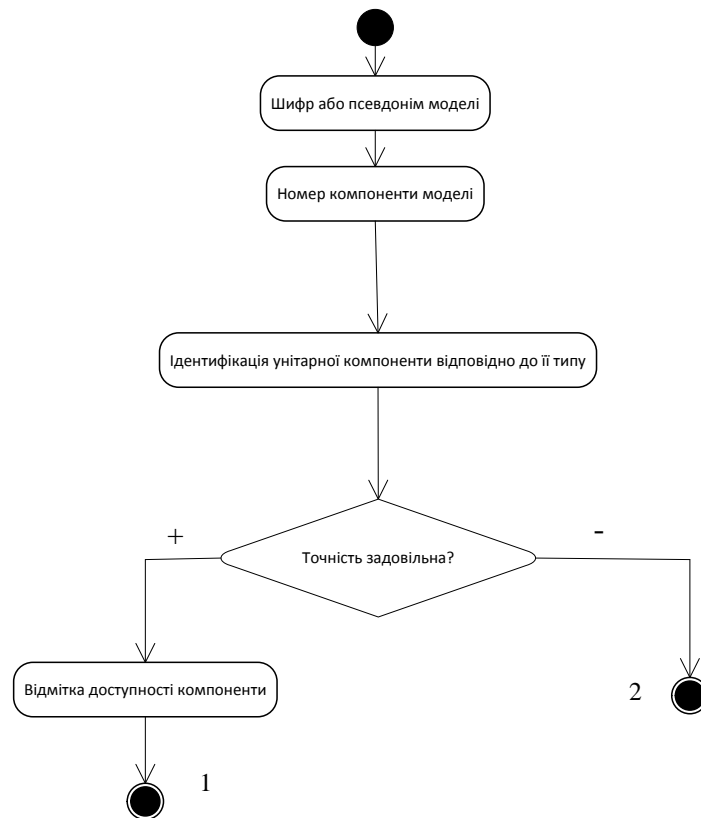


Рис.5.3. Діаграма активності багатокomпонентної процедури ідентифікації моделі з лімітуючими факторами

Далі розглянемо основні особливості багатоетапної процедури ідентифікації моделей з лімітуючими факторами, діаграму активності якої подано на рис. 5.4. На початку реалізації процедури встановлюється шифр та псевдонім моделі. Далі задається номер етапу моделі. Після встановлення цих параметрів відбувається ідентифікація етапу моделі за спеціально вибраною процедурою. Коли досягнута задовільна точність ідентифікації етапу, його параметри заносяться в модель, в іншому випадку організують повторну ідентифікацію.

Після аналізу процедур ідентифікації моделей з лімітуючими факторами перейдемо до аналізу процедур прогнозування за допомогою ідентифікованих моделей з лімітуючими факторами, діаграма активності якої наведена на рис.5.5. Ключове значення при побудові прогнозу має одноетапність або багатоетапність моделі прогнозу. У випадку одноетапного прогнозу вводяться

дані, що визначають період прогнозу а також відновлюються раніше ідентифіковані параметри моделі.

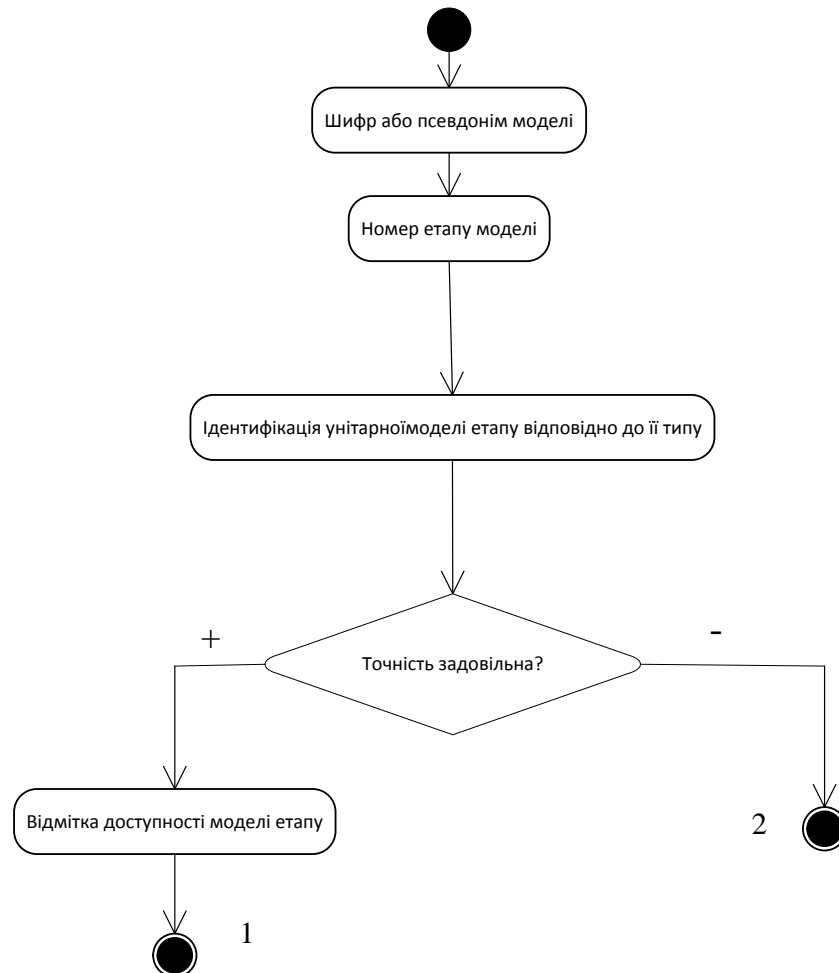


Рис.5.4. Діаграма активності багатоетапної процедури ідентифікації моделі з лімітуючими факторами

На основі цих даних будуються значення змінних моделі у заданому діапазоні. В наступному відбувається візуалізація побудованих значень змінних моделі. У багатоетапному випадку на основі попереднього прогнозу та спостережених значень підтверджується адекватність моделі поточного етапу або відкривається новий етап ідентифікації і запускається процедура ідентифікації.

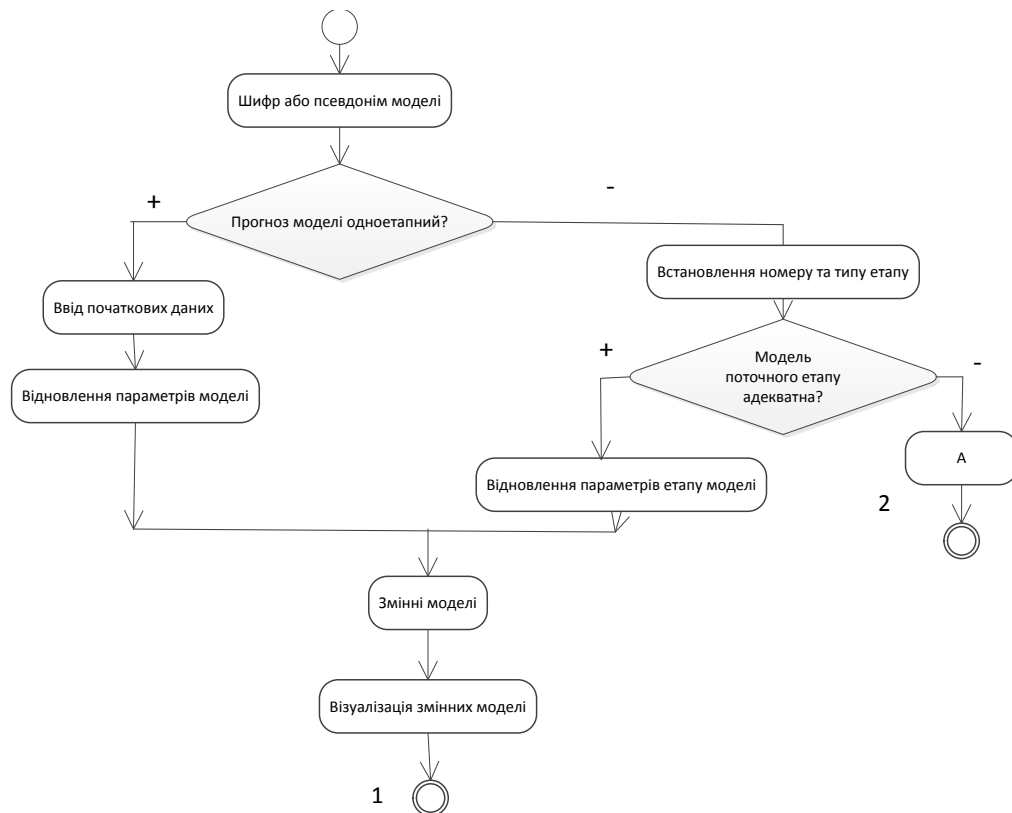


Рис.5.5. Діаграма активності процедури прогнозування згідно моделі з лімітуючим фактором

5.1.3. Варіанти використання середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Розглянувши основні процедури ідентифікації та прогнозування перейдемо до опису вимог до системи, які подані у вигляді діаграм використання на рис. 5.6.

В системі передбачено 3 типи користувачів: розробник, дослідник, аналітик. Розробник створює типові моделі для принципово нових ситуацій і відлагоджує їх на деяких наборах даних. До типових задач можна віднести моделі, описані в другому, третьому, четвертому розділах даної роботи. На основі типових задач дослідником розробляються їх застосунки для окремих предметних областей. Типові моделі служать шаблоном для розробки програмних одиниць для моделювання процесів в предметних областях, що утворюють класи моделей.

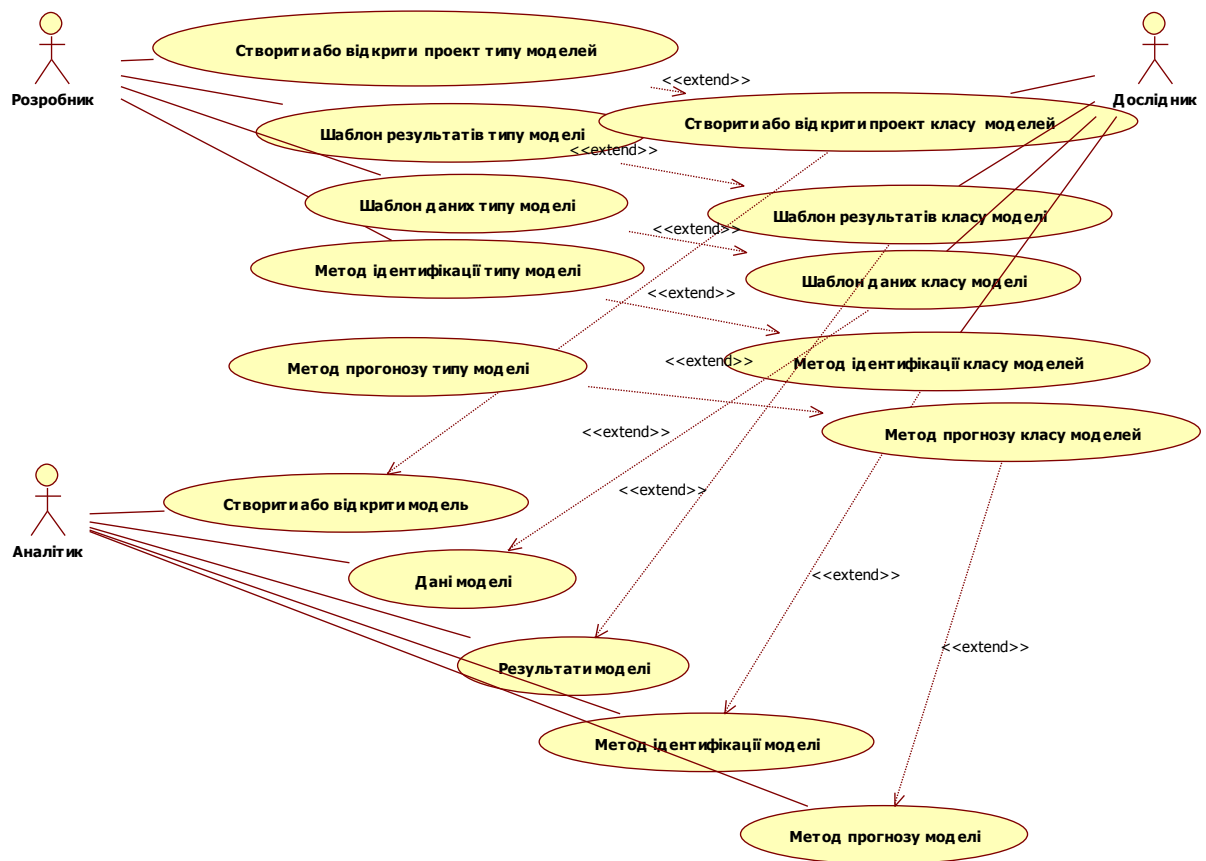


Рис.5.6. Діаграма варіантів використання середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Типи та класи моделей характеризуються певними структурами вхідних даних та результуючих величин, а також відповідно сконфігурованими методами ідентифікації моделей. При поєднанні класів моделей із конкретними даними утворюються моделі конкретних процесів, які формуються та досліджуються експертами у відповідних предметних областях. Таке поєднання ролей користувачів системи дозволяє застосовувати досвід та навички окремих спеціалістів в сферах їх найвищої компетенції та підвищити загальну ефективність досліджень. Ідеологія програмної реалізації задекларованої системи описується в наступному підрозділі.

5.2. Реалізація варіантів використання середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Розглянемо основні підходи до реалізації проектних вимог до середовища моделювання систем з лімітуючими факторами, які описані в попередньому підрозділі. Одним із ключових процесів, які необхідно проаналізувати є формування методів ідентифікації типових моделей та моделей класів.

5.2.1. Структура процесів модифікації типових методів ідентифікації та прогнозування

Типові моделі та методи їх ідентифікації формують найдосвідченіші науковці, які отримали статус розробника. Вони розробляють базові програмні компоненти, які служать основою для розробки подібних програмних інструментів для різних предметних областей. Розглянемо структуру процесу підтримки формування типової моделі. Його діаграма послідовності подана на рисунку

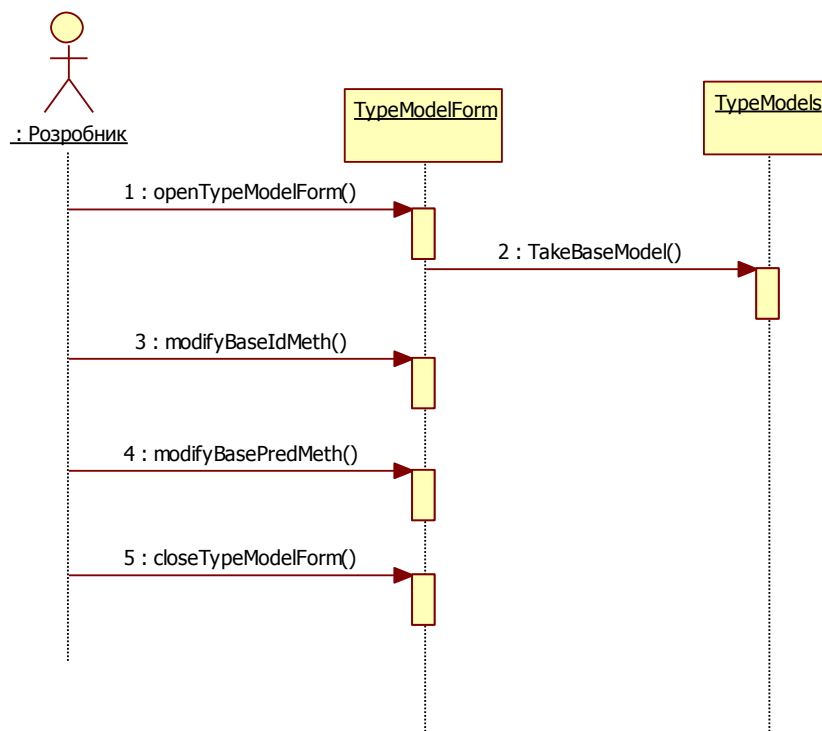


Рис.5.7. Діаграма послідовності формування типових моделей

Формування типової моделі здійснюється за допомогою спеціальної форми модифікації іншої близької моделі. Основними елементами такого формування є побудова програмних реалізацій методу ідентифікації а також методу прогнозування за допомогою модифікації деяких прототипів.

Використання спеціальної форми для реалізації такої модифікації дозволяє сконцентрувати увагу на основних особливостях моделі, без потреби здійснення змін стандартних елементів програмної реалізації моделі. Розглянемо тепер основні елементи формування типової моделі, в першу чергу методу її ідентифікації. Відповідна діаграма послідовностей подана на рис. 5.8.

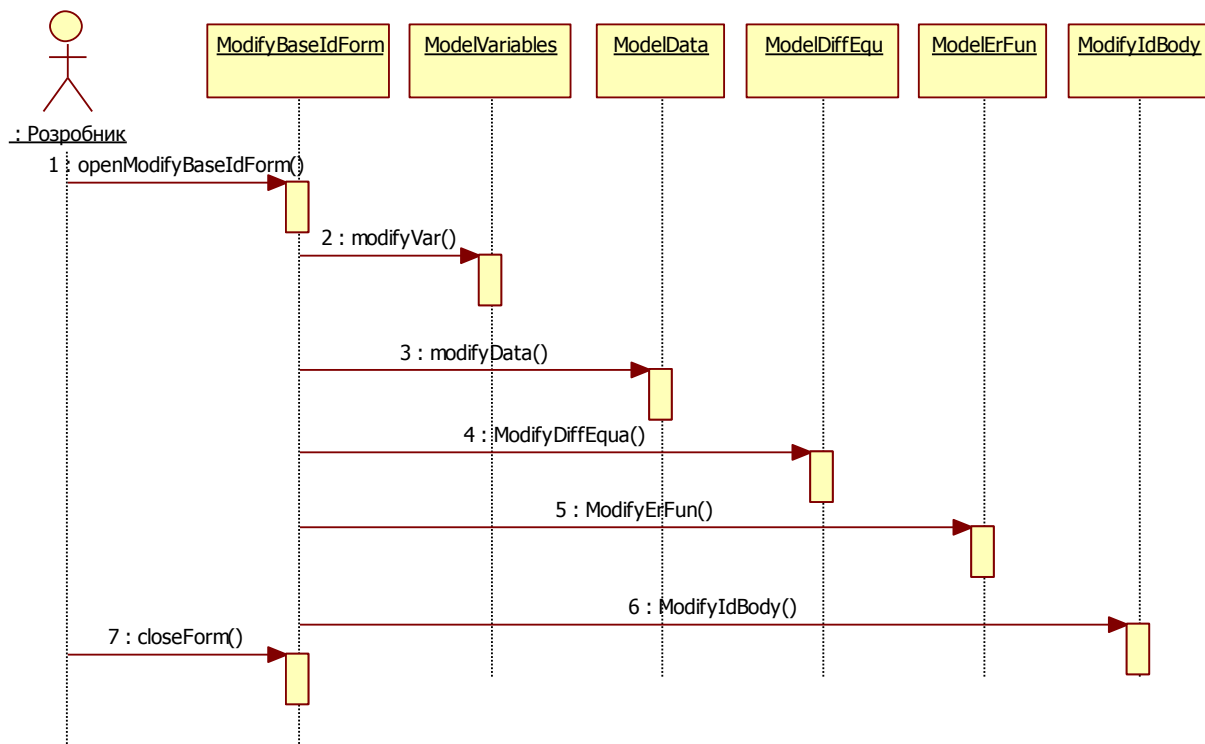


Рис.5.8. Діаграма послідовностей модифікації типового методу ідентифікації

Далі, в залежності від обсягу спостережених величин, модифікуємо функцію похибки моделі відносно спостережених даних. Це дозволить оптимізувати значення параметрів моделі модифікованим градієнтним методом. Модифікацією згаданих компонент можна сформувати новий тип моделей. Однак коли модифікації компонент недостатньо, надається

можливість модифікації загального тексту методу, його тіла, в яке згадані компоненти входять як підпрограми. Після внесення необхідних удосконалень та змін форма закривається. Розглянемо також процедуру формування типового методу прогнозування на основі створюваної моделі, діаграму послідовностей якої подано на рисунку

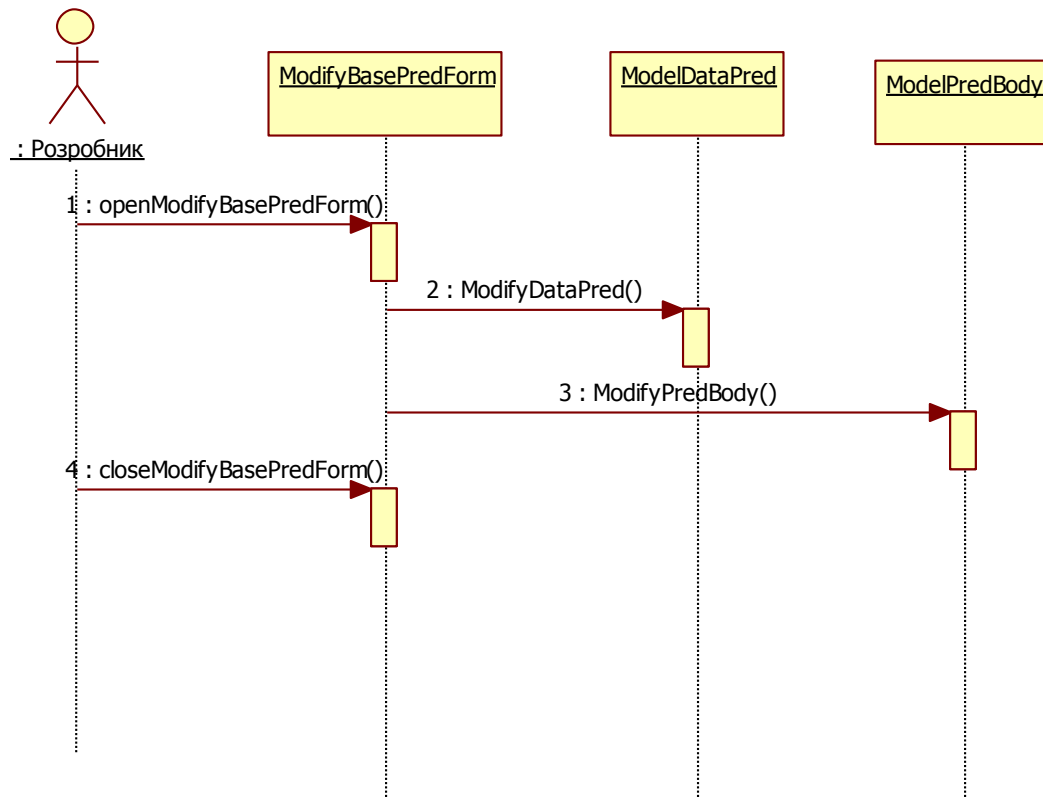


Рис.5.9. Діаграма послідовностей модифікації типового методу прогнозування

Модифікація методу прогнозування включає корекцію вхідних даних, які визначають інтервал та параметри прогнозу. При потребі надається можливість модифікувати загальний текст модуля прогнозування.

На основі розроблених типових моделей користувачі, які мають статус дослідника, мають можливість формувати моделі для конкретних предметних областей. В типових моделях тестується загальний підхід до моделювання

певного типу процесів, а їх конкретні прояви закріплюються в класах моделей. Тому в інструментах, які підтримують створення класів моделей, закладається можливість перегляду елементів типової моделі та формування на їх основі компонентів моделей класів.

5.2.2. Структура процесів модифікації методів ідентифікації та прогнозування для класів моделей

Розглянемо докладніше процес формування методу модифікації для класу моделей, діаграма послідовностей якого подано на рисунку

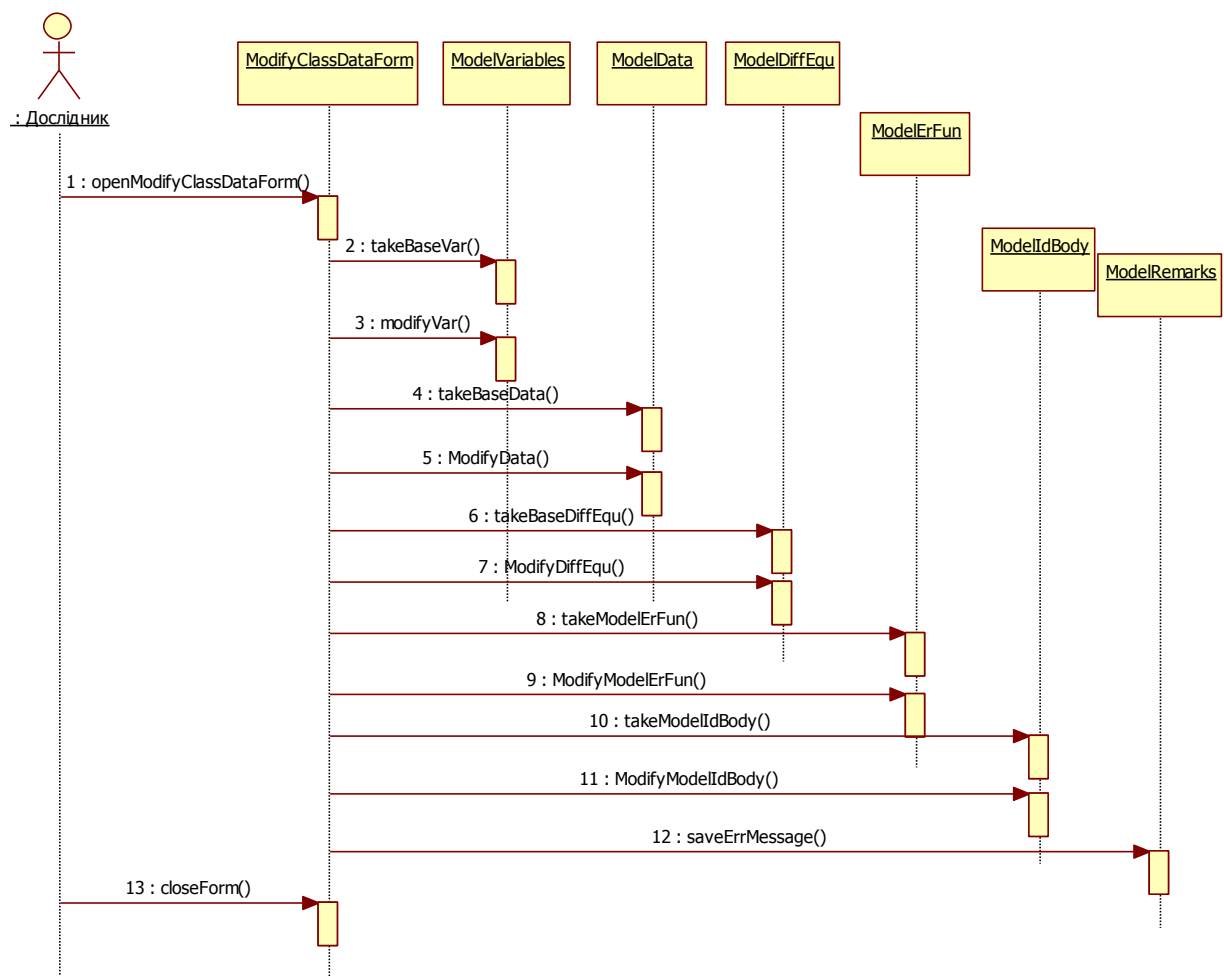


Рис.5.10. Діаграма послідовностей модифікації методу ідентифікації класу моделей

Логіка засобів діалогу з користувачем подібна до діалогу модифікації типового методу ідентифікації, однак забезпечує прив'язку до відповідних типових компонентів методу. Як і для формування типового методу передбачається аналіз та модифікація переліку змінних моделі, структур даних, по яких здійснюється ідентифікація моделі, правих частин диференціальних рівнянь моделі, функції похибок на спостережених значеннях змінних моделі а також, при необхідності, загальної структури самого методу ідентифікації моделі. Додається нова можливість відправлення повідомлення автору типової моделі при наявності проблем із ідентифікацією моделі класу, побудованою на основі типової.

На основі подібних принципів сформовані засоби діалогу із модифікації методу прогнозування класу моделей, побудованого на основі типового методу прогнозування. Діаграма послідовностей цього підходу подана на рисунку

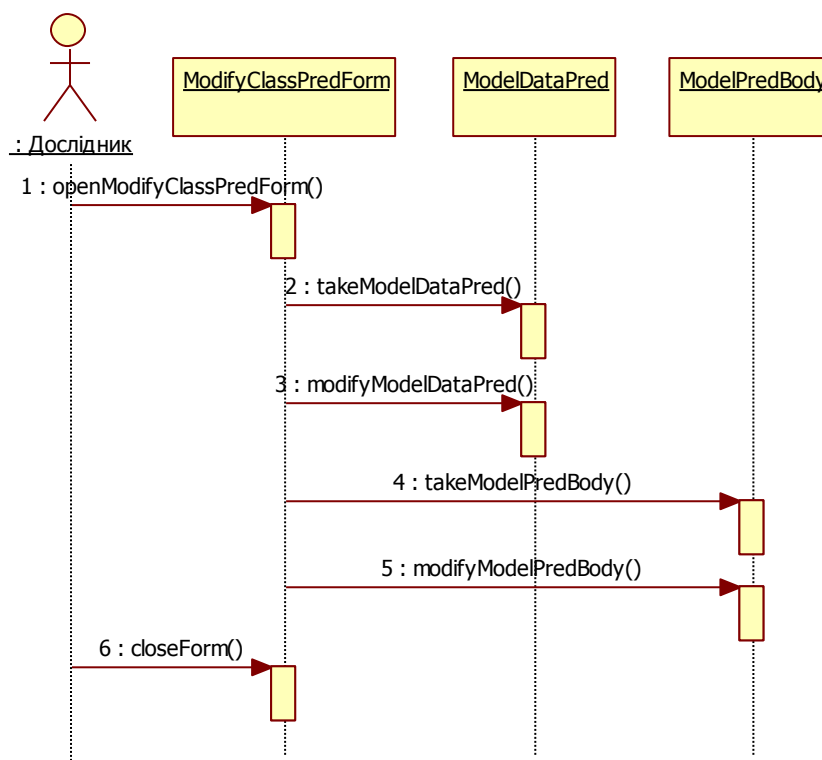


Рис.5.11. Діаграма послідовностей модифікації методу прогнозування для класу моделей

Засоби відповідної діалогової форми включають модифікацію як даних для побудови самого прогнозу, так і самого тіла методу прогнозу. На основі подібних принципів будується діалоги формування моделей в конкретних предметних областях, які здійснюються експертами. Однак вони обмежені в засобах модифікації структури та методів моделей. Їм надається лише можливість модифікації структури даних, яка використовується для ідентифікації та прогнозування моделей. Для модифікації самих моделей їм необхідно отримати статус дослідника. Також експерти отримують можливість передавати повідомлення дослідникам, що сформували класи моделей, як вони використовують. Таким чином подано структуру найважливіших методів програмного середовища формування моделей систем з лімітуючими факторами. Ці загальні схеми потребують уточнення структури своєї інформаційної підтримки, що буде описано в наступному підрозділі.

5.3. Інформаційне забезпечення середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Основою програмної реалізації середовища моделювання є його інформаційне забезпечення. В підрозділі подано компоненти загальної структури програмного середовища, його діаграму класів, структури процесів підтримки формування компонентів програмних засобів моделювання в окремих предметних галузях а також проаналізовано особливості взаємодії основних модулів середовища.

5.3.1. Загальна структура інформаційного забезпечення середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Розглянемо процес побудови загальної структури інформаційного забезпечення середовища моделювання систем з лімітуючим фактором. Зауважимо, що система складається і двох різних великих програмних компонентів, як це подано на рис. 5.12. Перша компонента служить для підтримки створення та модифікації моделей досліджуваних процесів. На

діаграмі вона подана програмною одиницею `LimitFactorsModelCreation`. Друга компонента `ModelInterpreter` призначена для проведення числових експериментів, тобто для налаштування та використання моделі. Підтримка та інтерпретація стосується як принципово нових типових моделей, так і розроблених на їх основі прикладних класів моделей.

Згадані дві базові компоненти системи можуть бути реалізовані різними засобами. Така необхідність може виникнути при наявності добре налаштованих базових обчислювальних компонент в одній системі програмування, а зручних засобів інформаційної підтримки в іншій системі програмування. Окрім налаштованих моделей для різних класів прикладних задач доцільно зберігати узагальнені результати здійснених експериментів, щоб при необхідності направлено здійснювати повторні розрахунки. Встановивши основні компоненти системи, проаналізуємо її загальну систему класів, подану на рис. 5.13.

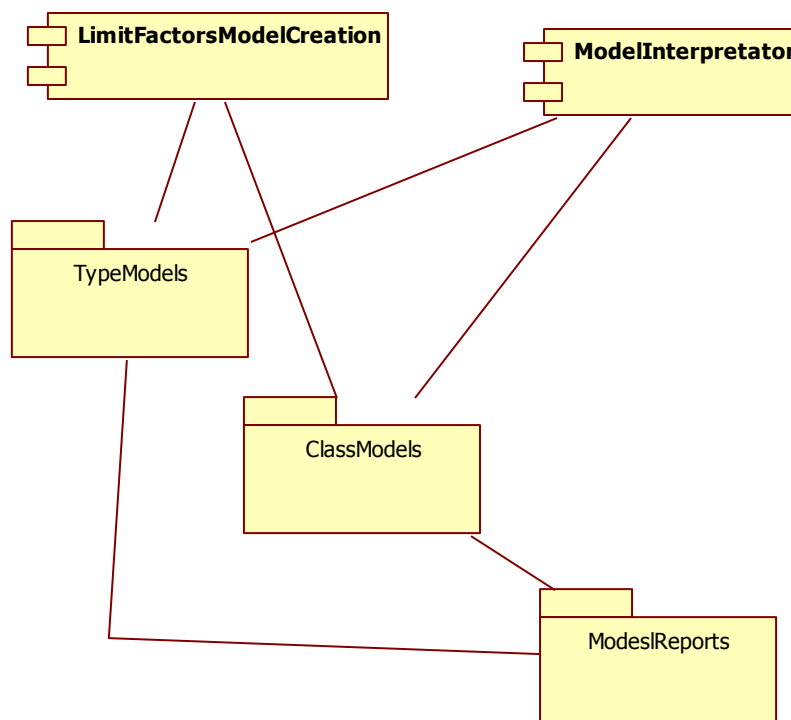


Рис.5.12. Діаграма компонентів середовища моделювання систем з лімітуючи ми факторами

Загальна діаграма класів стосується підсистеми підтримки створення та від лагодження програмних модулів моделей а також збереження результатів експериментів із ними. Діаграма передбачає поетапний опис як типових моделей так і моделей класів а також методів їх ідентифікації та побудови прогнозів на їх основі. Найзагальнішою характеристикою моделі вважається перелік її змінних, динаміка яких описується системою диференціальних рівнянь. Підтримку цього переліку забезпечує клас `ModelVariables`. Такою ж загальною характеристикою вважається перелік спостережуваних величин, на основі значень яких здійснюватиметься ідентифікація системи, що реалізується в класі `ModelVariables`.

На основі агрегації переліку системних змінних в класі `ModelDiffEqua` будується подання правих частин системи диференціальних рівнянь, яка реалізує модель системи з лімітуючими факторами. В свою чергу згаданий клас агрегується в клас `ModelErFun` побудови функції похибки змодельованих величин на спостережених значеннях системних змінних.

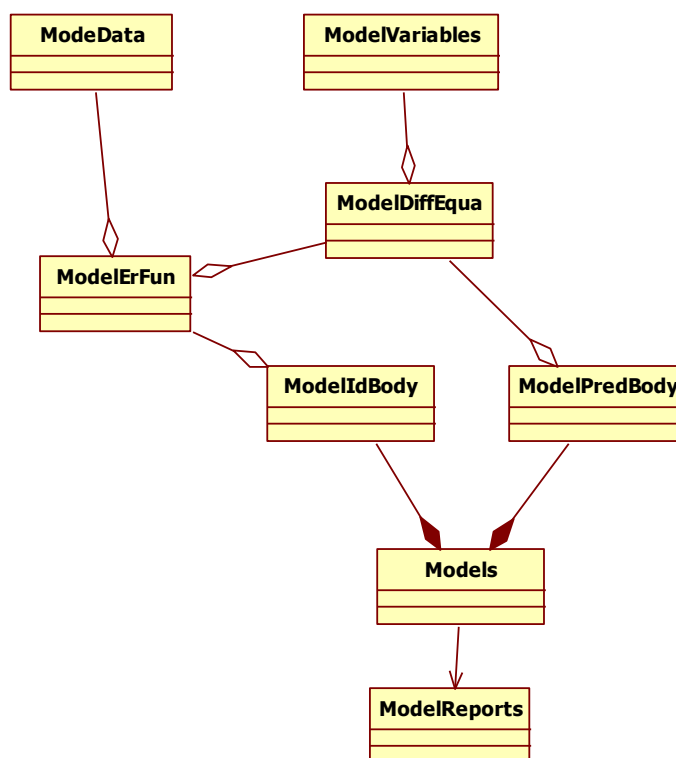


Рис.5.13. Загальна діаграма класів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Тому згаданий клас агрегує в себе також і клас `ModelData` опису структури даних для ідентифікації. Розв'язувати систему диференціальних рівнянь необхідно для прогнозування системних змінних згідно ідентифікованої моделі. Тому клас `ModelDiffEqu` також агрегується в клас `ModelPredBody` опису тексту методу прогнозування.

Одним із найскладніших методів для реалізації кожної моделі є метод її ідентифікації. В даному середовищі підтримка формування такого методу здійснюється класом `ModelIdBody`, який агрегує клас побудови похибок моделі на спостережених даних, а також, опосередковано багато інших класів. Сукупність методів ідентифікації та прогнозування в композиції дозволяють формувати підтримку роботи із моделями середовища, що відображається за допомогою класу загального класу `Models`, структуру якого буде уточнено в ході подальшого викладу. Цей клас наповнює певні структури інформаційних звітів `ModelReports`, деталізація яких буде здійснена пізніше.

Для уточнення введених загальних структур розглянемо діаграми активностей формування ключових методів середовища моделювання, а саме методів ідентифікації та прогнозування.

5.3.2. Структури процесів формування методів ідентифікації та прогнозування в середовищі моделювання

Діаграма активності методу ідентифікації подана на рис. Б.2. На початку формування методу аналізується перелік змінних моделі. На його основі за допомогою формальних правил будуються ідентифікатори лівих частин системи диференціальних рівнянь моделі. Праві частини відповідних диференціальних рівнянь заносяться розробниками та дослідниками за допомогою спеціальної форми, що дає можливість перегляду правих частин типової моделі для формування класу моделей або подібної до типової моделі при формуванні останньої.

Повнота заповнення структури правих частин контролюється формально і лише після завершення її формування з'являється можливість формування

функції похибок ідентифікації, яка будується на основі структури даних моделі та переліку її змінних. При завершенні цього процесу формуються основні підпрограми методу ідентифікації моделей. Якщо після цього виявиться необхідним змінити загальну структуру самого тіла методу, то ця можливість надається за допомогою класу `ModelIdBody`, як було описано вище.

Перейдемо до аналізу діаграми активності формування методу прогнозування в середовищі моделювання систем з лімітуючими факторами, що подана на рисунку

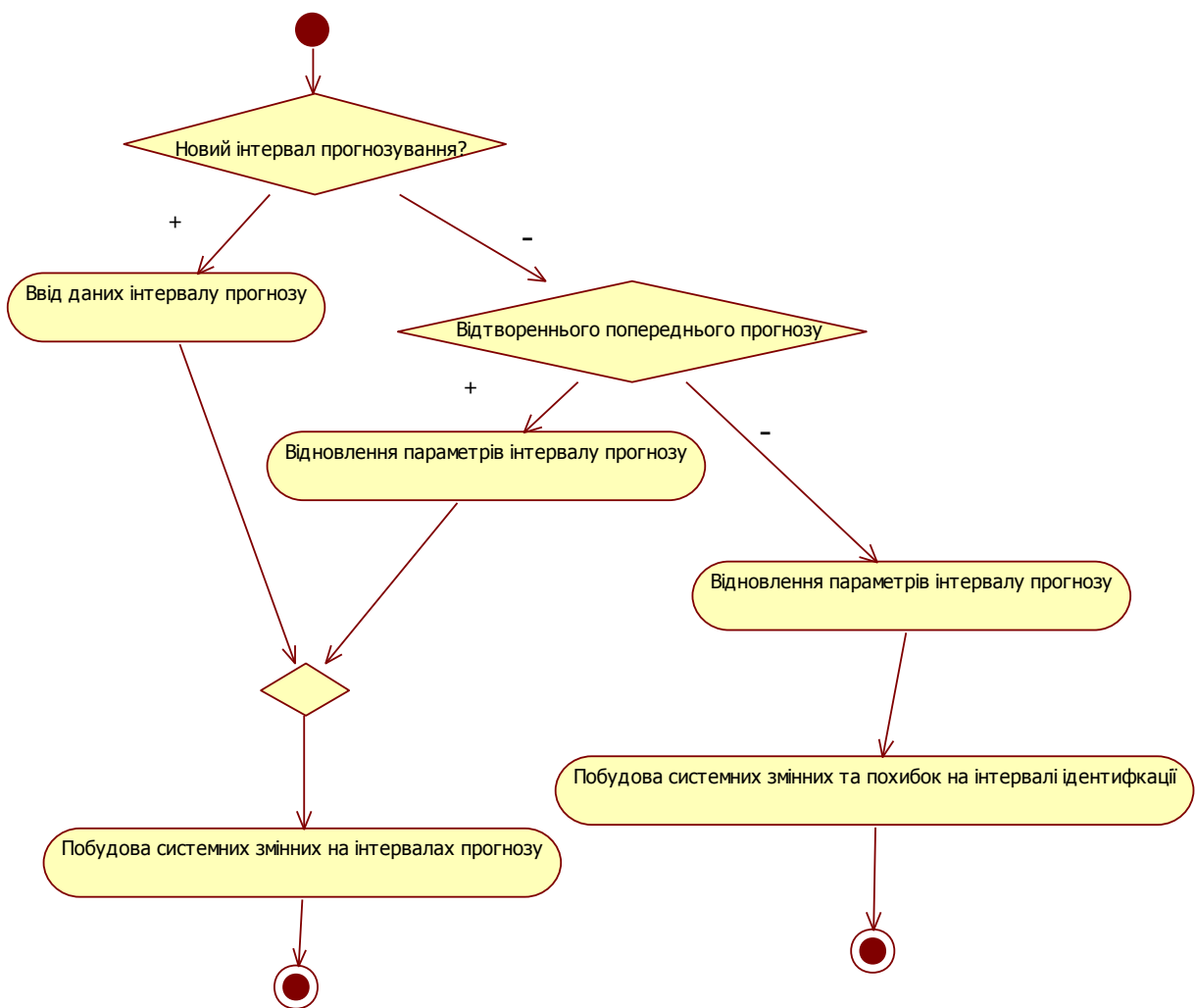


Рис.5.14. Діаграма активності формування методу прогнозування в середовищі моделювання систем з лімітуючими факторами

Метод прогнозування виконує кілька основних функцій. По-перше, він будує значення системних змінних ідентифікованої моделі на часовому

інтервалі, який раніше ще не досліджувався. По-друге, він може будуватися для раніше визначеного часового інтервалу, коли параметри моделі зазнали додаткового уточнення за рахунок задання інших значень параметрів методу ідентифікації. По-третє, він може використовуватися для відновлення результатів ідентифікації без повномасштабної реалізації методу ідентифікації. Виділення згаданих варіантів використання методу дозволяє зменшити затрати на повторний ввід вже раз введених параметрів а також будувати функції похибок при відновленні результатів експерименту з ідентифікації.

