

Лідія СЕМЧИШИН

ДИНАМІЧНІ ТА МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

Розглянуто динамічні математичні моделі управління економічними процесами, які відповідають окремим аспектам ведення сучасного електронного бізнесу. Запропоновано алгоритми обчислення окремих математичних моделей.

Математичне моделювання в наукових дослідженнях і практичній діяльності є невід'ємною рисою технічного прогресу. Його ефективність визначається продуктивністю ЕОМ та якістю обчислювальних алгоритмів і програм, що використовуються. Сучасні наукові дисципліни включають у себе необхідні інструментальні засоби, математичні моделі і методи, які дозволяють здійснювати значно вищий рівень формалізації й абстрактного опису найбільш важливих істотних зв'язків техніко-економічних змінних систем і об'єктів, оцінювати форму і параметри залежностей їх змінних, отримувати нові знання про об'єкти, визначати найкращий розв'язок в тій чи іншій ситуації, формулювати висновки адекватні вивченому об'єкту, компактно викладати основні теоретичні положення.

Будь-яке прогнозування та моделювання економічних процесів завжди припускає поєднання теорії (математичної моделі) із практикою (експериментом і статистичними даними). Як приклад економічних моделей, можна назвати моделі: економічного росту, рівноваги на товарних і фінансових ринках, ціноутворення і конкурентної рівноваги.

У значній кількості прикладних задач *виникає необхідність* використання динамічних математичних моделей в економіці. Використанню математичних моделей *присвячені роботи* А. Ф. Бабицького [1], М. О. Недашковського, О. Я. Ковальчук [2], S. Cabay, B. Domzy [4].

У цій статті ставимо за *мету* розглянути найхарактерніші економіко-математичні моделі, запропонувати алгоритми їх обчислення.

Математичні моделі, що використовуються в економіці, можна поділити на макроекономічні та мікроекономічні. Макроекономічні моделі описують економіку країни як єдине ціле, зв'язуючи між собою укрупнені матеріальні і фінансові показники: бюджет, інфляцію, ціноутворення тощо. Мікроекономічні моделі описують взаємовідношення структурних і функціональних складників економіки або їх автономну поведінку в ринковому середовищі, стратегію поведінки фірм і т.д.

Математичне моделювання є перспективним напрямком у методології аналізу економічних процесів. Його головне призначення – створення ефективного інструментарію для вирішення складних фінансово-економічних завдань ринкової економіки.

Управління будь-яким процесом здійснюється шляхом впливу на нього з метою зміни перебігу процесу в потрібному напрямку. Щоб загальні макропроцеси

кругообороту виробничих елементів не були стихійними, і відбувалися у потрібному напрямку і з потрібною динамікою, ними необхідно управляти, а для цього потрібні механізми управління. Як на мікро-, так і на макрорівні відповідно до функцій і способів державного управління існують три види механізмів [1, 98–99]:

нормативно-правові механізми, утворені системою юридичних законів, підзаконних актів, загальноприйнятими правилами поведінки фізичних і юридичних осіб;

фінансово-економічні механізми, утворені фінансовими структурами, а також фінансово-економічними методами впливу органів управління на економічні процеси;

організаційно-технічні механізми, утворені державними органами адміністративного і технічного управління суспільним виробництвом (рис. 1).

