

**Тернопільський національний економічний університет
Факультет банківського бізнесу
Кафедра економічної теорії**

«Аналіз та прогнозування макро- та мікрофінансових змінних»

Опорний конспект лекцій

**2018–2019 навчальний рік,
Тернопіль**

ВСТУП

Основною метою викладання курсу «Аналіз та прогнозування макро- та мікрофінансових змінних» є розширення уявлення щодо теоретичних основ сучасних прикладних методів аналізу та прогнозування макро- та мікрофінансових змінних, формування аналітичних та дослідницьких навичок економетричного дослідження динаміки активів на фінансових ринках, володіння інструментарієм фінансового аналізу оцінки інвестиційних рішень, формування системи навичок для виявлення структурних причинно-наслідкових зв'язків фінансових показників, які дозволять студентам самостійно орієнтуватися в складних проблемах функціонування фінансового ринку.

Основними завданнями дисципліни є:

- володіння методологією фінансово-економетричного дослідження, основними поняттями та інструментами аналізу фінансових змінних на макро- та мікрорівні, основами побудови, розрахунку та аналізу фінансово-економетричних рівнянь;

- застосування основних моделей для аналізу фінансових змінних, вміння вибрати інструментальні засоби для обробки економічних даних відповідно до поставлених завдань, проаналізувати результати розрахунків і обґрунтувати отримані висновки;

- володіння методикою економетричного моделювання, аналіз та прогнозування розвитку економічних явищ та процесів, інтерпретація отриманих результатів;

- прогнозування та управління на основі стандартних макро- та мікроекономічних моделей фінансовими ризиками;

- здійснювати критичний аналіз інвестиційних рішень із застосуванням інструментарієм фінансового аналізу;

- застосовувати сучасні технічні засоби та інформаційні технології для вирішення аналітичних і дослідницьких завдань;

- володіти навичками застосування сучасного математичного інструментарію для вирішення економічних завдань;

Предметом вивчення дисципліни «Аналіз та прогнозування макро- та мікрофінансових змінних» є аналіз інформаційних потоків в соціально-економічних системах, прогноз їх поведінки, оцінювання та побудова економетричних моделей різного рівня, аналіз стратегій управління ризиками на різних ринках та аналіз інвестиційних рішень.

Тема 1. Базові моделі фінансових ринків

Лекція 1

1. *Взаємозв'язок дисципліни з економічної теорією, математичною економікою, економічної та математичною статистикою.*
2. *Поняття моделі. Класифікація моделей*
3. *Кореляційно-регресійний аналіз, як основний метод аналізу. Функціональні і кореляційні зв'язки.*

1. Взаємозв'язок дисципліни з економічної теорією, математичною економікою, економічної та математичною статистикою

Тривалий час економіка розвивалася як описова наука, де в якості доведення використовувалися неперевірені (такі, що не мають реального відображення на практиці) мисленні експерименти, звернення до авторитетів та етимології (походження) термінів. Практика формального представлення знань не була поширеною в наукових економічних колах.

У якості **кінцевих прикладних цілей економетричного дослідження** виділяють дві основні:

- прогноз економічних показників, що характеризують стан і розвиток аналізованої системи (ВВП, інфляція, прибуток, зарплата, обсяги виробництва, рівноважна ціна тощо);
- імітація різноманітних можливих сценаріїв соціально-економічного розвитку аналізованої системи, коли статистично виявлені взаємозв'язки між її різними характеристиками використовуються для відстеження того, як можливі зміни тих чи інших параметрів впливають на значення характеристик, що нас цікавлять.

До числа типових економіко-математичних моделей, які на сьогодні розробляють і вивчає дисципліна, відносяться:

- виробничі функції (наприклад, функція Кобба-Дугласа);
- функції попиту різних груп споживачів;
- цільові функції споживчих уподобань;
- статистичні та динамічні міжгалузеві моделі виробництва, розподілу і споживання продукції, моделі загальної економічної рівноваги.

Останнє десятиліття економетричний аналіз як навчальна дисципліна стрімко розвивається. Підтвердженням всесвітнього визнання є присудження за найбільш видатні розробки у цій галузі Нобелівських премій в економіці, авторами яких є:

– **Ян Тінберген (1903-1994)** – нідерландський економіст та Рангар Фріш (1885 - 1973) – норвезький економіст – лауреати Нобелівської премії 1969 року за створення та застосування динамічних моделей для аналізу економічних процесів.