5.3.3. Взаємозв'язок основних класів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Аналіз діаграм активності основних методів, які формує середовище моделювання дозволяє уточнити його загальну діаграму класів. Це уточнення подано на рис. Б.3. Розглянемо його докладніше. Спрощення побудови методів ідентифікації та прогнозування за допомогою середовища ідентифікації досягається на основі використання та модифікації близьких методів. Для виходу на такі методи використовується клас опису реалізованих моделей `ModelsClassDescriptions`. В ньому встановлюється тип та клас вибраної моделі. Нульовому класу відповідають типові моделі системи.

Вибір потрібної системи здійснюється за її описом. Змінні моделі описуються своїми іменами та ідентифікаторами в класі `ModelVariables`. За цими ідентифікаторами в класі `ModelData` визначаються змінні, спостережені значення яких будуть використовуватися для ідентифікації моделей системи. Основні підпрограми, що використовуються в методах ідентифікації та прогнозування моделі, зберігаються в класах пооператорно. Зокрема в класі `ModelDiffEqua` зберігаються оператори підпрограми формування значень правих частин системи диференціальних рівнянь моделі, а в класі `ModelErrFun` зберігаються оператори підпрограми формування значень похибки змінних моделі відносно спостережених значень.

В клас `ModelDiffEqua` компонується клас `ModelsParamList`, який містить назви та ідентифікатори параметрів моделі системи, які будуть ідентифікуватися. Основні методи моделей також зберігаються пооператорно. Зокрема в класі `ModelIdBody` зберігаються методи ідентифікації моделей, а в класі `ModelPredBody` зберігаються методи прогнозування за ідентифікованими моделями. Переліки параметрів реалізації цих методів зберігаються в класах `IdMethParams` та `PredMethParams` відповідно.

Після вибору та необхідних модифікацій програмного забезпечення моделі переходять до її ідентифікації та використання. Кожна ідентифікація базується на відповідних експериментальних даних, які зберігаються в класі `ExperData` відповідно до переліку даних, який задано в класі `ModelClassData`. Для підтримки процедури ідентифікації необхідно задати значення параметрів методу ідентифікації, значення яких зберігаються в класі `ExperIdParams` відповідно до списку параметрів, визначеному в класі `IdMethParams`. Останні два класи компонуються в клас опису конкретних моделей `ModelDescr`, де визначається унікальний ідентифікатор кожної моделі. Ідентифіковані параметри моделей зберігаються в класі `ModelParams`, параметри методів прогнозування за ідентифікованою моделлю зберігаються в класі `IdMethParams`, а загальні результати моделювання зберігаються в класі `ExperReports`. Ці результати включають максимальні похибки ідентифікації по кожній із спостережених змінних моделі.

5.3.4. Взаємозв'язок основних модулів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Описані класи створюють інструментальну базу для розробки моделей систем із лімітуючими факторами. При реалізації моделей а також методів ідентифікації та прогнозування на їх основі для практично важливих задач за допомогою класів формуються укрупнені програмні одиниці – модулі. Вони підтримують процеси опису та ідентифікації розроблених моделей систем із

лімітуючими факторами а також прогнозування на основі ідентифікованих моделей. Схема взаємодії основних модулів середовища наведена на рисунку

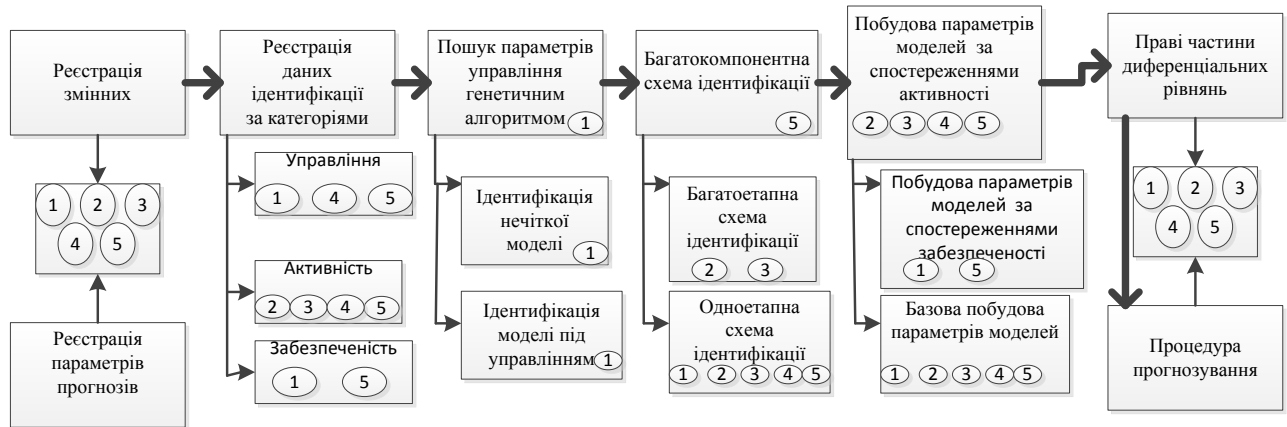


Рис.5.15. Діаграма взаємодії основних модулів середовища моделювання систем із лімітуючими факторами

Діаграма подає реалізацію розроблених методів за допомогою сукупності модулів, які роздільно реалізують загальні схеми та конкретні особливості методів ідентифікації окремих моделей. В цьому випадку загальні схеми методів є спільними для моделей із подібними структурами, що підвищує кратність їх використання та економить зусилля на реалізацію. На діаграмі цифрами в колах позначено моделі, які реалізуються за допомогою відповідного модуля. А саме використано наступні позначення: 1 – модель хіміко-технологічного процесу броварного бродіння, 2 – модель успішності в навчальних системах, 3 – модель відвідуваності Веб-сайту, 4 – модель процесів реабілітації після серцево-судинних захворювань, 5 – модель добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет.

В ході програмної реалізації методів ідентифікації систем із лімітуючими факторами, описаних в даній роботі, сформовано певний технологічний ланцюжок від реєстрації змінних моделі до процедури прогнозування згідно ідентифікованої моделі, який подано в верхній частині діаграми та виділено за допомогою збільшених стрілок. Функціонально подібні модулі поєднані за допомогою менших стрілок за принципом конкретизації реалізованих функцій.

Модулі реалізовано таким чином, що вони допускають багатократне використання. Кратності використання модулів наведені в таблиці

Таблиця 5.1
Кратності використання основних модулів системи

N	Назва модуля	Кратність
1	Реєстрація змінних	1
2	Реєстрація даних ідентифікації	1
3	Пошук параметрів управління за допомогою генетичного алгоритму	1
4	Ідентифікація нечіткої моделі	1
5	Ідентифікації моделі, яка допускає управління	1
6	Багатокомпонентна схема ідентифікації	1
7	Багатоетапна схема ідентифікації	2
8	Одноетапна схема ідентифікації	5
9	Побудова параметрів моделі за спостереженнями активності	4
10	Побудова параметрів моделі за спостереженнями забезпеченості	2
11	Базова побудова параметрів моделі	5
12	Праві частини диференціальних рівнянь	1
13	Реєстрація параметрів прогнозів	1
14	Процедура прогнозування	1
	Середнє значення	1.93

Як видно із таблиці середня кратність використання основних модулів середовища близька до двох. В ході включення в середовище нових моделей ця кратність може зростати, зокрема при повторному використанні модулів із пошуку параметрів управління процесами та застосуванням нечітких моделей. Таким чином спроектоване програмне забезпечення формує підтримку процесів формування та ідентифікації моделей систем з лімітуючими факторами а також побудову прогнозів на їх основі.

В наступному розділі напрацьовані методи ідентифікації та програмні засоби їх реалізації и будуть застосовані для моделювання в різних прикладних задачах.

Висновки до розділу 5

1. За допомогою діаграм активностей базових процесів середовища моделювання систем із лімітуючими факторами побудовано діаграму варіантів використання згаданого середовища, що дало змогу сформувати

вимоги до програмного продукту, який спрощує процес розробки програмних реалізацій математичних моделей систем із лімітуючими факторами в різних предметних областях.

2. За допомогою діаграм послідовностей, що реалізують варіанти використання програмного середовища моделювання систем із лімітуючими факторами формалізовано основні процеси середовища моделювання для спрощення розробки програмної реалізації моделей.
3. За допомогою діаграми класів спроектовано взаємозв'язок класів програмного середовища моделювання систем з лімітуючим фактором. Це дозволило спроектувати інформаційні ресурси програмного середовища та забезпечило акумуляцію набутого досвіду розробки програмних засобів моделювання.
4. За допомогою схеми взаємозв'язку основних модулів середовища подано його основні реалізовані функціональні можливості середовища та проаналізовано кратність використання розроблених програмних модулів.

РОЗДІЛ 6. ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ ІЗ ЛІМІТУЮЧИМИ ФАКТОРАМИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Розроблені узагальнені моделі та методи їх іденфікації застосовано для проведення досліджень в окремих прикладних галузях. Узагальнені моделі забезпечили моделювання на спільній теоретичній основі, мінімізуючи кількість самих моделей. Методи іденфікації для побудованих моделей розроблено на основі узагальненого методу іденфікації моделей систем із лімітуючими факторам та його модифікацій. Це забезпечило підвищення точності моделювання.

6.1. Моделі динаміки реабілітації пацієнтів в кардіологічних системах

Розроблено єдину модель динаміки реабілітації пацієнтів для всього періоду реабілітації а також метод її іденфікації, як модифікацію узагальненого методу. Експериментальні дослідження підтвердили підвищенн точності моделювання.

6.1.1. Шляхи підвищення ефективності моделей динаміки реабілітації пацієнтів в кардіологічних системах

В роботах [17-20] розроблено новий підхід до моделювання процесів реабілітації хворих на серцево-судинні захворювання. Моделюються основні характеристики серцево-судинної системи, які контролюються підчас процесу реабілітації, тобто частота серцевих скорочень та верхній артеріальний тиск.

Метою процесу реабілітації вважається пристосування серцево-судинної системи організму до нормального функціонування в соціальному середовищі із застосуванням дозованої фізичної активності. Процес реабілітації розбивають на два етапи. На першому етапі, який починається на останній стадії медикаментозного періоду лікування навіть нормальна фізична активність хворого може становити небезпеку для здоров'я та життя пацієнта. Визначальним параметром такої активності є її тривалість. При правильному дозуванні тривалості фізичних навантажень в цей період організм перестає

відчувати втому під час тривалих неінтенсивних навантажень. Тоді організм тренують та контролюють рівень реабілітації за допомогою інтенсивних фізичних навантажень, не допускаючи надмірного зростання значень пульсу та тиску. Це становить зміст другого етапу реабілітації.

Емпіричні планування програми реабілітації містять ризики виходу за допустимі межі навантажень конкретного організму. Для підвищення точності прогнозування реакції організму на фізичні навантаження в даному підході запропоновано створити систему прогнозування впливу фізичних навантажень на серцево-судинну систему організму в процесі реабілітації, подану на рисунку

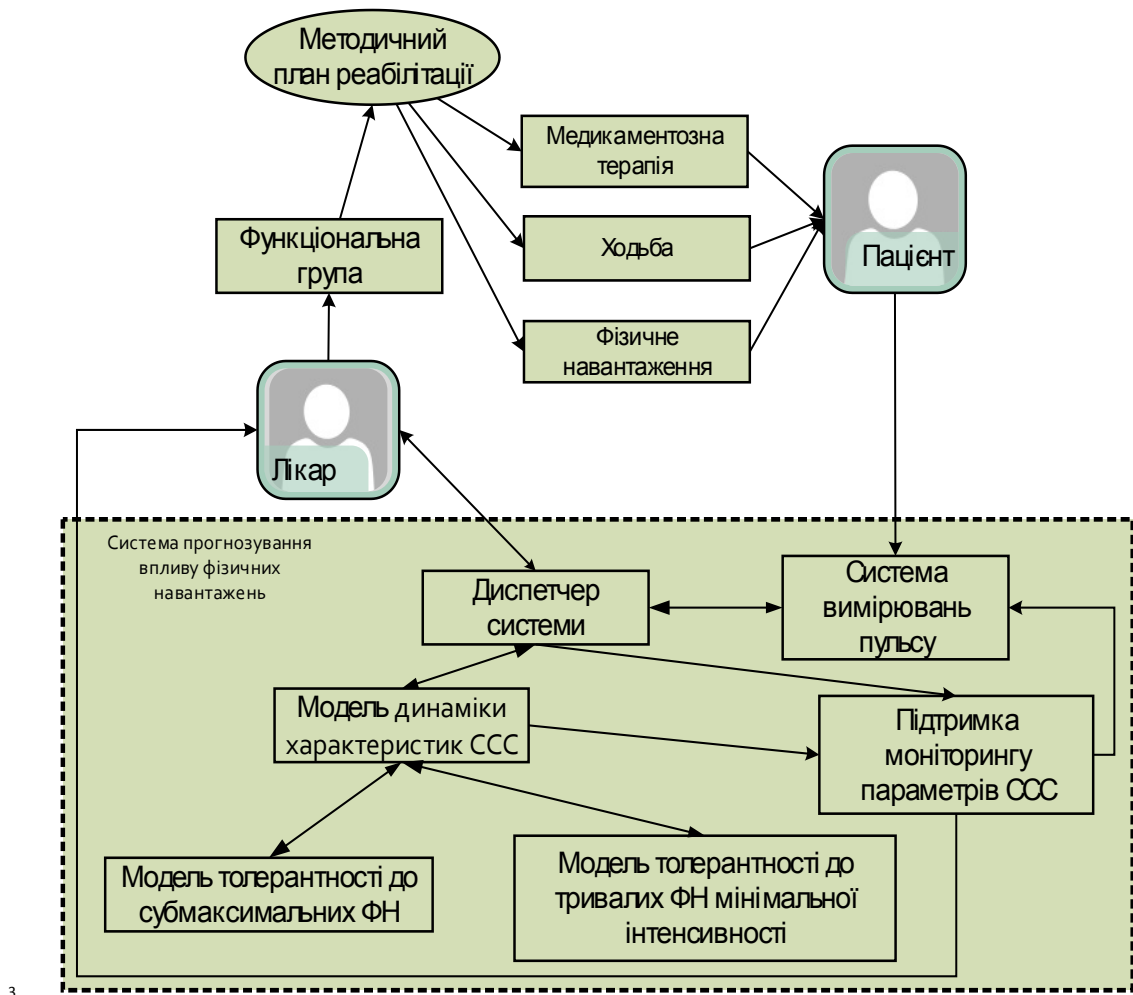


Рис.6.1. Схема системи формування програми реабілітації із використанням математичних моделей

Дана система включає підсистеми вимірювання пульсу та тиску та підтримки моніторингу параметрів серцево-судинної системи. Однак її центральним елементом є модель динаміки характеристик серцево-судинної системи. Ця зовні монолітна модель включає дві підмоделі: модель толерантності до тривалих фізичних навантажень мінімальної інтенсивності або модель толерантності до субмаксимальних фізичних навантажень. Кожна із моделей має своє особливе подання та використовується на першому або другому етапі реабілітації. Для кожної із моделей передбачено відповідний метод ідентифікації, за допомогою яких моделі налаштовуються на особливості організмів пацієнтів.

За допомогою числових експериментів із моделями лікар може вибрати найкращі за інтенсивністю програми реабілітації для пацієнтів, не піддаючи їх ризику перевантаження або недотренованості. В процесі реабілітації реакція організму на навантаження однакової інтенсивності значно міняється. З метою зменшення частоти повторних ідентифікацій моделей передбачений метод прогнозування зміни параметру моделей під час проведення реабілітації. Особливості впливу процесу реабілітації на організми пацієнтів виявляються на основі спостережень за динамікою параметрів моделей на початках етапів.

Ефективність даного підходу можна підвищити за рахунок спрощення та уніфікації використовуваних моделей, зведення їх до єдиної, яка ідентифікується єдиним методом. Це спростить розуміння процесів, які відбуваються в організмі під час проходження реабілітаційних заходів та спростить застосування математичних моделей в нових складніших ситуаціях. Для розробленого методу доцільно в'яснити порядок його похибки на розв'язанні модельних задач, що дозволить в похибці ідентифікації моделі на реальних спостереженнях оцінити порядок похибки самої моделі.

6.1.2. Моделювання навантаження на серцево-судинну систему хворого під час проходження тесту на ходьбу

Перейдемо до критичного аналізу моделювання реакції організму на фізичні навантаження першого етапу реабілітації а також до аналізу ефективності застосування альтернативної моделі. Для цього етапу основним видом навантаження та контролю за ходом реабілітації є ходьба в контрольованому пацієнтом темпі. Для початкового періоду реабілітації навіть таке незначне навантаження приводить до помітного росту характеристик серцево-судинної системи. Для контролю процесу реабілітації в клінічних умовах аналізують значення пульсу та тиску після ходьби тривалістю 3, 6, та 9 хвилин. Моделюються лише зміни h , p пульсу H та тиску P відносно їх базових значень

$$H = H_0 + h, \quad P = P_0 + p. \quad (6.1)$$

Експериментальні дані засвідчили прискорене зростання характеристик серцево-судинної системи із ростом тривалості ходьби пацієнта. Це можна пояснити крайнім ослабленням серцево-судинної системи, для якої в такому стані навіть функціональні навантаження приводять до виснаження.

Аналіз експериментальних даних показує, що такому виснаженню відповідає степеневе зростання приростів характеристик серцево-судинної системи. Оскільки в аналізованій роботі отримання характеристик виснаженості згадується лише побіжно, проведемо його детальніший аналіз. Рух здійснюється за самоконтролем комфортності активності пацієнта, тому при ослабленні серцево-судинної системи він не може бути рівномірним. Це знаходить прояв при фіксації віддалей, пройдених пацієнтами за рівні проміжки часу. Типові графіки таких віддалей подані на рисунку

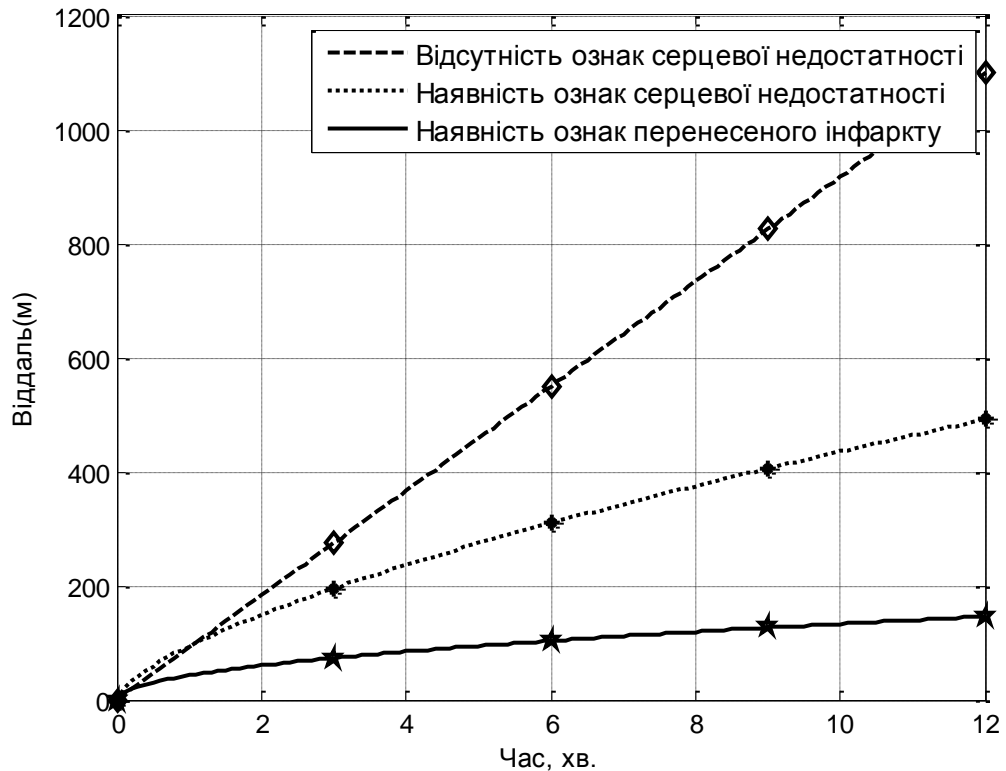


Рис. 6.2. Віддалі пройдені пацієнтами при комфортному темпі ходьби на різних стадіях реабілітації.

На рисунку наведені типові графіки пройдених віддалей на ранніх (нижній графік) та пізнішій (середній графік) стадіях першого етапу реабілітації. Також для порівняння наведено графік пацієнта без прихованих або явних ознак серцевої недостатності (верхній графік). В якості критерію відсутності ознак серцевої недостатності прийнято середню швидкість 5.5 км/год або 550 метрів за 6 хвилин тесту, яка наводиться в дослідженні О.В.Ткаченко, С.В. Серик [92].

Якщо в процесі тестування за 6 хвилин пацієнт проходить більше $S_6^0 = 550$ метрів, то він вважається адаптованим до тривалих неінтенсивних навантажень на серцево-судинну систему і надалі контролюється лише на витривалість до субмаксимальних навантажень. Як показали спостереження залежність пройденого шляху від затраченого часу під час тесту добре наближається степеневою функцією виду:

$$S(\alpha_1, \alpha_2, t) = \alpha_1 t^{\alpha_2} . \quad (6.2)$$

Природно допустити, що чим менша віддаль проходиться за рівні проміжки часу, тим більше навантаження відчуває серцево-судинна система. Інше природне допущення полягає в тому, що чим більше відстає пацієнт від графіку руху здорової людини, наприклад на 6 хвилинному відрізку, тим значніше навантаження відчуває серцево-судинна система. Об'єднуючи наведені допущення, приходимо до наступного подання навантаження на серцево-судинну систему хворого під час проходження тесту на ходьбу:

$$L(\alpha_1, \alpha_2, t) = \begin{cases} N(S_6^0 - S(\alpha_1, \alpha_2, 6))t^{1/\alpha_2} & \alpha_2 \neq 0, \\ N(S_6^0 - S(\alpha_1, 0, 6))t & \alpha_2 = 0, \end{cases} \quad (6.3)$$

де N деякий нормуючий множник для приведення навантаження до величин співвимірних із навантаженнями, що фіксуються на велоергометрі при дослідженні толерантності до субмаксимальних навантажень. В даному дослідженні використане значення нормуючого множника $N \approx 0.002$.

6.1.3. Модель динаміки характеристик серцево-судинної системи під час проходження тестів ходьби

На рис. 6.3 наводяться графіки навантажень, побудованих на основі подання (6.3) для віддалей, пройдених під час виконання тестів на ходьбу, які були відображені на рис. 6.2.

В дослідженні [20] відзначається, що зміна характеристик серцево-судинної системи визначається змінами суттєвих навантажень на систему. Після зняття навантаження характеристики серцево-судинної системи швидко відновлюють свої базові значення. Таким чином процес тестування активного середовища серцево-судинної системи розбивається на дві стадії. На першій стадії діють певні фізичні навантаження, а на другій стадії при відсутності навантажень відновлюється базовий рівень функціонування серцево-судинної системи.

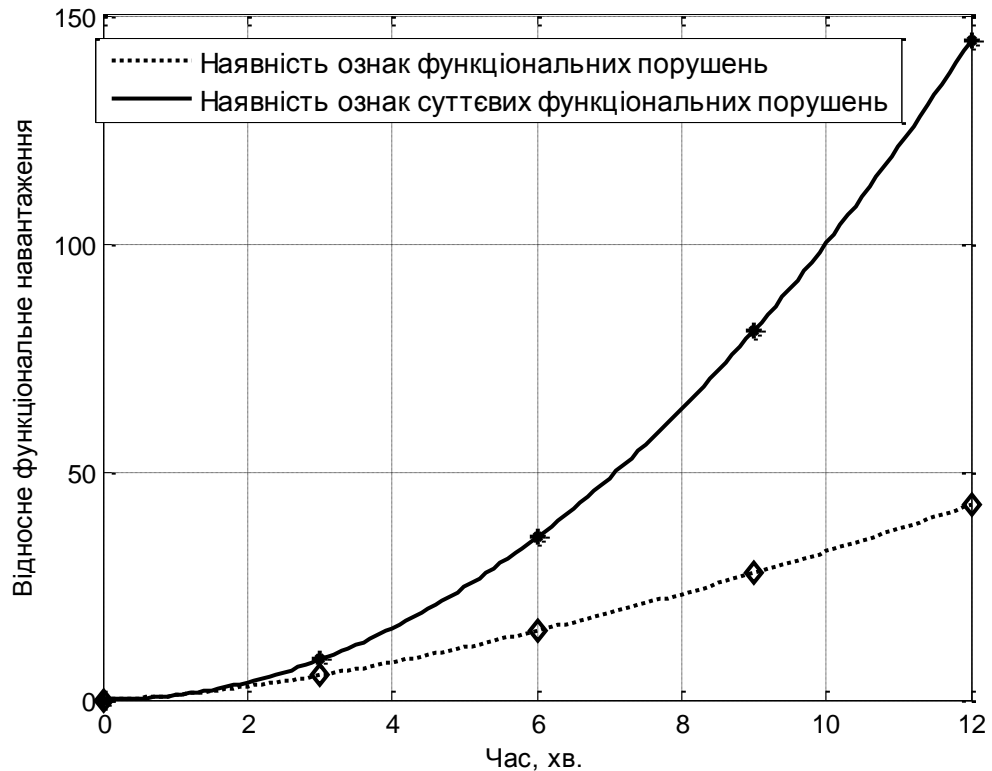


Рис. 6.3. Відносні навантаження побудовані на основі тестів на ходьбу

Відповідно праві частини диференціальних рівнянь для моделювання динаміки характеристик системи містять два доданки – по одному для кожної стадії. Перший доданок містить похідну від обсягу прикладеного навантаження, помножену на стабілізуючий множник, поданий функцією Моно. Роль цього множника, на наш погляд, необґрунтовано приписується крайньому виснаженню організму, який нібито при виконанні тестів ходьби функціонує на межі власних можливостей.

Це не виглядає достовірним аргументом, оскільки пацієнт сам регулює темп ходьби із вимогою підтримки комфортного самопочуття. Як експериментально підтверджено в підрозд. 4.2 даної роботи роль стабілізуючого множника на основі функції Моно зводиться до моделювання низької чутливості серцево-судинної системи до невисоких навантажень. Такий множник повинен використовуватися, як при моделюванні тестів ходьби на першому етапі реабілітації, так і при моделюванні реакції системи на субмаксимальні навантаження. Тому перші доданки в правих частинах

диференціальних рівнянь, що описують тести ходьби в досліджуваному та пропонованому підходах формально співпадають, хоча і допускають різну інтерпретацію.

Достатньо подібною є структура і другого доданку в правій частині диференціальних рівнянь, пропонованих в даній роботі та аналізованому дослідженні. Вони містять перемикачі, які активізують механізми балансування характеристик серцево-судинної системи після зняття навантаження. Оскільки сам пацієнт контролює комфортність активного середовища організму, уникаючи помітних зусиль, то цей перемикач достатньо плавний і будується на основі функції Моно. Швидкість балансування характеристик зростає в залежності від рівня балансування системи. В аналізованому дослідженні використовується степенева функція розбалансування системи, а в даній роботі стверджується, що цілком достатнім є використання лінійної функції амплітуди розбалансування. Проте в аналізованому дослідженні використовується спрощена функція Моно із одиничним значенням її параметра, а в пропонованому підході – функція Моно із параметром, який одночасно є і параметром моделі.

В рамках прийнятих в даній роботі позначень, модель динаміки характеристик серцево-судинної системи під час проходження тестів ходьби представлялася в попередніх роботах наступним чином:

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \bar{p}_1 \frac{d}{dt} [B(L(t))] M_1(1, L(t)) - \bar{p}_2 (1 - M_1(1, L(t))) (\vec{X}(t))^{\bar{p}_3}, \quad (6.4)$$

$$\vec{X}(t_0) = \vec{X}_0,$$

де $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} h(t) \\ p(t) \end{pmatrix}$.

Для моделювання цього ж процесу в даній роботі на основі моделі зовнішнього лімітуючого фактора, описаної в підрозд. 4.2, будується наступне диференціальне рівняння:

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \bar{p}_1 \frac{d}{dt} [B(L(t))] M_1(\bar{p}_3, L(t)) - \bar{p}_2 (1 - M_1(\bar{p}_3, L(t))) \vec{X}(t), \quad (6.5)$$

$$\vec{X}(t_0) = \vec{X}_0.$$

6.1.4. Експериментальне дослідження ефективності моделей характеристик серцево-судинної системи під час проходження тестів ходьби

Ідентифікована модель може використовуватися для прогнозування реакції організму на протязі певного періоду, до моменту суттєвого покращення самопочуття пацієнта, коли потрібно буде проводити нову ідентифікацію. В аналізованому дослідженні розглядається ідентифікація моделей реакції одного і того ж пацієнта на різних стадіях періоду реабілітації а також прогнозування реакції на наступній стадії на основі моделі, ідентифікованої на попередній стадії. Перевіримо застосовність запропонованої моделі для такого роду досліджень.

В аналізованому дослідженні наводяться спостереження значень пульсу та тиску, отримані при виконанні тесту ходьби деякого пацієнта, для чотирьох моментів часу початкового періоду реабілітації. Вони подані в таблиці

Таблиця 6.1

Рівні значень пульсу (Н1-Н4) та тиску (Р1-Р4), отримані під час тестових неінтенсивних фізичних навантажень

t	Н1	Н2	Н3	Н4	Р1	Р2	Р3	Р4	L1	L2	L3	L4
0	65	64	62	60	120	118	115	110	10	11	12	14
3	68	69	70	66	122	125	120	117	30	31	32	35
6	75	76	80	68	127	130	128	120	63	65	68	72
9	85	92	90	80	140	138	135	125	120	122	124	127
12	64	65	72	64	118	121	120	112	0	0	0	0
15	60	62	70	60	120	117	116	110	0	0	0	0
18	58	62	64	58	120	120	110	111	0	0	0	0
21	59	60	63	59	120	119	109	110	0	0	0	0

Проведемо порівняння ефективності моделювання попередньо сформованим (аналізованим) та запропонованим підходами. Для першого набору спостережень в попередній роботі наводяться графіки змінних ідентифікованої моделі. Зокрема на рис. 6.4 наведений графік моделювання частоти серцевих скорочень, а на рис. 6.5 – верхнього артеріального тиску.

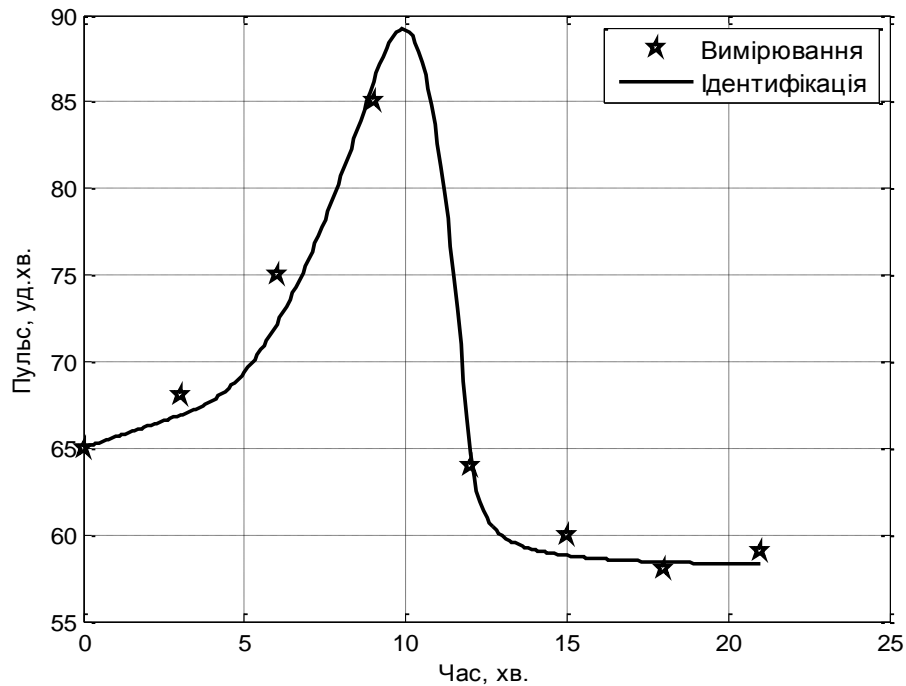


Рис. 6.4. Наближення значень пульсу першого експерименту за допомогою моделі (6.4), наведеної в попередніх роботах

На даних спостереженнях отримано порівняно невисокі максимальні похибки на рівні 3.7% для пульсу та 1.6% для тиску. Помітно менша похибка ідентифікації по тиску пояснюється більшою інерційністю даної величини а також більшим впливом на пульс різних сторонніх факторів. На основі даних першого спостереження ідентифікуємо запропоновану модель (6.5) за допомогою запропонованого методу ідентифікації, описаного в підрозд. 4.2. Даний метод передбачає вибір оптимального початкового значення параметра p_3 на деякій рівномірній сітці.

На основі значення параметра p_3 будуються початкові значення параметрів p_1, p_2 , які надалі уточнюються градієнтним методом. Залежність між похибкою моделі для значення пульсу при зміні значень параметра p_3 наведено на рис. 6.6.

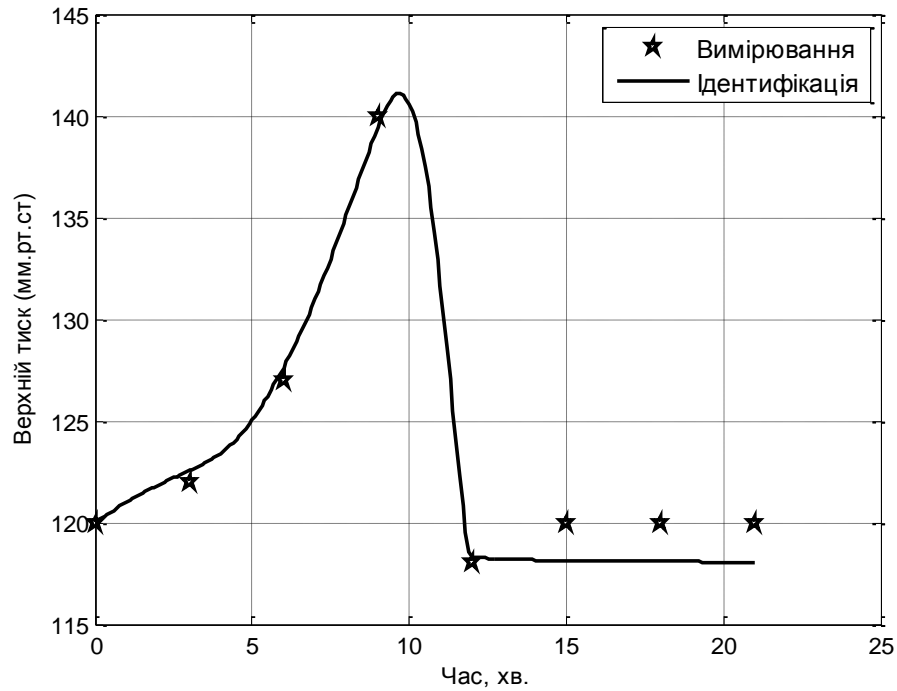


Рис. 6.5. Наближення значень тиску першого експерименту за допомогою моделі (6.4), наведеної в попередніх роботах

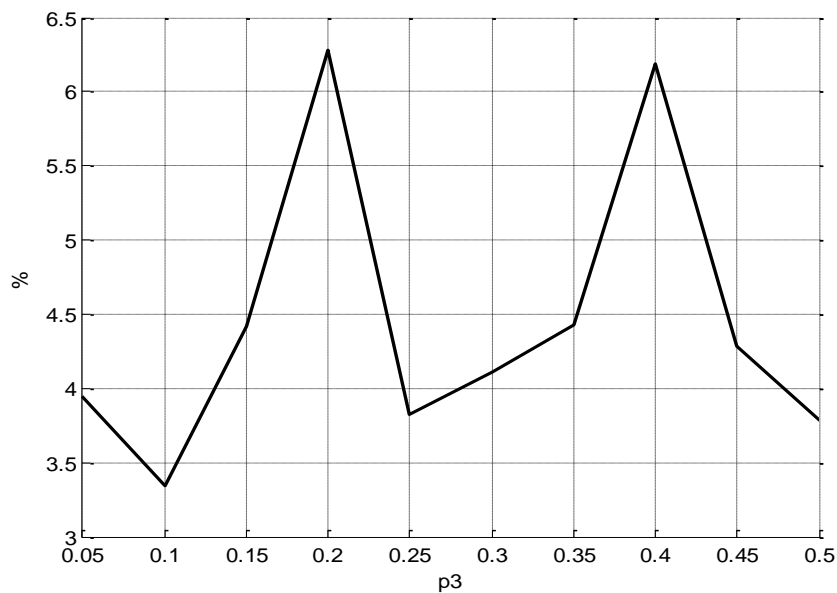


Рис. 6.6. Максимальні відносні похибки значень пульсу першого експерименту для моделі (6.5) при змінах значень параметру p_3

Попередньо, заданням початкових значень параметру p_3 та аналізом відповідності моделі при початкових значеннях параметра підібрано область

значень цього параметра, в якій доцільно проводити уточнення параметрів моделі із використанням сітки значень параметра p_3 . В данному випадку вибрано діапазон $p_3 \in [0.1; 1]$ із отриманням оптимального значення на лівому краю інтервалу. Тому на наступному етапі область пошуку дещо розширена, а крок сітки зменшено вдвічі. Із аналізу графіка на рис. 6.6 видно, що оптимальним початковим значенням параметру p_3 залишається 0.1. Результат моделювання спостережених значень пульсу наведено на рис. 6.7. Максимальна похибка даного наближення склала 3.3%, що дещо менша ніж похибка моделі (6.4).

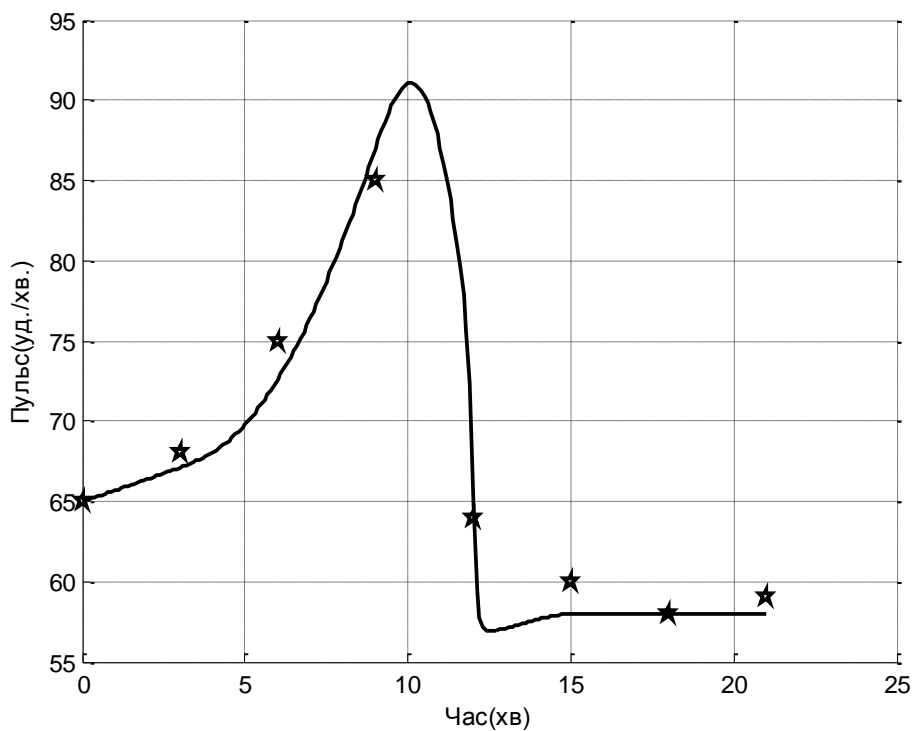


Рис. 6.7. Наближення значень пульсу першого експерименту за допомогою моделі (6.5), наведеної в попередніх роботах

Для моделі тиску за даними аналізованого експерименту в результаті попередніх досліджень вибрано дещо іншу сітку, яка разом із максимальними похибками ідентифікації наведена на рис. 6.8. Із графіка видно, що найкращим значенням параметру p_3 на даній сітці служить величина 0.5.

Результат моделювання спостережених значень тиску наведено на рис. 6.9. Максимальна похибка даного наближення склала 1.7%, що відповідає рівню похибки моделі (6.4).