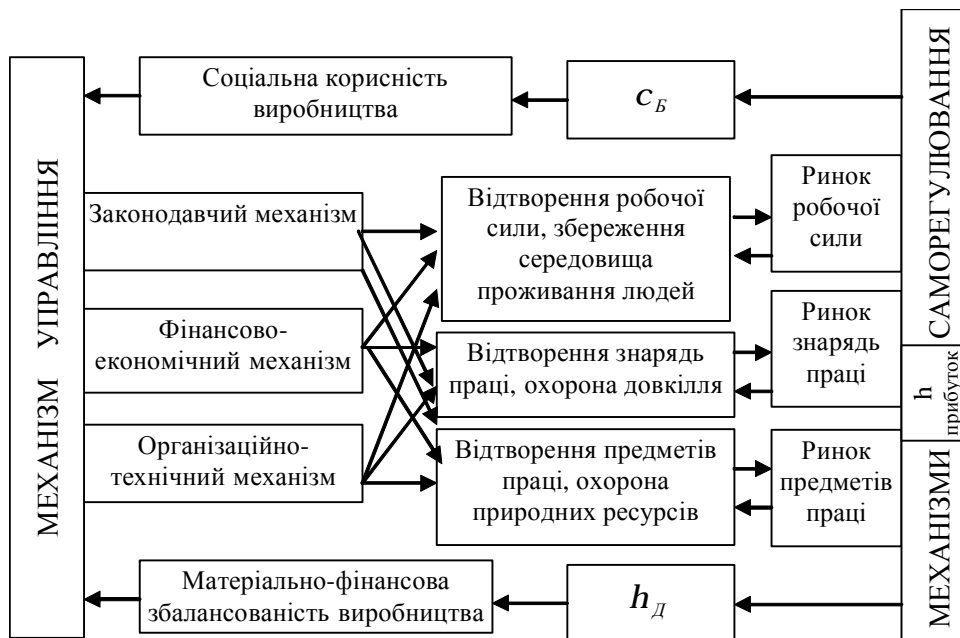


Рис. 1. Схема макроуправління виробництвом

Зупинимось на розгляді фінансово-економічних механізмів. Фінансово-економічні механізми макроуправління – це насамперед бюджетна, податкова системи, державна фінансово-контрольна, а також фінансова і банківська системи в частині регулювання курсу валют, надання кредитів і фінансового впливу на структуру та розвиток економіки в цілому. Фінансово-економічні механізми будь-якого рівня забезпечують рух капіталів, товарів і праці. На макрорівні вони повинні забезпечувати безупинне і стійке злиття мікропотоків у макропоток фінансових, матеріальних і трудових ресурсів у потрібному державі напрямку. Органічне поєднання в необхідних пропорціях законодавчих, фінансово-економічних та організаційно-технічних механізмів дає змогу створити ефективну систему управління суспільним виробництвом на кожному етапі його розвитку.

Соціальна корисність виробництва визначається виробництвом і споживанням продуктів і послуг населенням, що залежить не тільки від величини використовуваних виробничих елементів, а й від їх співвідношення, тобто від економічної структури виробництва. Тому соціальна корисність суспільного виробництва характеризується насамперед часткою c_B тієї частини виробничих елементів, що бере участь у відтворенні робочої сили.

Управління матеріально-фінансовою збалансованістю і соціальною спрямованістю, а отже життєздатністю і дієздатністю виробничої системи в цілому, дає змогу забезпечувати безкризне функціонування виробництва і спрямовувати його розвиток за наперед заданою траєкторією, надаючи достатній ступінь свободи для саморегулювання виробництва на мікрорівні.

Саморегулювання здійснюється на ринках робочої сили, знярядь праці та предметів праці. На цих ринках все вирішує норма прибутку на вкладений у справу капітал.

Отже, в управлінні виробництвом варто дотримуватися трьох принципів:

- 1) досягнення достатньо високого значення економічного ККД – соціально-структурної корисності виробництва, що визначає його соціальну спрямованість;
- 2) досягнення достатньо високої прибутковості виробництва на рівні як підприємств і галузей, так і економіки в цілому;
- 3) забезпечення матеріально-фінансової збалансованості економіки, насамперед за оплатою праці.

Застосування цих принципів дає змогу гармонійно поєднати управління із саморегулюванням ринкової економіки.

Розглянемо динамічні математичні моделі, які відповідають окремим аспектам ведення сучасного електронного бізнесу.