– **Пол А. Самуельсон (1915 - 2009)** – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1970 року за розроблення статистичної та динамічної економічної теорії, що сприяло зростанню рівня аналізу економічної науки.

– **Василь Леонт'єв (1912 - 1986)** – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1973 року за розроблення балансових моделей для моделювання взаємозв'язків великою кількістю змінних (методу “витрати – випуск”).

– **Леонід Канторович (1912 - 1986)** – російський економіст, Тьяллінг С. Кумпанс (1910 - 1985) – американський економіст – лауреати Нобелівської премії 1975 року за вклад у теорію оптимального розподілу ресурсів. Т.С. Кумпанс також зробив значний внесок у розвиток статистичних методів в економетрії та створення лінійних економетричних моделей.

- **Лоуренс Р. Клейн (нар. 1920)** – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1980 року за створення економетричних моделей та їх застосування під час аналізу економічних коливань й економічної політики.

– **Трюгве Хаавельмо (1911 - 1999)** – норвезький економіст – лауреат Нобелівської премії 1989 року за перетворення основ теорії ймовірності в межах економетрії та аналіз залежних економічних структур.

– Джеймс Дж. Хекман (нар. 1944) – американський економіст; Даніел Д. Макфадден (нар. 1944), американський економіст, – лауреати Нобелівської премії 2000 року за розроблення мікроеконометрії та методів статистичного аналізу.

– Леонід Гурвіц (1917 - 2008) – американський економіст, Ерік Маскін (нар. 1950) – американський економіст, Роджер Маерсон (нар. 1951) – американський економіст – лауреати Нобелівської премії 2007 року за створення основ теорії оптимальних механізмів (механізмів поділу).

Крім того, процес прийняття науково обґрунтованих рішень в економіці тісно пов'язаний з визначенням кількісних співвідношень між економічними показниками. Так, наприклад, для з'ясування доцільності інвестування придбання нового обладнання (або розроблення нової технології) потрібно знати, який додатковий дохід можна отримати на кожну одиницю капітальних вкладень у разі реалізації різних проектів інвестування. Мова економіки все більше стає мовою математики, а саму економіку все частіше називають однією з найбільш математизованих наук.

Математика настільки глибоко проникла в економіку, що інколи складно виокремити економічні знання в математичних. Тому сьогодні доцільніше вести мову не про використання математики в економіці, а про взаємодію економічної та математичної наук, яка підносить економічну теорію на якісно новий рівень.

Досить часто розглядають економетрію як науку, що встановлює та досліджує кількісні закономірності та взаємозв'язки в економічному житті за допомогою математичних і статистичних методів. Основні результати економічної теорії носять якісний характер, а економетрія вносить в них емпіричний вміст. Математична економіка зображує економічні закони у вигляді математичних співвідношень, а економетрія проводить експериментальну перевірку цих законів. Економічна статистика дає інформаційне забезпечення досліджуваного процесу у вигляді вихідних (оброблених) статистичних даних та економічних показників, а економетрія, використовуючи традиційні математико-статистичні та спеціально розроблені методи, проводить аналіз кількісних взаємозв'язків між цими показниками.

2. Поняття моделі. Класифікація моделей

Дисципліна пов'язана з емпіричним виведенням економічних законів. Тобто для отримання кількісної залежності для економічних співвідношень ми використовуємо дані фактичні або «спостереження». Дані, як правило, не є експериментальними, оскільки в економіці ми не можемо проводити численні експерименти. Але можна моделювати економічні моделі, засновуючись на економічній теорії або на емпіричних даних, оцінюючи невідомі величини (параметри) в цих моделях, робить прогнози (і оцінює їх точність) і дає рекомендації з економічної політики. У цьому всьому суттєвим є використання моделей. Ейнштейн сказав: «Моделі мають бути настільки простими, наскільки можливо, але не простіше». У більшості випадків економічні закони виражаються у відносно простій математичній формі.

Розглянемо, наприклад, функцію споживання:

$$\ln C = \beta_0 + \beta_1 \ln Y + \beta_2 \ln P,$$

де C - споживання деякого харчового продукту на душу населення в деякому році;

Y - реальний дохід на душу населення в цьому році;

P - індекс цін на цей продукт, скоригований (дефльований) на загальний індекс вартості життя;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ - константи.