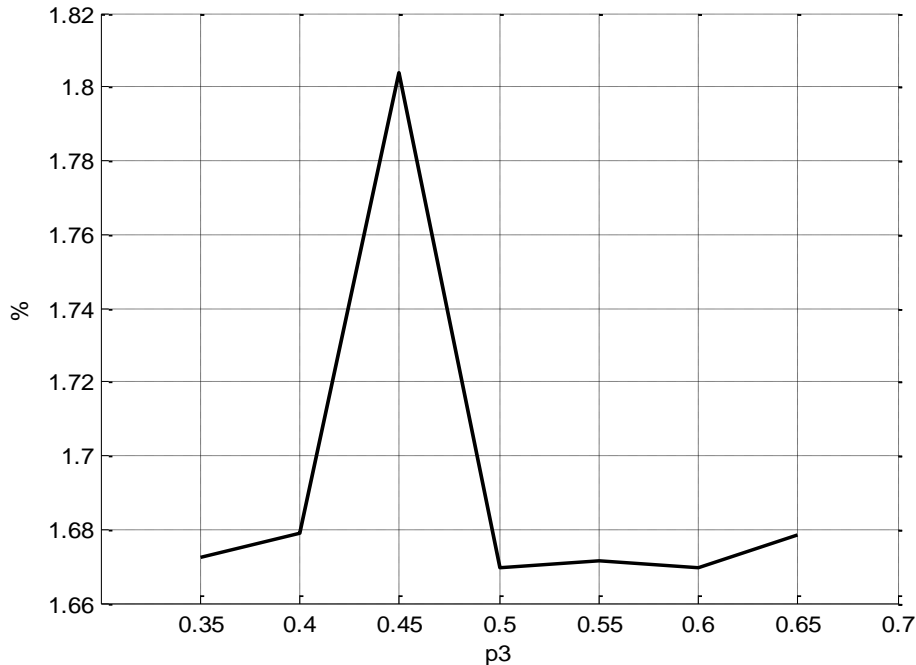


Рис. 6.8. Максимальні відносні похибки значень тиску першого експерименту для моделі (6.5), розробленої в даному дослідженні, при змінах значень параметру p_3

Аналогічні дослідження проведені за даними на інших стадіях даного періоду реабілітації. Охарактеризуємо загальні результати ідентифікації рівнями максимальних похибок на даних, що використовувалися в цій процедурі. Порівняємо відповідні похибки із похибками пропонувананих моделей за допомогою табл. В.1. Аналіз таблиці показує перевагу пропонованої моделі, як за критеріями максимальних, так і середніх значень похибок по сукупності експериментів. Ця перевага коливається в межах 1%, що достатньо суттєво враховуючи невисокий загальний рівень похибки.

В наступній серії експериментів зроблено перевірку наскільки точним буде прогноз моделі, ідентифікованої на попередній стадії. Результати таких прогнозів для пульсу та тиску наведені в табл. В.2 та В.3.

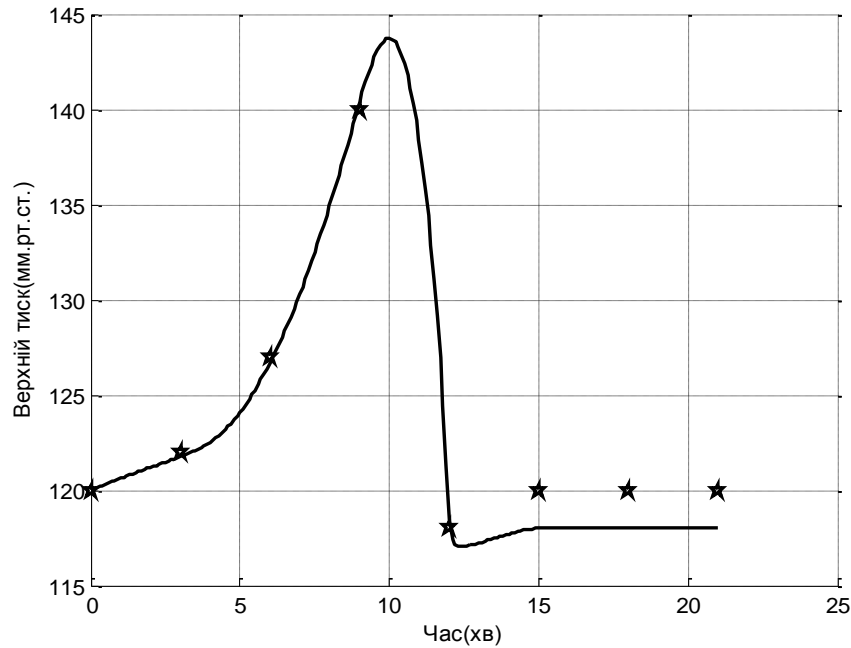


Рис. 6.9. Наближення значень тиску першого експерименту за допомогою моделі (6.5), розробленої в даному дослідженні

Аналіз даних таблиць свідчить про задовільну точність прогнозів, причому максимальні відносні похибки для тиску помітно менші, ніж максимальні похибки прогнозування пульсу. Порівняння точності побудованих прогнозів із прогнозами, побудованими за допомогою моделі із попередніх робіт, проводиться в таблиці

Таблиця 6.2

Максимальні рівні похибок прогнозів за ідентифікованими моделями

Вид моделі	Види похибок	Номери експериментів			Середні похибки	Максимальні похибки
		2	3	4		
Аналізована модель (6.4)	max_Err H, (%)	11,90	10,70	11,11	11,24	11,9
	max_Err P,(%)	2,69	3,93	2,61	3,08	3,93
Пропонована модель (6.5)	max_Err H, (%)	6,02	7,48	10,02	7,84	10,02
	max_Err P,(%)	2,47	3,14	2,43	2,68	3,14

По всіх узагальнених показниках дещо вищу точність демонструє пропонована модель. При цьому похибка для пропонованої моделі зменшується від часток процента до двох відсотків. Моделі неінтенсивних фізичних навантажень можна використовувати для визначення допустимих тривалостей сеансів фізичної активності протягом першого періоду реабілітації.

Така регулярна неінтенсивна активність призводить до поступового відновлення витривалості серцево-судинної системи. Настає момент, коли неінтенсивні, комфортні навантаження перестають чинити серйозний вплив на характеристики згаданої системи. Це сигналізує про завершення першого періоду реабілітації і переходу до застосування субмаксимальних фізичних навантажень, тобто до другого періоду відновлення серцево-судинної системи.

6.1.5. Модель динаміки характеристик серцево-судинної системи під дією субмаксимальних навантажень

Перейдемо до порівняння аналізованого та пропонованого підходів при моделюванні субмаксимальних навантажень. Дані для такого моделювання отримують за допомогою велоергометрії. Велоергометр дозволяє вимірювати потужність зовнішнього навантаження $L(t)$ на пацієнта при прокручуванні ним коліс. В дослідженні [17] стверджується, що у випадку субмаксимальних навантажень приріст характеристик системи лінійно залежить від приросту навантажень на систему. Однак таке слідування лінійній залежності призводить до суттєвого ускладнення другого доданка правої частини диференціального рівняння для зниження рівня похибки даної моделі.

Наведемо подання моделі субмаксимальних навантажень із роботи [17] та представимо її аналог, побудований на основі підходу до моделювання зовнішніх лімітуючи факторів, описаний в підрозд. 4.2. В позначеннях даного дослідження аналізовано модель субмаксимальних навантажень набуває наступного вигляду:

$$\frac{d\bar{X}(t)}{dt} = \bar{p}_1 \frac{d}{dt} [B(L(t))] - \bar{p}_2 (1 - M_1(1, L_\delta(t))) (\bar{X}(t))^{\bar{p}_3}, \quad (6.6)$$

$$\bar{X}(t_0) = \bar{X}_0. \quad (6.7)$$

Для врахування інерційності реакції серцево-судинної системи на зняття субмаксимального навантаження використано δ – розширення функції навантаження, яке будується за наступним правилом:

$$t_r = \arg \min \{L(t) = 0\}, \quad (6.8)$$

$$L_\delta(t) = \begin{cases} L(t) & t < t_r, \\ L(t_r) & t_r \leq t < t_r + \delta, \\ L(t_r) \frac{t - t_r - 2\delta}{t - t_r} & t_r + \delta \leq t \leq t_r + 2\delta, \\ 0 & t > t_r + 2\delta. \end{cases} \quad (6.9)$$

Відзначається, що δ - розширення моделює затримку початку відновлення базових характеристик системи після зняття навантаження на період δ . Далі протягом наступного δ періоду δ – розширення трансформується до нуля за лінійним законом. За межами періоду тривалості 2δ після зняття навантаження δ – розширення повністю дорівнює висхідній функції навантаження.

Такий підхід до моделювання впливу субекстремального зовнішнього навантаження робить дану модель унікальною, ускладнює її та перешкоджає узагальненню досвіду моделювання даних процесів на моделювання процесів подібної природи. Тому, на наш погляд, більш перспективною є модель, побудована для широкого класу процесів із зовнішнім лімітуючим фактором, що наведена в підрозд. (4.1). В умовах даної задачі вона може бути подана у вигляді співвідношення (6.5). В даній моделі враховується низька чутливість системи до незначних навантажень за допомогою стабілізуючого множника.

6.1.6. Експериментальне дослідження ефективності моделей характеристик серцево-судинної системи під дією інтенсивних навантажень

Ефективність запропонованих підходів дослідимо експериментально. В процесі реалізації такого роду досліджень отримано дані велоергометрії при застосуванні навантаження, що рівномірно зростає. Ці дані подані в табл. В.4.

На основі спостережень, наведених в таблиці, ідентифікуємо модель (6.5) за допомогою запропонованого методу ідентифікації. Він передбачає вибір оптимального початкового значення параметра p_3 на деякій рівномірній сітці, на основі якого будуються початкові значення параметрів p_1, p_2 , що надалі уточнюються градієнтним методом.

Залежність між похибкою моделі для значення пульсу при зміні значень параметра p_3 наведена на рис. 6.10. З рисунку видно, що оптимальним початковим значенням параметра p_3 є значення 5. Результат моделювання спостережених значень пульсу наведено на рис. В.1.

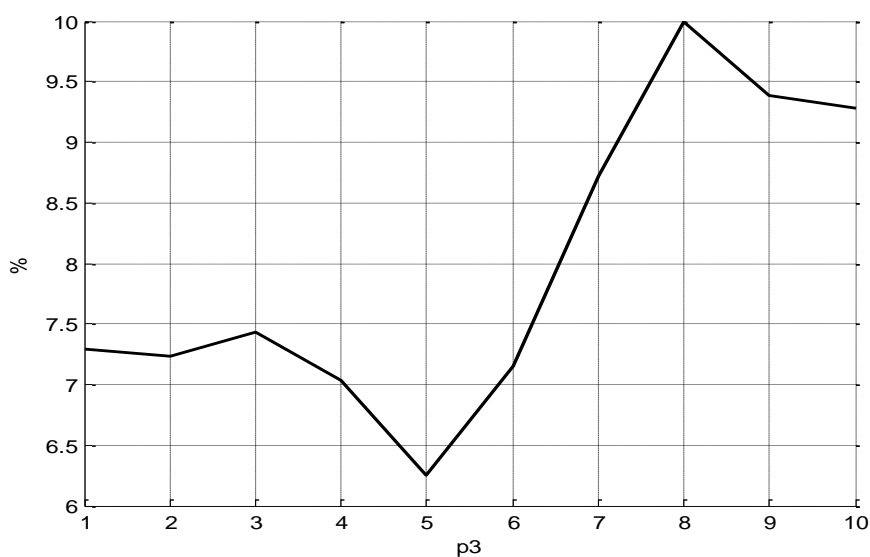


Рис. 6.10. Максимальні відносні похибки моделювання значень пульсу для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження згідно моделі (6.5) при змінах значень параметру p_3

Максимальна похибка наближення склала 6.25%. Залежність між похибкою моделі для значення тиску при зміні значень параметра p_3 наведена на рис. 6.11. В свою чергу результат моделювання спостережених значень тиску наведено на рис. В.2.

Максимальна похибка даного наближення склала 1.17%. Для прогнозування реакції організму на практично важливий тип фізичних навантажень проведено ідентифікацію моделі реакції організму на квазістабільне фізичне навантаження.

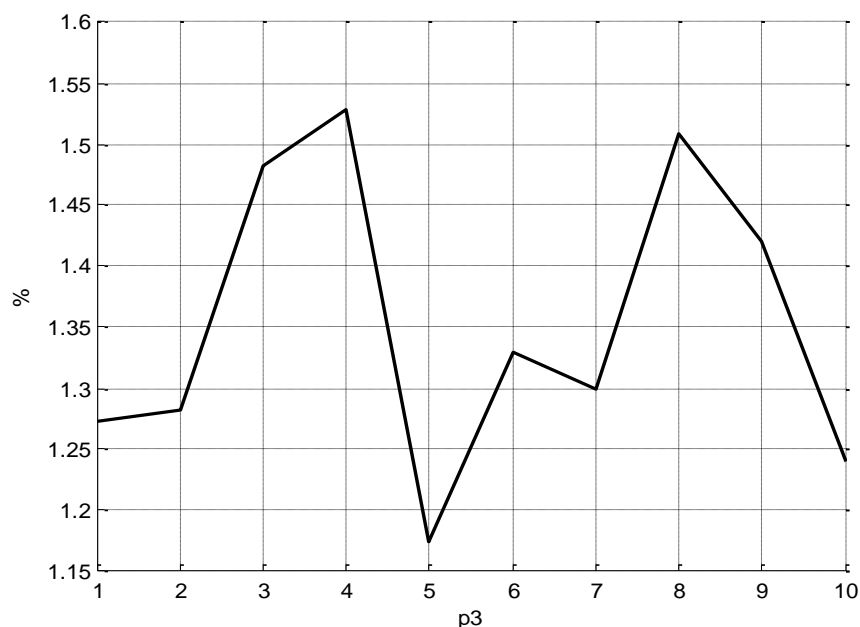


Рис. 6.11. Максимальні відносні похибки моделювання значень пульсу для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження згідно моделі (6.5) при змінах значень параметру p_3

Вхідні дані цієї задачі наведено в табл. В.5. Залежність між похибкою моделі для значення пульсу при зміні значень параметра p_3 наведена на рис. 6.12, а результат моделювання спостережених значень пульсу наведено на рис. В.3.

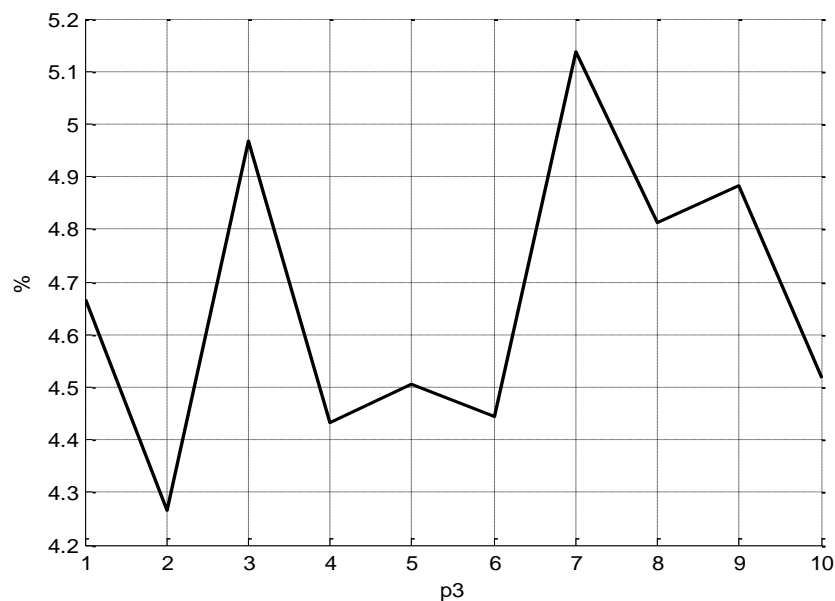


Рис. 6.12. Максимальні відносні похибки моделювання значень пульсу для квазістабільного фізичного навантаження згідно моделі (6.9) при змінах значень параметру p_3

В свою чергу залежність між похибкою моделі для значення тиску при зміні значень параметра p_3 наведена на рис. В.4, а результат моделювання спостережених значень пульсу наведено на рис. В.5. Отримані максимальні похибки пропонованої моделі (6.9) співставлено із максимальними похибками моделі (6.6), описаної в роботі [20], за допомогою табл. 6.3. З аналізу таблиці випливає, що середні значення похибок практично співпадають, а за максимальними похибками пропонована модель допускає менші похибки приблизно на 3%. Отримане уточнення за максимальними похибками свідчить про покращену точність пропонованої моделі.

Отже в результаті проведених досліджень вдалося побудувати єдину модель для процесів неінтенсивних та субмаксимальних навантажень на серцево-судинну систему хворих в період реабілітації. В порівнянні з існуючими вона є простішою та універсальнішою, а також забезпечує зниження відносної похибки (на 2-3%) при розв'язанні практично важливих задач.

Максимальні рівні похибок прогнозів за ідентифікованими моделями

Вид моделі	Види похибок	Види навантажень		Середні похибки	Максимальні Похибки
		лінійне	східчає		
Аналізована модель (6.6)	max_Err Н, (%)	6,02	4,55	5,29	6,02
	max_Err Р, (%)	2,66	9,16	3,93	9,16
Пропонована модель (6.9)	max_Err Н, (%)	6,25	4,27	5,26	6,25
	max_Err Р, (%)	1,17	6,22	3,7	6,22

Після отримання позитивних результатів моделювання процесів реабілітації за допомогою моделі зовнішнього лімітуючого фактора, перейдемо до застосування моделей лімітуючих забезпечуваностей. Першою розглянемо класичну модель бродильних процесів, якій присвячено наступний підрозділ.

6.2.Методи ідентифікації автономних моделей хіміко-технологічних процесів

Розроблено метод ідентифікації моделі стаціонарного ХТП на основі узагальненого методу ідентифікації. Його застосування спростило структуру методу ідентифікації при підвищенні точності ідентифікації.

6.2.1.Задача модифікації процедури побудови початкових значень параметрів автономної моделі хіміко-технологічних процесів із лімітуючим фактором

В роботах [68],[71-73] розроблено метод ідентифікації математичної моделі термодерованих хіміко-технологічних процесів в умовах невизначеності. Ідентифікована модель використовується для синтезу управління технологічними процесами, що забезпечують мінімальні інтенсивності

побічних продуктів та утримання інтенсивності основного продукту в межах заданого допустимого інтервалу. Згадані управління покращують якість кінцевих виробів багатьох періодичних технологічних процесів, зокрема, харчової промисловості.

Метод ґрунтується на моделі нечітких хіміко-технологічних процесів та генетичному алгоритмі синтезу керуючого температурного режиму із врахуванням невизначеності оцінок як основного, так і побічних продуктів. Схема термодерованого хіміко-технологічного процесу в умовах невизначеності наведена на рис. 6.13.

В реактор поміщається початковий обсяг субстрату S_0 та деякої робочої культури X_0 , яку ми називаємо змінною активного середовища хіміко-технічної системи.

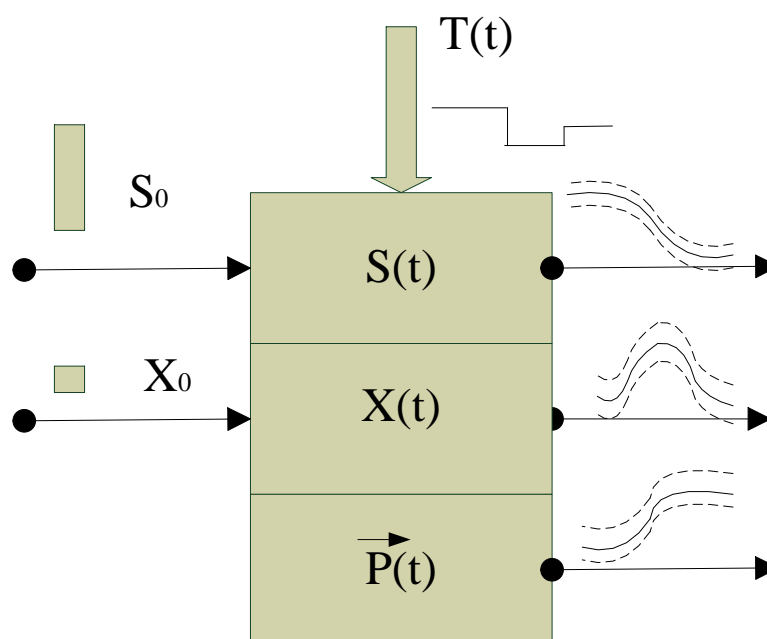


Рис. 6.13. Схема термодерованого хіміко-технологічного процесу в умовах невизначеності

В результаті взаємодії робочої культури та субстрату утворюється деякий

обсяг продуктів $\vec{P} = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_k \end{pmatrix}$. Перший із продуктів вважаємо основним, а решту –

побічними. Обсяг основного продукту повинен міститися в певному діапазоні, а обсяги побічних продуктів – не перевищувати деяких встановлених рівнів. Під час утворення продуктів взаємодії обсяг субстрату зменшується, а концентрація робочої культури зазнає росту із наступним спаданням до нульового значення. Швидкість взаємодії компонентів хіміко-технологічної системи коригується за допомогою температури їх середовища взаємодії.

Моделювання даного процесу ускладнюється нечіткими результатами його перебігу. При одних і тих же початкових умовах а також структурі реагуючих компонентів динаміка перетворень субстрату, змінної активного середовища а також утворення продукту достатньо відрізняються. Цей факт можна пояснити індивідуальними особливостями взаємодії окремих організмів робочої культури. При цьому невизначеність динаміки компонентів системи найвища на початковій стадії процесу і значно знижується перед його завершенням.

Для моделювання невизначеності даного процесу використано апарат трикутних нечітких чисел, функція належності яких в кожен момент часу має трикутну форму і характеризується мінімально допустимим, максимально допустимим та найвірогіднішим значеннями. Відповідно нечіткий процес характеризується трьома траєкторіями: максимальною та мінімальною допустимими а також найвірогіднішою. Кожна із цих траєкторій міняється в залежності від зміни температурного режиму. Нечіткі траєкторії формуються на основі моделювання деякого ансамблю спостережених траєкторій процесу, який при подальших спостереженнях поповнюється. Запропоновано спеціальний алгоритм, який дозволяє за початковими спостереженнями поточного процесу уточнювати його нечітку модель.

Для побудови ансамблю термодерованих моделей траєкторій конкретних реалізацій хіміко-технологічного процесу використовуються моделі автономних хіміко-технологічних процесів, схема яких подана на рис. 6.14. В

даній моделі розглядається лише динаміка субстрату та змінної активного середовища при постійному температурному режимі.

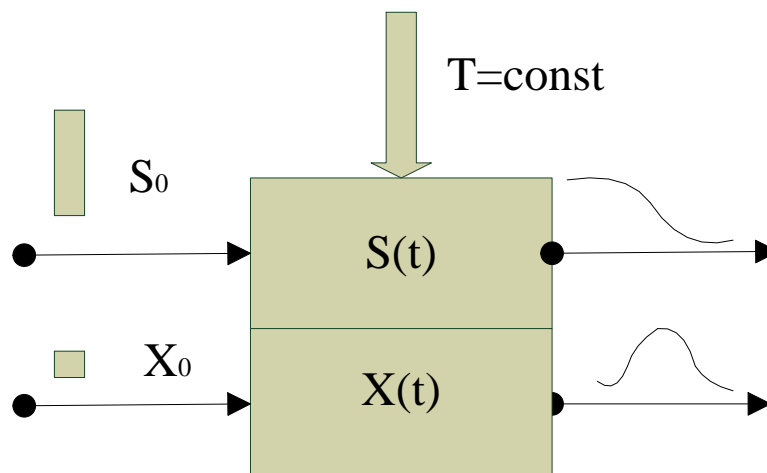


Рис. 6.14. Схема ізотермічного хіміко-технологічного процесу

Після відпрацювання ефективної ідентифікації даних систем, вони використовуються для побудови початкових наближень коефіцієнтів термодермованих моделей. В термодермованих моделях (2.25)-(2.30) стаціонарні коефіцієнти p_i автономних моделей (2.17)-(2.23) замінюють спеціальними функціями $H_i[\alpha, T(t)]$, що описують залежність швидкості хімічних реакцій від температури

$$H_i[\alpha, T(t)] = \exp(C_i - E_i T(t)^{-\alpha}) \quad (6.10)$$

де C_i — це максимальна енергія молекул середовища (субстрату, продуктів, систем мікроорганізмів), E_i — енергія активації, $T(t)$ — температура середовища на момент t в градусах Кельвіна, $\alpha \geq 0$ — стала.

Значення коефіцієнтів енергії активації отримано із літератури. Тоді початкове наближення значень коефіцієнтів функцій Арреніуса обчислюється за формулою

$$C_i = \ln p_i - \frac{E_i}{T^*}, \quad (6.11)$$

де T^* — значення характерної температури реакції, p_i — значення i -того коефіцієнту автономної системи Моно. В результаті числових експериментів встановлено, що в якості характерної температури реакції найкраще вибирати

максимальну температуру. Після отримання достатньо точного наближення динаміки субстрату, динаміка продуктів реакції будується на її основі згідно простих співвідношень, що наводяться в літературі.

Таким чином метод ідентифікації автономної моделі Моно є основою для задачі моделювання нечітких термокерованих хіміко-технологічних процесів. В аналізованих дослідженнях запропоновано використовувати спеціальну процедуру побудови початкових наближень значень параметрів автономної системи, які надалі уточнюються градієнтним методом. При цьому слід враховувати, що в умовах реальних технологічних процесів фіксуються лише значення концентрації субстрату.

Тоді оцінювання невідомих значень коефіцієнтів p_i здійснюємо за допомогою відхилень модельованих $\tilde{S}(t, \vec{p})$ та спостережених S^e значень субстрату

$$Q_3(\vec{p}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2. \quad (6.12)$$

Однак такий функціонал якості оцінки параметрів моделі не враховує прив'язки значень змінної активного середовища до їх реального рівня. Тому попередній функціонал доповнюємо нев'язкою модельованого та очікуваного максимального значення змінної активного середовища:

$$Q_4(\vec{p}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\tilde{S}(t_j, \vec{p}) - S_j^e)^2 + \gamma (\tilde{X}(t_j, \vec{p}) - X_j^*)^2 \quad (6.13)$$

де γ - ступінь важливості досягнення заданого рівня максимуму змінної активного середовища, t_j - точка досягнення максимального значення змінної активного середовища, X_j^* - очікуване максимальне значення змінної активного середовища.

Суть процедури побудови початкових наближень параметрів автономної моделі в аналізованих дослідженнях полягає в побудові різницевих співвідношень для двох диференціальних рівнянь моделі в точках максимальної концентрації змінної активного середовища та в точці її половинної концентрації від максимальної на етапі зростання концентрації. При цьому

висловлені допущення про лінійний характер росту значень змінної активного середовища та зменшення значень концентрації субстрату, досягнення точки максимального значення змінної активного середовища при половинній концентрації субстрату, а також близькості значень параметра p_4 до половинної початкової концентрації субстрату.

Як показано в підрозд. 2.2 для широкого класу процесів із лімітуючими факторами ці допущення далекі від істини. Навіть в аналізованих дослідженнях при досягненні порівняно високої точності розв'язання модельних задач із високими градієнтами змінної активного середовища та субстрату, довелося застосовувати триетапну схему уточнення параметрів моделі: на першому уточнювати значення коефіцієнтів p_1 та p_2 , на другому етапі уточнювати значення коефіцієнтів p_3 і p_4 , а на останньому, третьому етапі — додатково уточнювати значення всіх модельних коефіцієнтів. Такий підхід ускладнює процес ідентифікації та ставить під сумнів його ефективність при значних змінах характеристик досліджуваних хіміко-технологічних процесів.

Таким чином виникає задача створення нової процедури побудови початкових значень параметрів автономної моделі хіміко-технологічних процесів із лімітуючим фактором. Така процедура будується на основі узагальненого методу ідентифікації моделі процесів з лімітуючими компонентами за спостереженнями забезпеченості, описаного в підрозд. 3.1.

6.2.2. Побудова значень параметрів моделі автономного хіміко-технологічного процесу

На відміну від аналізованої процедури значення параметру p_4 не задається апріорно, а вибирається із множини значень деякої рівномірної сітки, в той же час значення параметру p_5 покладається рівним значенню p_4 . Інші три параметри також визначаються із різницевих співвідношень. Однак, на відміну від аналізованої процедури, співвідношення на змінну активного середовища розглядаються не в точці очікуваного досягнення максимального

значення змінної субстрату, а в попередній та наступній точках спостереження. При цьому враховується вплив параметрів p_1 та p_2 на динаміку зростання та спадання змінної активного середовища. В результаті отримуємо систему двох лінійних рівнянь для побудови початкових значень параметрів p_1 та p_2 .

Початкове значення параметру p_3 визначається із різницевої апроксимації другого диференціального рівняння системи в точці очікуваного досягнення максимуму змінної активного середовища. Для побудови вказаних співвідношень необхідно задати декілька апріорних оцінок, які будуються на основі досліджень типових реалізацій відповідного класу хіміко-технологічних процесів. Це очікуване максимальне значення змінної активного середовища, очікувана частка від максимального значення від змінної активного середовища в попередній та наступній точках спостереження а також очікувана частка споживання субстрату в точці максимального значення змінної активного середовища. Детальніше співвідношення цієї процедури викладені в підрозд. 3.1.

6.2.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі хіміко-технологічного процесу

Ефективність запропонованого підходу дослідимо експериментально. В роботі автора [72] розглядаються моделі ізотермічних процесів бродіння при температурах 11°C, 12°C та 16°C. Порівняно невеликі різниці в температурах проведення процесів спричиняють суттєві відмінності в динаміці їх змінної активного середовища. Для всіх вказаних моделей в аналізованих дослідженнях довелося застосовувати багатоетапну оптимізаційну схему. Проведемо ідентифікацію згаданих моделей запропонованим методом та співставимо рівні похибок із аналізованим підходом.

Експерименти розпочнемо із моделювання процесу при температурі 11°C. Для початку підберемо сітку для вибору значень параметра p_4 згідно

попередньо описаного встановлення оптимального рівня значень. Результати оцінки оптимального рівня значень наведені в таблиці

Таблиця 6.4

Вибір оптимального рівня значень параметру p_4 для хіміко-технологічного процесу, що супроводжується температурою 11C°

Рівень вибору параметра	Значення функціоналу Q^4
0	120.00
-1	2.36
-2	204.52

В якості вхідних величин для побудови початкових наближень стали: очікуваний максимальний рівень змінної активного середовища - 2.8, рівень сусідніх спостережень відносно максимального - 0.7, а рівень залишку субстрату при досягненні максимального значення змінної активного середовища - 0.25. У функціоналі якості значення параметру γ вибрано рівним одиниці. Табличні значення однозначно вказують на оптимальний рівень значень параметра p_4 : це рівень порядку -1. Для більшої наочності на рис. Д.1 наведено графік змінної субстрату при оптимальному рівні значень параметра p_4 .

Як бачимо, змінна субстрату наближається достатньо точно. Не випадково в аналізованих дослідженнях початкове значення параметру p_4 вибирали на рівні $0.5S_0$. Щоб продемонструвати вплив рівня значень параметра p_4 на модельовані величини на рис. Д.2, Д.3 наведено графіки змінних активного середовища при зазначених рівнях, оскільки саме вони зазнають найбільших змін. Змінні субстрату міняються значно менше, але достатньо, щоб суттєво міняти функціонал якості, визначаючи оптимальний рівень параметра p_4 .

Встановлений оптимальний рівень значень параметра p_4 послужив основою для побудови сітки його значень

$$w_4 = \{(0.1 + 0.1i)S_0\}_{i=0}^9. \quad (6.14)$$

Надалі лімітуючому параметру p_4 присвоювалися значення вузлів згаданої сітки. За значенням лімітуючого параметра на основі різницевих співвідношень будувалися початкові наближення інших параметрів моделі ХТП, які уточнювалися модифікованим градієнтним методом. Для кожного набору уточнених значень параметрів оцінювалася максимальна відносна похибка моделі відносно експериментальних даних, по яких здійснювалася ідентифікація. Графік таких похибок для аналізованої задачі наведено на рис. 6.15.

Графік демонструє наявність інтервалу збільшених значень похибок а також широкий інтервал із приблизно однаково низьким рівнем похибок. На цій дискретній множині вибирається значення лімітуючого параметру, якому відповідає мінімальна відносна похибка. Набір параметрів моделі, який йому відповідає, визначає ідентифіковані параметри. В умовах цієї задачі встановлене оптимальне початкове значення лімітуючого параметра $p_4 = 0.3S_0 = 33$. На його основі встановлено наступні значення параметрів моделі $p_1 = 1.2221$, $p_2 = 0.3319$, $p_3 = 27.7041$, $p_4 = 52.8659$ при її максимальній відносній похибці 0.3% на даних здійснення ідентифікації.

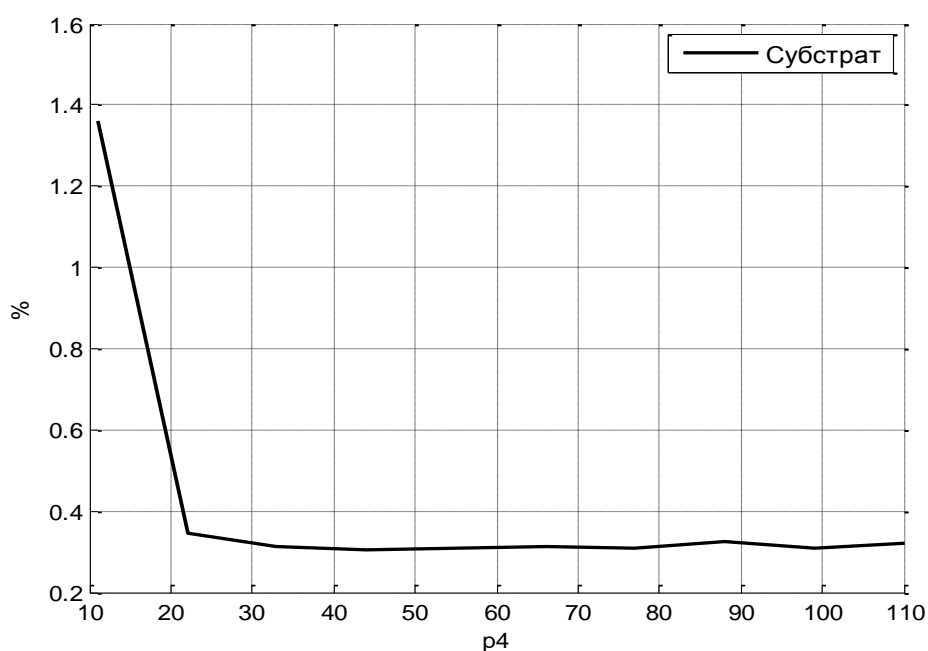


Рис. 6.15. Максимальні відносні похибки моделювання змінної субстрату для ХТП із температурою 11C° для різних початкових значень параметру p_4

Графік модельованої концентрації субстрату наведено на рисунку

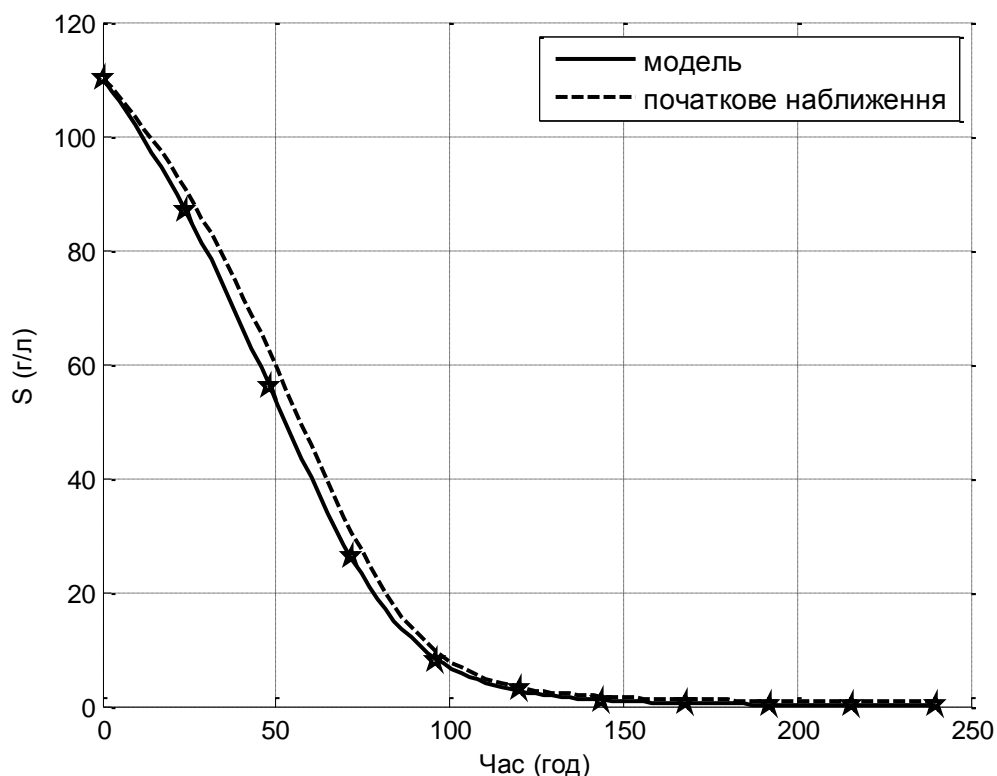


Рис. 6.16. Модельована концентрація субстрату та її початкове наближення для ХТП, що відбувається при температурі 11C°

Спостережені концентрації субстрату позначено зірочками. Помітно достатньо добре наближення змінної субстрату на основі початкових значень параметрів. Далеко не таке хороше наближення на основі початкових значень параметрів досягається для змінної активного середовища, про що свідчить рис. 6.17.

Однак за допомогою уточнених значень параметрів змінна активного середовища прогнозується достатньо точно (максимальна відносна похибка склала 1%). На основі аналізу рис. 6.16, 6.17 можна зробити висновок, що початкове наближення змінної субстрату набагато точніше ніж по змінній активного середовища. Це абсолютно зрозуміло, оскільки спостережені значення змінної субстрату входять у функціонал якості ідентифікації, то ці значення суттєво впливають на точність її моделювання. Наведені результати обчислень показують, що при уточненні параметрів моделі за допомогою

спостережених значень змінної субстрату а також лише загальної інформації про змінні активного середовища вдається суттєво знизити і похибку змінної активного середовища.