Модель розвитку бізнес-порталу (*моделі Леонтьєва-Форда*). Матричний варіант моделі Леонтьєва-Форда має наступний вид:

$$\left. \begin{aligned} A_{1,1}(t)X_1(t) + A_{1,2}(t)X_2(t) &= Y_1(t), \\ A_{2,1}(t)X_1(t) + A_{2,2}(t)X_2(t) &= -Y_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Тут $A_{1,1}(t)$ – матриця основних затрат розмірності $n \times n$; $A_{1,2}(t)$ – матриця прямих затрат, котра має розмірність $n \times m$; $A_{2,1}(t)$ – матриця допоміжних затрат, котра має розмірність $m \times n$; $A_{2,2}(t)$ – матриця затрат на виробництво засобів виробництва розмірності $m \times m$.

Вектори $X_1(t)$, $X_2(t)$ – позначають кількість проданих товарів і наданих послуг. У правій частині (1) вектор $Y_1(t)$ – означає загальне обмеження на суму товарів і послуг, а вектор $Y_2(t)$ – це розмір вимушених амортизаційних затрат, необхідних для розвитку порталу.

Матриця цін на товари повинна задовольняти умові

$$\left(\begin{array}{cc} A_{1,1}(t) & A_{1,2}(t) \\ A_{2,1}(t) & A_{2,2}(t) \end{array} \right) > 0. \quad (2)$$

Вектори правої частини теж повинні бути позитивні

$$\begin{pmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{pmatrix} > 0. \quad (3)$$

Зрозуміло, що кількість проданих товарів і послуг має бути невід'ємною

$$\begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{pmatrix} \geq 0. \quad (4)$$

Без обмеження загальності припускаємо,

$$a_{i,j}(t) = \sum_{k=0}^l a_{i,j,k} t^k. \quad (5)$$

і що $\deg a_{i,j}(t) = l$ для всіх $i, j = 1, 2, \dots, n + m$.

Для проведення якісного аналізу моделі та чисельних розрахунків можна скористатися алгоритмом зведення систем із l – матрицями до систем лінійних алгебраїчних рівнянь [2, 92]. Матриці $A(t)$ та $Y(t)$ можна записати у вигляді матричних многочленів

$$A(t) = t^l A_0 + t^{l-1} A_1 + \dots + A_l,$$

та

$$Y(t) = t^l Y_0 + t^{l-1} Y_1 + \dots + Y_l.$$

Розв'язок системи шукається у вигляді відношення двох поліномів із невідомими коефіцієнтами

$$X(t) = \frac{\sum_{j=0}^s t^j X_{s-j}}{\sum_{j=0}^s t^j z_{s-j}} \quad (6)$$

де $s = n + m$.

Тут X_0, X_1, \dots, X_s - вектори розмірності $n + m$, а z_0, z_1, \dots, z_s – скалярні величини. Тоді систему (1) можна записати як числову систему $(n + m)[(n + m + l) + l]$ рівнянь із $(n + m + l)[l(n + m) + l]$ невідомими:

$$\left. \begin{array}{l} A_0 X_0 - Y_0 z_0 = 0 \\ A_0 X_1 + A_1 X_0 - (Y_0 z_1 + Y_1 z_0) = 0 \\ A_0 X_2 + A_2 X_0 + (Y_0 z_2 + Y_1 z_1 + Y_2 z_0) = 0 \\ \text{LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL} \\ \sum_{j=0}^l A_j X_{p-s} - \sum_{j=0}^l Y_j z_{p-j} = 0 \\ \text{LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL} \\ A_{l-1} X_s + A_l X_{s-1} - (Y_{l-1} z_s + Y_l z_{s-1}) = 0 \\ A_l X_s - Y_l z_s = 0 \end{array} \right\} \quad (7)$$