Це рівняння називається **рівнянням поведінки (behaviorale equation)**. Воно описує (в середньому) поведінку споживача по відношенню до купівлі даного продукту залежно від відносного рівня цін на продукт і реального доходу. Закон поведінки буде визначений, як тільки ми знайдемо значення коефіцієнтів $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

Отже, задача дисципліни «Аналіз та прогнозування макро- та мікрофінансових змінних» – визначити (оцінити) ці коефіцієнти з прийнятного набору спостережень. Можна задати багато інших питань, що також відносять до аналізу, наприклад:

- Чи немає змінних, які слід було б додатково включити в рівняння (наприклад, ціни на непродовольчі товари)?

- Чи не слід виключити з рівняння деякі змінні?

- Наскільки коректно виміряні наші дані, являють вони те, що мають являти, за нашою думкою?

- Чи вірно, що модель лінійна? чи вірна економічна теорія?

Наведена модель є статичною. Можливо, більш придатною була б динамічна модель.

Наприклад, можна припустити, що минулорічний дохід може вплинути на поточний рівень споживання. В цьому випадку ми повинні також включити його в рівняння.

Математичні моделі широко застосовуються в бізнесі, економіці, суспільних науках, дослідженні економічної активності і навіть у дослідженні політичних процесів.

Математичні моделі корисні для більш повного розуміння сутності процесів. Модель може бути використана для прогнозу значень залежної змінної в майбутньому.

Можна виділити 3 основних класи моделей, які застосовуються для аналізу та/або прогнозу.

1. Моделі часових рядів

До цього класу відносяться моделі:

$$\text{Тренда: } y(t) = T(t) + \varepsilon_t,$$

де $T(t)$ - часовий тренд заданого параметричного виду (наприклад, лінійний $T(t)=a+bt$)
 ε_t - випадкова (стохастична) компонента.

$$\text{Сезонності: } y(t) = S(t) + \varepsilon_t,$$

де $S(t)$ - періодична (сезонна) компонента.

Тренда і сезонності: $y(t) = T(t) + S(t) + \varepsilon_t$ (адитивна) або (мультиплікативна),
 $y(t) = T(t)S(t) + \varepsilon_t$

де $T(t)$ - часовий тренд заданого параметричного виду;

$S(t)$ - періодична (сезонна) компонента;

ε_t - випадкова компонента.

До моделей часових рядів відноситься багато більш складних моделей, таких, як моделі адаптивного прогнозу, моделі авторегресії та ковзного середнього. Такі моделі можуть застосовуватися, наприклад, для вивчення і прогнозування об'єму продаж авіаквитків, попиту на морозиво, короткострокового прогнозу відсоткових ставок і т. п.

2. Регресійні моделі з одним рівнянням

У таких моделях залежна (пояснювальна) змінна у представляється у вигляді функції:

$$f(x, \beta) = F(x_1 \dots x_k, \beta_1 \dots \beta_p),$$

де $x_1 \dots x_k$ - незалежні (пояснювальні) змінні;

$\beta_1 \dots \beta_p$ - параметри.

Залежно від виду функції $f(x, \beta)$ моделі поділяються на лінійні та нелінійні.

Лінійні: $y = kx + b$

Нелінійні:

Експоненційна: $y = e^{a+bx}$

Степенева (мультиплікативна): $y = ax^\beta$

Зворотна: $y = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x}$,

Квадратична: $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$,

3. Системи одночасних рівнянь

Ці моделі описуються системами рівнянь. Системи можуть складатися з тотожностей і регресійних рівнянь, кожне з яких може, крім пояснювальних змінних, включати в себе також пояснювані змінні з інших рівнянь системи. Таким чином, ми маємо тут набір пояснюваних змінних, пов'язаних через рівняння системи. Прикладом може служити модель

попиту і пропозиції, наведена нижче. Системи одночасних рівнянь вимагають відносно більш складний математичний апарат.

Модель попиту та пропозиції.

Нехай Q_t^D - попит на товар у момент часу t (demand),
 Q_t^S - пропозиція товару в момент часу t (supply), P_t - ціна товару в момент часу t (price level), Y_t - дохід в момент часу t (income). Складаємо таку систему рівнянь «попит –пропозиція».

$$Q_1^S = \alpha_1 = \alpha_2 P_t + \alpha_3 P_{t-1} + \varepsilon_t \text{ (пропозиція).}$$

$$Q_1^D = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 Y_t + u_t \text{ (попит).}$$

$$Q_1^S = Q_1^D \text{ (рівновага).}$$

Ціна товару P_t і попит на товар $Q_t = Q_t^D = Q_t^S$ визначаються з рівнянь моделі, тобто є ендогенними змінними. Визначними змінними в даній моделі є дохід Y_t і значення ціни товару в попередній момент часу P_{t-1} .