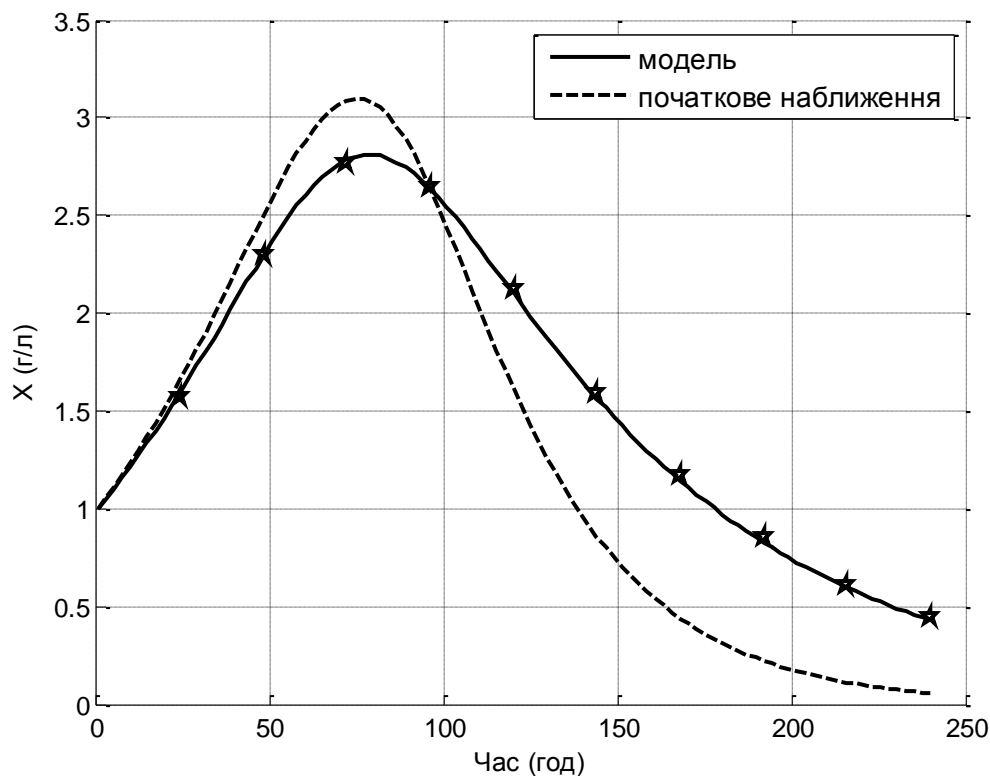


Рис. 6.17. Модельована концентрація активного середовища та її початкове наближення для ХТП, що відбувається при температурі 11С°

Подібні результати отримані при моделюванні інших згаданих ізотермічних хіміко-технологічних процесів. Для наочності наведемо результати моделювання при найвищому із аналізованих температурному режимі 16С°. Оптимальний рівень параметра p_4 встановлено вже рівним 0 (а не -1, як у попередньому випадку). Оптимальне початкове значення лімітуючого параметра склало $p_4 = 4S_0 = 440$. На його основі встановлено наступні значення параметрів моделі $p_1 = 11.2079$, $p_2 = 1.1165$, $p_3 = 30.0611$, $p_4 = 247.1740$ при її максимальній відносній похибці 0.6% на даних здійснення ідентифікації. Графіки модельованих величин для нього наводяться на наступних рисунках

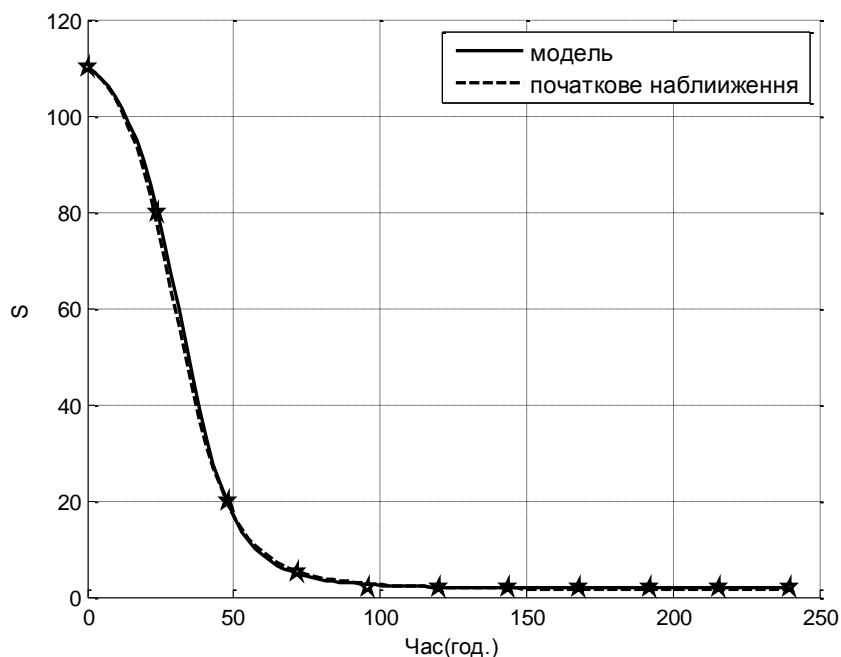


Рис. 6.18. Порівняння змодельованих для уточнених значень параметрів та дійсних значень змінної субстрату для ХТП при температурі 16С°

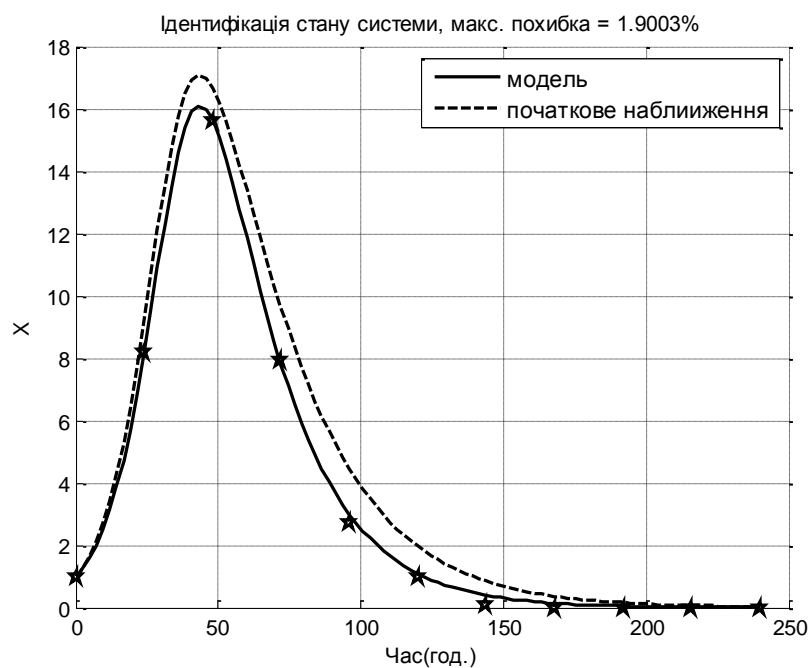


Рис. 6.19. Порівняння змодельованих для уточнених значень параметрів та дійсних значень змінної активного середовища для ХТП при температурі 16С°

Похибка ідентифікації моделі дещо зросла, однак залишається достатньо низькою при незмінній процедурі ідентифікації. Внаслідок прискореного пербігу ХТП при даній температурі відзначається суттєвий ріст лімітуючого

параметра, оптимальне значення якого важко було б підібрати на основі початкового наближення попередньої задачі. Співставимо точність результатів пропонуваного та аналізованого методів для згаданих температурних режимів в таблиці

Таблиця 6.5

Максимальні відносні похибки ідентифікації пропонуваного та аналізованого методів для температурних режимів 11 С° - 16 С° (%)

	Види змінних	T=11С°	T=12С°	T=16С°	Середня похибка	Максимальні похибки
Аналізований метод	X	0.9	1	2.9	1.6	2.9
	S	0.8	1.3	1.8	1.3	1.8
Пропонуваний метод	X	1.0	0.8	1.9	1.2	1.9
	S	0.3	0.7	0.6	0.5	0.6

Порівнюючи агреговані оцінки похибок по всіх експериментах можна стверджувати, що запропонований метод характеризує дещо менші максимальні похибки та середні похибки. Додатковою перевагою запропонованого методу є те, що він не потребує багатоетапної процедури уточнення коефіцієнтів.

Після отримання позитивних результатів ідентифікації моделей лімітуючих компонент для хіміко-технологічних процесів розглянемо моделі, що враховують вплив людського фактора. Такими особливостями володіє, зокрема, модель успішності навчання в автоматизованих навчальних системах.

6.3. Математична модель успішності навчання та методи її ідентифікації

Побудовано модель успішності в автоматизованих навчальних системах. Для її ідентифікації застосовано модифікацію узагальненого методу. Ефективність його застосування підтверджено експериментально.

6.3.1. Роль математичної моделі успішності в системі організації навчання

Ефективна система організації процесу навчання, яка реалізована в серії програмних продуктів IDEA, запропонована в роботах А.С. Строгалова [40]. Їх навчальні курси можуть наповнюватися стандартними тестовими завданнями або ж доповнюватися засобами тестування методологічних знань та засобами тестування вмінь вирішувати алгоритмічні навчальні завдання, запропоновані в роботах [50-59]. Важливим елементом розвитку інструментарію систем типу IDEA може служити математична модель успішності навчання, яка дозволить оцінювати ресурси необхідні для досягнення певного рівня успішності як по поточній темі, так і по курсу в цілому. Вона дозволить раціонально планувати робочий час студента. Серед нечисленних описів математичних моделей такого роду варто згадати модель Г.В. Белушкіної, М.В. Васильченко, Н.А. Лопаткіної, О.Е. Хафізьянової, подану в роботі [65]. Ця модель будується на основі факторного аналізу впливу психологічних характеристик студентів на класи їх успішності по окремих предметах, що зовсім не відповідає задекларованому завданню моделі.

Тому запропонуємо нову модель успішності а також відповідний метод її ідентифікації. Нехай навчальний матеріал розбитий на теми, для засвоєння матеріалу кожної із них передбачено сукупність контрольних завдань. Завдання розподіляються по рівнях складності: 0 рівень – задачі на хороше відтворення положень навчального матеріалу, 1 рівень – найпростіші задачі теми, розв'язання яких засвідчує її посереднє засвоєння, 2 рівень – задачі середньої складності, розв'язання яких засвідчує хороше засвоєння теми, 3 рівень - задачі високої складності, розв'язання яких засвідчує відмінний рівень засвоєння теми.

Проблемою на шляху автоматизації контролю знань є їх фрагментація у простих тестах, які не дають змоги перевірити здатність студента самостійно розв'язувати складні задачі. Окрім того використання складних задач у завданні ускладнює диференціацію рівня знань. Справа в тому, що їх у завданні не може

бути багато. Тому нерозв'язання складного завдання значно понижує загальну оцінку, хоча причина нерозв'язання може критися у елементарній описці або помилці при вірному ході розв'язання задачі.

Для усунення проблем із фрагментацією та диференціацією рівня знань пропонується використання комплексних тестів. Комплексний тест використовується для перевірки успішності розв'язання складних завдань. Він включає перевірку остаточного розв'язку у відкритому виді, якщо він числовий, або у вигляді достатньо великого числа семантично близьких альтернатив, якщо відповіддю є символічний вираз із множиною вірних реалізацій. Окрім того він включає розв'язання простіших допоміжних задач, без розв'язання яких неможливе розв'язання загальної задачі. Нерозв'язання кожної із вказаних задач веде до втрати певної кількості балів від 100 балів, які попередньо відводяться для задачі. Окрім того, кожна задача в завданні має певну вагу. Сума всіх ваг дорівнює одиниці. Загальна оцінка завдання утворюється зваженою сумою оцінок задачі.

6.3.2. Математична модель успішності навчання із використанням комплексних тестів та метод її ідентифікації

Для покращення диференціації рівня знань пропонується використання багаторівневих тестових завдань. На нижньому рівні використовуються лише тести на відтворення теоретичних знань, які повідомляються в теоретичній частині курсу. Згідно підходу [40] тести подаються порціями, число яких кратне 3. Щоб вивільнити час студентів для розв'язання складніших тестів завдання, при успішному проходженні перших $3K_0$ тестів студент отримує максимальну кількість балів нульового рівня B_0 та переходить на наступний рівень. Всі інші студенти проходять наступну порцію тестів нульового рівня. Якщо кількість невірних відповідей M_0 не перевищує 50% рівень вважається пройденим. За кожну невірну відповідь нараховується штраф у d_0 балів. В результаті за проходження даного рівня студент отримує $B_0 - M_0 d_0$ балів.

На наступному рівні студент розв'язує $3K_1$ елементарні задачі, з яких важко виділити простіші задачі-компоненти. За проходження даного рівня студент може отримати додатково $\Delta B_1 = B_1 - B_0$ балів. За кожну невірну задачу студент отримує штраф $\frac{\Delta B_1}{3K_1}$ балів. На наступному рівні студент розв'язує задачу середньої складності, за яку може отримати додатково $\Delta B_2 = B_2 - B_1$ балів. Якщо задача розв'язана невірно, йому нараховується штраф $\frac{\Delta B_2}{2}$ балів. Далі йому подаються 3 простіші задачі, за допомогою певного поєднання яких можна розв'язати загальну задачу даного рівня. За кожну нерозв'язану задачу нараховується штраф $\frac{\Delta B_2}{6}$ балів. Якщо більшість допоміжних задач розв'язана, студенту дається ще одна задача даного рівня. При її успішному розв'язку він зменшує свій штраф на величину $\frac{\Delta B_2}{4}$. Аналогічна процедура оцінювання застосовується для наступного рівня, за який можна максимально отримати $\Delta B_3 = B_3 - B_2$ балів. На цьому рівні подаються задачі високої складності.

Такий підхід дозволяє диференціювати оцінки студентів, зменшити ризик фрагментації знань та отримувати вхідні дані для моделювання успішності. Процес засвоєння навчальної теми відбувається поетапно, в процесі освоєння різних рівнів знань. Таке покращення досягається після кількразового проходження тестування в навчальному режимі. При цьому підвищення рівня успішності спочатку відбувається швидкими темпами, а потім зазнає певного насичення. Такі процеси характерні для систем із лімітуючим фактором. Ефективна робота над засвоєнням матеріалу повинна відбуватися самостійно, тому для моделювання успішності використаємо модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором.

Між черговими сеансами тестування студент переглядає навчальний матеріал, отримує консультації і пробує зрозуміти та усунути причини помилок в попередніх сеансах. Без такої роботи студент ризикує із незначними відхиленнями багаторазово повторювати попередньо досягнуті показники.

Частота проведення сеансів залежить від складу характеру студента, рівня його підготовки а також обсягу його робочого часу і регулюється ним індивідуально. Тому аргументом моделі успішності будемо вважати кількість k його навчальних тестувань.

В якості змінної активного середовища моделі розглянемо успішність студента, подану за допомогою стохастичної системи. В якості забезпеченості процесу розглянемо деяку величину, яка не підлягає вимірюванню та інтерпретується як відносний ступінь непізнаності студентом зв'язків навчального матеріалу, який він збирається вивчати. Оскільки розглядаємо відносно короткий період вивчення однієї теми курсу, то ефект забування не розглядається. Це дозволяє спростити модель системи (2.3)-(2.5) до наступного виду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dk} X(k) = p_1 M_1(p_2, S(k)), \quad X(k) < 100, \end{array} \right. \quad (6.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dk} X(k) = 0, \quad X(k) = 100, \end{array} \right. \quad (6.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dk} S(k) = -p_3 M_1(p_2, S(k)) X(k), \end{array} \right. \quad (6.17)$$

$$X(k_0) = X_0, \quad S(k_0) = 100. \quad (6.18)$$

В більшості моделей процесів з лімітуючим фактором траєкторія змінної активного середовища має куполоподібну форму. Однак в даному випадку, внаслідок відсутності помітного зниження успішності траєкторія змінної активного середовища має σ -подібну форму, що значно спрощує процес ідентифікації.

Внаслідок впливу людського фактора ідентифікацію проводимо поетапно, взявши за основу багатоетапний метод ідентифікації, описаний в підрозділі 3.3.3. Процедуру поетапної ідентифікації розпочинаємо від трьох спостережених значень успішності.

Для побудови початкового прогнозу максимально спрощуємо подання моделі (6.17)-(6.20). Зокрема покладаємо

$$p_3^0 = 0. \quad (6.19)$$

Вважаючи значення параметру p_2 вибраним, із першого диференціального рівняння моделі отримуємо подання для початкового наближення значення першого параметру

$$p_1^0 \approx \frac{1}{M_1(p_2, S(k_0))} \frac{d(X(k_{j_1-1}))}{dt}, \quad (6.20)$$

яке реалізуємо за допомогою наступного різницевого співвідношення:

$$p_1^0 = \frac{1}{M_1(p_2, S(k_0))} \frac{X_{j_1} - X_{j_1-1}}{k_{j_1} - k_{j_1-1}}, \quad (6.21)$$

де J_1 - номер останнього спостереженого значення успішності.

Для вибору рівня j початкових значень $p_{2,0}$ параметру p_2 використаємо сітку значень виду (2.65). Після вибору оптимального рівня початкових значень $p_{2,0}$ за критерієм мінімізації максимальної відносної похибки прогнозованого значення успішності уточнюємо значення параметрів моделі методом Левенберга-Марквардта для сітки значень параметра $p_{2,0}$ за згаданим критерієм. Серед множини побудованих значень вибираємо найкраще. Ідентифікована таким чином модель використовується до наступного етапу ідентифікації. Критерієм завершення даного етапу служить перевищення відносної похибки прогнозу деякого попередньо заданого рівня. Для наступного етапу процедура вибору початкових значень параметрів аналогічна, однак замість нульового значення параметру p_3 використовуємо його значення із попереднього етапу, а замість значення субстрату $S(k_0)$ використовуємо його значення в останній точці попереднього етапу.

6.3.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі успішності навчання

Перейдемо до числових експериментів із моделлю. На рис. 6.20 наведено результат моделювання успішності по трьох точках ідентифікації на першому етапі побудови прогнозу.

Модель тенденції по трьох точках враховує локальний ефект насичення зростання відвідуваності і стимулює докладання зусиль студентом для покращення своїх результатів. Для контролю достовірності прогнозу використовувався поріг відносної похибки у 5%. На рисунку 5% коридор прогнозу позначений пунктирною лінією.

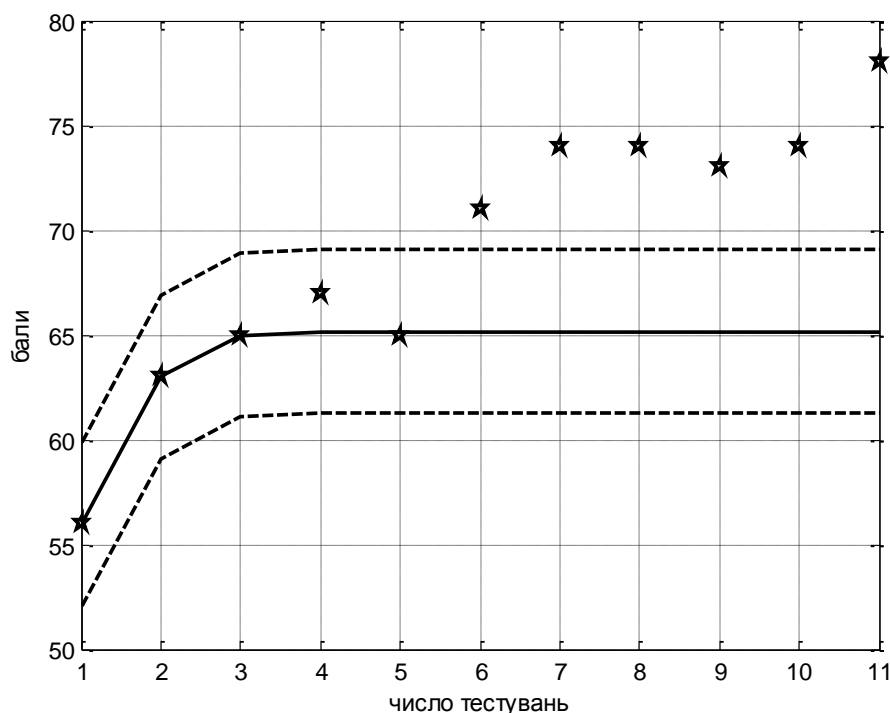


Рис. 6.20. Модельована успішність тестування на першому етапі прогнозу із використанням трьох точок ідентифікації

Із аналізу рисунку видно, що у шостій точці спостереження фіксується вихід за 5% коридор, що означає перехід до наступного етапу ідентифікації. На рис. 6.21 наведено результат моделювання успішності по шести точках ідентифікації на другому етапі побудови прогнозу. Модель тенденції по шести точках враховує локальний ефект насичення зростання відвідуваності і прогнозує деяке покращення студентом своїх попередніх результатів. Отримані на цьому етапі спостереження не показують чіткої тенденції зростання успішності. Локальне зростання успішності в останній точці до деякої міри нівелюється попереднім її зниженням.

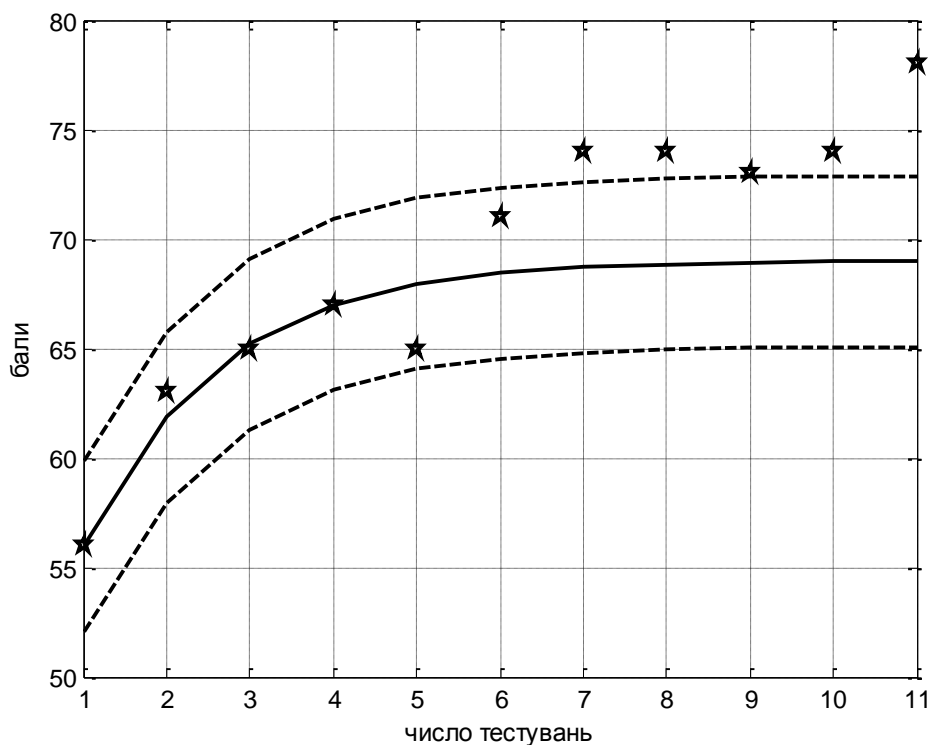


Рис. 6.21. Модельована успішність тестування на другому етапі прогнозу із використанням шести точок ідентифікації

Однак докладені студентом зусилля вже у наступному тестуванні дозволяють йому вийти за 5% коридор допустимої похибки, що означає перехід до наступного етапу ідентифікації від сьомої точки спостереження. На рис. 6.22 наведено результат моделювання успішності по семи точках ідентифікації на третьому етапі побудови прогнозу.

Модель тенденції по семи точках виявляє стійку тенденцію у покращенні студентом своєї успішності не дивлячись на окремі локальні її пониження. Це дозволяє побудувати адекватний прогноз для наступних чотирьох спостережень. Локальне зростання успішності та її відставання відносно встановленої тенденції не понижують точність прогнозу вище ніж на пороговий рівень.

Таким чином запропонована модель дозволяє виявляти приховані тенденції змін успішності в процесі навчальних тестувань і сигналізувати студентові про необхідність пошуку засобів підвищення ефективності процесу освоєння знань по темі. Розглянуто метод багатоетапної ідентифікації моделі

систем із лімітуючим фактором у випадку σ – подібної траєкторії системної змінної.

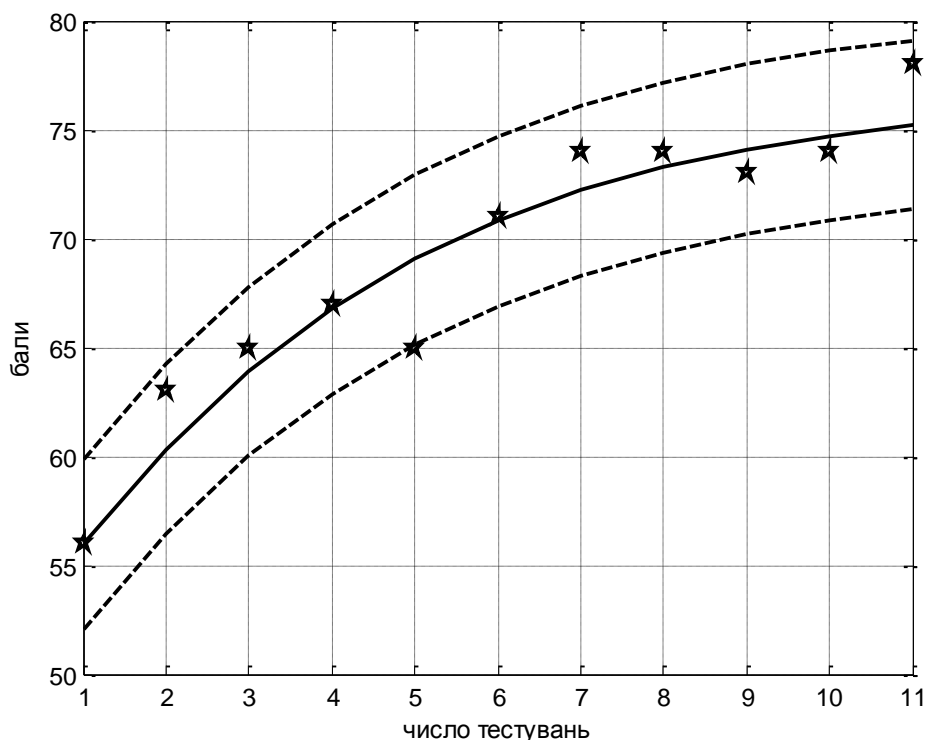


Рис. 6.22. Модельована успішність тестування на третьому етапі прогнозу із використанням семи точок ідентифікації

В наступному підрозділі розглянемо моделі систем із куполоподібною траєкторією системної змінної, які потребують багатоетапної ідентифікації.

6.4.Метод ідентифікації математичної моделі росту відвідуваності Веб-сайтів

Подано модель відвідуваності Веб-сайтів при застосуванні засобів рекламування його контенту а також уточнення методу попередньої обробки вхідної інформації для моделювання. Для її ідентифікації застосовано модифікацію узагальненого методу, розроблену в розд.3, що забезпечило ефективність єдиного методу для короткотермінового та довготермінового росту відвідуваності.

6.4.1. Існуючий підхід до моделювання відвідуваності Веб-сайту та його недоліки

Для забезпечення росту відвідуваності Веб-сайтів його контент повинен задовольняти критеріям актуальності та повноти у певній предметній області. Завдяки постійному оновленню контенту Всесвітньої мережі задовольнити вказаним критеріям можна лише постійно поповнюючи Веб-сайт. Окрім того, необхідно вживати спеціальних заходів для рекламування наповнення Веб-сайту серед цільової аудиторії. Всі заходи щодо підвищення відвідуваності вимагають певних затрат. Тому перш ніж їх застосовувати необхідно оцінити ефективність такого застосування за допомогою математичних моделей.

Служба підтримки поновлює наповнення Веб-сайту та здійснює його рекламування, з метою підняття відвідуваності. Це спричиняє підвищення відвідуваності інших тематик Веб-сайту в цілому і, зокрема, відвідуваності цільових сторінок, які безпосередньо направлені на виконання Веб-сайтом своїх завдань. Одним із факторів, що сприяють такій відвідуваності є регулярне поповнення тематик Веб-сайту актуальним контентом.

Служба розробки D , використовуючи тезаурус T предметної області створює сайт S , з певним контентом C , продуктами і послугами F та цільовими сторінками R для досягнення мети $Goal$. Під тезаурусом тут розуміємо певну концептуальну модель предметної області із конкретними варіантами її реалізації. Служба підтримки поновлює наповнення Веб-сайту, модифікуючи його структуру, здійснює рекламування, з метою підняття відвідуваності та результативності. Засобами реклами як правило виступають публікації B в спеціалізованих ресурсах Вебу, анонсування N на дружніх Веб-сайтах а також направлені e-mail розсилання I . При цьому ефективність описаних заходів часто прогнозується на основі суб'єктивних оцінок X^* відповідних приростів відвідуваностей.

Ефективність такого поповнення можна оцінювати за допомогою формалізованих математичних моделей, що дозволить також прогнозувати ефективність подібних операцій в майбутньому. Математична модель M

відвідуваності X , дозволяє прогнозувати результати варіантів розвитку Веб-сайту ще до їх реалізації із оцінкою віддачі вкладених ресурсів. Відповідна удосконалена схема підтримки функціонування ділових Веб-сайтів подана на рисунку

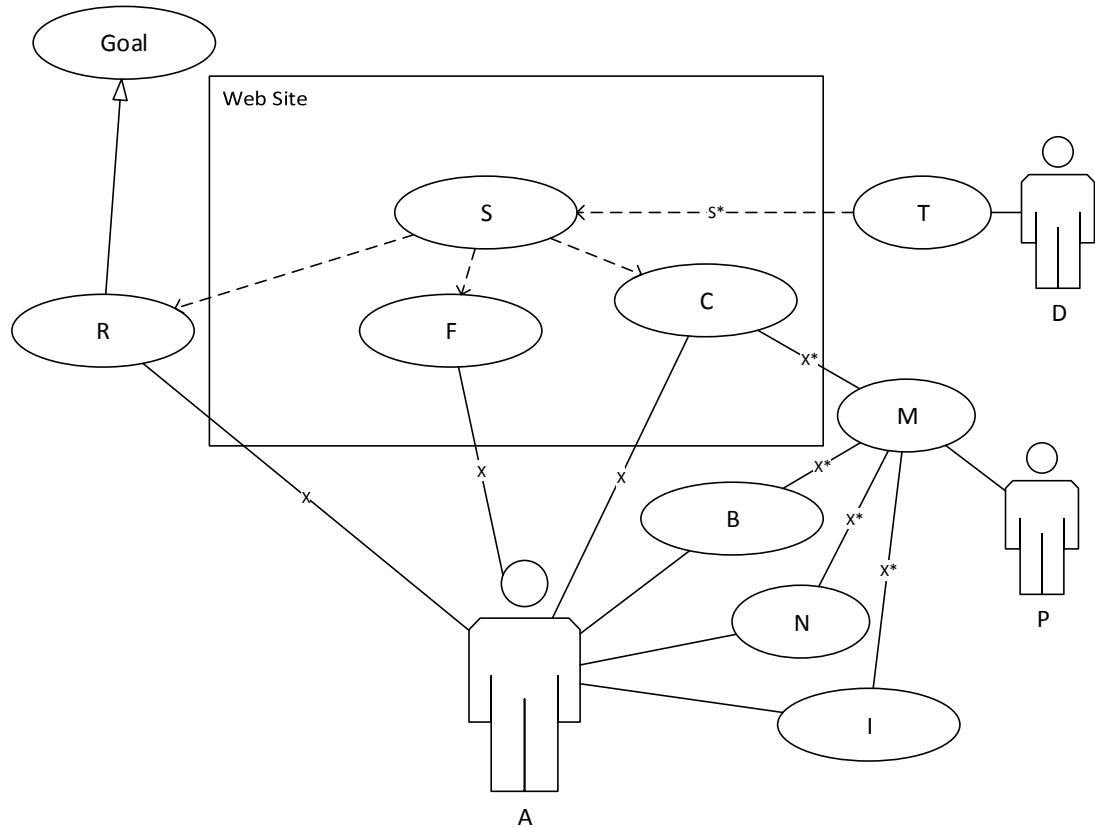


Рис. 6.23. Узагальнена схема підтримки функціонування Веб-сайтів

Для низьковідвідуваних Веб-сайтів характерна тижнева сезонність. Наприклад, піки відвідуваності посередині робочого тижня та значне зменшення відвідуваності на вихідні. Для її усунення для кожного тижня розглядатимемо середньоденну відвідуваність. Навіть після такого усереднення відвідуваність зазнає дуже суттєвих випадкових коливань. Для виявлення їхньої тенденції застосовуємо багатократне згладжування за допомогою простого триточкового шаблону.

Аналіз згладженої загальної відвідуваності $Y(t)$ дозволяє розбити її на інтервали відносної постійності та інтервали суттєвих приростів за пороговим формальним критерієм

$$Y'(t) > D_{\min}, \quad (6.22)$$

де порогове значення D_{\min} встановлюється експериментально. Моделювання будемо застосовувати тільки для цих часових інтервалів. Таким чином досягається суттєве зниження складності моделі.

Після виявлення початкової точки інтервалу зростання відвідуваності виявляємо тематику, зміна контенту якої підтримує ріст загальної відвідуваності. З цією метою аналізуємо згладжені відвідуваності основних тематик Веб-сайту, які недавно оновлювалися. Серед них вибираємо ту, яка характеризується максимальним приростом, вважаючи її базовою причиною зростання загальної відвідуваності. Динаміка базової відвідуваності $X(t)$ суттєво простіша від динаміки загальної відвідуваності $Y(t)$.

Аналіз згладженої динаміки базової та загальної відвідуваності функцій на стадії активації показує їх подібність, що дозволяє поєднати їх за допомогою нескладного співвідношення виду

$$Y(t) = Y(t_0) + q_1 (X(t) - X_0)^{q_2} e^{-q_3 t}, \quad (6.23)$$

де параметр q_1 показує масштаб впливу приросту базової відвідуваності на загальну, параметр q_2 узгоджує кривизну куполоподібних приростів базової та загальної відвідуваності, а параметр q_3 визначає ефект послаблення впливу базової відвідуваності на загальну із бігом часу.

Тепер основна проблема полягає в моделюванні базової відвідуваності. Оскільки вона явно проходить стадії росту сповільнення та зменшення, тобто її динаміка описується куполоподібною кривою в якості апарату її моделювання застосовується система диференціальних рівнянь Моно. В якості змінної активності виступає базова відвідуваність Веб-сайту, а в якості забезпеченості виступає обсяг його потенційної аудиторії $S(t)$, обсяг якої зменшується в міру сприйняття відвідувачами інформації, яка становить для них одноразову актуальність.

Необхідно врахувати, що базова відвідуваність на завершальній стадії приймає деяке значення d_{X_0} , що, як правило, відрізняється від 0. З цією метою в правій частині диференціальних рівнянь системи з лімітуючим фактором

переходимо від звичайного субстрату $S(t)$ до його скоригованого обсягу $S_e(t)$, що визначається співвідношенням

$$S_e(t) = \begin{cases} S(t) - d_{x_0} \frac{S_0 - S(t)}{S_0 - d_{x_0}}, & S(t) > d_{x_0}, \\ 0, & S(t) \leq d_{x_0}. \end{cases} \quad (6.24)$$

Згідно цього співвідношення скоригований потенційний обсяг аудиторії приймає значення з інтервалу $[d_{x_0}, S_0]$, на відміну від звичайного, який може приймати значення з інтервалу $[0, S_0]$. На основі описаних модифікацій отримується наступна модель відвідуваності:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = \left(a_1 \frac{S_e(t)}{a_4 + S_e(t)} - a_2 \right) X(t), \\ \frac{d}{dt} S(t) = -a_3 \frac{S_e(t)}{a_4 + S_e(t)} X(t), \end{cases} \quad (6.25)$$

$$\text{при умові } \left(S(t) > \frac{S_0}{2} \right) \vee (X \geq d_{x_0}), \quad (6.26)$$

$$\begin{cases} X'(t) = 0, \\ S'(t) = 0, \end{cases} \text{ при умові } \left(S(t) \leq \frac{S_0}{2} \right) \wedge (X < d_{x_0}), \quad (6.27)$$

$$Y(t) = Y(t_0) + q_1 (X(t) - X_0)^{q_2} e^{-q_3 t}, \quad (6.28)$$

$$X(0) = X_0, \quad (6.29)$$

$$S(0) = S_0 = X_{\max}. \quad (6.30)$$

Наявність зв'язку базової відвідуваності із загальною пояснюється впливом росту популярності базової тематики на покращення видимості сторінок тематики в пошукових системах по різних пошукових запитах. Покращення видимості призводить до посилення відвідуваності багатьох тематик Веб-сайту, тим самим викликаючи підвищення рівня загальної відвідуваності.

Ідентифікація аналізованої моделі відвідуваності здійснюється в 2 етапи. На першому етапі за допомогою спостереженої базової відвідуваності X ідентифікуються параметри a_1 — a_4 динаміки системи (6.27)-(6.29), а на другому етапі ідентифікуються параметри q_1 — q_3 моделі загальної

відвідуваності (6.30) [205]. Ідентифікація здійснюється за мінімізацією середньоквадратичної похибки активності базової відвідуваності X відносно спостережених значень. Критерій якості мінімізується за допомогою модифікованого градієнтного методу Левенберга-Марквардта, який вимагає задання початкового наближення параметрів. Пропонований в аналізованих дослідженнях підхід щодо побудови таких початкових значень викликає застереження, оскільки застосовуються різні співвідношення для прогнозування короткотермінових та довготермінових ростів відвідуваності, тип яких потрібно встановити заздалегідь.

Для побудови початкових значень коефіцієнтів моделі відвідуваності логарифмуємо співвідношення (6.28), отримуючи наступну систему лінійних рівнянь:

$$\ln(q_1) + q_2 \ln(X(t_i) - X_0) - q_3 = \ln(Y(t_i) - Y(t_0)), \quad i = 1, 2, 3, \quad (6.31)$$

для встановлення початкових значень параметрів моделі загальної відвідуваності.

Таким чином для удосконалення підходу, запропонованого в попередніх дослідженнях необхідно обґрунтувати процедуру згладжування спостережуваних відвідуваностей, удосконалити метод ідентифікації моделі базової відвідуваності а також спростити саме подання згаданої моделі. Розглянемо ці питання докладніше.

6.4.2. Методи встановлення кратності згладжування експериментальних даних та єдиний метод ідентифікації моделі відвідуваності Веб-сайту

Перш з все обґрунтуємо кратність згладжування експериментальних даних. Згладжування повинно використовуватися для усунення випадкових коливань, вилучаючи максимальний рівень залежностей, присутній в експериментальних даних. Це означатиме, що різниця між спостереженими даними та згладженими, тобто залишок згладжування, повинен містити мінімально пов'язані значення. Контролювати силу такого зв'язку можна за

коефіцієнтами автокореляції. Виберемо такі кратності K_Y, K_X згладжувань спостережених значень загальної \vec{Y}^e та базової \vec{X}^e відвідуваностей, яка забезпечить мінімальну корельованість їх залишків, тобто діємо згідно наступних критеріїв:

$$K_Y = \arg \min_k \max_j \{r_j(\vec{Y}^e - \hat{Y}^k)\}, \quad (6.32)$$

$$K_X = \arg \min_k \max_j \{r_j(\vec{X}^e - \hat{X}^k)\}, \quad (6.33)$$

де \hat{Y}^k, \hat{X}^k - значення загальної та базової відвідуваностей, отримані із спостережених значень за допомогою k -кратного триточкового згладжування, r_j - коефіцієнт автокореляції j -го порядку.

Наступне удосконалення запропонованого підходу полягає у застосуванні моделі (2.12)-(2.16) замість аналізованої моделі базової відвідуваності (6.27)-(6.29). Перевага такої заміни полягає у відмові від ускладненого подання забезпеченості процесу виду (6.26) та у спрощенні умови виходу траєкторії базової відвідуваності на стаціонарний режим за допомогою застосування граничного рівня частки f залишкової відвідуваності від максимальної.

Дослідження, проведені в даній роботі, також дозволяють спростити процедуру ідентифікації запропонованої моделі. З цією метою використаємо метод ідентифікації багатоетапної моделі трансформації базового рівня, описаного в підрозд. 3.3. Згаданий метод не вимагає виокремлення процесів короткотермінового та довготермінового приростів відвідуваностей.

6.4.3. Експериментальне дослідження єдиного методу ідентифікації моделі відвідуваності Веб-сайту

Перейдемо до аналізу обчислювальних експериментів на підтвердження ефективності запропонованих підходів. Спочатку розглянемо приклад згладжування спостереженої загальної відвідуваності за критерієм найменш корельованих залишків. Для прикладу взята відвідуваність Веб-сайту API2Cart за півторарічний період, що наводиться в роботі [205]. Результат такого згладжування наведений на рисунку

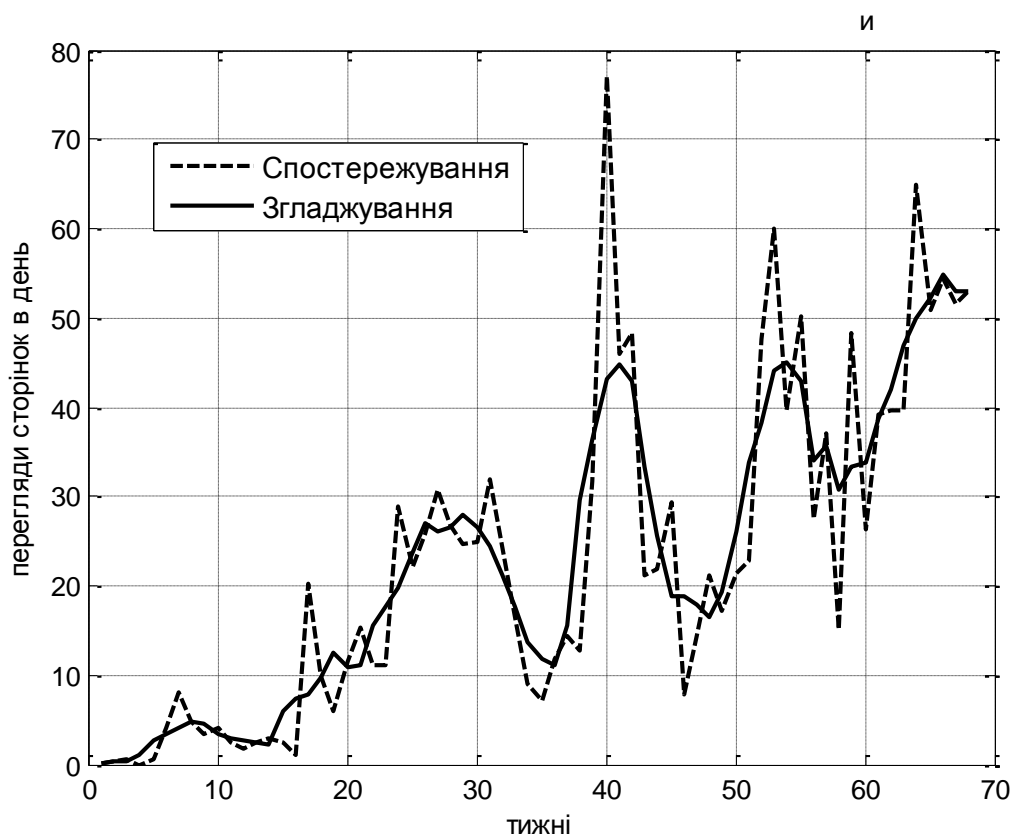


Рис. 6.24. Згладжування відвідуваності Веб-сайту API2Cart за півторарічний період за критерієм мінімальної корельованості залишку

Як бачимо, в результаті такого згладжування усунуті досить значні коливання відвідуваності, що значно спрощує задачу моделювання. Корелограма спостереженої загальної відвідуваності наведена на рис.6.25. Наявність достатньо високого максимального коефіцієнта автокореляції першого порядку (0.73253) свідчить про присутність відчутної лінійної тенденції в аналізованих спостереженнях.

Проаналізуємо корелограми залишків, які отримуються після кратного згладжування аналізованої загальної відвідуваності. Серед коефіцієнтів автокореляції залишку від згладжування певної кратності k вибираємо максимальний за абсолютною величиною. Серед цих максимальних коефіцієнтів вибираємо найменше значення.

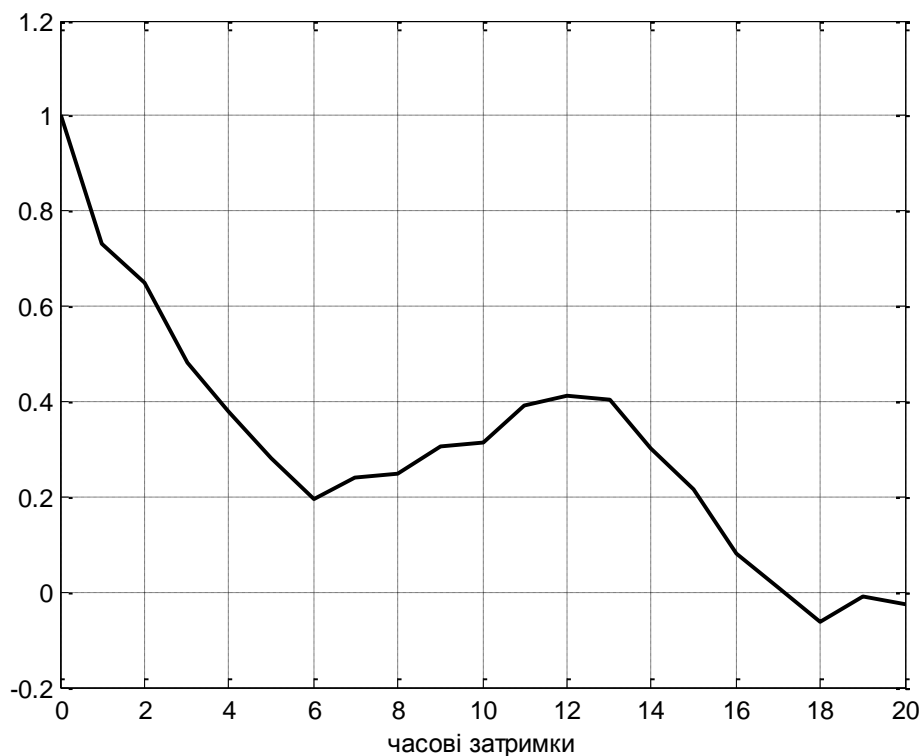


Рис. 6.25. Корелограма відвідуваності Веб-сайту API2Cart за півторарічний період

Воно і визначатиме кратність згладжування, яка забезпечує найменш корельовані залишки. В даному експерименті алгоритмічно встановлено, що така кратність рівна 1. Корелограма залишку для даної кратності згладжування наведена на рис. 6.26.