За таких умов розв'язок $X(t)$ системи обмежень (11) можна шукати у вигляді ряду:

$$X(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k(t)t^k \quad (15)$$

де $X_k, k \geq 0$ – вектор, компоненти якого мають коефіцієнти із поля дійсних чисел, що обчислюються за формулою:

$$A_0 X_k = - \sum_{i=1}^{\min(k, \partial)} A_i X_{k-i} + \begin{cases} b^{(k)}, & 0 \leq k \leq \partial; \\ 0, & \partial < k, \end{cases} \quad (16)$$

де ∂ – степінь матриці $A_k(t)$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Матрицю $A(t)$ і вектори $B(t)$ та $C(t)$ можна подати у вигляді матричних многочленів:

$$A(t) = A_1 t + A_0, \quad B(t) = B_1 t + B_0, \quad C(t) = C_1 t + C_0.$$

Для розв'язання даної задачі пропонується ефективна обчислювальна схема, побудована на теорії I -матриць.

Використання методів економіко-математичного моделювання дає змогу аналізувати якісно і кількісно складні економічні процеси. Нові методи моделювання, засновані на строгих математичних розв'язаннях економічних завдань із застосуванням виявлених законів економіки виробництва, у поєднанні із сучасною обчислювальною технікою сприяють створенню високоефективних систем для аналізу стану і науково обґрунтованому прогнозуванню розвитку економіки підприємств, галузей і країни загалом, дають можливість усвідомлено управляти економічними процесами виробництва.

Будь-якому керівнику зрозуміло, що організація бізнесу за допомогою такого інтернет-ресурсу дає змогу суттєво заощаджувати час і людські ресурси. Тепер для здійснення операції не потрібні тривалі переговори та відрядження, трудомісткі дослідження пропозиції на ринку за прайс-листами, перевірки партнера на благонадійність (відповідальність за ризик у цьому випадку несуть власники ресурсу). Операції може здійснювати одна людина в набагато більшій кількості, ніж це здатна робити ціла фірма із застосуванням традиційних технологій. Більше того, в багатьох випадках одна операція підприємства включає в себе цілу серію операцій, проплат, заліків тощо. У таких ланцюжках, зазвичай, задіяно велику кількість менеджерів від усіх сторін, вони забирають чимало часу і сил, особливо у керівників, змушених тримати всі деталі ситуації в голові. Автоматизація ж цього процесу викладеним вище способом трохи складніша за автоматизацію окремої операції. У результаті цей ланцюжок операцій так само може здійснювати і контролювати одна людина [3].

Звичайно, цей список далеко не повний. Розвиток моделей електронної комерції підтримує Європейська комісія ESPRIT. У матеріалах цієї комісії розглядаються 11 моделей електронного бізнесу. Серед них: електронний магазин, електронний каталог-довідник, електронний торговельний центр, віртуальне співтовариство,

віртуальний центр розробки, інформаційний брокер, провайдер бізнес-операцій, інтегратор бізнес-операцій та ін.

Одержані результати збагачують теорію математичних методів і розширюють область застосування математичних моделей в економіці. Отже, прогнозування та моделювання дає змогу здобути навички використання математичного апарату у дослідженні економічних процесів і розв'язанні складних економічних задач, як на мікрорівні, так і на макрорівнях.

Література

1. Бабицький А. Ф. *Методологія аналізу економічних процесів і управління. Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл.* – К.: МАУП, 2003. – 128 с.
2. Недашковський М.О., Ковальчук О.Я. *Обчислення з –матрицями.* Київ: "Наукова думка", 2007, 294 с.
3. Цегелик Г.Г., Лаба М.С. *Методи паралельного пошуку інформації в файлах баз даних і їх ефективність. Препринт.* - К.: Інститут системних досліджень освіти. 1995 – 42 с.
4. Cabay S. Domzy B. *Systems f Linear Equations with Dense Univariate Polynomial Coefficients. Journal of the Associaation for Computing Machinery. Vol.34. № 3. July 1987.pp.646-660.*

Редакція отримала матеріал 21 травня 2008 р.