Приклад вибору моделі для аналізу. Ви бажаєте спрогнозувати кількість пасажирів МАУ на наступний рік. Завдяки простій регресії ви зможете пояснити вклад окремого фактору впливу на пасажиропотік, наприклад рівень ВВП. Використовуючи множинну регресію, ви можете додатково виявити вплив таких факторів, як ціна на нафту, ціна білетів та аеропортні збори на пасажиропотік. Моделі специфікації дозволять вам встановити, які фактори більше впливають на модель і яким саме чином. Ендогенні фактори впливу розглядають причинно-наслідкові зв'язки; бінорний вибір оснований на мікрорівні індивідуальних рішень: наприклад, рівень доходу окремої сім'ї та «звичка літати». Останній метод – це прогнозування: ви зможете проаналізувати цикли пасажиропотоку останніх років для прогнозу на наступний рік.

СПЕЦИФІКА ЕКОНОМІЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ:

Специфічні особливості економічних даних можна звести до наступних п'яти груп
-вимірюватися можуть тільки операційно певні дані. При цьому економічні виміри піддаються сильному впливу теоретичних уявлень про дані величинах;

- неекспериментальний характер даних і короткі ряди спостережень, які ставлять під сумнів адекватність отриманих результатів;

- економічні дані, як правило, є непрямыми;

- мінливість одиниць виміру;

- вплив інструменту виміру на досліджуваний об'єкт.

3. Кореляційно-регресійний аналіз, як основний метод аналізу. Функціональні і кореляційні зв'язки

Завданням кореляційно-регресійного аналізу є побудова та аналізу економіко-математичної моделі рівняння регресії (рівняння кореляційного зв'язку), що відображає залежність результативної ознаки від кількох факторних ознак і дає оцінку міри щільності зв'язку. Кореляційні зв'язки встановлюються в середньому для великої сукупності даних з інформаційної бази, яка має достатньо типові та надійні статистичні характеристики, а також якісну однорідність (наближеність умов формування результативних і факторних ознак) та кількісну однорідність (відсутність одиниці спостереження, яка за числовими характеристиками суттєво відрізняється від основної маси даних). Ці особливості потребують розв'язання двох задач: знаходження форми функціонального зв'язку та визначення міри наближення кореляційного зв'язку за ним.

Однією з найбільш простих і розповсюджених моделей є лінійна регресія, але вона, як правило, не може забезпечити необхідну точність прогнозування. Щоб збільшити точність прогнозу та зменшити мінливість показника, використовуються багатофакторні моделі (множинна кореляція). При виборі незалежних змінних (факторів) в таких моделях потрібно враховувати наявність зв'язку з залежною змінною (показником) та відсутність тісного зв'язку з будь-якою іншою незалежною змінною, тобто взаємної кореляції. Фактори повинні відображати різні аспекти досліджуваного процесу. Для аналізу щільності зв'язку в багатофакторній кореляційно-регресійній моделі складають матрицю парних коефіцієнтів кореляції, які вимірюють щільність лінійного зв'язку кожного фактора з результативною

ознакою і з кожною з решти ознак-факторів (кореляційна матриця). За формою зв'язку розрізняють кореляційні зв'язки прямі й обернені, лінійні й нелінійні, одно й багатofакторні. Прямі й обернені зв'язки розрізняють залежно від напрямку зміни результативної ознаки при зміні факторної ознаки. Якщо співпадають напрями, мова йде про прямий зв'язок, якщо ні – про обернений. Залежно від характеру зміни показника Y при зміні фактора X виділяють лінійні та нелінійні зв'язки. Сукупність інформаційних вхідних даних необхідно перевірити на наявність лінійної залежності між усіма або кількома факторними ознаками (мультиколінеарність). В економічних процесах об'єктивно існують співвідношення між окремими факторами. Мультиколінеарність, як правило, проявляється в стохастичній (прихованій) формі. Її наявність призводить до серйозного зниження точності оцінок параметрів регресії, скривлення оцінки дисперсії залишків, дисперсії коефіцієнтів регресії і коваріації між ними.

Коефіцієнти регресії стають ненадійними, їх неможливо трактувати як міру впливу відповідного фактора на незалежну змінну. Оцінки стають дуже чутливими до вибірових даних, тобто невелике збільшення об'єму вибірки може спричинити до значних змін в значеннях оцінок.