Його аналіз свідчить про достатньо слабку корельованість залишків на рівні, що для більшості часових запізнень не перевищує значення 0.2. При цьому максимальний за абсолютною величиною коефіцієнт автокореляції складає 0.24093. Таким чином, можна стверджувати, що в типовому практично важливому випадку запропонований підхід дозволив відділити регулярну частину відвідуваності від випадкової з метою моделювання регулярної компоненти.

Після підтвердження ефективності підходу до виділення регулярної складової з спостережених значень відвідуваностей перейдемо до моделювання базових відвідуваностей, яке пропонується удосконалити. Зокрема

переконаємося, що ідентифікацію моделей короткотермінових та довготермінових зростань базових відвідуваностей можна здійснювати за єдиним підходом, тим самим знімаючи доцільність виділення згаданих видів зростання відвідуваностей.

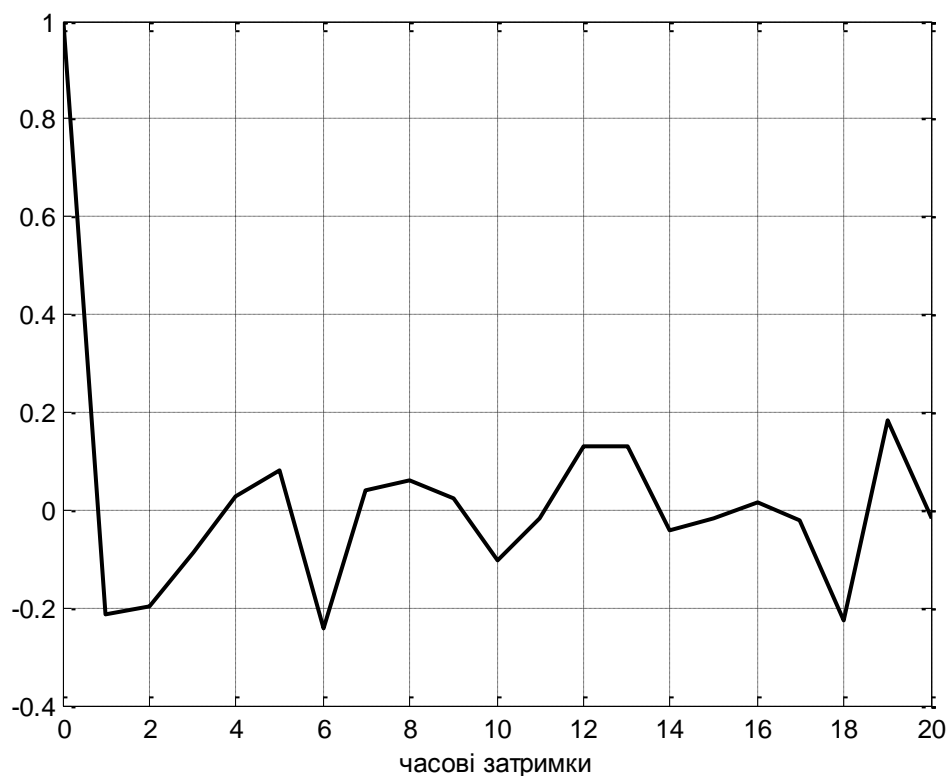


Рис. 6.26. Корелограма залишку згладжування відвідуваності Веб-сайту API2Cart за півторарічний період за критерієм мінімальної корельованості залишку

На першому етапі розглянемо моделювання зростання базової відвідуваності для Веб-сайту факультету комп'ютерних інформаційних технологій (ФКІТ) Тернопільського національного економічного університету, яке наводиться в роботі [205]. Для даного експерименту максимум відвідуваності досягається вже для третього спостереження, що дозволяє віднести таке зростання відвідуваності до короткотермінового виду. Застосуємо до нього пропонувані метод ідентифікації. Для контролю відносної похибки вибрано 5% поріг. Результат ідентифікації моделі на другому етапі наведено на рисунку

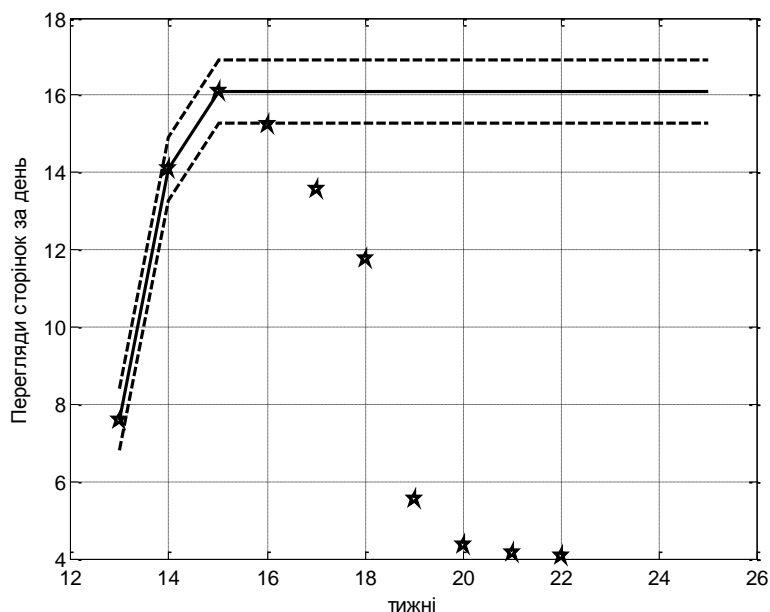


Рис. 6.27. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту ФКІТ на другому етапі

Зрозуміло, що лінійне наближення по двох перших спостереженнях не дозволяє задовільно наблизити жодне із наступних спостережень. Тому результат першого етапу не наводиться, а на другому етапі використовуються три точки ідентифікації. Ці три спостереження дозволяють спрогнозувати вихід відвідуваності на постійний рівень, що дає можливість передбачити із задовільною точністю лише наступне четверте спостереження. Вже п'яте спостереження вимагає розпочати наступний, третій етап ідентифікації, який характеризуватиметься встановленням максимального значення базової відвідуваності серед спостережених значень. Результат ідентифікації для третього етапу наведено на рис.6.28.

Ідентифікація на цьому етапі дозволяє достатньо точно спрогнозувати виявлену тенденцію динаміки відвідуваності, що дає можливість передбачити наступні два спостереження із задовільною точністю. Раптове падіння відвідуваності в наступних спостереженнях змушує розпочати четвертий етап ідентифікації, результати якого наведені на рис. 6.29. Цей етап спирається на спостереженнях в семи точках, остання з яких фіксує раптове падіння відвідуваності. Це дозволяє достатньо точно спрогнозувати відвідуваність в

наступних трьох точках. Дещо вища похибка в моделюванні шостого та сьомого спостережень пояснюється раптовою зміною тенденції базової відвідуваності.

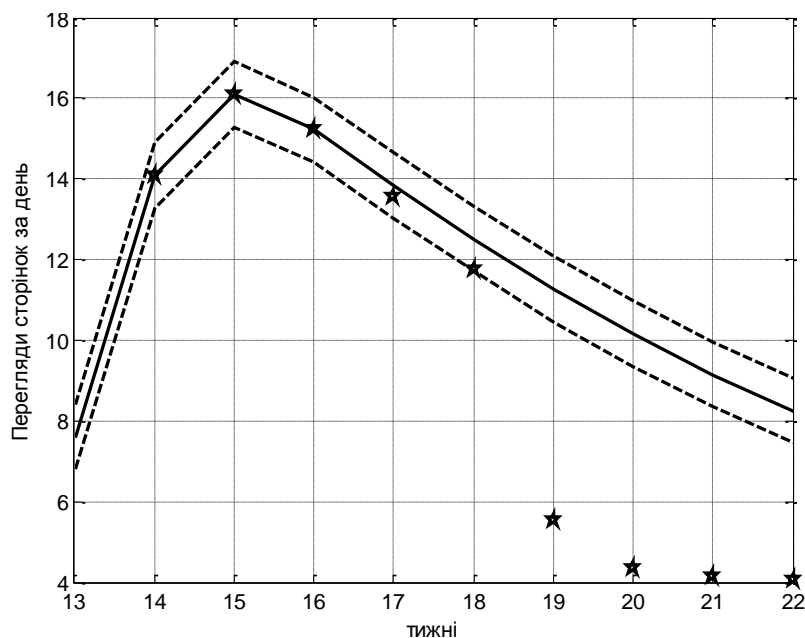


Рис. 6.28. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту ФКІТ на третьому етапі

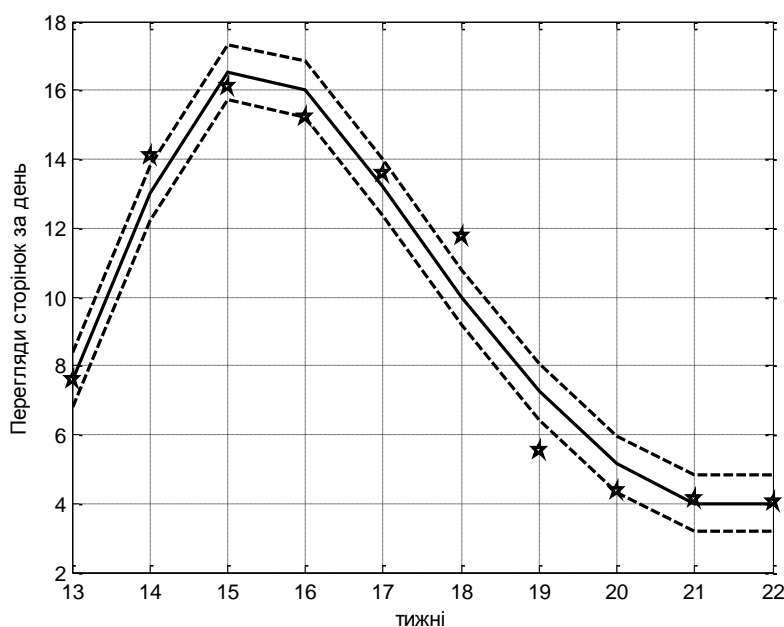


Рис. 6.29. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту ФКІТ на четвертому етапі

Незважаючи на це загальна відносна похибка склала 11.03%, дещо нижче максимальної похибки у 12% при застосуванні методу, поданого в попередніх роботах, ідентифікації короткотермінового росту базової відвідуваності. На наступному етапі розглянемо моделювання зростання базової відвідуваності для промо сайту сервісу API2Cart компанії Magnetic One (<http://www.api2cart.com/>), яке наводиться в роботі [205].

Для даного експерименту максимум відвідуваності досягається для шостого спостереження, що дозволяє віднести таке зростання відвідуваності до довготермінового виду. Застосуємо до нього пропонований метод ідентифікації. Результат ідентифікації моделі на першому етапі наведено на рисунку

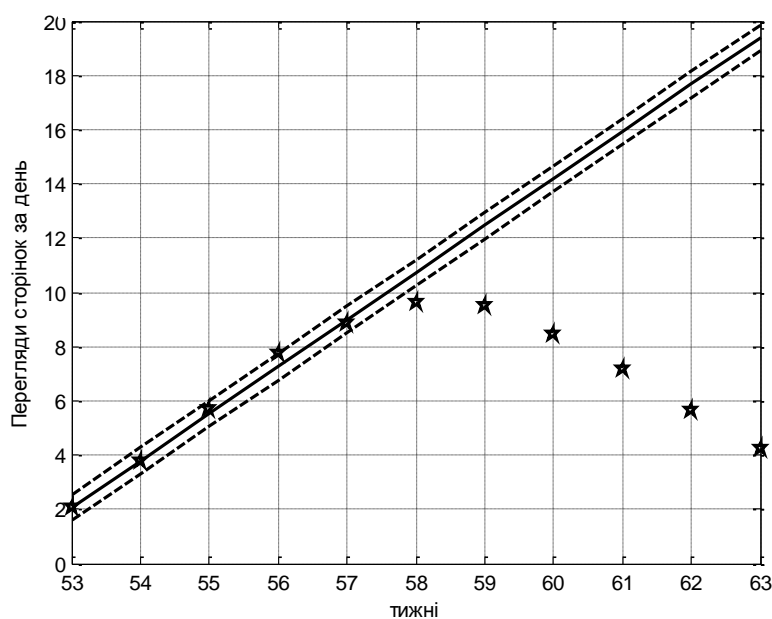


Рис. 6.30. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту API2Cart на першому етапі

Відносно повільний ріст відвідуваності дозволив побудувати прогноз за лінійною моделлю по перших двох точках для п'яти точок спостереження. Перевищення граничного рівня похибки прогнозу в шостій точці спостереження свідчить про початок нового етапу ідентифікації.

Результат ідентифікації моделі на другому етапі наведено на рис. 6.31. Ідентифікація дозволила виявити вихід відвідуваності на піковий режим і

спрогнозувати значення відвідуваності в наступній точці спостереження. Порухенні цієї тенденції в восьмій точці спостереження відкриває третій етап ідентифікації, результат якого наведений на рис. 6.32.

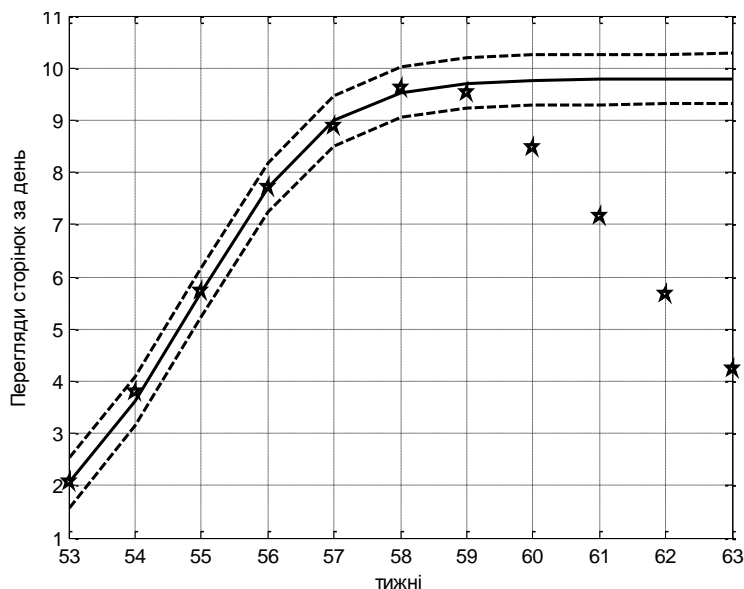


Рис. 6.31. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту API2Cart на другому етапі

На третьому етапі ідентифікації вдається спрогнозувати загальну тенденцію на зниження базової відвідуваності. Однак швидке падіння відвідуваності в наступних точках спостереження не дозволяє отримати задовільної точності навіть в наступній точці.

Тому в ній розпочинається наступний етап ідентифікації, результат якого наведений на рисунку 6.33. Врахування тенденції відвідуваності на цьому етапі дозволяє спрогнозувати її значення в наступних двох точках із задовільною точністю.

В результаті моделювання даного виду відвідуваності похибка моделювання не перевищила 5%, для чотирьох етапів ідентифікації, що відповідає точності, отриманій в роботі [205]. Отже запропонований метод ідентифікації дозволяє із достатньою точністю здійснювати поетапну ідентифікацію відвідуваності без виділення короткотермінового та довготермінового типів росту відвідуваності

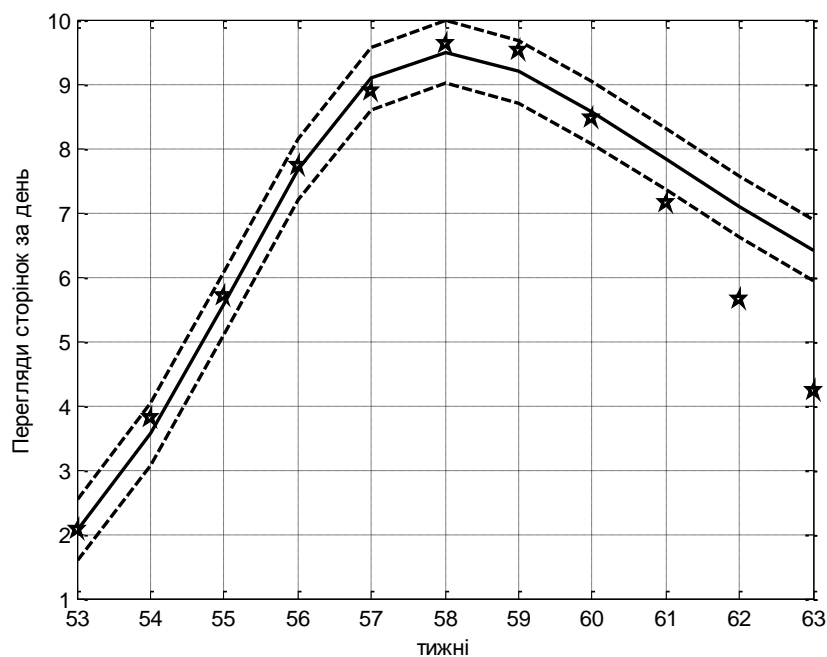


Рис. 6.32. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту API2Cart на третьому етапі

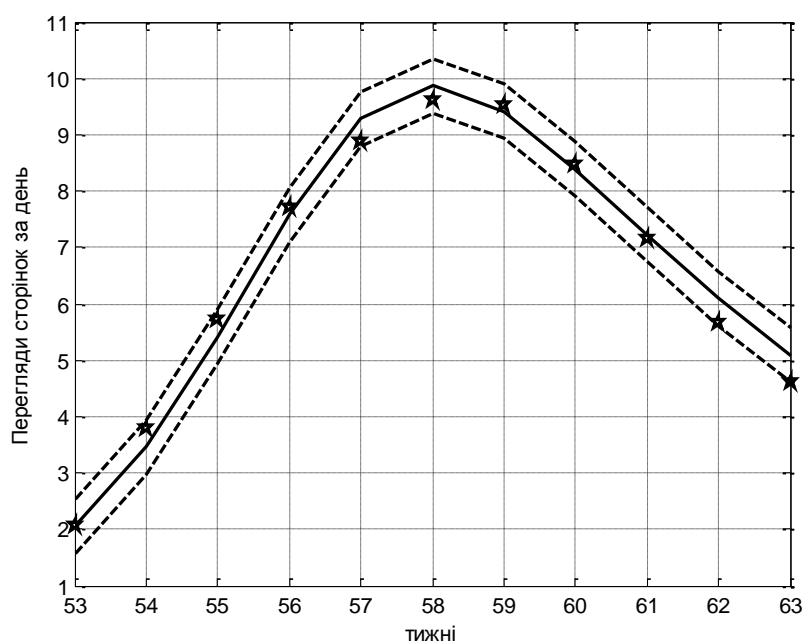


Рис. 6.33. Ідентифікація моделі зростання базової відвідуваності Веб-сайту API2Cart на четвертому етапі

Врахування впливу людського фактора в аналізованих процесах ускладнює процедуру ідентифікації їх моделей. Однак значно більше ускладнення виникає при моделюванні систем із множинними відокремленими

лімітуючими факторами, особливості якого будуть розглянуті в наступному підрозділі.

6.5. Методи ідентифікації моделі добової глікемії хворих на цукровий діабет

Подано модель добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, придатної для використання в амбулаторних умовах. Розроблено метод її ідентифікації на основі поетапної процедури із застосуванням модифікацій узагальненого методу ідентифікації. Ефективність поданого методу підтверджено експериментально.

6.5.1. Модель добової глікемії хворих на цукровий діабет

В роботах [97-104], [131-133] запропоновано модель добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет та схема методу її поетапної ідентифікації. Ідентифікована модель використовується для прогнозування динаміки глікемії хворого при заданих режимах харчування та вводу штучного інсуліну з ін'єкцій, що дозволяє планувати обґрунтовані режими харчування для підтримання вмісту цукру в крові максимально близьким до оптимального без емпіричного попереднього підбору, який може завдавати шкоду здоров'ю.

Запропонована модель ґрунтується на врахуванні найсуттєвіших факторів, які впливають на неї. Їх взаємодія подана на схемі процесу формування концентрації цукру в крові хворого на цукровий діабет, яка наведена на рис.6.34. Рівень цукру в крові позначено змінною $G(t)$. На рівень цукру в крові безумовно впливає рівень концентрації природнього інсуліну $I(t)$, який сприяє його засвоєнню, а отже його зниженню.

Підвищенню рівня цукру сприяє споживання людиною вуглеводів, з яких вилучається глюкоза, що позначається символом $G_m(t)$. Організм хворого на цукровий діабет не може забезпечити засвоєння необхідного рівня глюкози. Тому для підтримання нормального рівня функціонування організму необхідні

ін'єкції штучного інсуліну $N(t)$, які здійснюються періодично, в даній схемі двічі на добу.

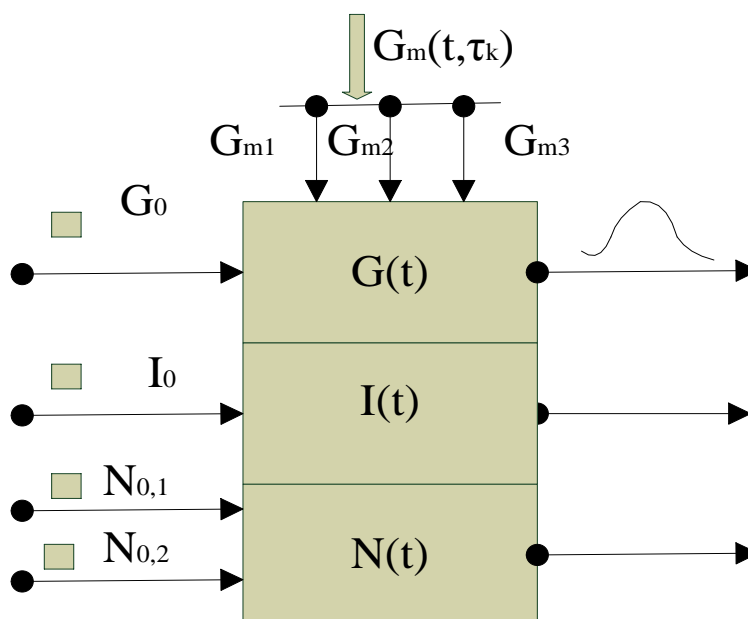


Рис. 6.34. Схема процесу формування концентрації цукру в крові хворого на цукровий діабет

В побутових умовах реально можна спостерігати обсяги споживання їжі та рівень цукру в крові за допомогою глюкометрів. Спостереження за рівнями цукру та обсягами спожитих вуглеводів вказують на те, що обсяги останніх необхідно структурувати, розділивши їх на категорії миттєвих $G_{m,1}(t)$, швидких $G_{m,2}(t)$ та повільних $G_{m,3}(t)$ вуглеводів із різними рівнями та швидкостями впливу на вміст цукру в крові.

Штучний інсулін не починає діяти миттєво, а з деякою затримкою. Після досягнення штучним інсуліном своєї найбільшої сили, його активність знижується протягом певного часу, який залежить від марки вуглеводу. Рівень природного інсуліну зростає при перевищенні концентрацією глюкози базового рівня і також і часом припиняє дію. Тому штучний та природний інсулін представляється змінними величинами $N(t)$ та $I(t)$ відповідно.

Прогнозування концентрації глюкози в крові в залежності від раціону харчування та доз ін'єкцій штучного інсуліну засобами математичного моделювання дозволяє узгоджувати харчування та дозування інсуліну із

характером навантаження на організм пацієнта. Рівень $G(t)$ глюкози в крові знижується під дією інсуліну, в якому виділяємо природню $I(t)$ та штучну $N(t)$ компоненти, та підвищується із поступленням $G_m(t)$ глюкози із їжі.

Обсяги спожитих вуглеводів розділено на категорії миттєвих $S_1^j(t)$, швидких $S_2^j(t)$ та повільних $S_3^j(t)$, де j позначає момент часу t_j споживання вуглеводів. Відповідні обсяги виробленої глюкози позначаємо як $G_{m,i}^j(t)$. Обсяг ін'єкції штучного інсуліну, здійсненої в момент часу j_1 позначаємо U^{j_1} , а розподіл інтенсивності його дії в часі – через $N^{j_1}(t)$. В якості останнього вибрано функцію – аналог розподілу Фішера, параметри якої встановлюємо окремою процедурою ідентифікації на основі спеціально вимірених обсягів інсуліну. В результаті отримуємо модель добової динаміки глікемії, в якій загальною забезпеченістю виступає глюкоза $G(t)$ в крові, підпорядкованими активностями – концентрації інсуліну $I(t)$, $U^{j_1} N^{j_1}(t)$ та виробленої із вуглеводів глюкози $G_{m,i}^j(t)$, підпорядкованими забезпеченостями – концентрації спожитих вуглеводів $S_i^j(t)$

$$\frac{d}{dt} G(t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{n_j} p_{1,i} \Theta(t-t_j) G_{m,i}^j(t) - p_3 \frac{I(t)G(t)}{p_2 + G(t)} - p_4 \sum_{j_1=1}^{n_{j_1}} \frac{U^{j_1} \Theta(t-t_{j_1}) N^{j_1}(t) G(t)}{p_5 + G(t)}, \quad (6.34)$$

$$\frac{d}{dt} I(t) = \left(\frac{G(t) - G_b}{p_2 + G(t)} - p_1^I \right) I(t), \quad (6.35)$$

$$\frac{dG_{m,i}^j(t)}{dt} = \left(p_{1,i}^G \frac{S_i^j(t)}{(p_{4,i}^G + S_i^j(t))} - p_{2,i}^G \right) G_{m,i}^j(t), \quad t > t_j, \quad (6.36)$$

$$\frac{dS_i^j(t)}{dt} = -p_{3,i}^G \frac{S_i^j(t)}{(p_{4,i}^G + S_i^j(t))} G_{m,i}^j(t), \quad t > t_j, \quad (6.37)$$

$$G(t_0) = G_0, \quad I(t_0) = I_0, \quad G_{m,i}^j(t_j) = g_i, \quad S_i^j(t_j) = S_{i,0}^j \quad (6.38)$$

$$N^{j_1}(t) = (t - t_{j_1})^\alpha \left(1 + b(t - t_{j_1})^{-k} \right), \quad (6.39)$$

де n_j — кількість харчувань протягом доби, n_{j_1} - кількість ін'єкцій інсуліну, α, b, k - параметри функції динаміки штучного інсуліну, G_0, I_0, g_i - початкові концентрації глюкози в крові, природного інсуліну, виробленої глюкози з

вуглеводів виду i , $S_{i,0}^j$ - обсяг споживання i - тих вуглеводів під час j -го харчування.

6.5.2. Метод ідентифікації параметрів моделі глікемії хворого на цукровий діабет

З метою встановлення коефіцієнтів запропонованої моделі, застосовано процедуру поетапної ідентифікації моделі на основі послідовності допоміжних задач та спеціально організованих експериментів. На першому етапі розглядається найпростіша конфігурація моделі. Ця конфігурація виникає в нічний час, при відсутності впливу харчування та мінімальному впливі штучного інсуліну. Значення глюкози вимірюються періодично, а значення інсуліну вимірюється в початковий момент проведення експерименту

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} G(t) = -p_3 \frac{I(t)G(t)}{p_2 + G(t)}, \end{array} \right. \quad (6.40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} I(t) = \left(\frac{G(t) - G_b}{p_2^I + G(t)} - p_1^I \right) I(t), \end{array} \right. \quad (6.41)$$

$$G(t_z) = G_z, \quad I(t_z) = I_z \quad (6.42)$$

В якості методу ідентифікації цієї конфігурації моделі використовується описаний раніше метод ідентифікації при спостереженні лише змінної забезпеченості, що описаний в підрозділі 3.1. На другому етапі, на основі спеціального експерименту, встановлюємо значення інсуліну протягом часу його ефективної дії. На основі цих значень градієнтним методом ідентифікуємо значення параметрів регресійної моделі штучного інсуліну (6.39).

На третьому етапі враховується взаємодія глюкози, що поступає з їжею, та штучного інсуліну. При звичайному харчуванні присутні різні типи вуглеводів. Однак для спрощення ідентифікації параметрів моделі організовано три спеціальних експерименти, коли в сеансі харчування споживалися тільки миттєві, або тільки швидкі, або тільки повільні вуглеводи. Спостереження проводилися від першого ранішнього харчування з ін'єкцією штучного інсуліну, що дозволяє простіше встановлювати початкові умови моделювання

динаміки глікемії. Для ідентифікації отриманих конфігурацій моделі використовується розроблений метод ідентифікації моделі із відокремленими лімітуючими факторами.

6.5.3. Експериментальне дослідження методу ідентифікації моделі глікемії хворого на цукровий діабет

Перейдемо до аналізу числових експериментів. Спочатку розглянемо процес моделювання динаміки природного інсуліну. Щоб виключити вплив інших факторів на глікемію, замірювання концентрації цукру здійснювалися від четвертої до восьмої години ранку. На цьому часовому інтервалі вдалося провести три замірювання. Тому щоб набрати дані для ідентифікації параметрів необхідно об'єднати виміри із різних експериментів. В даному дослідженні об'єднано результати двох експериментів із достатньо відмінними значеннями глікемії.

При ідентифікації параметрів моделі на основі описаних експериментів на першому етапі вибираються порядки лімітуючих параметрів та відповідні початкові наближення інших. На наступному етапі всі параметри уточнюються. В результаті отримано наступні значення параметрів $p_2 = 68.2238$, $p_3 = 1.8363$, $p_2' = 3411.2$, $p_1' = 0.1$. Отримані в результаті уточнення модельовані залежності, спостережені значення глікемії та похибки моделювання наведені на рис. 6.35

Як бачимо, похибки ідентифікації для обох експериментів співвимірні, хоча вони відповідають різним рівням глікемії, зафіксованої на 4 годину ранку. І хоча у обох випадках рівень цукру в крові знижується, але як показують графіки природного інсуліну, побудовані за допомогою моделі і подані на рис. 6.36, тенденції в рівнях природного інсуліну протилежні. Для першого експерименту рівень природного інсуліну постійно зростає, в той же час для другого експерименту, завдяки невисоким рівням початкової глікемії, рівень природного інсуліну знижується та виходить на постійний рівень.

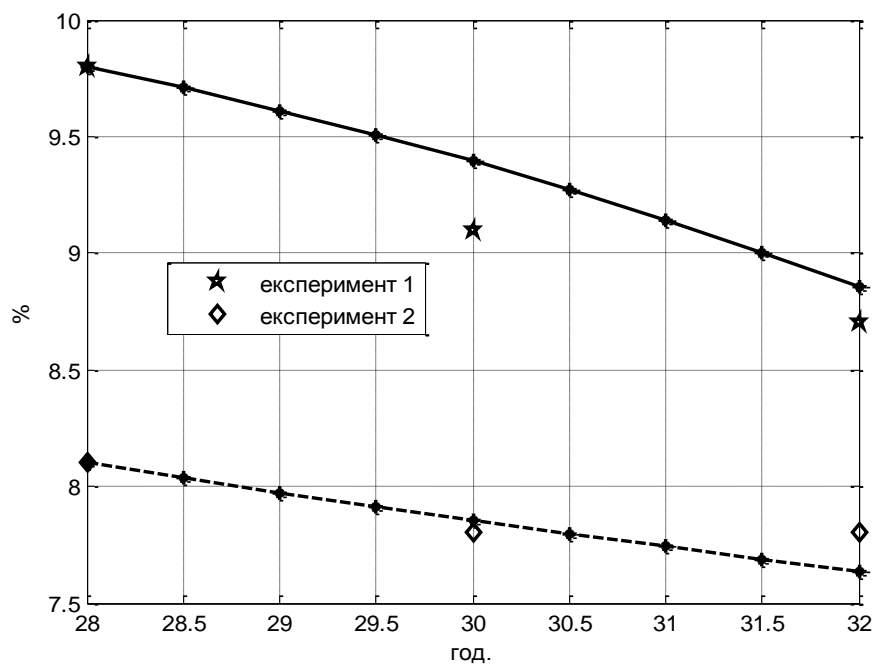


Рис. 6.35. Модельована динаміка глікемії під дією природного інсуліну для двох ідентифікаційних експериментів

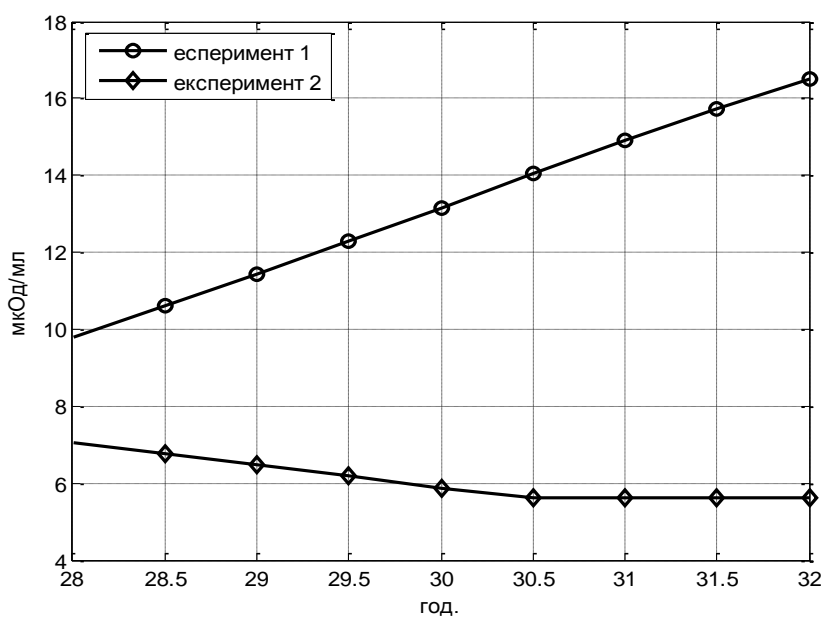


Рис. 6.36. Модельована динаміка природного інсуліну для двох ідентифікаційних експериментів

Після ідентифікації частини параметрів моделі глікемії, пов'язаних із природним інсуліном встановимо початкові значення параметрів моделі штучного інсуліну. Для ін'єкцій використовувався пролонгований інсулін

Mixtard 30 Nm Penfill (Мікстард 30 НМ Пенфіл). З цією метою організовувались спеціальні експерименти із п'ятиразовими замірами інсуліну хворого на протязі десяти годин. Харчування включало лише повільні вуглеводи, щоб виключити різкі зміни глікемії. Рівень природного інсуліну вважався постійним і рівним концентрації загального інсуліну після сну, до вводу штучного інсуліну. В наступному, для оцінки обсягу штучного інсуліну в крові, від загального рівня інсуліну віднімався рівень природного інсуліну.

В якості моделі обсягу штучного інсуліну використовувалася функція виду (6.41), параметри якої ідентифікувалися методом Левенберга-Марквардта. Результат такої ідентифікації наведено на рисунку

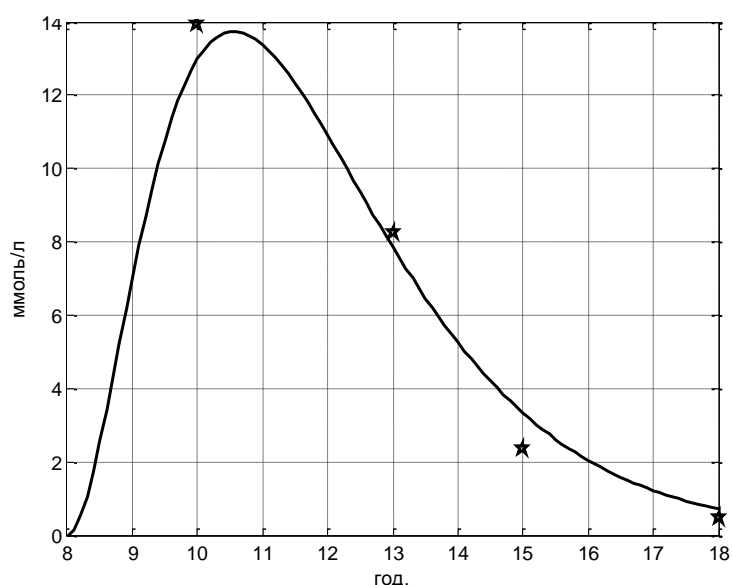


Рис. 6.37. Початковий профіль активності штучного інсуліну

Похибка ідентифікації не перевищувала 7%. Отримані наступні значення параметрів моделі $\alpha = 2.0558, b = 0.0108, k = 76.2501$. Наочне подання даного профілю наведено на рис. 6.37. Видно, що через дві з половиною години після ін'єкції інсулін досягає максимальної активності, яка на протязі десяти годин після вводу практично втрачає свою ефективність. В наступних дослідженнях встановлені значення параметрів використовувалися для ідентифікації інших параметрів моделі глікемії з використанням замірів концентрації цукру в крові при харчуванні лише миттєвими, швидкими та повільними вуглеводами

відповідно. Першими проведено ідентифікацію параметрів моделі, пов'язаних із харчуванням миттєвими вуглеводами. На восьму годину ранку при рівні глюкози 6.3 (ммоль/л) спожито 9.25 (ммоль/л) миттєвих вуглеводів та введено 16 одиниць пролонгованого інсуліну Мікстард 30 НМ Пенфіл.

В результаті застосування описаних підходів вдалося встановити наступні значення параметрів моделі $p_{1,1} = 9.0874$, $p_4 = 0.5369$, $p_5 = 50$, $p_{1,1}^G = 78.2636$, $p_{2,1}^G = 14.6333$, $p_{3,1}^G = 25.3168$, $p_{4,1}^G = 30$. Із застосуванням двовимірної сітки встановлено значення лімітуючого параметру взаємодії глюкози із штучним інсуліном p_5 а також значення лімітуючого параметру $p_{4,1}^G$ поступлення глюкози із вуглеводів. Оскільки в перше рівняння (6.36) моделі динаміки глікемії в даній конфігурації моделі входять два невідомих параметри $p_{1,1}$ та p_4 , їх початкові значення встановлювалися із системи лінійних рівнянь. При вказаних значеннях параметрів моделі вона наближає експериментальні дані із відносною похибкою, що практично не перевищує 3.6%. Подання відповідної динаміки глікемії наведено на рисунку

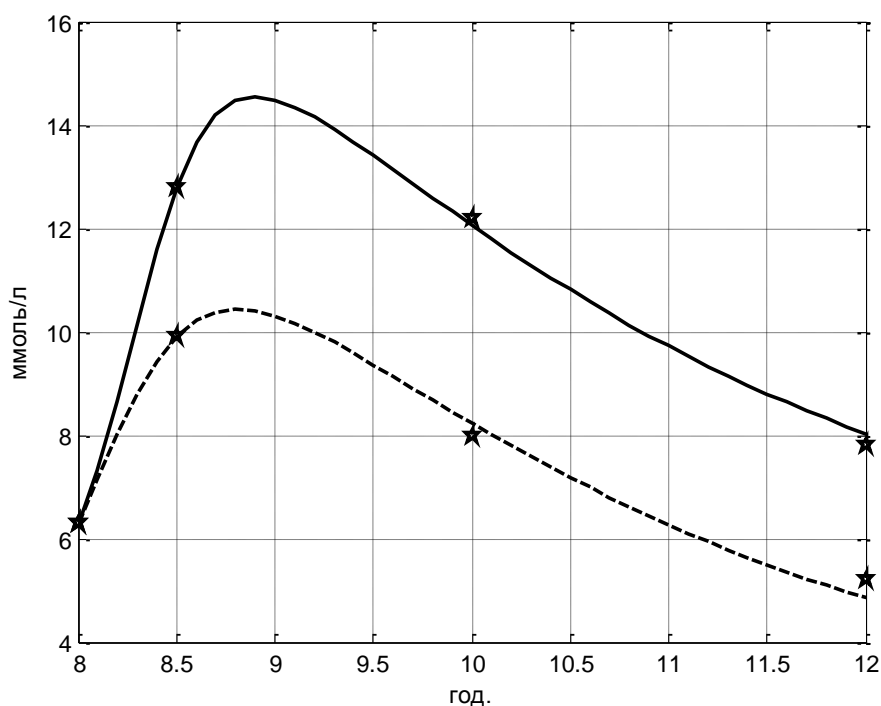


Рис. 6.38. Модельована динаміка глікемії при споживанні миттєвих вуглеводів

Як і у випадку встановлення коефіцієнтів моделі впливу природного інсуліну для ідентифікації використовувалися спостереження із двох експериментів.

У випадку ідентифікації моделі глікемії при споживанні лише швидких вуглеводів значення параметрів p_5 та p_4 використовуються із попередньої задачі, що значно спрощує ідентифікацію. В результаті застосування методу ідентифікації встановлено наступні значення параметрів моделі $p_{1,2} = 5.2963$, $p_{1,2}^G = 65.1401$, $p_{2,2}^G = 12.6461$, $p_{3,2}^G = 18.6013$, $p_{4,2}^G = 50$.

Ідентифікована таким чином модель наближає експериментальні дані із відносною похибкою, що не перевищує 6.3%. Подання експериментальних даних та результатів моделювання динаміки глікемії при споживанні швидких вуглеводів наведено на рисунку

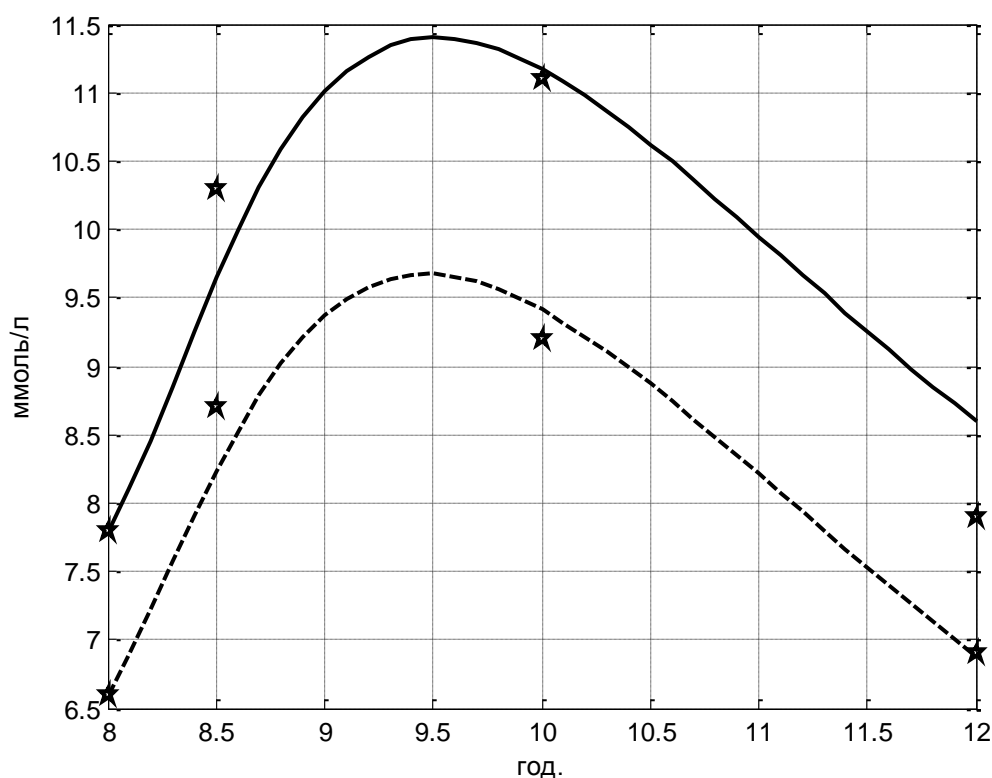


Рис. 6.39. Модельована динаміка глікемії при споживанні швидких вуглеводів

Далі проведено ідентифікацію параметрів моделі, пов'язаних із харчуванням повільними вуглеводами. На восьму годину ранку при рівні

глюкози 6.1 (ммоль/л) спожито 5.7 (ммоль/л) повільних вуглеводів та введено 16 одиниць пролонгованого інсуліну Mixtard. Встановлено наступні значення параметрів моделі

$$p_{1,3} = 3.9849, \quad p_{1,2}^G = 22.1211, \quad p_{2,2}^G = 4.6812, \quad p_{3,2}^G = 6.3920, \quad p_{4,2}^G = 70..$$

Ідентифікована модель наближає експериментальні дані із відносною похибкою, що не перевищує 4.5%. Подання динаміки глікемії для даного експерименту наведено на рисунку

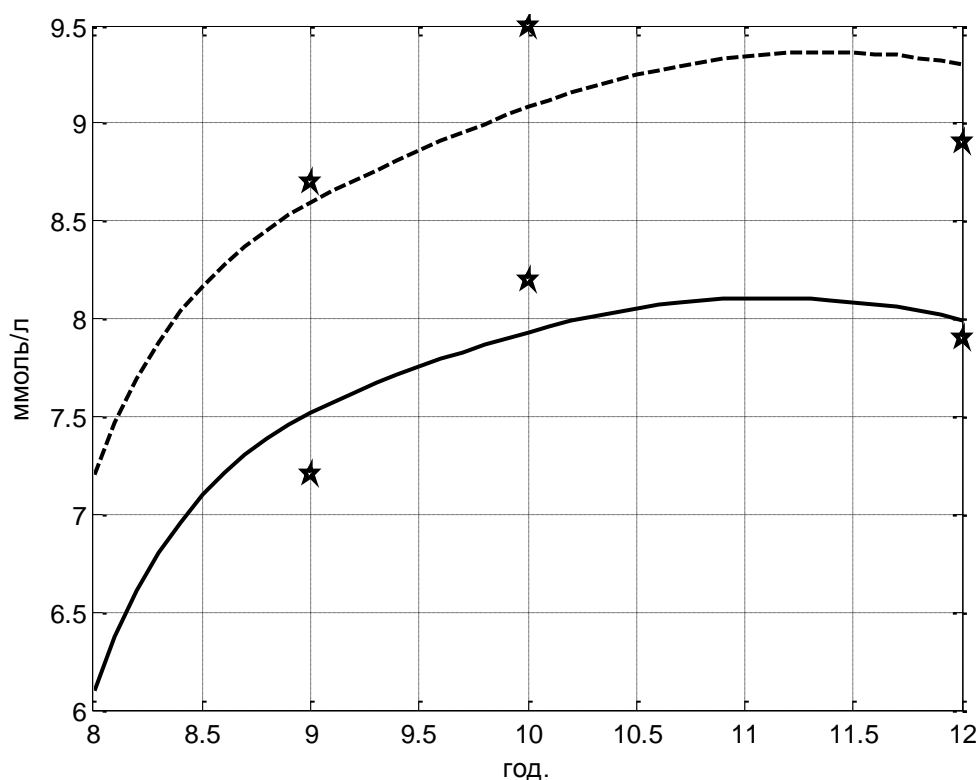


Рис. 6.40. Модельована динаміка глікемії при споживанні повільних вуглеводів

Повільне зростання обсягу поступлень глюкози із повільних вуглеводів призводить до того, що навіть після чотирьох годин після прийому їжі її вплив все ще відчутний.

Ідентифікована модель може використовуватися для прогнозування реакції організму на певні режими харчування та дозування ін'єкцій інсуліну а також для корекції планованих режимів харчування та доз інсуліну. Розглянемо конкретний режим харчування та дозування ін'єкцій штучного інсуліну для

пацієнта, для якого проведено попередні ідентифікації моделі на основі даних, отриманих у спеціально організованих експериментах. Особливості згаданого режиму подано в таблиці

Таблиця 6.6

Режими харчування та дозування ін'єкцій хворого на цукровий діабет

Час (год)	Миттєві вуглеводи (хлібні од.)	Швидкі вуглеводи (хлібні од.)	Повільні вуглеводи (хлібні од.)	Штучний інсулін (ммоль/л)	Концентрація глюкози (ммоль/л)
8		3.5	3.9	16	7.8
10			3.7		9.4
12					9.1
14		9.25			8.4
16	1.0				10.6
18			5.7	20	11.4
20					11.7
22					9.8
24					8.7
26					8.5
28					8.1
30					7.8
32					7.8

На основі ідентифікованої моделі а також режимів харчування та введення штучного інсуліну будуємо прогноз добової динаміки глікемії. Його співставлення із спостереженими значеннями концентрацій глюкози в крові наведені на рис. 6.41. Максимальна відносна похибка прогнозу склала 9.2%, а розподіл похибок наведено на рис. 6.42. Аналіз похибок показує, що їх значний рівень присутній лише на 10, 14 та 20 годину, в інших точках похибка є значно нижчою.

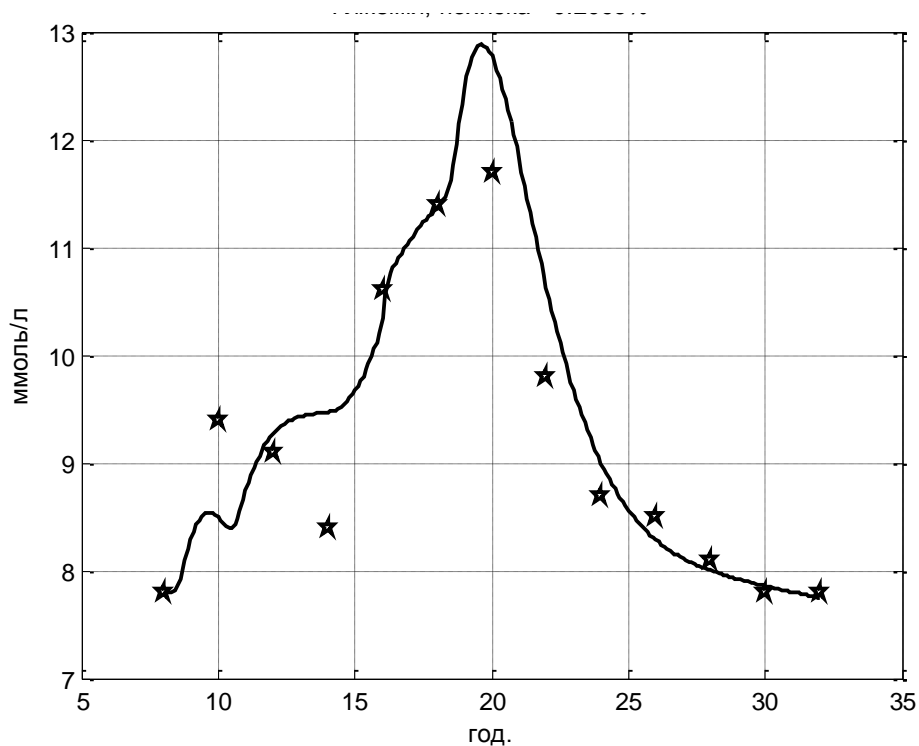


Рис. 6.41. Прогноз добової динаміки глікемії хворого на цукровий діабет

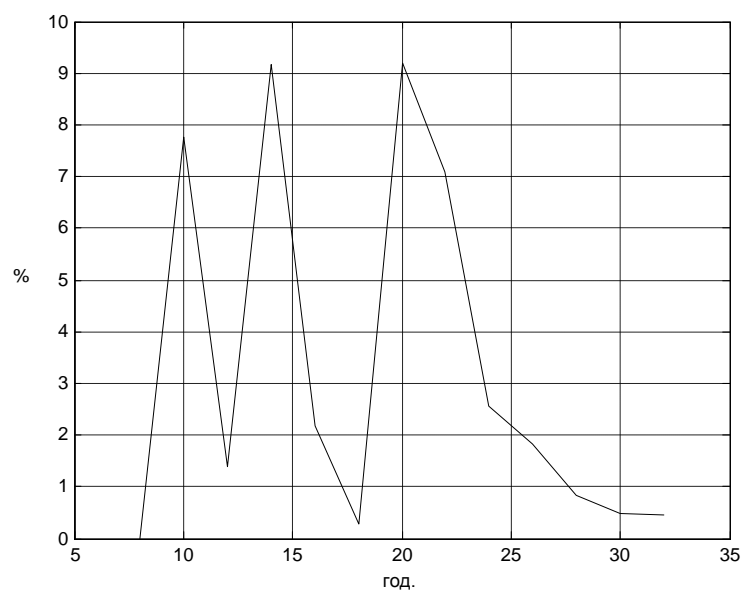


Рис. 6.42. Розподіл відносних похибок прогнозу добової динаміки глікемії хворого на цукровий діабет

Вищі значення відхилень спостерігаються в початковий період після ін'єкції штучного інсуліну. Тому в подальших дослідженнях слід детальніше дослідити особливості цього періоду. Однак проведені експерименти засвідчують ефективність запропонованого методу ідентифікації параметрів

моделі добової глікемії хворого на цукровий діабет, що забезпечують моделювання із достатньою для практики точністю.

Висновки до розділу 6

1. В результаті уточнення ролі лімітуючого фактора побудовано єдину модель реакції організму хворого на серцево-судинні захворювання в процесах неінтенсивних та субмаксимальних навантажень а також єдиний метод їх ідентифікації із використанням циклу по значеннях лімітуючого параметра в експериментально встановленому діапазоні. Це дозволило моделювати реакцію організму на дію зовнішнього навантаження на основі спільних теоретичних положень.

2. За допомогою циклу по значеннях лімітуючого параметра побудовано метод ідентифікації автономних моделей хіміко-технологічних процесів, який на відміну від існуючих не вимагає багатоетапних уточнень параметрів моделі. Це дозволило спростити застосування методу ідентифікації при підвищенні його точності.

3. За допомогою розробленого підходу до багатоетапної ідентифікації та із використанням концепції комплексних тестів запропоновано модель успішності навчання а також метод її ідентифікації. Це дозволяє раціонально розподіляти зусилля при плануванні процесу освоєння навчального матеріалу

4. За допомогою циклу по значеннях лімітуючого параметра побудовано єдиний метод ідентифікації моделей відвідуваності Веб-сайтів , який на відміну від існуючих не вимагає врахування типів росту відвідуваностей а також допоміжних поліноміальних апроксимацій. Це дозволило підвищити надійність прогнозування росту відвідуваності.

5. На основі поетапної процедури а також підходу до ідентифікації моделей процесів з лімітуючим фактором за допомогою спостереження системної змінної побудовано метод ідентифікації моделі добової глікемії хворих на цукровий діабет. Це дозволяє прогнозувати реакцію на вибрані режими харчування та вводу ін'єкцій інсуліну хворого.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язано науково-прикладну проблему спрощення процесу моделювання систем із лімітуючими факторами та підвищення точності моделювання шляхом створення нового класу математичних моделей систем з лімітуючими факторами, нових узагальнених методів їх ідентифікації та інженерного інструментарію з розширеною сферою застосування в прикладних дослідженнях. В результаті виконання дисертаційного дослідження можна сформулювати такі висновки та рекомендації.

1. Проведений аналіз підходів до підвищення ефективності досліджень нових класів задач за допомогою математичних моделей показав актуальність узагальнення напрацьованих підходів при моделюванні систем із лімітуючими факторами з метою розробки узагальнених математичних моделей та методів їх ідентифікації для моделювання процесів в біосоціальних системах та спрощення розробки інженерного інструментарію для розв'язання нових задач в цій галузі.

2. Шляхом узагальнення та спрощення існуючих підходів запропонована узагальнена модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором, яка включає рівняння динаміки активних середовищ, забезпеченостей процесів та продукту системи, враховує зміну базових рівнів змінної активного середовища а також ефект її інгібування продуктом системи. Запропонована модель сформувала ядро розширеного класу моделей систем з лімітуючими факторами, яке придатне для моделювання процесів в хіміко-технологічних, навчальних, Веб-інформаційних системах та системах прогнозування динаміки глікемії хворих на цукровий діабет.

3. Запропонована узагальнена модель системи із зовнішнім лімітуючим навантаженням, яка включає рівняння динаміки змінної активного середовища системи, враховує нелінійність реакції системи на прикладене навантаження, що виступає в ролі лімітуючого фактора і інтерполюється кусково-кубічними многочленами Ерміта, та лінійний характер стабілізатора активного

середовища системи, який вмикається після зняття навантаження. Запропонована модель дозволила уніфікувати моделі різнотипних навантажень на організм пацієнта в процесі реабілітації після серцево-судинних захворювань.

4. Розроблено єдиний метод ідентифікації моделей систем із лімітуючим фактором, який містить процедуру вибору оптимальних значень лімітуючого параметра, різницеві співвідношення для налаштування початкових значень інших параметрів моделі, процедуру уточнення початкових значень параметрів моделі на основі градієнтного методу, що дозволило уніфікувати підхід до ідентифікації моделей систем із лімітуючою забезпеченістю та лімітуючим зовнішнім навантаженням.

5. Розроблено архітектуру та програмні модулі середовища моделювання систем із лімітуючими факторами, в якій запропоновані методи ідентифікації реалізуються сукупностями програмних модулів із поетапною деталізацією, що дозволило зекономити зусилля із їх програмної реалізації та забезпечило формування програмного інструментарію аналізу широкого кола прикладних задач зі збереженням відкритості середовища до подальших поповнень.

6. Із застосуванням єдиного методу ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами побудовано математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань; розроблено математичну модель характеристик результатів навчання із поетапним прогнозом успішності освоєння матеріалу в системі автоматизованого навчання із максимальною відносною похибкою 6%; побудовано математичну модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження із відображенням в єдиній моделі як неінтенсивних, так і субмаксимальних навантажень і зниженням максимальної похибки прогнозування на 23%.

7. На основі єдиного методу ідентифікації моделей систем із лімітуючими факторами створено метод ідентифікації параметрів моделі динаміки добової глікемії хворого на цукровий діабет із максимальною відносною похибкою, яка не перевищила 9%; удосконалено метод ідентифікації моделі хіміко-

технологічного процесу броварного бродіння із спрощенням процедури ідентифікації та зменшенням її похибки на 30%; покращено метод ідентифікації математичних моделей динаміки відвідуваності Веб-сайтів із застосуванням як для короткотермінового, так і для довготермінового прогнозування динаміки відвідуваності без втрати точності прогнозування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абовский Н. П. Развитие системного мышления в обучении и тестировании / Абовский Н. П., Палагушкин В. И. // *Alma mater.*– 2009.– №9.– С. 32-39.
2. Абросов Н. Анализ видовой структуры трофического уровня одноклеточных. / Н. Абросов, Б. Ковров. – Новосибирск: Наука, 1977. – 190 с.
3. Абросов Н. Экологические механизмы сосуществования и видовой регуляции. / Н. Абросов, Б. Ковров, О. Черепанов. – Новосибирск: Наука, 1982. – 301 с.
4. Аванесов В. Теория и методика педагогических измерений. Материалы публикаций в открытых источниках и Интернет. [Электронный ресурс] / В. С. Аванесов. – 2005. – Режим доступа до ресурсу: <http://viperson.ru/data/200812/jbjejbjxjklmjje.pdf>
5. Алексеев В. Изучение роста микроводорослей при смене нелимитирующего биогена. Моделирование процессов экологического развития. / В. Алексеев, Н. Мурзин. // *Тр. ВНИИ системных исследований.* – 1982. – №2. – С. 61–64.
6. Алексеев В. Исследования модели двухкомпонентных фитоценозов. / В.В. Алексеев. // *Журн. общ. биол.*. – 1975. – №6. – С. 914–919.
7. Алексеев В. Модель конкуренции между водорослями в замкнутом фитоценозе. / В. Алексеев, Т. Сазыкина. // *Журнал общей биологии.* – 1981. – №3. – С. 448 – 455.
8. Алексеев В. Физическое и математическое моделирование экосистем / В. Алексеев, И. Крышев, Т. Сазыкина. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 368 с
9. Антошкина Е. В. Геологические процессы как лимитирующий фактор развития урбосистем / Е.В. Антошкина, Е.В. Фоменко // *Геология, география и глобальная энергия.* – 2013.-№4(51). – С. 175-182.

10. Астраханцева Е. В. Математическое моделирование гемодинамики крупных кровеносных сосудов / Е.В. Астраханцева, В. Ю. Гидаснов, Д. Л. Ревизников // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, № 8. – С.61–80.
11. Бигон М. Экология. Особи, популяции и сообщества. В 2т. / М. Бигон, Д. Харпер, К. Таусенд. – Москва: Мир, 1989.
12. Бондаренко М. Технология оценивания тестов в зависимости от типа и уровня сложности тестовых заданий на основе интегрированной модели / Бондаренко М., Семенец В., Білоус Н. та ін.// Proceedings of the Fourth International Conference "Modern (e-) Learning" MeL 2009. – Varna, Bulgaria, June-July 2009. – P. 55-62.
13. Борисовська Ю. О. Аналіз сучасних платформ дистанційного навчання / Ю.О. Борисовська, О.С. Козлова, О.А. Лисенко // Вісник Херсонського державного технічного університету. – 2010. – № 2 (38). – С. 491–496.
14. Введение в математическое моделирование / [В. Ашихмин, М. Гитман, И. Келлер та ін.]. – Москва: Университетская книга, Логос, 2007. – 440 с.
15. Веб-сайт: визначення й застосування [Електронний ресурс] // Інтернет-студія Webtec. — 2009. — Режим доступу : <http://www.webtec.com.ua/ukr/articles.php?title=web-site>. — Назва з екрану.
16. Власенко К. Л. Роль физической реабилитации в оптимизации состояния больных с заболеваниями сердечно-сосудистой системы [Текст] / К. Л. Власенко, Н. В. Новосад, Е. Н. Параева: 6, 2007. - (Педагогіка, психологія та мед.-біол. пробл. фіз. виховання і спорту) // Педагогіка, психологія та мед.-біол. пробл. фіз. виховання і спорту.-С.56-59
17. Вовкодав О. Система моделювання параметрів процесу реабілітації після гострого інфаркту міокарда / О. Вовкодав, Р. Пасічник. // Вісник Хмельницького національного університету : Технічні науки. – 2012. – №4. – С. 102–107.
18. Вовкодав О. В. Математична модель динаміки пульсу та тиску при оцінці допустимості фізичних навантажень / О. В. Вовкодав,

- Р. М. Пасічник // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : Міжнар. наук.-техн. журн. – Хмельницький, 2014. – № 2 (47). – С. 158-162.
19. Вовкодав О. В. Модель впливу фізичних навантажень в інформаційних технологіях моніторингу реабілітації після інфаркту міокарда / Вовкодав О. В., Пасічник Р. М. // Системи обробки інформації, інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Харків, 2011. – Вип. 3 (93). – С. 169-172.
 20. Вовкодав О. В. Модель реакції серцево-судинної системи організму на дозоване фізичне навантаження в процесі реабілітації після неускладненого інфаркту міокарда / О. В. Вовкодав, Р. М. Пасічник, Л. В. Левицька // Системи обробки інформації. – Харків, 2013. – Вип. 1 (108). – С. 224-228.
 21. Востров А. Почему тематические сайты доходные [Електронний ресурс] / А. Востров. — 2008. — Режим доступу : <http://www.seoded.ru/webmaster/sozdanie-saita/tematicheskie-sajty.html>. — Назва з екрану.
 22. Главачек Ф. Пивоварение / Ф. Главачек, А. Лхотский ; [пер. с чеш. И.В. Холодовой ; под. ред. А. П. Колпакчи]. — Москва : Пищевая промышленность, 1977. — 623 с.
 23. Глибовец Н. Н. Становление технологии WEB 3.0 / Н. Н. Глибовец, Л.О. Шыпович // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т, 2010. — Вип. 3. — С. 52-63.
 24. Григорян Р. Программный имитатор сердечно-сосудистой системы человека на основе ее математической модели / Р. Григорян, П. Лиссов. // Проблемы програмування. – 2004. – №4. – С. 100–112.
 25. Гриченко В. Модель взаимо-действия сердечно-сосудистой и респираторной систем. / В. Гриченко, А. Рудницький. // Акустичний вісник. – 2006. – №3. – С. 16 – 26.

26. Гузій О. Лікувальна фізична культура [Електронний ресурс] / О.В. Гузій – Режим доступу до ресурсу: http://3w.ldufk.edu.ua/files/kafedry/zdorov.../lfk/.../lek%202_lfk%204fs.pdf.
27. Дворецкий Д. С. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем / Д. С. Дворецкий, С. И. Дворецкий, Е. И. Муратова, А.А.Ермаков. — Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. — 80 с.
28. Етапи створення веб-сайтів [Електронний ресурс] / Г.В. Ломаковська, Г.О. Проценко, Й.Я. Ривкінд. — 2008. — Режим доступу : http://school.Xvatit.com/index.php?title=Етапи_створення_веб-сайтів. — Назва з екрану.
29. Жаботинский А. М. Концентрационные автоколебания / А.М. Жаботинский — Москва : Наука, 1974. — 179 с.
30. Игорь Андреевич Полетаев. 1915-1983. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 2015. – 162 с.
31. Ивахненко А.Г. Помехоустойчивость моделирования / А.Г. Ивахненко, В.С. Степашко. – Киев: Наукова думка, 1985. — 216 с.
32. Иерусалимский Н. Принцип регулирования скорости роста микроорганизмов. Управляемый биосинтез. / Н.Д. Иерусалимский. – Москва: Наука, 1966.
33. Кафаров В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии / В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов — Москва : Наука, 1976. — 499 с.
34. Кафаров В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Применение метода нечетких множеств / В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов, Е. П. Марков. — Москва : Наука, 1986. — 359 с.
35. Качественная теория динамических систем второго порядка / А.Андронов,, Е. Леонтович, И. Гордон, А. Майер. – Москва: Наука, 1966. – 568 с
36. Ким В.С Тестирование учебных достижений / Ким В.С. – Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.

37. Кинетика ферментативных реакций [Электронный ресурс] – Режим доступа до ресурсу: <http://www.ximuk.ru/biologhim/049.html>.
38. Козак Ю. Я. Розпаралелення алгоритму оптимізації параметрів дискретних динамічних моделей на масивно-паралельних процесорах / Ю. Я. Козак, П.Г. Стахів, І. П. Струбицька // Відбір і обробка інформації. – 2010. – Вип. 32 (108). – С. 126-130.
39. Компетентнісний підхід до підготовки педагогів: Теорія та практика. / [Н. Авшенюк, Т. Десятов, Л. Дяченко та ін.]. – Кіровоград: Імекс-ЛТД, 2014. – 280с.
40. Компьютерные обучающие системы. [Электронный ресурс] / [П. Алисейчик, К. Вашик, Ж. Кнап та ін.] – Режим доступа до ресурсу: [http://intsys.msu.ru/magazine/archive/v8\(1-4\)/strogalov-005-044.pdf](http://intsys.msu.ru/magazine/archive/v8(1-4)/strogalov-005-044.pdf)
41. Корзун А. Применение алгоритма анализа творческих задач для решения проблем преподавания курса на основе ОТСМ-ТРИЗ [Электронный ресурс] / А.В. Корзун – Режим доступа до ресурсу: <http://www.trizminsk.org/e/prs/232049.htm>.
42. Ленинджер А. Биохимия / А. Ленинджер. – Москва: Мир, 1974. – 957 с.
43. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. / Л. Льюнг – Москва: Наука, 1991. – 432 с.
44. Ляшенко И. Н. Оптимальное управление в кинетической системе Моно-Иерусалимского / И. Н. Ляшенко, Е. И. Ляшенко // Обчислювальна та прикладна математика. — Київ, 1996. — Вип. 80. — С. 47–58.
45. Мари Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях / Дж. Мари ; пер. с англ. В. Г. Бабского ; под ред. А. Д. Мышкиса. — Москва : Мир, 1983. — 397 с.
46. Математическая модель сердечно-сосудистой системы организма при физической нагрузке [Электронный ресурс] / [С. Кюрегян, Т. Петросян, А.Мхитарян и др.] // Изв. НАН РА и ГИУА. – 2005. – Режим доступа до ресурсу: <http://tech.asj-oa.am/905/1/30.pdf>.

47. Математическая модель сосуда в обыкновенных производных как инструмент для исследования сосудистой патологии. Часть 2. / В.Лищук, Г. Амосов, Г. Амосов(мл.), С. Фролов. // Клиническая физиология кровообращения. – 2007. – №1. – С. 64–70
48. Математическая модель сосуда в частных производных. Часть 1 / В.Лищук, Г. Амосов, Г. Амосов(мл.), С. Фролов. // Клиническая физиология кровообращения. – 2006. – №3. – С. 37–44
49. Матюшкин А. Психология мышления. Мышление как разрешение проблемных ситуаций. / А.М. Матюшкин. – Москва: КДУ, 2009. – 190 с
50. Мельник А. М. Автоматична генерація тестових завдань як засіб підвищення ефективності процесу навчання / А.М. Мельник, Р.М. Пасічник, Р.П. Шевчук // Тези доповідей II міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Харків, 2011. – С. 57-59.
51. Мельник А. М. Інформаційна технологія автоматичної генерації тестових завдань з керованою складністю / А.М Мельник, Р.М. Пасічник, Р.П. Шевчук // Системи обробки інформації, інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – Харків, 2011. – № 3 (93). – С. 57-61.
52. Мельник А. М. Метод адаптивного управління структурою процесу навчання / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – № 1. – С. 132-137.
53. Мельник А. М. Метод генерації проблемних ситуацій для тестування методологічних знань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Науковий вісник Чернівецького університету: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2010. – Т.1, Вип. 2. – С. 67-72.
54. Мельник А. М. Модель оцінки складності тестових завдань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Науковий вісник Чернівецького університету: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2009. – № 479. – С. 108-113.
55. Мельник А. М. Моделювання параметрів навчального процесу в умовах невизначеності / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Поступ в науку: зб.

- наук. праць за матеріалами проблемно-наукової міжгалузевої конференції "Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання" (ПНМК-2009). – Бучач : Бучацький інститут менеджменту і аудиту, 2009. – Т. 1, № 5. – С. 216-219.
56. Мельник А. М. Алгоритми генерації множини задач та їх автоматичне розв'язання в прикладному програмному середовищі / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – Т. 16, № 2. – С. 157-163.
57. Мельник А. М. Метод генерації тестових завдань на основі системи семантичних класів / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2010. – Т. 15, № 1. – С. 187-193.
58. Мельник А. М. Моделювання результативності навчання в інтелектуальних адаптивних навчальних системах / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія : міжнар. наук.-техн. журнал. – 2009. – № 3. – С. 107-116.
59. Мельник А. М. Система автоматичної генерації тестових завдань / А. М. Мельник, Р. М. Пасічник // Тези доповідей міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія" (ІТКІ-2010). – Вінниця : ВНТУ, 2010. – С. 408-409.
60. Мецлер Д. Биохимия. т.3 / Д. Мецлер. – Москва: Мир, 1980. – 478 с
61. Набойщикова Л. Проблемное обучение – технология, адекватная компетентностному подходу [Електронний ресурс] / Л.В. Набойщикова – Режим доступу до ресурсу: <http://festival.1september.ru/articles/629603/>.
62. Нехаев И. Н. Постановка задачи эффективного адаптивного тестирования уровня знаний / И. Н. Нехаев // Вестник Московского городского педагогического университета, серия "Информатика и информатизация образования". – 2008. – № 15. – С. 124–127.

63. Новиков Ф. Моделирование на UML. / Ф. Новиков, Д. Иванов. – Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2010. – 200 с.
64. Носов П. С. Інтелектуальне формування індивідуальної траєкторії навчання студента : Автореф. дис. канд. техн. наук: спец. 05.13.23 «Системи та засоби штучного інтелекту» / П.С.Носов. – Одеса, 2007. –17 с.
65. Об исследовании математической модели успешности обучения и создании базы психологических данных для апробации модели. / Г.Белушкина, М. Васильченко, Н. Лопаткина, О. Хафизьянова. // Вестник ДГТУ. – 2013. – №5. – С. 44–52.
66. Одум Ю. Экология. / Ю. Одум. – Москва: Мир, 1989.
67. Пасічник Н. Р. Математична модель динаміки відвідуваності тематичних Веб-сайтів та методи її ідентифікації / Н. Пасічник, М. Дивак, Р. Пасічник // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. – Київ : Міжнар.наук.-навч.центр інформ.технологій та систем НАН та МОН України, 2013. – Вип. 5. – С. 236-246.
68. Пасічник Р. М. Адаптивна модель динаміки систем мікроорганізмів в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Вісник Хмельницького національного університету: Технічні науки. – Хмельницький, 2007. – Т. 1, № 2. – С. 36-40.
69. Пасічник Р. М. Алгоритм управління перехідним процесом завантаження багатозонного термоагрегату / Р. М. Пасічник, В. В. Кочан, Ю. Р. Піговський // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2005. – Т. 10, № 3. – С. 118-126.
70. Пасічник Р. М. Вдосконалена система керування багатозонними термоагрегатами / Р. М. Пасічник, В. В. Кочан, Ю. Р. Піговський, М. Й. Дерлиця // Вісник технологічного університету Поділля: Технічні науки. – Хмельницький, 2004. – Ч. 1, Т. 1:, № 2 – С. 30-33.
71. Пасічник Р. М. Ідентифікація моделі броварного бродіння в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Вісник Вінницького

- політехнічного інституту. – Вінниця, 2007. – № 1. – С. 10-15.
72. Пасічник Р. М. Ідентифікація системи Моно-Ієрусалимського з керованим зворотнім зв'язком / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Комп'ютинг. – 2008. – Т. 7, Вип. 1. – С. 146-152.
73. Пасічник Р. М. Моделювання термокерованих систем Моно-Ієрусалимського з мінімальними побічними виходами в умовах невизначеності / Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – Вінниця, 2008. – № 1 (11). – С. 69-75.
74. Пасічник Р. М. Формалізація процесу побудови онтологій на основі базових класів / Р. М. Пасічник, А. С. Саченко, А. М. Мельник // Збірник наукових праць за матеріалами XIII всеукраїнської науково конференції "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики". – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – С. 162-163.
75. Пелешишин А. М. Позичіонування сайтів у глобальному інформаційному середовищі / А. М. Пелешишин. — Львів: Видавництво НУ "Львівська політехніка", 2007. — 260с.
76. Пелешишин А.М. Оптимізація форумів та інших форм спільнот користувачів WWW //Вісник Національного університету "Львівська політехніка": Інформаційні системи та мережі . – 2005. –№ 549. – С.138–146.
77. Перт С. Дж. Основы культивирования микроорганизмов и клеток / С. Дж. Перт. — Москва : Мир, 1978. — 333 с.
78. Петрович В. Идентификация параметров математических моделей. [Електронний ресурс] / В. Н. Петрович – Режим доступу до ресурсу: <http://dspace.nbuv.gov.ua/xmlui/bitstream/handle/123456789/60449/46-Retrovich.pdf?sequence=1>.
79. Піговський Ю. Р. Ідентифікація жорстких нелінійних моделей хіміко-технологічних систем / Ю. Р. Піговський, Р. М. Пасічник // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2010. – Т.12, №1. – С. 12-22.

80. Развитие веб-технологий: тенденции и перспективы [Электронный ресурс] — 2013. — Режим доступа : <http://www.4stud.info/web-programming/lecture9.html>. — Назва з екрану.
81. Растринг Л. Адаптация сложных систем. Методы и приложения. / Л.А. Растринг. — Рига: Зинатне, 1981. — 375 с.
82. Реабілітація хворих на інфаркт міокарда/ Швед М.І., Левицька Л.В., Коваль В.Б. та ін.// Методичні рекомендації. —Тернопіль, Укрмедкнига, 2011. — 50с.
83. Ризниченко Г. Математические модели в биофизике и экологии. / Г.Ю. Ризниченко. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 184 с.
84. Рубин А. Б. Биофизика / А. Б. Рубин— Москва : Университет, 1999. — Т.1. — 448 с.
85. Рубин А. Б. Кинетика биологических процессов / А. Б. Рубин, Н.Ф. Пытьева, Г. Ю. Ризниченко. — Москва : Изд-во Мос. ун-та, 1987. — 304 с.
86. Сазыкина Т. Динамика роста популяции при потреблении взаимозаменяемых компонент питания. / Т.Г. Сазыкина. // Журн. общ. биол. — 1987. — №3. — С. 417–422.
87. Самылкина Н. Н. Современные средства оценивания результатов обучения / Н. Н. Самылкина. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. — 172 с.
88. Симаков, С.С. Численное моделирование сердечно-сосудистой и дыхательной систем организма человека с учетом их взаимодействия): дис. канд. техн. наук: 05.13.18 / С.С. Симаков. — М. : МФТИ, 2006. — 115 с.
89. Соколова И. Основы механизма пульсовой гемодинамики и его уточнение за счет введения активной диастолической деятельности миокарда / И.В. Соколова. // Биомедицинская радиоэлектроника. — 2001. — №5. — С. 53–61.

90. Степашко В.С. Комп'ютерний експеримент в індуктивному моделюванні / Степашко В.С., Єфіменко С.М., Савченко Є.А. – Київ: Наукова думка, 2014. – 222 с.
91. Титенко С. В. Генерація тестових завдань у системі дистанційного навчання на основі моделі формалізації дидактичного тексту / С.В.Титенко // Наукові вісті Національного технічного університету України Київський політехнічний інститут". – 2009. – № 1(63). – С. 47–57.
92. Ткаченко О. Результаты теста шестиминутной ходьбы у больных с сердечной недостаточностью, обусловленной ишемической болезнью сердца. [Електронний ресурс] / О. Ткаченко, С. Серик – Режим доступу до ресурсу: [http:// www. vitalpol. com. ua/ user_files / pdfs /utj /861490020692616_22092009130525.pdf](http://www.vitalpol.com.ua/user_files/pdfs/utj/861490020692616_22092009130525.pdf).
93. Трифонов А. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения. [Електронний ресурс] / А.Г. Трифонов – Режим доступу до ресурсу: [http:// matlab.exponenta.ru /optimiz /book_2 /2_2.php](http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/2_2.php).
94. Уэбб Л. Ингибиторы ферментов и метаболизма / Л. Уэбб. — Москва : Мир, 1966. – 864 с.
95. Хоа Тат Тханг Сравнительный анализ систем дистанционного обучения / Хоа Тат Тханг // Общие проблемы образования. – 2009. – №2. – С. 9-13.
96. Цыпкин Я. Информационная теория идентификации / Я.З. Цыпкин. – Москва: Наука, 1995. – 336 с.
97. Чайківська Ю. М. Інформаційна технологія оцінки добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : Міжнар. наук.-тех. ж-л. – Хмельницький, 2015. – Т. 3, № 52. – С. 156-161.
98. Чайківська Ю. М. Інформаційна технологія прогнозування динаміки глікемії / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, Л. М. Тимошенко // Тези доповідей XI міжнародної науково-практичної конференції «Військова освіта і наука: сьогодення та майбутнє». – Київ, 2015. –

- C.83-84.
99. Чайківська Ю. М. Математична модель динаміки глюкози в процесі засвоєння їжі / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // Інформатика та математичні методи в моделюванні : Збірник наукових праць. – Одеса, 2014. – Т.4, №3. – С. 272-277.
 100. Чайківська Ю. М. Метод ідентифікації добової динаміки глюкози в крові / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник // Інформатика та математичні методи в моделюванні : Зб. наук. праць. – Одеса, 2015. – Т. 5, № 2. – С. 135-141.
 101. Чайківська Ю. М. Прогнозна модель добової динаміки концентрації цукру в крові / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, Л. М. Тимошенко // Матеріали IV міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні управляючі системи та технології" (ІУСТ-2015). – Одеса, 2015. – С.261-264.
 102. Чайківська Ю. М. Розробка схеми аналізу моделі динаміки глюкози в крові в амбулаторних умовах / Ю. М. Чайківська, Р. М. Пасічник, В. П. Матвійків // Матеріали III Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». –Тернопіль : ТНЕУ, 2013. – С. 58-59.
 103. Чайківська Ю.М. Математична модель надходження глюкози зі споживанням вуглеводів // Ю.М. Чайківська, Р.М. Пасічник // Матеріали IV Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології» ТНЕУ, Тернопіль – 2014р.— С. 44-45.
 104. Чайківська Ю.М. Моделювання рівня глюкози в крові у хворих на цукровий діабет / Ю.М. Чайківська, Р.М. Пасічник // Матеріали II Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології» ». –Тернопіль : ТНЕУ, 2012. – С. 53.

105. Швед М. Сучасні стратегії лікування та реабілітації хворих на інфаркт міокарда. / М. Швед, Л. Левицька. – Київ: Медкнига, 2013. – 144 с.
106. Швець О. Дієта для пацієнтів із цукровим діабетом 2 типу [Електронний ресурс] / О.В. Швець // health-ua. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <http://health-ua.com/stati/gastroenterology/diyeta-dlya-patsiyentiv-iz-tsukrovim-diabetom-2-tipu.html>.
107. Яковлев Б. П. Лимитирующие факторы психомоторной организации квалифицированных спортсменов / Б. П. Яковлев, В. В. Апокин. // Теория и практика физической культуры. – 2013. – №11. – С. 83–87.
108. A Cardiovascular Mathematical Model of Graded Head-Up Tilt [Електронний ресурс] / [E. Lim, G. Chan, S. Dokos та ін.] // PLOS One. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: <http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0077357>.
109. A chromatin structure-based model accurately predicts DNA replication timing in human cells [Електронний ресурс] / [Y. Gindin, M. Valenzuela, M. Aladjem and others] // Molecular System Biology. – 2014. – Режим доступу до ресурсу: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/msb.134859/pdf>.
110. A comparison between the minimal model and the glucose clamp in the assessment of insulin sensitivity across the spectrum of glucose tolerance. Insulin Resistance Atherosclerosis Study. / [M. Saad, R. Anderson, A. Laws et al.]. // Diabetes. – 1994. – №43. – P. 1114–1121.
111. A kinetic model for beer production under industrial operational conditions / [G.B. de Andrés-Toro, J. Girón-Sierra, J. López-Orozcoa та ін.]. // Mathematics and Computers in Simulation. – 1998. – №1. – P. 65–74.
112. A lumped parameter mathematical model to analyze the effects of tachycardia and bradycardia on the cardiovascular system / [M. Abdi, A. Karimi, M. Navidbakhsh та ін.]. // Numerical Modeling. – 2015. – №3. – P. 346–357.
113. A mathematical model of the murine ventricular myocyte: a data-driven biophysically based approach applied to mice overexpressing the canine NCX isoform [Електронний ресурс] / [L. Li, S. Niederer, W. Idigo та ін.] // Am. J.

- Physiol. Heart Circ. – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://ajpheart.physiology.org/content/ajpheart/299/4/H1045.full.pdf>.
114. Abdullah N. The Effects of Problem Based Learning on Mathematics Performance and Affective Attributes in Learning Statistics at Form Four Secondary Level / N. Abdullah, R. Tarmizi, R. Abu. // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. – 2010. – №8. – С. 370–376
115. Al-Elq A. Simulation-based medical teaching and learning / A.H. Al-Elq. // *J. Family Community Med.* – 2010. – №17. – С. 35–40.
116. Alsultanny Y. Effects of using simulation in e-learning programs on misconceptions and motivations towards learning [Электронный ресурс] / Y. Alsultanny, A. Nouby, T. Al-Enazi // *International Journal of Science and Technology Educational Research*. – 2014. – Режим доступа до ресурсу: <http://academicjournals.org/journal/IJSTER/article-full-text-pdf/6692A1846574>.
117. An integrative model of respiratory and cardiovascular control in sleep-disordered breathing / L.Cheng, O. Ivanova, H. Fan, M. Khoo. // *Respiratory Physiology & Neurobiology*. – 2010. – №174. – С. 4–28.
118. Applications of the Box-Wilson Design Model for Bio-hydrogen Production using *Clostridium saccharoperbutylacetonicum* N1-4 (ATCC 13564) / [W. Alalayah, M. Kalil, A. Kadhum та ін.]. // *Pakistan Journal of Biological Sciences*. – 2010. – №13. – P. 674–682.
119. Assessment of insulin sensitivity (SI) and glucose effectiveness (SG) from a standardized hyperglucidic breakfast test in type 2 diabetics exhibiting various levels of insulin resistance / [J. Brun, E. Ghanassia, C. Fédou та ін.]. // *Acta Diabetologica*. – 2013. – №2. – С. 143–153.
120. Bader F. Analysis of double-substrate limited growth. / F.G. Bader. // *Biotech. and Bioeng.* – 1978. – №20. – С. 183–202.
121. Beneke R. The limits of human performance [Электронный ресурс] / R. Beneke, D. Böning // *Biochemical Society*. – 2008. – Режим доступа до ресурсу: <http://essays.biochemistry.org/content/ppebio/44/11.full.pdf>.