Отже, потрібно виконати відповідну перевірку, тому що отримана регресія буде характеризуватися великою мінливістю та певною надлишковістю (розраховані значення більше очікуваних). Під час перевірки на мультиколінеарність спочатку статистичні значення факторних ознак X_i замінюються на стандартизовані (нормалізовані) дані. Потім виконується побудова кореляційної матриці, яка складається з коефіцієнтів кореляції, що обчислюються для кожної можливої пари змінних. Аналіз отриманих залежностей дає можливість оцінити ступінь та напрямок взаємозв'язку між факторами. Далі обчислюється визначник кореляційної матриці, який вказує на можливу кореляцію між факторами (якщо значення близьке до нуля).

Загальна мультиколінеарність в масиві виявляється за критерієм Пірсона (χ^2) з надійністю $p = 0,95$. Потім визначаються частинні коефіцієнти кореляції, які характеризують тісноту зв'язку між двома змінними за умови, що третя не впливає на цей зв'язок. Далі за допомогою t -статистики з надійністю $p = 0,95$ виявляються пари факторів, між якими існує мультиколінеарність. Після встановлення стохастичної мультиколінеарності по можливості її потрібно усунути. Одним з таких методів є метод вилучення змінних (факторів). Його суть полягає в видаленні (повинно узгоджуватися з метою дослідження та економічною доцільністю) однієї або кількох високорельованих пояснюючих змінних з регресії. Потім нова модель заново оцінюється. Для перевірки виконується побудова кількох можливих моделей та обчислюється значення коефіцієнта детермінації R^2 , що вимірює частку варіації показника, яка пояснюється взаємозв'язком між незалежною змінною і факторами та розрахункове значення критерію Фішера F_p за формулами:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

де \hat{Y}_i – розрахункове значення показника для i -го спостереження;

Y_i – статистичне значення показника для i -го спостереження;

\bar{Y} – вибірове середнє значення показника.

$$F_p = \frac{R^2}{1 - R^2} \left(\frac{n - m - 1}{m} \right)$$

де n – кількість спостережень;

m – кількість факторів.

Чим ближче значення R^2 до одиниці, тим краще статистичні дані відповідають побудованій функції регресії. Значення F_p повинно бути в кілька разів більше від табличного, тоді регресія буде не тільки значимою, а й мати практичну цінність для прогнозування. Після видалення однієї змінної будується двофакторна модель. Коефіцієнти рівняння регресії $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$ обчислюються з використанням матричних операцій за формулою:

$$\vec{a} = [X]^T [X]^{-1} [X]^T \vec{Y}$$

Після знаходження оцінок параметрів регресії a_0 , a_1 , a_2 виконується перевірка нової моделі на мультиколінеарність. Якщо результат позитивний виконуються перевірки адекватності моделі (рівняння регресії) за критерієм Фішера та значущості параметрів (окремих факторів) регресії за критерієм Стьюдента. Потім обчислюється прогнозне значення показника та інтервальний прогноз (надійний інтервал) для заданих значень факторів за формулами

$$DY = t_c S \sqrt{X_p [X^T X]^{-1} X_p^T + 1}$$

де t_c – табличне значення критерію Стьюдента;

X_p – вектор-рядок з прогнозними значеннями факторів;

S – стандартне відхилення оцінки (вимірює розсіювання значення показника відносно лінії функції регресії) є квадратним коренем з дисперсії адекватності:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y}_i)^2}{n - m - 1}}$$

$$Y_{\max(\min)} = Y_p \pm DY$$

де Y_p – точковий прогноз показника.

Розраховані частинні коефіцієнти регресії показують на середню зміну залежної змінної для одиничної зміни відповідної незалежної змінної та постійних значеннях інших незалежних змінних. За відомим рівнянням регресії можна моделювати майбутні параметри показника при зміні значень одного із факторів. Далі для прогнозу обчислюються частинні коефіцієнти еластичності.

З метою врахування динаміки зміни обсягів реалізації окремих видів продукції при складанні оперативних виробничих планів на короткотерміновий майбутній період на основі кореляційно-регресійного аналізу була побудована модель. В ній використовуються дані обсягів реалізації продукції за 12 місяців 2017 року одного з машинобудівних підприємств м. Полтави, які мають досить велику мінливість. Дослідження статистичних даних показника Y (обсягу збуту продукції) виявили певні коливання фактичної реалізації окремих видів продукції, що пов'язано з проблемами збуту в одну із країн СНД, на яку припадає найбільша частка експорту. Після первинного оброблення даних з інформаційної бази в якості факторів прийняті: середня ціна продукції (X_1), фонд заробітної плати на виготовлення продукції (X_2), витрати на збут продукції (X_3). Дані з інформаційної бази про реалізацію одного з основних видів продукції наведені в табл. 1.

Таблиця 1 Дані про реалізацію продукції П1

Період	Дохід Y , грн.	Фактори X , грн.		
		Середня ціна	Фонд заробітної плати	Витрати на збут продукції
1	828183,0	330,61	79021,78	24341,20
2	1030589,0	314,11	115901,70	29983,79
3	822400,0	325,25	89684,11	25997,09
4	1036455,0	304,67	99442,89	26242,49
5	840820,0	358,36	84759,81	35088,69
6	866697,0	367,80	88760,86	43634,62
7	1095990,3	306,95	103492,43	47483,37
8	1227065,0	346,92	134108,01	40729,56
9	974255,5	341,54	109763,70	43804,87
10	1041248,0	355,55	121792,57	44906,99
11	2115316,0	265,74	218887,29	52933,20
12	311604,2	450,90	42183,20	9622,36

Результати перевірки мультиколінеарності в масиві факторів за критерієм Пірсона представлені на рис. 1.1.

ВИЗНАЧНИК КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ			
R=	0,21763		
ЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЮ ХІ-КВАДРАТ			
XI2p=	13,979	XI2табл=	7,815

Розрахункове значення XI2 більше табличного, тому в масиві незалежних змінних існує мультиколінеарність в сукупності. Потім за критерієм Стьюдента виконується перевірка мультиколінеарності пари факторів, отримані дані подані на рис. 2.

ЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЮ СТЬЮДЕНТА			
t12=	-2,053		
t13=	-0,142	tтабл	
t23=	2,425	2,262	

Рис. 1.2. Перевірка мультиколінеарності пари факторів

Розрахункове значення t23 перевищує табличне значення Стьюдента, тобто існує мультиколінеарність пари факторів. Одним із способів усунення мультиколінеарності є видалення одного фактора з моделі. Для подальшого аналізу вибирається двофакторна модель $Y = f(X1, X2)$, яка має кращі значення коефіцієнта детермінації $R^2=0,98$ (близьке до одиниці) і розрахункового значення критерію Фішера $Fp=233,6$ (набагато перевищує табличне значення).

Отримана модель знову перевіряється на наявність мультиколінеарності. Розрахункове значення $XI2=7,12$ не перевищує табличного значення. Потім обчислюються параметри регресії за формулою, які наведені на рис. 1.3.

a0=	674963,43
a1=	-1633,12
a2=	8,34

Рис. 1.3. Параметри регресії моделі

Далі розраховуються значення t-статистики, вони всі перевищують табличне значення, а отже є значимими (рис. 1.4).

t0=	2,71
t1=	2,82
t2=	13,49
tтабл=	2,262

Рис. 1.4. Розраховані значення t-статистики

За отриманими даними будується прогноз для значень факторів $X1=350,00$ грн. і $X2=105,00$ грн., який складає $Yp=978664,40$ грн. і знаходиться в межах довірчого інтервалу (рис. 1.5). Розраховані коефіцієнти еластичності $k1=-0,584$ і $k2=0,894$ вказують на те, як зміна одного фактора на 1% впливає на значення показника при незмінному значенні іншого фактора. При перевірці результатів прогнозування на інших статистичних даних генеральної сукупності (за 2017 рік) з інформаційної бази похибка прогнозу не перевищує значень середньоквадратичних похибок, які використовувалися при визначенні функції регресії.

Головною метою проведення кореляційно-регресійного аналізу є визначення можливих варіантів управління збутом продукції, а також оцінка можливих шляхів досягнення потрібного результату. Розроблена модель може бути використана для поліпшення планування потреб в матеріальних ресурсах, а також удосконалення процесів підготовки виробництва, якщо буде відомий прогноз збуту продукції на майбутній період. Прогноз повинен мати динамічний характер та адаптуватися до змін з врахуванням останніх даних.