122. Betlach M. R. Assimilatory nitrate uptake in *Pseudomonas fluorescens* studied using nitrogen-13 / M. R. Betlach, J. M. Tiedje, R. B. Firestone // *Arch. Microbiol.* — 1981. — Vol. 129. — P. 135–140.
123. Betlach M. R. Kinetic explanation for accumulation of nitrite, nitric oxide, and nitrous oxide during bacterial denitrification / M. R. Betlach, J. M. Tiedje // *Appl. Environ. Microbiol.* — 1981. — Vol. 42. — P. 1074–1084.
124. Bioprocess systems engineering: transferring traditional process engineering principles to industrial biotechnology [Электронный ресурс] / M. Koutinas, A. Kiparissides, E. Pistikopoulos, A. Mantalaris // *Comput. Struct. Biotechnol. J.* — 2012. — Режим доступа до ресурсу: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3962201/>.
125. Blanco M. Monitoring alcoholic fermentation by joint use of soft and hard modeling methods / M. Blanco, A. C. Peinado, J. Mas // *Analytica Chimica Acta.* — 2006. — Vol. 556, Iss. 2. — P. 364–373.
126. Breton M.D. Physical activity--the major unaccounted impediment to closed loop control / M.D. Breton // *Diabetes Sci Technol.* — 2008. — №2(1). — PP. 169-174.
127. Callegari T. Bayesian two-compartment and classic single-compartment minimal models: comparison on insulin modified IVGTT and effect of experiment reduction / T. Callegari, A. Caumo, C. Cobelli. // *IEEE Trans Biomed Eng.* — 2003. — №50. — P. 1301–1309.
128. Cancer Evolution: Mathematical Models and Computational Inference [Электронный ресурс] / N. Beerenwinkel, R. Schwarz, M. Gerstung, F. Markowetz // *Syst Biol.* — 2015. — Режим доступа до ресурсу: <http://sysbio.oxfordjournals.org/content/64/1/e1.full>.
129. Carrillo-Ureta G. E. Genetic Algorithms for Optimal Control of Beer Fermentation / G. E. Carrillo-Ureta, P. D. Roberts, V. M. Becerra // *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control, September 5–7.* — México City, 2001. — P. 391–396.

130. Cerucci M. Comparison of the Monod and Droop Methods for Dynamic Water Quality Simulations / M. Cerucci, G. Jaligama, R. Ambrose. // *J. Environ. Eng.* – 2010. – №10. – P. 1009–1019.
131. Chaikivska Y. Analysis of design methods of physical activity on the dynamics of glucose in diabetic patient / Y. Chaikivska, R. Pasichnyk, O. Kushnir // *The XII-th International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM-2013)*. – Lviv-Polyana, 2013. – P. 57.
132. Chaikivska Y. The mathematical model model of glucose dynamics in blood over 24-hour period / Y. Chaikivska, R. Pasichnyk, N. Pasichnyk // *Comput. Problems of Electrical Engineering*. – 2015. – V. 5, N. 1. – P. 5-10.
133. Chaikivska Y. M. Mathematical model of glucose dynamics during food digestion process / Y. M. Chaikivska, R. M. Pasichnyk // *Proceedings of the XII-th International Conference Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, dedicated to the 170-th anniversary of Lviv Polytechnic National University (TCSET'2014)*. – Lviv-Slavske, 2014. – P. 753.
134. Chassin L. Evaluation of glucose controllers in virtual environment: methodology and sample application / L. Chassin, M. Wilinska, R. Hovorka. // *Artificial Intelligence in Medicine*. – 2004. – №32. – P. 71—181
135. Coleman M. C. Temperature-dependent kinetic model for nitrogen-limited wine fermentations / Matthew C. Coleman, R. Fish, D. E. Block // *Appl. Environ. Microbiol.* — 2007. — Vol. 73, № 18. — P. 5875–5884.
136. Comparison of insulin sensitivity, glucose sensitivity, and first phase insulin secretion in patients treated with repaglinide or gliclazide / [C. Wu, D. Pei, A.Hsieh та ін.]. // *Archives of Pharmacal Research*. – 2010. – №3. – С. 411–416.
137. Cornish-Bowden A. *Fundamentals of enzyme kinetics* / A. Cornish-Bowden. — Boston : Butterworth, Inc., 1979. — P. 200–210.

138. Counotte G. H. M. Calculation of K_m and V_{max} from substrate concentration versus time plot / G. H. M. Counotte, R. A. Prins // *Appl. Environ. Microbiol.* — 1979. — Vol. 38. — P. 758–760.
139. Cvijovic M. Mathematical models of cell factories: moving towards the core of industrial biotechnology / M. Cvijovic, S. Bordel, J. Nielsen. // *Microbial Biotechnology.* — 2011. — №4. — P. 572–584.
140. Debasmita N. Optimization and kinetics studies on biodegradation of atrazine using mixed microorganisms / N. Debasmita, M. Rajasimman. // *Alexandria Engineering Journal.* — 2013. — №3. — P. 499–505.
141. DeFazio G. Types of websites: Basic website design types their purpose, scope and structure [Электронный ресурс] / G. DeFazio // *Rocketface Workshop – Webmaster’s Tutorial.* — 2010. — Режим доступа : http://www.rocketface.com/analyze_website/types_of_websites.html.
142. Development of a restricted state space stochastic differential equation model for bacterial growth in rich media / J. Møller, K. Bergmann, L. Christiansen, H. Madsen. // *Journal of Theoretical Biology.* — 2012. — №305. — С. 78–87.
143. Duggleby R. G. The analysis of progress curves for enzyme-catalyzed reactions by nonlinear regression / R. G. Duggleby, J. F. Morrison // *Biochim. Biophys.* — 1977. — Acta 481. — P. 297–312.
144. Duke S. Phytochemical Phytotoxins and Hormesis / S. Duke. // *Dose-Response.* — 2014. — №1. — С. 76–78.
145. Effects of Age and Sex on Postprandial Glucose Metabolism / [R. Basu, C. Man, M. Campioni та ін.]. // *Diabetes.* — 2006. — №55. — P. 2001–2014.
146. Fermentation Process Modeling with Levenberg-Marquardt Algorithm and Runge-Kutta Method on Ethanol Production by *Saccharomyces cerevisiae* [Электронный ресурс] / [D. Liu, L. Xu, W. Xiong та ін.] // *Mathematical Problems in Engineering.* — 2014. — Режим доступа до ресурсу: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2014/289492/ref/>

147. Flynn K. Ecological modelling in a sea of variable stoichiometry: Dysfunctionality and the legacy of Redfield and Monod / K.J. Flynn. // *Progress in Oceanography*. – 2010. – №1. – P. 52–65.
148. Foglar L. Kinetic modelling of surface water bionitrification / L. Foglar, N. Bolf, M. Lukic. // *Wseas Transactions on Environment and Development*. – 2010. – №5. – P. 375–384
149. Gadcar, T. Mathematical modeling of blood flow in the presence of atherosclerosis / T. Gadcar, A. Jeremic // *Excerpt from the Proc. of the COMSOL Users Conf. Boston*. – 2006. – P. 879–886.
150. Gawel R. Brettanomyces Character in Wine / R. Gawel // *Proceedings of Australian Society of Wine Education National Convention, 4th-6th of June 2004*. — Hunter Valley, Australia, 2004. [Электронный ресурс]. — Режим доступа http://www.aromadictionary.com/articles/brettanomyces_article.html
151. GIM, simulation software of meal glucose-insulin model / C.D.Man, D.Raimondo, R. Rizza, C. Cobelli. // *J Diabetes Sci Technol.* – 2007. – №1. – С. 323–330.
152. Growth and neutral lipid synthesis in green microalgae: A mathematical model / [A. Packer, Y. Li, T. Andersen та ін.]. // *Bioresource Technology*. – 2011. – №102. – С. 111–117.
153. Haugen F. Adapting Dynamic Mathematical Models to a Pilot Anaerobic Digestion Reactor / F. Haugen, R. Bakke, B. Lie. // *Modeling, Identification and Control*. – 2013. – №2. – P. 35–54
154. In Silico Preclinical Trials: A Proof of Concept in Closed-Loop Control of Type 1 Diabetes / B.Kovatchev, M. Breton, C. Man, C. Cobelli. // *J. Diabetes Sci. Technol.* – 2009. – №3. – С. 44–45
155. Integrating Flux Balance Analysis into Kinetic Models to Decipher the Dynamic Metabolism of *Shewanella oneidensis* MR-1 [Электронный ресурс] / X.Feng, Y. Xu, Y. Chen, Y. Tang // *PLOS Computational Biology*. – 2012. – Режим доступа до ресурсу: <http://journals.plos.org/ploscompbiol/article?id=10.1371/journal.pcbi.1002376>.

156. Jerry J. Batzel Cardiovascular and respiratory systems: modeling, analysis, and control / Jerry J. Batzel, Franz Kappel, Daniel Schneditz, Hien T. Tran. – SIAM, (December 12, 2006). – 289 p.
157. Kappel F., Fink M., and Batzel J., Aspects of control of the cardiovascular-respiratory system during orthostatic stress induced by lower body negative pressure, *Mathematical Biosciences*, 206 (2007), 273–308.
158. Karadagli F. A mathematical model for the kinetics of *Methanobacterium bryantii* M.o.H. considering hydrogen thresholds / F. Karadagli, B. E. Rittmann // *Biodegradation*. — 2007. — Vol. 18, № 4. — P. 453–464
159. Khalil F. Combining Web Data Mining Techniques for Web Page Access Prediction : PhD Thesis: 080109 – Patter Pattern Recognition and Data Mining, 080704 – Information Retrieval and Web Search / Khalil F. – Australia, Quinsland, 2008. – 197 p.
160. Kinetic Experiments for Evaluating the Nernst–Monod Model for Anode-Respiring Bacteria (ARB) in a Biofilm Anode / C.Torres, A. Marcus, P. Parameswaran, B. Rittmann. // *Environ. Sci. Technol.*. – 2008. – №42. – P.6593–6597.
161. Kinetic model for polyhydroxybutyrate (PHB) production by *Hydrogenophaga pseudoflava* and verification of growth conditions / [M. Mahmoudi, M. Baei, G. Najafpour та ін.]. // *African Journal of Biotechnology*. – 2010. – №9. – P. 3151–3157.
162. Kinetic modeling of batch fermentation for *Populus* hydrolysate tolerant mutant and wild type strains of *Clostridium thermocellum* / J.Linville, M. Rodriguez, J. Mielenz, C. Cox. // *Bioresource Technology*. – 2013. – №147. – P. 605–613.
163. Kinetic modeling of beer fermentation. / J.Engasser, I. Marc, M. Moll, B. Duteurtre. // *Proceedings of the European Brewing Convention Congress, Copenhagen IRL Press: Oxford*. – 1981. – C. 579–586. /
164. Kinetic models for nitrification inhibition by ammonium and nitrite in a suspended and an immobilised biomass systems / [J. Carrera, I. Jubany,

- L. Carvalho та ін.]. // *Journal on Process Biochemistry*. – 2004. – №9. – С. 1159–1165.
165. Kinetic models in industrial biotechnology – Improving cell factory performance [Електронний ресурс] / [J. Almquist, M. Cvijovic, V. Hatzimanikatis та et. al.] // *Metabolic Engineering*. – 2014. – Режим доступу до ресурсу:
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S109671761400041X>.
166. O. Mathematical Model of Cell Growth for Biofuel Production under Synthetic Feedback / O. Kirthiga, L. Rajendran. // *Natural Science*. – 2014. – №6. – С. 262–277.
167. Klabunde R. *Cardiovascular Physiology Concepts* / R. E. Klabunde., 2005. – 235р.
168. Kobayashi M. On-Line Estimation and Control of Apparent Extract Concentration in Low-Malt Beer Fermentation / M. Kobayashi, T. Hiroshima, K. Nagahisa, H. Shimizu, S. Shioya // *Journal of the Institute of Brewing*. — 2005. — № 111 (2). — P. 128–136.
169. Lanzas C. Mathematical Modeling of the Transmission and Control of Foodborne Pathogens and Antimicrobial Resistance at Preharvest [Електронний ресурс] / C. Lanzas, Z. Lu, Y. Gröhn // *Foodborne Pathogens and Disease*. – 2011. – Режим доступу до ресурсу:
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3123936/>.
170. Lignin Biosynthesis and Structure / [R. Vanholme, B. Demedts, K. Morreel and others]. // *Plant Physiology*. – 2010. – №3. – С. 895–905.
171. Lin Y. Validated solution of initial value problems for ODEs with interval parameters / Y. Lin, M. A. Stadtherr // *Proceedings of 2-nd NSF Workshop on Reliable Engineering Computing*. — Savannah, GA : Georgia Tech University, 2006. — 13 p.
172. Lubenova V. Adaptive algorithms for estimation of multiple biomass growth rates and biomass concentration in a class of bioprocesses / V. Lubenova, E.

- C. Ferreira // Proceedings of 4-th Portuguese Conference on Automatic Control . — 2000. — P.289–294.
173. Mailleret L. Nonlinear adaptive control for bioreactors with unknown kinetics / L.Mailleret, O. Bernard, J. -P. Steyer // Automatica. — 2004. — № 40. — P. 1379–1385.
174. Makroglou A. Mathematical models and software tools for the glucose-insulin regulatory system and diabetes: an overview / A. Makroglou, J. Li, Y. Kuang. // Applied Numerical Mathematics. – 2006. – №3. – С. 559–573.
175. Man C. Physical activity into the meal glucose-insulin model of type 1 diabetes: in silico studies / C. Man, M. Breton, C. Cobelli. // J. Diabetes Sci. Technol.. – 2009. – №3. – С. 56–67
176. Mangal T. Effects of Snail Density on Growth, Reproduction and Survival of *Biomphalaria alexandrina* Exposed to *Schistosoma mansoni* [Электронный ресурс] / T. Mangal, S. Paterson, A. Fenton // Journal of Parasitology Research. – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/186792>.
177. Mathematical model of *Chlorella minutissima* UTEX2341 growth and lipid production under photoheterotrophic fermentation conditions [Электронный ресурс] / [J. Yang, E. Rasa, P. Tantayotai та ін.] // Bioresource Technology. – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.ucanr.org/sites/superfund/files/133009.pdf>
178. Mathematical Model To Quantify the Effects of Risk Factors on Carbapenem-Resistant *Acinetobacter baumannii* / [M. Tan, D. Lye, T. Ng and others]. // Antimicrob. Agents Chemother. – 2014. – №9. – С. 5239–5244.
179. Mathematical modelin of *Kluyveromyces marxianus* growth in solid-state fermentation using a packed-bed bioreactor / [M. Mazutti, G. Zobot, G. Boni and others]. // Journal of Industrial Microbiology & Biotechnology. – 2010. – №4. – P. 391–400.

180. Mathematical modeling of plant allelopathic hormesis based on ecological-limiting-factor models / [Y. Liu, X. Chen, S. Duan and others.]. // *Dose Response*. – 2011. – №9. – С. 117–129.
181. Mathematical modeling of the fermentation of acid-hydrolyzed pyrolytic sugars to ethanol by the engineered strain *Escherichia coli* ACCC 11177 / D.Chang, Z. Yu, Z. Islam, H. Zhang. // *Applied Microbiology and Biotechnology*. – 2015. – №9. – P. 4093–4105.
182. Mathematical modeling on the growth of *Staphylococcus aureus* in sandwich / [T. Ding, Y. Shim, N. Choi та ін.]. // *Food Science and Biotechnology*. – 2010. – №3. – P. 763–768.
183. Mathematical modeling on tomato plants / [C. Medina-Ruíz, I. Mercado-Luna, G. Soto-Zarazúa та ін.]. // *African Journal of Agricultural Research*. – 2011. – №6. – С. 6745–6749
184. Mathematical Modelling and Scale-up of Batch Fermentation with *Burkholderia cepacia* B27 Using Vegetable Oil as Carbon Source to Produce Polyhydroxyalkanoates [Електронний ресурс] / D.Mendez, I. Cabeza, N. Moreno, C. Riascos // *Chemical Engineering Transactions*. – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.aidic.it/cet/16/49/047.pdf>
185. Mathematical Models Light Up Plant Signaling / [Y. Chewa, R. Smitha, H. Jones et. al.]. // *The Plant Cell*. – 2014. – №1. – С. 5–20.
186. Mayank R. Mathematical models of ABE fermentation: review and analysis [Електронний ресурс] / R. Mayank, A. Ranjan, V. Moholkar // *Critical Reviews in Biotechnology*. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3109/07388551.2012.726208?src=recsys&journalCode=ibty20>.
187. Mazaheri D. Mathematical Models for Microbial Kinetics in Solid-State Fermentation [Електронний ресурс] / D. Mazaheri, S. Shojaosadati // *Jundishapur Journal of Natural Pharmaceutical Products*. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: http://jjnpp.com/?page=article&article_id=13507.

188. Medawar W. Yeast growth: lag phase modelling in alcoholic media / W. Medawar, P. Strehaiano, M. L. Délia // Journal on Food Microbiology (Elsevier Science Ltd.). — 2003. — № 20. — P. 527–532.
189. Melnyk A. Method of adaptive control structure learning based on model of test's complexity / A. Melnyk, R. Pasichnyk, N. Pasichnyk, I. Turchenko // Proceedings of the 6-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2011). – Prague, Czech Republic, 2011. – Vol. 2. – P. 692-695.
190. Melnyk A. System of semantic classes for test's generation / A. Melnyk, R. Pasichnyk // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the International Conference (TCSET'2010). – Lviv-Slavsko, 2010. – P. 206.
191. Meng X. The effects of delayed growth response on the dynamic behaviors of the Monod type chemostat model with impulsive input nutrient concentration / X. Meng, Q. Gao, Z. Li. // Nonlinear Analysis: Real World Applications. – 2010. – №11. – P. 4476–4486.
192. Michaelis L. Die kinetik der invertinwirkung / L. Michaelis, M. Menten. // Biochemische Zeitschrift. – 1913. – №49. – С. 333—369.
193. Model of physical activity during rehabilitation after myocardial infarction / O.Vovkodav, R. Pasichnyk, M. Shpintal, L. Honchar. // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science: Proceedings of the International Conference (TCSET'2012). – Lviv-Slavsko, 2012. – P. 231–232.
194. Modeling of the ComRS Signaling Pathway Reveals the Limiting Factors Controlling Competence in *Streptococcus thermophilus* [Електронний ресурс] / L.Haustenne, G. Bastin, P. Hols, L. Fontaine // Frontiers in Microbiology. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fmicb.2015.01413/full>.
195. Modelling the Biphasic Growth and Product Formation by *Enterococcus faecium* CECT 410 in Realkalized Fed-Batch Fermentations in Whey

- [Электронный ресурс] / [N. Guerra, P. Fajardo, C. Fuciños та ін.] // Journal of Biomedicine and Biotechnology. – 2010. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.hindawi.com/journals/bmri/2010/290286/>.
196. Modelling the growth and ethanol production of *Brettanomyces bruxellensis* at different glucose concentrations. [Электронный ресурс] / [M. Aguilar-Uscanga, Y. Garcia-Alvarado, J. Gomez-Rodriguez та ін.] // Lett Appl Microbiol.. – 2011. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21575020>.
197. Monod J. Recherches sur la croissanse des cultures bacteriennes / J. Monod. – Paris, 1942. – 211 p.
198. Monod kinetics rather than a first-order degradation model explains atrazine fate in soil mini-columns: implications for pesticide fate modelling. [Электронный ресурс] / [K. Cheyns, J. Mertens, J. Diels et. al.] // Environ. Pollut. – 2010. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/20116148>
199. Multiobjective optimization and multivariable control of the beer fermentation process with the use of evolutionary algorithms / [B. Andrés-Toro, J. Girón-Sierra, P. Fernández-Blanco та ін.]. // Journal of Zhejiang University – 2004. – №4. – P. 378–389.
200. Multiscale systems analysis of root growth and development: Modeling beyond the network and cellular scales / [L. Band, J. Fozard, C. Godin та ін.]. // Plant Cell. – 2012. – №24. – P. 3892–3906.
201. On-Line Estimation and Control of Apparent Extract Concentration in Low-Malt Beer Fermentation / [M. Kobayashi, T. Hiroshima, K. Nagahisa et al.]. // Journal of the Institute of Brewing. – 2005. – №111. – С. 128–136.
202. Optimal adaptive control of (bio)chemical reactors: past, present and future / [I. Smets, J. Claes, E. November та ін.]. // Journal of Process Control. – 2004. – №14. – С. 795–805.
203. Optimization of a batch fermentation process by genetic algorithms / B.de Andrés-Toro, J. Girón-Sierra, J. López-Orozco, C. Fernández-Conde. // IFAC

- ADCHEM, Proceedings of an International Symposium on Advance Control of Chemical Processes. – 1997. – P. 183–188.
204. Pan J.-L. Kinetic study on substrate and product inhibitions for the formation of 7-amino-3-deacetoxy cephalosporanic acid from cephalosporin G by immobilized penicillin G acylase / J.-L.Pan, M.-J.Syu // *Biochemical Engineering Journal* — Vol. 23, 2005. — P. 203–210
205. Pasichnyk N. Mathematical modeling of Website quality characteristics / N. Pasichnyk, M. Dyvak, R.Pasichnyk // *Computational Problems of Electrical Engineering*. – 2013. – V. 3, N 2. – P. 91-96.
206. Pasichnyk R. Common Diagram of Semantic WEB-Search Using Problem-Oriented Ontology / R. Pasichnyk, A. Sachenko. // *Transaction of Brest State Technical University, series physics, mathematics, informatics..* – 2008. – №5. – P. 5–8.
207. Pasichnyk R. Concept model of resources accumulation and operational management in biotechnology, biomedical and Web information systems / R. Pasichnyk, N. Pasichnyk, A. Melnyk, I. Strubycka // *The XIIIth International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM 2015) – Lviv-Polyana, Ukraine, 2015.* – P.152-155.
208. Pasichnyk R. Developing problem – oriented ontology for bio-technical modeling / R. Pasichnyk // *Proceedings of the IXth International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2008).* – Lviv-Slavsko, –2008. – P. 73-74.
209. Pasichnyk R. Modeling dynamics of microorganisms systems under uncertainty / R. Pasichnyk, Y. Pigovsky // *Proceedings of the IX-th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM'2007).* – Lviv-Polyana, 2007. – P. 115-119.
210. Pasichnyk R. Modeling of cognitive processes for bio-technical systems / R. Pasichnyk, A. Melnyk // *Modern Problems of Radio Engineering,*

- Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the IXth International Conference (TCSET'2008). – Lviv-Slavsko, 2008. – P. 27-28.
211. Pasichnyk R. Modeling of resources accumulation and operational management in biotechnology, biomedical and web information systems. / R. Pasichnyk // Computational Problems of Electrical Engineering. -2014. – V. 4, N 2. – P. 37-46.
212. Pasichnyk R. Ontology's structuring based on the evolutionary sequences and the preparation method of its filling / R. Pasichnyk, A. Sachenko // Proceedings of the 5-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2009). – Rende (Cosenza), Italy, 2009. – P. 570- 573.
213. Pasichnyk R. Optimization approaches of multizone furnace loading process control / R. Pasichnyk, A. Vande Wouwer, Y. Pigovsky // Proceedings of IEEE 3-th International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2005). – Sofia, 2005. – P. 370-377.
214. Pasichnyk R. Semantic WEB-search developing by problem-oriented ontology means / R. Pasichnyk, A. Sachenko. // Proceedings of the 4-th IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS'2007). – Dortmund, Germany, 2007. – P. 445-448.
215. Pigovsky Y. Adaptive model of fermentation processes under uncertainty conditions / Y. Pigovsky, R. Pasichnyk, P. Bykovyy, Su Jun // Proceedings of the IEEE 7th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS-2013). Berlin, 2013. – P. 115-119.
216. Poccial M. Modeling the microbial growth of two Escherichia coli strains in a multi-substrate environment [Электронный ресурс] / М. Poccial, А. Вессариал, R. Dondoll // Braz. J. Chem. Eng.. – 2014. – Режим доступа до ресурсу: <http://dx.doi.org/10.1590/0104-6632.20140312s00002587>.

217. Pocheville A. Ecological Models for Gene Therapy / A. Pocheville, M. Montevil. // *Biol Theory*. – 2014. – №9. – С. 401–413
218. Potse M. Mathematical Modeling and Simulation of Ventricular Activation Sequences: Implications for Cardiac Resynchronization Therapy / M. Potse. // *J Cardiovasc Transl Res.* – 2012. – №5. – С. 146–158.
219. Quizzes for Parameterized Assessment of Knowledge [Электронный ресурс] // QuizPACK. – Режим доступа: <http://www.sis.pitt.edu/~taler/QuizPACK.html>.
220. Rapoport B. Metabolic Factors Limiting Performance in Marathon Runners [Электронный ресурс] / B. Rapoport // *PLOS Computational Biology*. – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pcbi.1000960>.
221. Rashevsky N. Some remarks on the mathematical theory of nutrition of fishes / N. Rashevsky. // *Bull. of math. biophys.* – 1959. – №2. – С. 161 – 184.p.
222. Ratkiewicz J. Characterizing and Modeling the Dynamics of Online Popularity [Электронный ресурс] / J. Ratkiewicz, S. Fortunato, A. Flammini // *Physical Review Letters*, 2010. — Режим доступа : <http://arxiv.org/pdf/1005.2704.pdf>. — Назва з екрану.
223. Recent developments in using mechanistic cardiac modelling for drug safety evaluation / [M. Davies, K. Wang, G. Mirams та ін.]. // *Drug Discovery Today*. – 2016. – №6. – С. 924–938.
224. Revisiting Verhulst and Monod models: analysis of batch and fed-batch cultures / [N. Shirsat, A. Mohd, J. Whelan and others.]. // *Cytotechnology*. – 2015. – №3. – P. 515–530.
225. Rideout V. Computer simulation study of the pulmonary circulation / V. Rideout. // *Simulation*. – 1969. – №12. – С. 239–245.
226. Robinson J.A. Kinetics of hydrogen consumption by rumen fluid, anaerobic digester sludge, and sediment / J. A. Robinson, J. M. Tiedje // *Applied and Environmental Microbiology*. — 1982. — № 44. — P. 1374–1384.

227. Robinson J.A. Nonlinear estimation of Monod growth kinetic parameters from a single substrate depletion curve / J. A. Robinson, J. M. Tiedje // *Applied and Environmental Microbiology*. — 1983. — Vol. 45, № 5. — P. 1453–1458.
228. Rosenheim J. Evolutionary Balancing of Fitness-Limiting Factors / J. Rosenheim, U. Alon, G. Shinar. // *the american naturalist*. — 2010. — №6. — С. 662–674.
229. Roy A. Mixed meal modeling and disturbance rejection in type 1 diabetes patients / A. Roy, R.S. Parker // *Proc. IEEE-EMBS Annual Int. Conf.* — New York, 2006. — №28. — PP. 323-326.
230. Samarskii A. Principles of Mathematical Modeling. Ideas, Methods, Examples. / A. Samarskii, A. Mikhailov. — London and NewYork: Taylor and Francis, 2002. — 349 p.
231. Santillán M. On the Use of the Hill Functions in Mathematical Models of Gene Regulatory Networks / M. Santillán. // *Math. Model. Nat. Phenom.* — 2008. — №2. — С. 85–97.
232. Schreiner W. Simulation of coronary circulation with special regard to the venous bed and coronary sinus occlusion / W. Schreiner, F. Neumann, W. Mohl. // *Journal of Biomedical Engineering*. — 1990. — №12. — С. 429–443.
233. Sharma M. Types of web sites — a categorization based on content [Электронный ресурс] / M. Sharma // WDN online tutorials, tips, tricks, resources, articles and more. — 2010. — Режим доступа : http://www.webdevelopersnotes.com/basics/types_of_websites.php. — Назва з екрану.
234. Sharp M. Space physiology IV: mathematical modeling of the cardiovascular system in space exploration [Электронный ресурс] / M. Sharp, J. Batzel, J. Montani // *Eur. J. Appl. Physiol.* — 2013. — Режим доступа до ресурсу: http://pyramid.spd.louisville.edu/~eri/papers_pres/Sharp_EJAP_2013.pdf.
235. Shi Y. Review of Zero-D and 1-D Models of Blood Flow in the Cardiovascular System [Электронный ресурс] / Y. Shi, P. Lawford, R. Hose // *BioMedical Engineering OnLine*. — 2011. — Режим доступа до ресурсу:

- <https://biomedical-engineering-online.biomedcentral.com/articles/10.1186/1475-925X-10-33>.
236. Short Term Glucose homeostasis in man: A systems dynamics model / R.Foster, J. Soeldner, M. Tan, J. Guyton. // *J. Dyn. Sys., Meas., Control.* – 1973. – №95. – P. 308–314.
237. Simulation of the Batch Fermentation Stage in the Process to obtain Ethanol from Final Molasse [Электронный ресурс] / Y.Carvajal, H. Verelst, E. Suárez, J. Pedraza // *Chemical Engineering Transactions.* – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.aidic.it/cet/10/21/156.pdf>.
238. Singhal A. More guidance on building high-quality sites [Электронный ресурс] / A. Singhal. — 2011. — Режим доступа : <http://googlewebmastercentral.blogspot.com/2011/05/more-guidance-on-building-high-quality.html>. — Назва з екрану.
239. Sokolowski A. The Effects of Mathematical Modelling on Students' Achievement - Meta - Analysis of Research / A. Sokolowski. // *The IAFOR Journal of Education.* – 2015. – №1. – С. 93–114.
240. Stettler J. Theoretical analysis of arterial hemodynamics including the influence of bifurcations. Part I: mathematical models and prediction of normal pulse patterns / J. Stettler, P. Niederer, M. Anliker. // *Ann. Biomed. Eng.* – 2002. – №30. – С. 612–623.
241. Strayer R.F. Kinetic parameters of the conversion of methane precursors to methane in a hypereutrophic lake sediment / R.F.Strayer, J.M.Tiedje // *Applied and Environmental Microbiology.* — 1978. — № 36. — P. 330–340.
242. Study of growth kinetic and modeling of ethanol production by *Saccharomyces cerevisiae* / F.Ahmad, A. Jameel, M. Kamarudin, M. Mel. // *African Journal of Biotechnology.* – 2011. – №16. – P. 18842–18846.
243. Tamilarasan K. Kinetic Modeling and Analysis of Kinetic Parameters for Solvent-tolerant Lipase from *Bacillus sphaericus* MTCC 7542 [Электронный ресурс] / K. Tamilarasan, M. Kumar // *Research Journal of Microbiology.* –

2011. – Режим доступа до ресурсу:
<http://docsdrive.com/pdfs/academicjournals/jm/0000/30900-30900.pdf>.
244. Taylor P. Theoretical studies on the coexistence of competing species under continuous-flow conditions / P. Taylor, P. Williams. // *Can. J. Microbiol.* – 1975. – №21. – С. 90–98.
245. Timischl S. A Global Model for the Cardiovascular and Respiratory System : diss. of the requirements for the degree Doktor Rerum Naturalium / Timischl S. – Karl-Franzens University of Graz, 1998
246. Towards multiscale plant models: Integrating cellular networks / V.Baldazzi, N. Bertin, H. de Jong, M. Genard. // *Trends Plant Sci.* – 2012. – №17. – С. 728–736.
247. Trayanova N. Whole-Heart Modeling [Электронный ресурс] / N. Trayanova, R. Winslow // *Circulation Research.* – 2011. – Режим доступа до ресурсу:
<http://dx.doi.org/10.1161/CIRCRESAHA.110.223610>.
248. Trelea I.C. Prediction of Confidence Limits for Diacetyl Concentration During Beer Fermentation / I.C.Trelea, S.Landaud, E.Latrille, G.Corrieu // *Journal of the American Society of Brewing Chemists.* — 2002. — № 59 (2). — P. 77–87.
249. Using simple models to describe the kinetics of growth, glucose consumption, and monoclonal antibody formation in naive and infliximab producer CHO cells / [J. López-Meza, D. Araíz-Hernández, L. Carrillo-Cocom et. al.]. // *Cytotechnology.* – 2016. – №4. – P. 1287–1300.
250. Vovkodav O. Mathematical model of the cardiovascular system on the measured physical exercise / O. Vovkodav, R. Pasichnyk, M. Shpintal, L. Honchar // *The XII-th International Conference on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM 2013).* – Lviv-Polyana, 2013. – P. 378-379.
251. Vovkodav O. Model of physical activity during rehabilitation after myocardial infarction / O. Vovkodav, R. Pasichnyk, M. Shpintal, L. Honchar // *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science :*

- Proceedings of the XI-th International Conference (TCSET'2012). – Lviv-Slavsko, 2012. – P. 231-232.
252. Vovkodav O. The method of identification of a mathematical model for the cardiovascular system response dynamics to exercise stress / O. Vovkodav, R. Pasichnyk // Journal of Applied Computer Science / Technical University Press. – Lodz, Poland, 2014. – V. 22 (2). – P. 91-99.
253. Web Content Mining and Structured Data Extraction and Integration: An Implement of Vertical Search Engine System [Електронний ресурс] / J. Gou — 2012. — Режим доступу: <https://wiki.engr.illinois.edu/download/attachments/200017637/.ResearchReport.pdf?version=1&modificationDate=1336540363000>
254. Xiao J. Ant colony system algorithm for the optimization of beer fermentation control / J.Xiao, Z.-K.Zhou, G.-X. Zhang // Journal of Zhejiang University Science. — 2004. — № 5 (12). — P. 1597–1603.
255. Yoon H. Competition for mixed substrates by microbial populations / H. Yoon, G. Klinzing, H. Blanch. // Biotech. Bioeng.. – 1977. – №8. – С. 1193–1210.

Додаток А

Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючим навантаженням

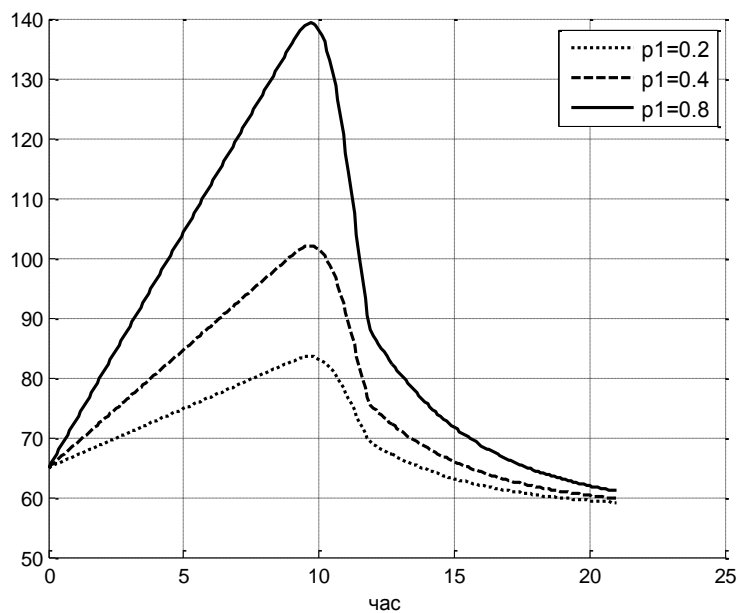


Рис. А.1 Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючим лінійним навантаженням при змінах значень параметра P_1

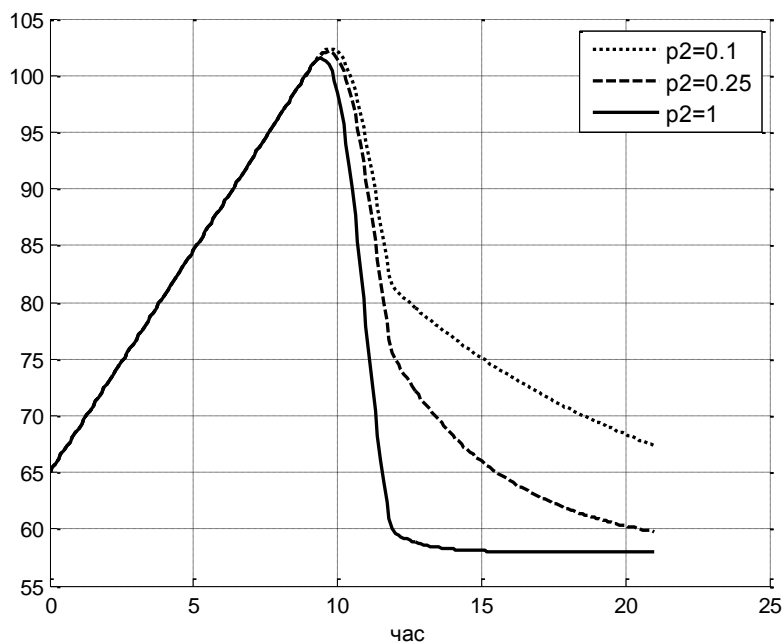


Рис. А.2. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лімітуючим лінійним навантаженням при змінах значень параметра P_2

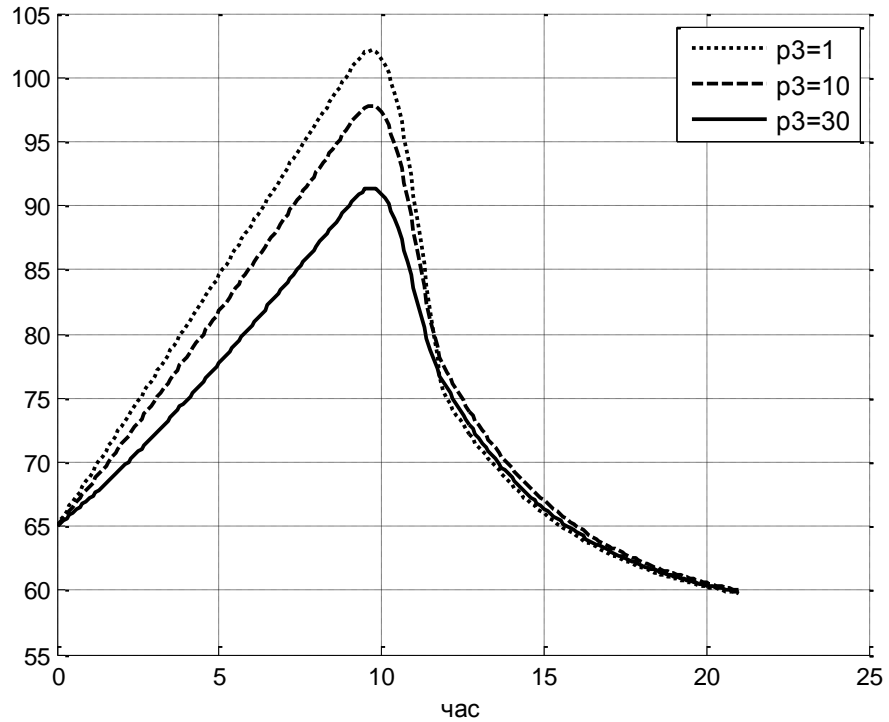


Рис. А.3. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім лінійним лімітуючим навантаженням при змінах значень параметра p_3

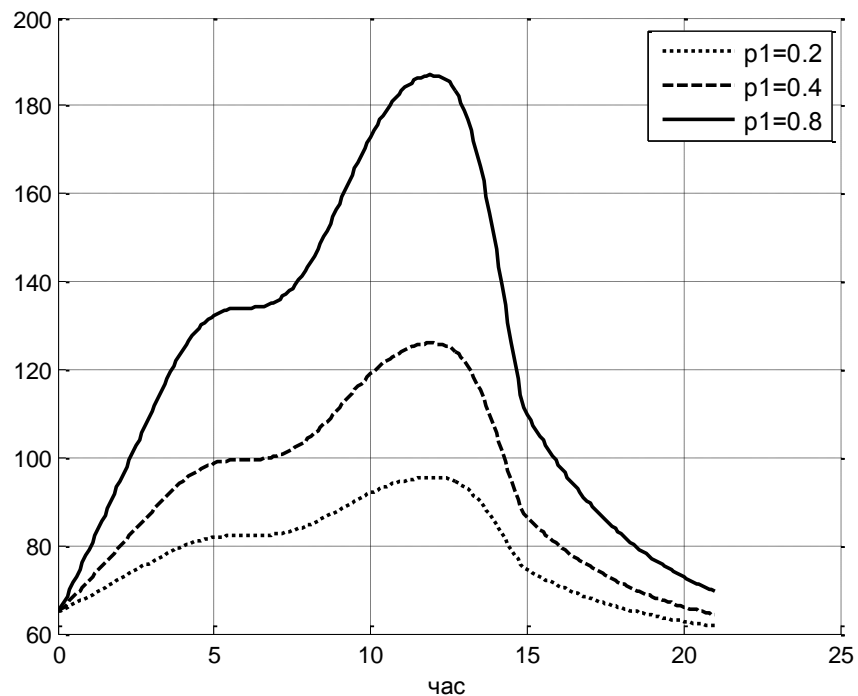


Рис. А.4. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім кусково-постійним лімітуючим навантаженням при змінах значень параметра p_1

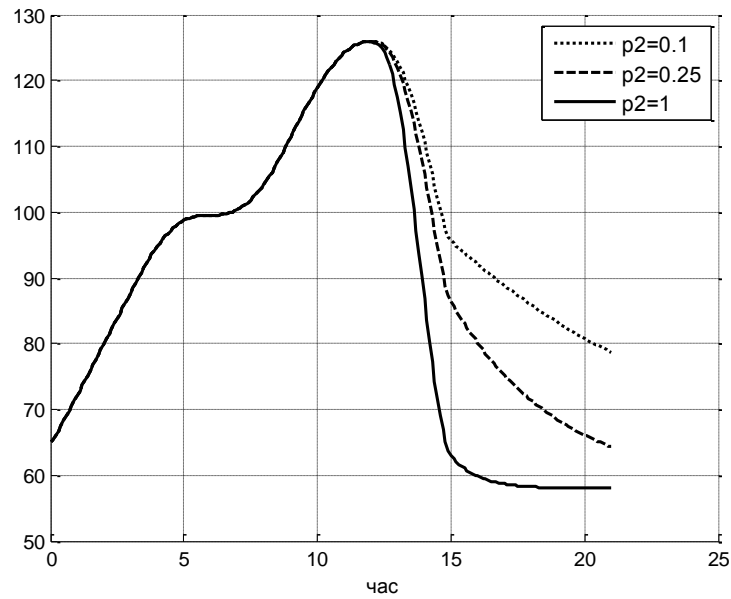


Рис. А.5. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім кусково-постійним лімітуючим навантаженням при змінах значень параметра p_2