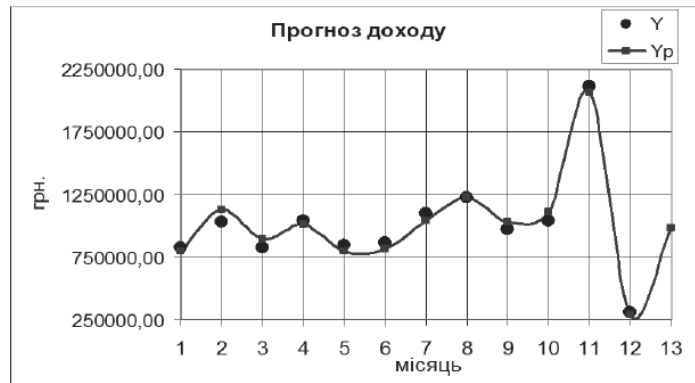


Рис. 1.5. Прогноз показника Y_r

Таким чином, більш точне планування обсягів реалізації продукції надасть можливість зменшити витрати. Використання результатів моделювання та прогнозування обсягів збуту продукції підвищить ефективність управлінських рішень та зменшить ймовірність помилкових рішень.

Побудовану економетричну (регресійну) модель можна використовувати для прогнозування майбутнього обсягу збуту окремого виду продукції та формування відповідної виробничої програми на майбутній короткотерміновий період. Крім цього, кореляційно-регресійний аналіз дає можливість оцінити існуючий стан за допомогою рівняння регресії. Використовуючи дані про величину і напрямок дії факторів, що аналізуються, можна отримати засоби для оцінки та відповідного коригування поточної стратегії планування обсягів випуску всієї номенклатури продукції.

Таким чином кореляційно-регресійний аналіз надає потужний та гнучкий інструмент для вивчення взаємозв'язків між показником та множиною незалежних змінних. Основна мета використання цього методу – краще зрозуміти теперішній стан, відповідно навчитися управляти подіями, що відбуваються, а також точніше передбачити майбутнє

Тема 2. Аналіз моделей ціноутворення активів

Лекція 2

1. Регресивні методи оцінювання багатofакторних моделей ціноутворення активів.
2. Використання узагальненого методу для оцінювання моделей ціноутворення.

1. Регресивні методи оцінювання багатofакторних моделей ціноутворення активів

У 2013 р Нобелівська премія з економіки була присуджена з формулюванням «за емпіричний аналіз цін активів» трьом фінансовим економістам: Юджину Фамі і Ларсу Хансену з Університету Чикаго, а також Роберту Шиллеру з Єльського університету. Так у чому ж полягає значимість «емпіричного аналізу» цих вчених? Питання, на які лауреати допомагають нам дати відповідь, звучать так: чому одні активи коштують більше, ніж інші; чи можна передбачити зміну ціни активу?

Перше питання - що визначає ціни активів - є, напевно, одним з найбільш досліджуваних та актуальних у фінансовій економіці. У застосуванні до акцій релевантною мірою є співвідношення ціна/прибуток (P/E, price-earnings ratio), або скільки доларів потрібно заплатити за один долар прибутку. У науковій літературі частіше використовується приблизно зворотна величина: очікувана прибутковість, яка вимірюється у відсотках. Тобто, чим вища ціна/прибуток, тим нижче очікувана прибутковість, і навпаки. Ще в першій половині ХХ ст. у фінансовій літературі був досягнутий консенсус, що очікувана прибутковість пропорційна ризику інвестиції. Але що вважати релевантним ризиком?

З 1960-х років, згідно домінуючій моделі оцінки капітальних активів (Capital Asset Pricing Model, CAPM), вважалося, що визначальним ціни джерелом ризику є тільки ризик ринку, тобто амплітуда співставлення з ринковими коливаннями доходності активу. Юджин Фама запропонував методіку для емпіричної перевірки цієї теорії, а потім показав, що ринкового ризику недостатньо, щоб пояснити різницю в очікуваній прибутковості між активами - необхідно враховувати ще ризик розміру і ризик «низької вартості» («Value» або «Book-to-market»).

Більш обгрунтовано на поставлене запитання нам дозволяє відповісти істотний методологічний внесок, який зробив **Ларс Хансен**. Він розробив економетричний метод - узагальнений метод моментів (Generalized Method of Moments, GMM), - який не тільки адаптується до особливостей фінансових даних, але і дозволяє зіставити ці дані з фундаментальною теорією ціноутворення активів, зокрема, зі споживчою моделлю оцінки капітальних активів (Consumption Capital Asset Pricing Model, CCAPM). Вона є стандартною моделлю цін активів і включає в себе CAPM як окремий випадок.