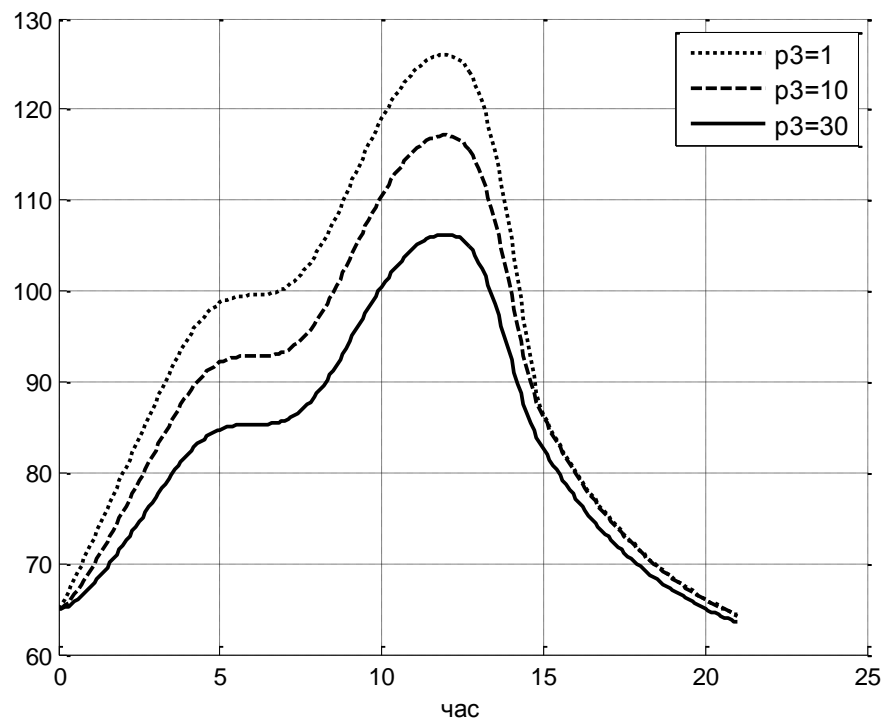


Рис. А.6. Динаміка змінної активності моделі процесів із зовнішнім кусково-постійним лімітуючим навантаженням при змінах значень параметра p_3

Додаток Б

Діаграми функціонування програмного середовища моделювання систем із
лімітуючими факторами

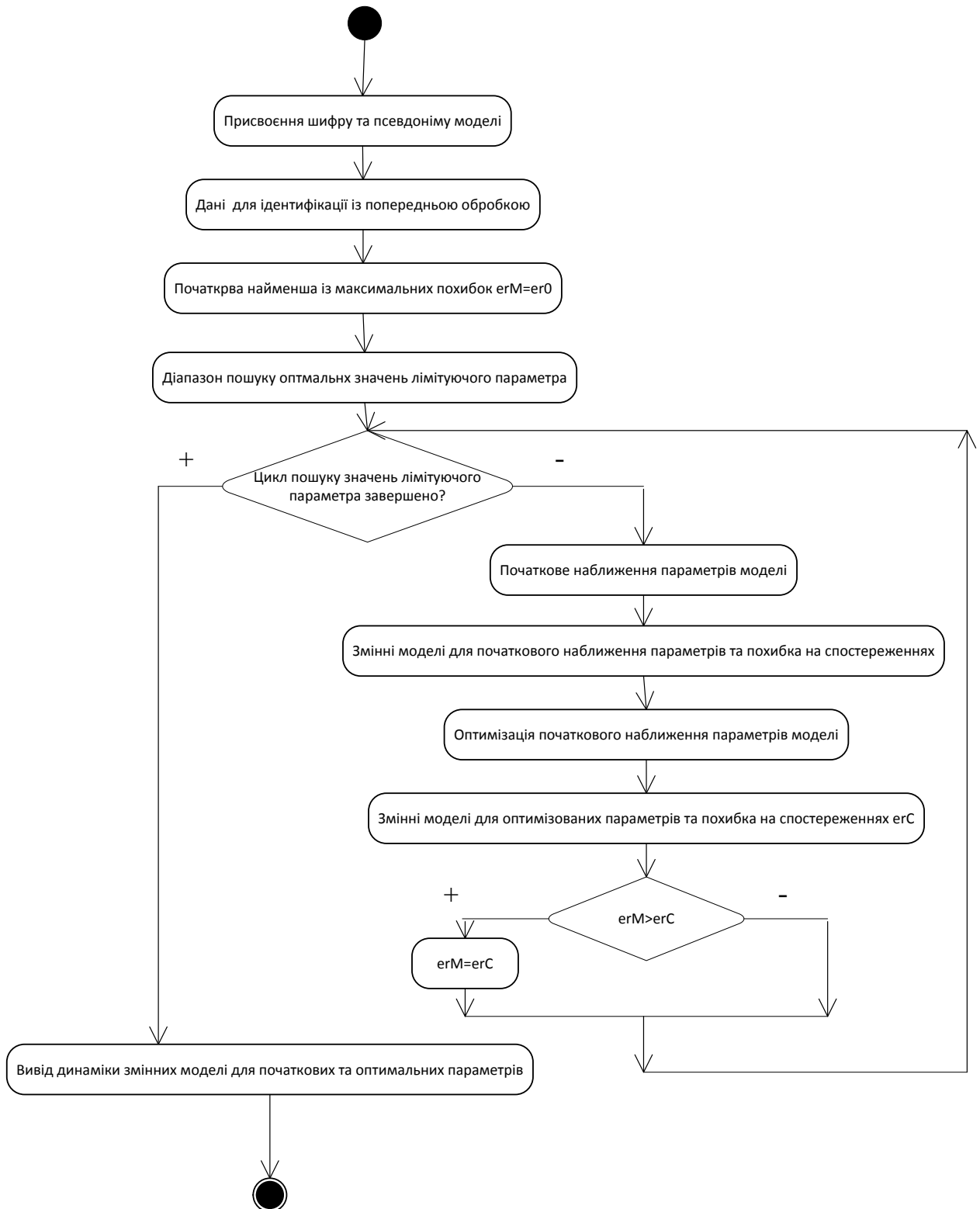


Рис.Б.1. Діаграма активності унітарної процедури ідентифікації моделі з лімітуючим фактором

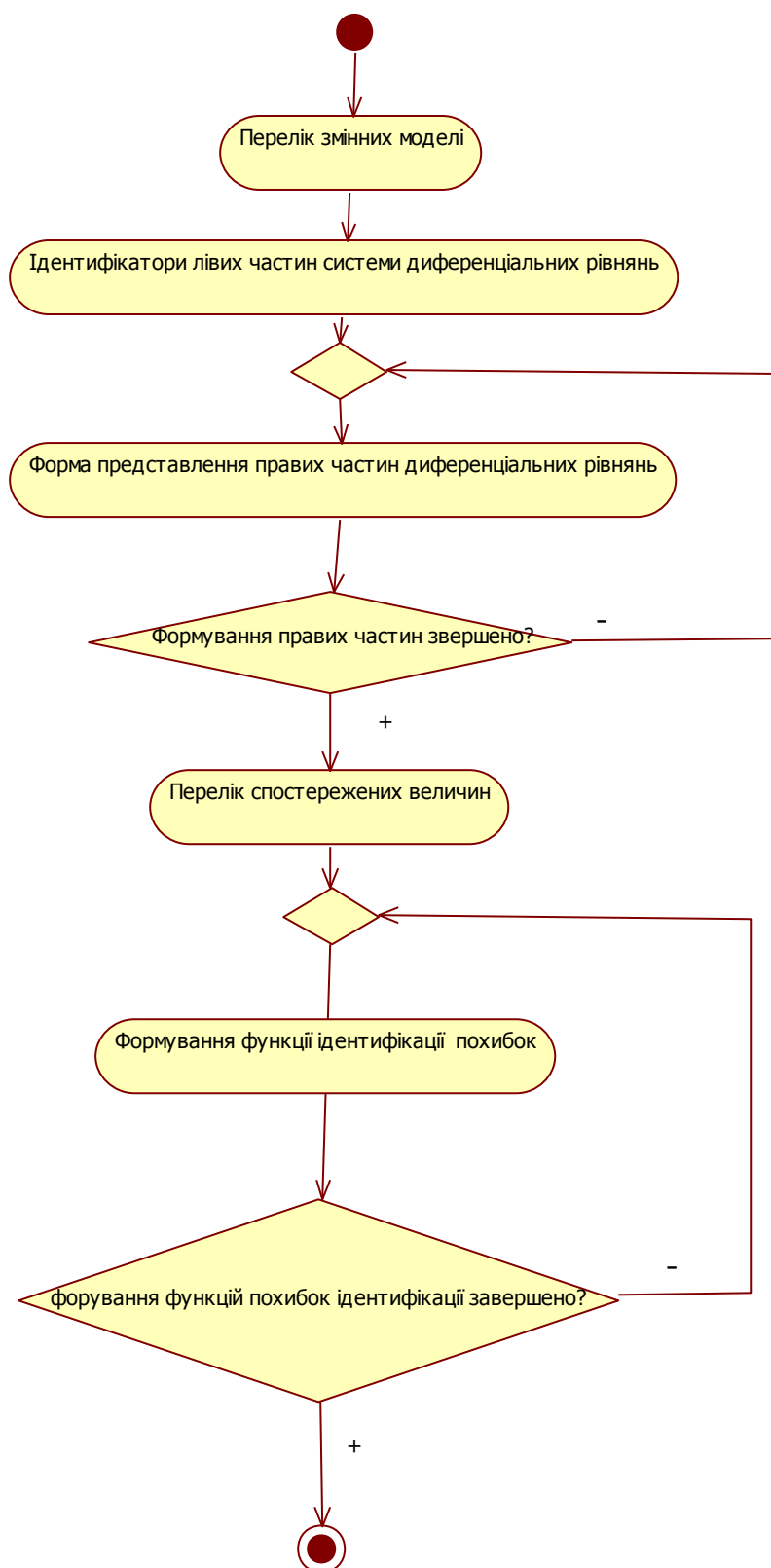


Рис.Б.2. Діаграма активності формування методу ідентифікації в середовищі моделювання систем з лімітуючими факторами

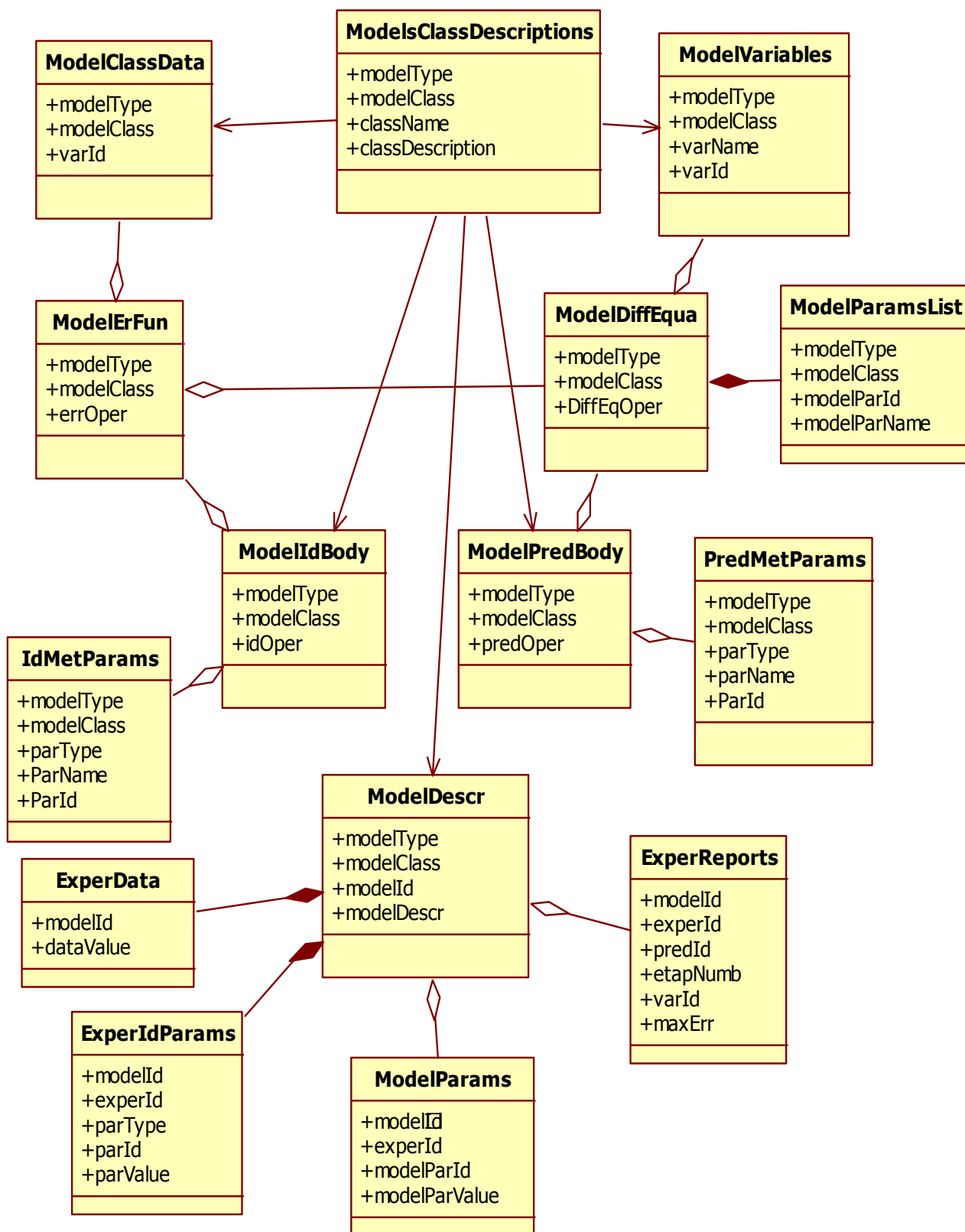


Рис.Б.3. Діаграма класів середовища моделювання систем з лімітуючими факторами

Додаток В

Вхідні дані та результати моделювання характеристик серцево-судинної системи

Таблиця В.1

Порівняння похибок ідентифікації аналізованих та пропонованих моделей неінтенсивних тривалих навантажень

Вид моделі	Вид похибки	Номер експерименту				Середні похибки(%)	Максимальні похибки(%)
		1	2	3	4		
Аналізована модель (6.4)	max_Err H, (%)	3.71	2.44	7.79	5.06	4.75	7.79
	max_Err P, (%)	1.62	3.16	3.88	3.75	3.1	3.88
Пропонована модель (6.5)	max_Err H, (%)	2.94	3.32	6.08	3.33	3.92	6.08
	max_Err P, (%)	1.67	2.5	3.32	2.77	2.57	3.32

Таблиця В.2

Прогнозовані значення пульсу за ідентифікованою моделлю (уд./хв.)

Експеримент 2		Експеримент 3		Експеримент 4	
Прогноз	Спостереження	Прогноз	Спостереження	Прогноз	Спостереження
64	64	62	62	60	60
67,88	69	68,39	70	66,54	66
73,93	76	76,72	80	74,19	68
86,46	92	92,90	90	88,01	80
67,54	65	66,62	72	68,84	64
59,48	62	61,94	66	57,99	60
60,00	62	62	643	58,00	58
60,00	60	62	63	58,00	59
max_err=6,02%		max_err=7,48%		max_err=10,02%	

Таблиця В.3

Прогнозовані значення пульсу та тиску за ідентифікованою моделлю

Експеримент 2		Експеримент 3		Експеримент 4	
Прогноз	Спостереження	Прогноз	Спостереження	Прогноз	Спостереження
118	118	115	115	110	110
121,58	125	118,2	120	115,21	117
126,79	130	123,76	128	121,96	120
138,64	138	134,81	135	133,92	132
116,67	119	115,08	118	119,20	116
116,99	117	108,99	112	109,24	110
117	120	109	110	110	111
117	119	109	109	110	110
max_err=2,47%		max_err=3,14%		max_err=2,43%	

Таблиця В.4

Вхідні дані ідентифікації моделі для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження

Вхідні дані			
Час(хв.)	Навантаження (Вт)	Пульс (уд. хв.)	Верхній арт. тиск (мм.рт.ст)
0	0	83	110
3	25	109	117
6	50	117	122
9	75	125	132
12	100	136	141
15	125	143	147
18	150	166	152
21	0	142	147
24	0	127	135
27	0	115	127
30	0	111	122
33	0	109	120

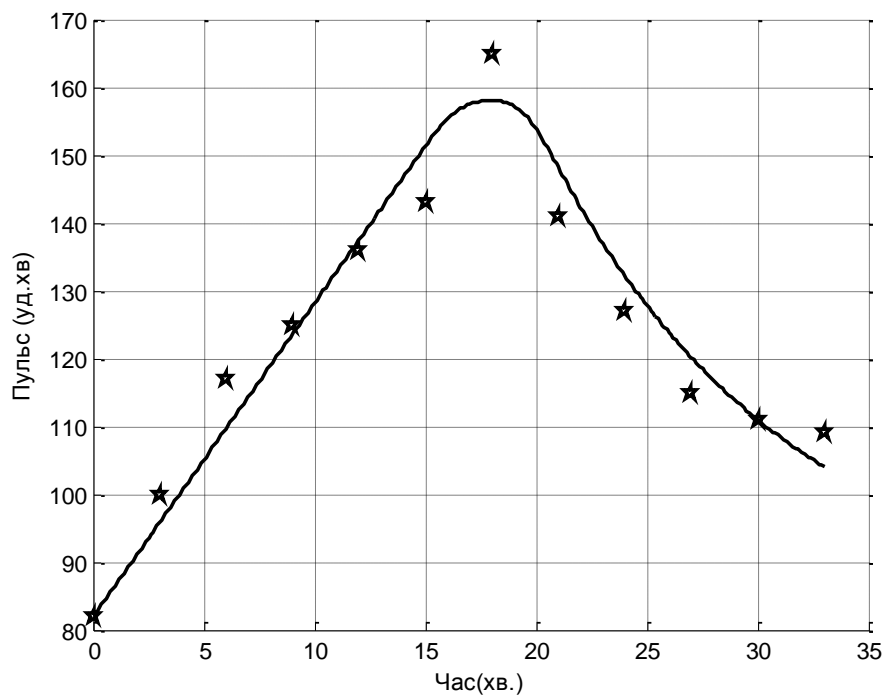


Рис. В.1. Наближення значень пульсу для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження згідно моделі (6.5)

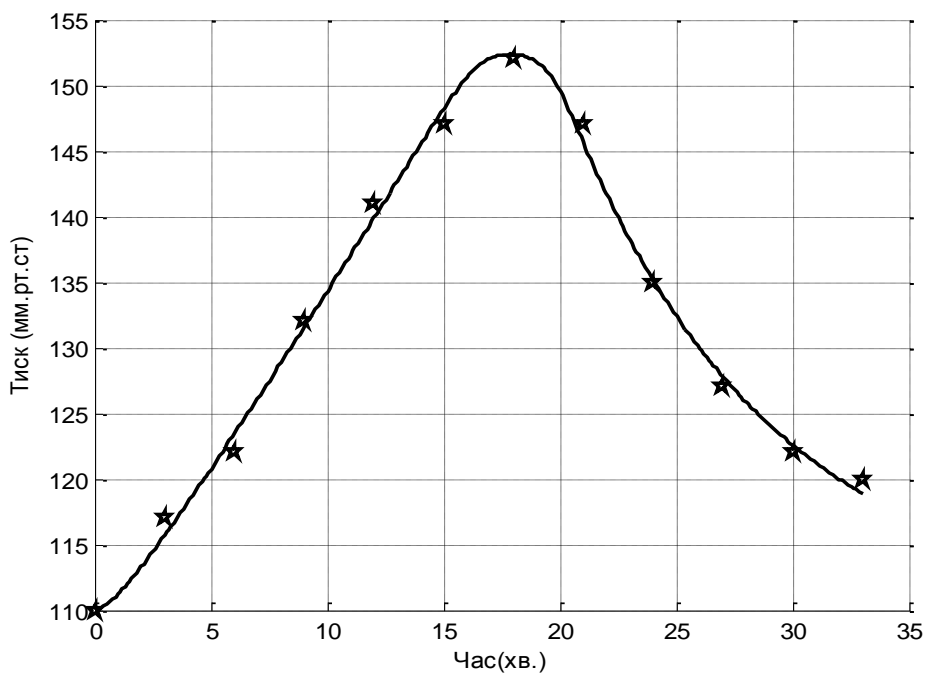


Рис. В.2. Наближення значень тиску для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження згідно моделі (6.5)

Вхідні дані та похибки ідентифікації моделі для квазістабільного навантаження при оптимальному стані організму

Вхідні дані			
Час(хв.)	Навантаження (Вт)	Пульс (уд. хв.)	Верхній арт. тиск (мм.рт.ст)
0	0	74	106
3	75	101	129
6	75	108	128
9	75	110	128
12	75	110	128
15	75	109	124
18	125	122	134
21	125	128	141
24	125	127	139
27	125	133	140
30	125	135	139
33	0	115	120
36	0	99	106
39	0	96	108

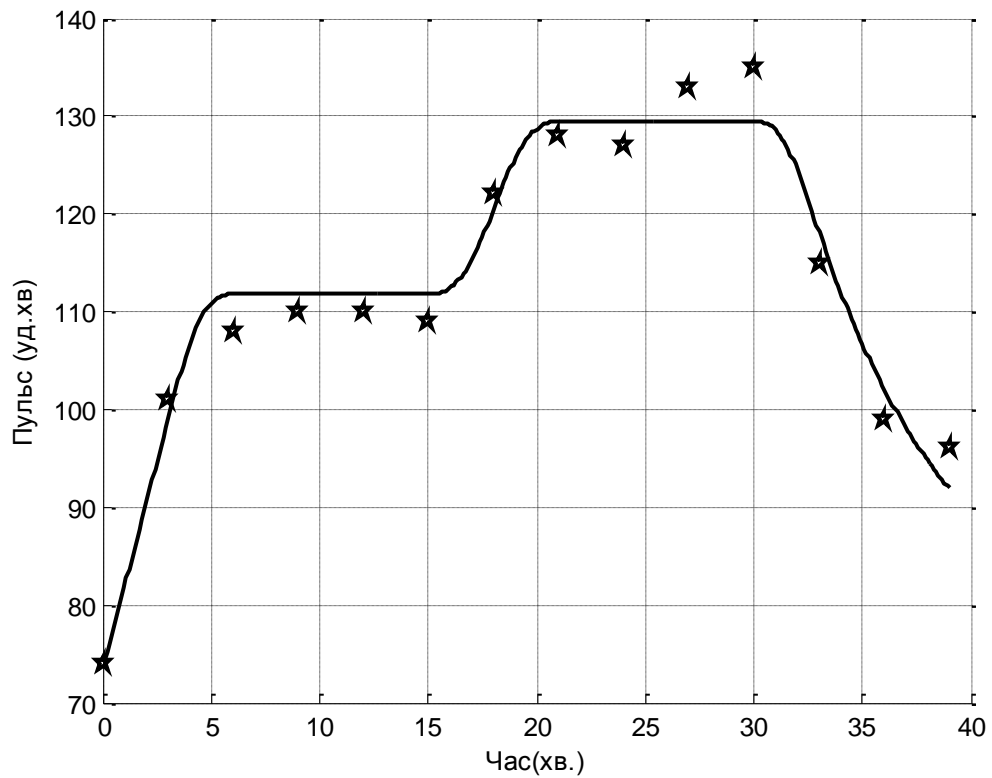


Рис. В.3. Наближення значень пульсу для квазістабільного фізичного навантаження згідно моделі (6.9)

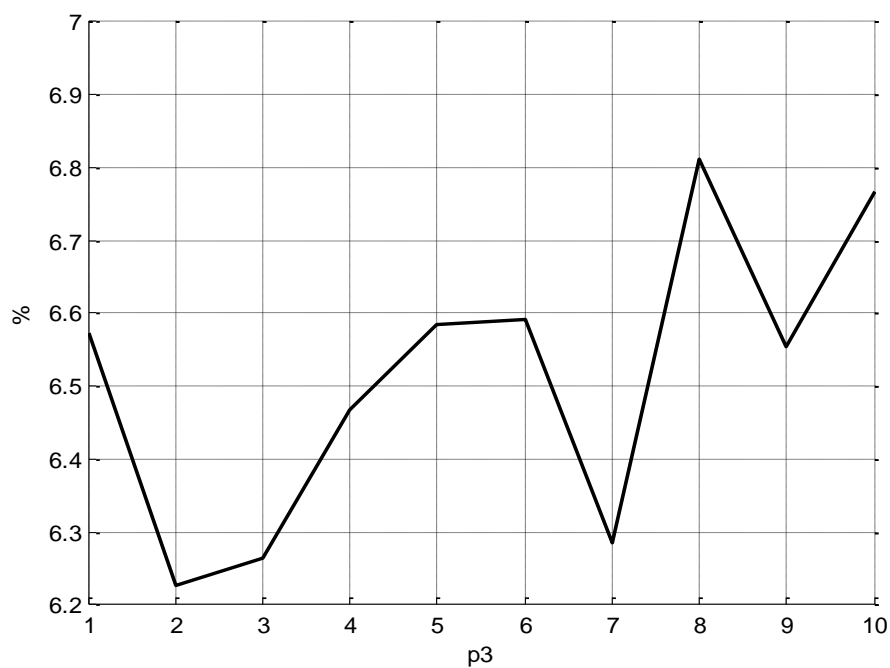


Рис. В.4. Максимальні відносні похибки моделювання значень тиску для квазістабільного фізичного навантаження згідно моделі (6.9) при змінах значень параметру p_3

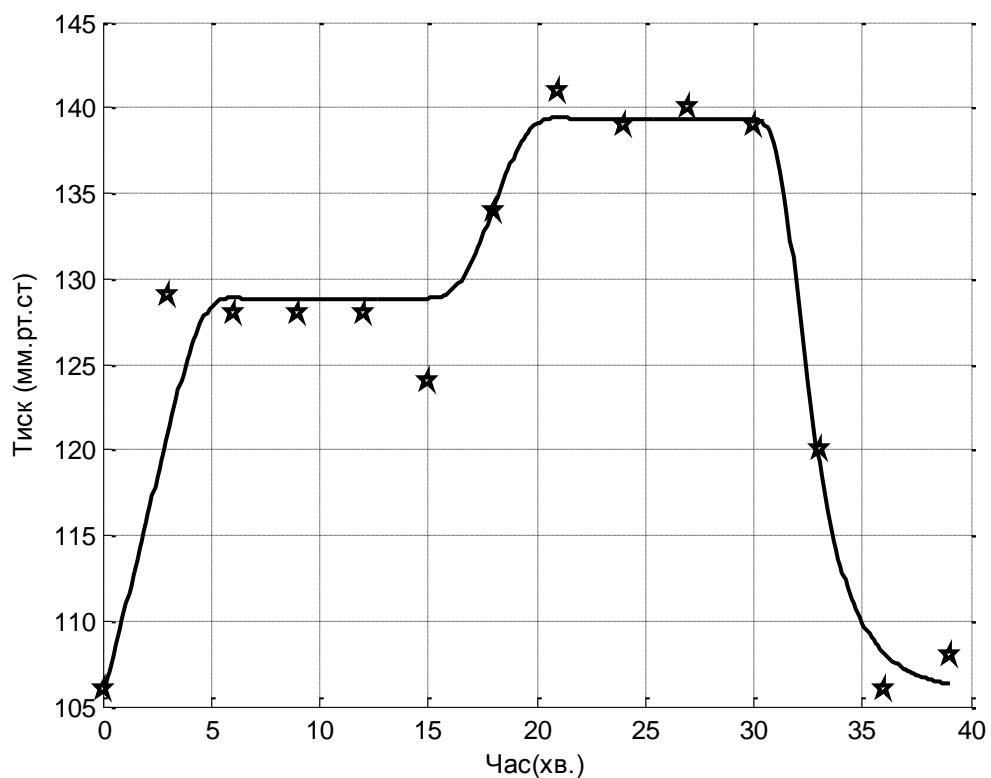


Рис. В.5. Наближення значень тиску для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження згідно моделі (6.9)

Додаток Д

Вхідні дані та результати моделювання характеристик серцево-судинної системи

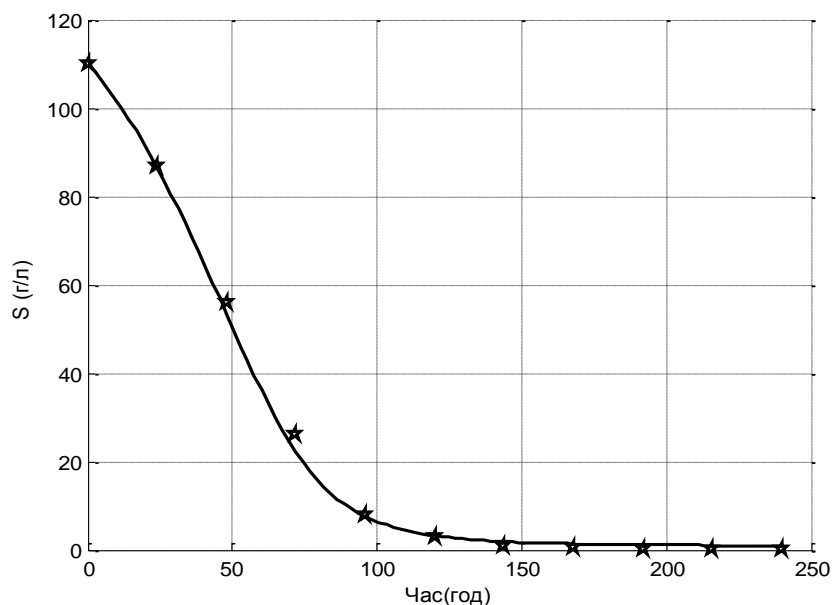


Рис. Д.1. Порівняння змодельованих та спостережених значень субстрату для процесу при температурі 11C° для початкових значень параметрів, рівень параметра p_4 рівний -1.

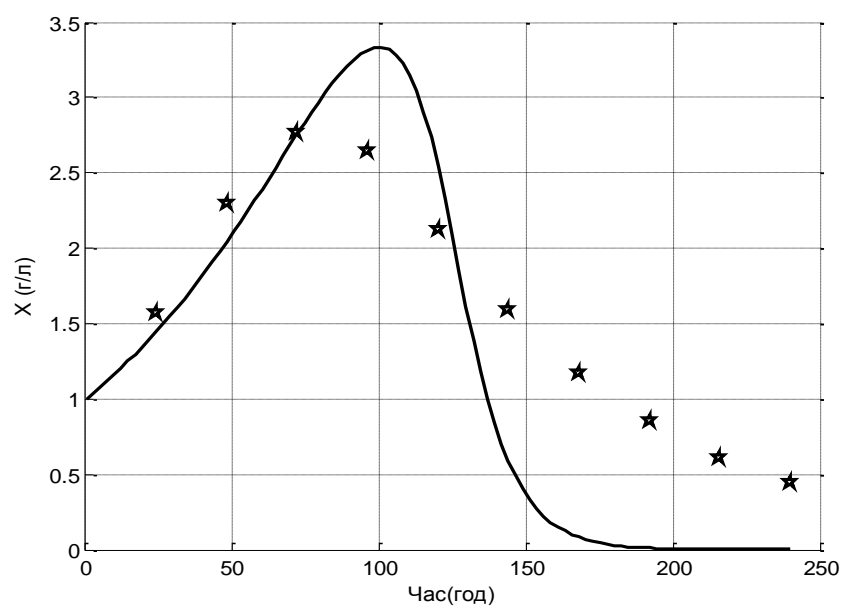


Рис. Д.2. Порівняння змодельованих та дійсних значень змінної активного середовища для ХТП при температурі 11C° для початкових значень параметрів, рівень параметра p_4 рівний -2

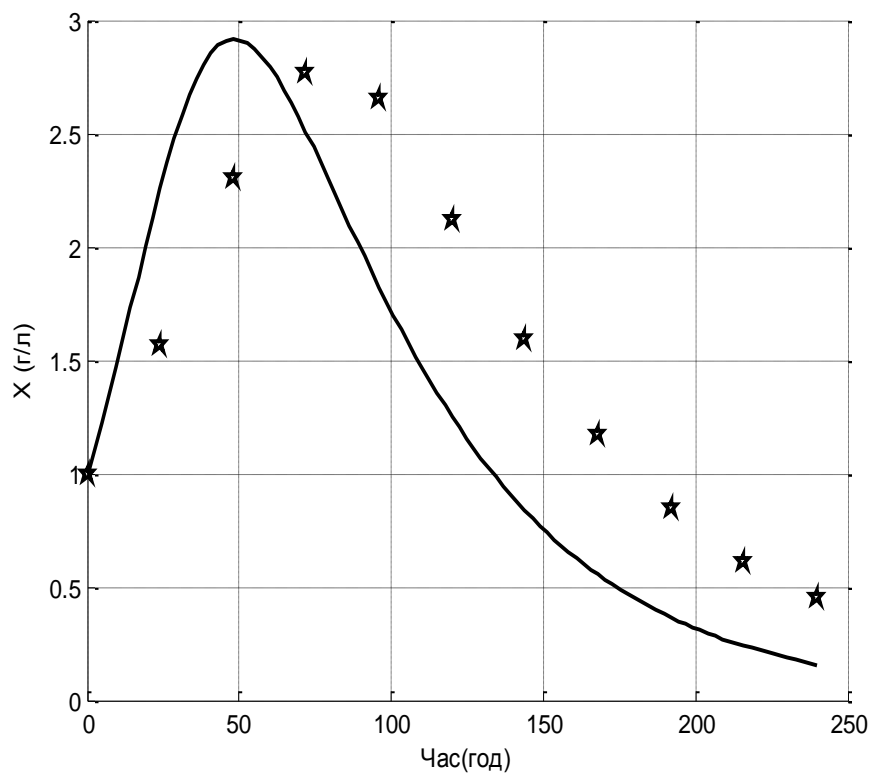


Рис. Д.3. Порівняння змодельованих та дійсних значень змінної активного середовища для ХТП при температурі 11°C для початкових значень параметрів, рівень параметра p_4 рівний 0

АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ



ІЗ АКТУ

Г.В.С. ректора Тернопільського національного економічного університету,

М.Г. Шинкарик

« 10 » _____ 04 _____ 2016 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи
ПАСІЧНИКА РОМАНА МИРОСЛАВОВИЧА
«Математичні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації»

Ми, комісія в складі: Надвиничного Сергія Анатолійовича, Романця Ігора Євгеновича склали даний акт про те, що при реалізації дослідження успішності навчання з використанням різних режимів інтенсивності опрацювання навчальних тестів використані наступні результати дисертаційної роботи пошукувача кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Пасічника Романа Мирославовича:

- математична модель характеристик результатів навчання, яка на відміну від існуючих містить динаміку успішності та новизни навчального матеріалу, а також метод її ідентифікації;
- розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє встановлювати параметри моделі успішності, що дало можливість адекватно поетапно прогнозувати успішність освоєння матеріалу в системі автоматизованого навчання.

Начальник навчально-методичного відділу

С.А. Надвиничний

Директор
 Центру інформаційних технологій

І.С. Романець

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор ТОВ «Яваре»

Савчишин Р.В.

« 27 » 04 2016 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

ПАСІЧНИКА РОМАНА МИРОСЛАВОВИЧА

«Математичні моделі систем з лімітуючими факторами
та методи їх ідентифікації»

Ми, комісія в складі: Галушка В.Д. та Бідна Л.А., склали даний акт проте, що при реалізації досліджень відвідуваності Веб-сайтів з використанням різних видів їх рекламування використані наступні результати дисертаційної роботи пошукувача кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Пасічника Романа Мирославовича:

- метод ідентифікації математичної моделі динаміки відвідуваності Веб-сайтів на основі єдиного методу ідентифікації моделей із лімітуючими факторами;
- розроблене програмне забезпечення, яке забезпечило створення спрощеного інструментарію для служб підтримки Веб-сайтів як для короткотермінового, так і для довготермінового прогнозування динаміки відвідуваності.

Керівник відділу розробки



Галушка В.Д.

Керівник відділу технічної підтримки



Бідна Л.А.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
ДВНЗ «Тернопільського державного медичного
університету ім. І.Я. Горбачевського»
доктор мед. наук, професор/Клима І. М.



2016 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи
ПАСІЧНИКА РОМАНА МИРОСЛАВОВИЧА
на тему «Математичні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх
ідентифікації»

у процес розробки програм реабілітації пацієнтів після серцево-судинних
захворювань для ДВНЗ «Тернопільського державного медичного університету
ім. І.Я. Горбачевського», які використовуються в навчальному процесі кафедри
невідкладної та екстреної медичної допомоги

Ми, комісія в складі: Шведа Миколи Івановича, Левицької Лариси
Володимирівни склали даний акт про те, що при реалізації сучасних програм
реабілітації з використанням різних видів фізичного навантаження, а також при
їх практичному застосуванні використані наступні результати дисертаційної
роботи пошукувача кафедри комп'ютерних наук Тернопільського
національного економічного університету Пасічника Романа Мирославовича:

- єдина математична модель реакції пацієнтів на фізичні навантаження
різних етапів реабілітації після серцево-судинних захворювань;
- розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє прогнозувати реакцію
пацієнта на прикладені фізичні навантаження із достатньо високою
точністю.

Зав. кафедрою невідкладної та
екстреної медичної допомоги
ТДМУ ім. І.Я. Горбачевського,
заслужений діяч науки і техніки України
д.м.н., проф.

Швед М.І.

Доцент кафедри медичної реабілітації,
к.м.н., доцент

Левицька Л.В.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Головний лікар

КЗ ТОР "Тернопільська

університетська лікарня"

кандидат мед. наук, доцент

В. С. Бижар

« 18 » 05 2016 р.



АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

ПАСІЧНИКА РОМАНА МИРОСЛАВОВИЧА

на тему «Математичні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації»

у процес дослідження динаміки глікемії хворих на цукровий діабет для ендокринологічного відділення КЗ ТОР "Тернопільська університетська лікарня"

Даний акт складений про те, що при реалізації сучасних програм дослідження добової динаміки глікемії конкретних пацієнтів з використанням різних режимів харчування та ін'єкцій штучного інсуліну використані наступні результати дисертаційної роботи кандидата ф.-м. наук, доцента кафедри економічної кібернетики та інформатики Тернопільського національного економічного університету Пасічника Романа Мирославовича:

- методи ідентифікації вузлів моделі добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет;
- розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє встановлювати параметри моделі добової динаміки глікемії хворих на цукровий діабет, що уможлиблює прогнозування реакції організму пацієнта на зміну режимів харчування та ін'єкцій штучного інсуліну.

Завідувач відділенням медичної статистики
та методичної роботи

Н.С. Гірчиця

ТзОВ «Агрокомпанія »Дружба»



Agricompany "Druzba" LTD.

Генеральний директор
ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба»
Цвик Л. О.
« 25 » _____ 2016 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

ПАСІЧНИКА РОМАНА МИРОСЛАВОВИЧА

на тему

«Математичні моделі систем з лімітуючими факторами та методи їх ідентифікації»

у процес дослідження динаміки родючості ґрунтів для ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба»

Ми, комісія в складі: Стрілецький В. М., Чайківський З. В. склали даний акт про те, що при реалізації сучасних програм дослідження динаміки родючості ґрунтів в залежності від їх хіміко-мінералогічних властивостей з використанням різних режимів внесення неорганічних речовин використані наступні результати дисертаційної роботи доцента кафедри економічної кібернетики та інформатики Тернопільського національного економічного університету Пасічника Романа Мирославовича:

- узагальнену модель системи із внутрішнім лімітуючим фактором та узагальнений метод її ідентифікації;
- розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє встановлювати параметри режиму внесення неорганічних речовин в ґрунт, що уможливило прогнозування зміни родючості ґрунтів.

Виконавчий директор
ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба»

Гол. агроном
ТзОВ «Агрокомпанія «Дружба»



Стрілецький В. М.

Чайківський З. В.



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

вул. Львівська, 11, м. Тернопіль, 46020; тел./факс +380 (352) 475051;
www.tneu.edu.ua; rektor@tneu.edu.ua; код ЄДРПОУ 33680120

№ _____

« 20 » _____ 2016 р.

На № _____

**Національний університет «Львівська політехніка»
Голові спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05
д.т.н, професору Мандзю Б. А.**

ДОВІДКА

Видана **Пасічнику Роману Мирославовичу** про те, що він здійснював керівництво кафедральними науково-дослідними роботами на теми: «Моделювання динаміки управлінських, маркетингових, виробничих, фінансових та екологічних процесів в організаційних системах» (державний реєстраційний номер 0106U012531) та «Оптимізація структури зовнішніх зв'язків економічного об'єкту та адаптація його функціонування до змін економічного середовища» (державний реєстраційний номер 0103U003581), а також брав участь у виконанні держбюджетних прикладних розробок «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (номер державної реєстрації 0114U000569) та «Розробка архітектури бази знань та методів пошуку нових знань для інтелектуалізованих систем в економіці» (номер державної реєстрації 0102U002563).

На даний час здійснює керівництво кафедральною науково-дослідною роботою з теми «Математичні моделі процесів навантаження та релаксації в складних системах» (державний реєстраційний номер 0113U000848) та бере участь у виконанні кафедральної науково-дослідної роботи «Макромодювання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356), зокрема у розробці розділів «Методи ідентифікації потоків в кардіографічних системах», «Розробка схеми аналізу моделі динаміки глюкози в крові в амбулаторних умовах», «Методи та засоби опрацювання слабоформалізованої інформації».

Проректор з наукової роботи
д.е.н., професор



Задорожний

З.-М. В. Задорожний

Вик. Письменний В.І.
(0352)47-50-59