Друге питання - про передбачуваності цін фінансових активів, таких як акції, облігації, опціони і валюти - також є однією з головних тем в фінансових дослідженнях. На перший погляд здається, що Нобелівський комітет удостоїв премії економістів з протилежними поглядами про передбачуваності цін на активи. Юджин Фама є прихильником гіпотези ефективних фінансових ринків. Гіпотеза - у спрощеній формі - каже, що вся наявна інформація швидко включається в ціни фінансових активів. Тому ціни непередбачувані, по крайній мірі, в короткостроковій перспективі. Роберт Шиллер, з другої сторони і, неодноразово попереджав про бульбашки і ймовірності їх швидкого лускання, наприклад, в 2000 і 2007 рр. Він стверджує, що великі відхилення фінансових коефіцієнтів, таких, як відношення ціни до прибутку (price-earnings ratio) або відношення дивідендів до ціни (dividend-price ratio) від їх історичних середніх значень пов'язані з особливостями поведінки людей як індивідів і у великих групах (так званий «ефект натовпу»).

Юджин Фама показав у багатьох дослідженнях, що ціни на активи не є передбачуваними в короткостроковій перспективі. Він при цьому не заперечує, що є якась передбачуваність в довгостроковій перспективі. Але Фама і Шиллер не згодні в тому, чи треба приписувати великі коливання цін на активи поведінкових факторів. Причина, чому ці різні думки можуть співіснувати, лежить в проблемі спільної перевірки двох гіпотез.

Справа в тому, що при використанні середньо- і довгострокових прогнозів цін для побудови торгової стратегії і отримання прибутку інвестор піддається істотному ризику. А ризиковані активи, як ми раніше зазначали, повинні приносити більш високу прибутковість. Тому теорія ефективного ринку формулюється в термінах аномальної, а не абсолютної прибутковості. Аномальна прибутковість визначається як різниця між прибутковістю активу і прибутковістю альтернативної інвестиції з тим же ризиком. Для емпіричної перевірки гіпотези ефективності ринків, тобто випадковості відхилень доходностей від їх нормального рівня, потрібна модель, яка визначає, що таке «нормальна» прибутковість. Іншими словами, потрібна модель, яка визначає розумну компенсацію за ризик даного активу. Таким чином, відбувається спільне тестування «нормальної» моделі і самої гіпотези ефективності. На жаль, немає загально визнаної моделі цін фінансових активів.

В даному контексті важливо зазначити, що Хансен в декількох емпіричних дослідженнях показав, що ціни активів не узгоджуються з найбільш теоретично обґрунтованою моделлю - ССАРМ. Це призвело з тих пір до розвитку багатьох нових моделей. Деякі з них як і раніше передбачають, що інвестори раціональні, але можуть зіткнутися з різними типами ринкових фрікцій, тоді як інші припускають, що інвестори можуть проявляти стадна поведінка або інші поведінкові відхилення.

Кому це здається чисто академічним питанням, подумайте про ринок нерухомості в Києві. Мало б великий інтерес для потенційного покупця квартири знати, чи є ціна завищеною через міхура, який може лопнути в будь-який момент, або просто відображає інформацію про фундаментальної вартості, що визначається очікуваним приростом орендної плати?

Будь-який економічний процес, особливо якщо його всебічно можна виразити чи визначити через кількісні характеристики, часто піддається математичному моделюванню, тобто його вираженню через рівняння регресії. При цьому, під регресією розуміється залежність однієї випадкової величини від іншої випадкової величини. Такий процес побудови математичних залежностей між факторною (факторними) ознакою та залежною змінною дозволяє не тільки визначити наявний тісний зв'язок між даними показниками (що вирішується за допомогою кореляційного аналізу), але й прогнозувати одну (залежну) змінну (у) на основі іншої (інших) змінної (х). Таким чином, регресійний аналіз дозволяє робити аргументовані висновки щодо розвитку даного економічного процесу, що базуються та підкріплюються конкретними математичними розрахунками.

Звичайно, більш актуальними для економічного моделювання є багатофакторні регресії, оскільки рідко економічне явище можна пояснити переважно одним фактором впливу.

У процесі побудови багатофакторних регресійних моделей можна виділити такі **етапи:**

1. Вибір та аналіз всіх можливих факторів, які впливають на процес (або показник), що вивчається.

2. Вимір та аналіз знайдених факторів – якщо деякі фактори неможливо кількісно чи якісно визначити або для них недоступна статистика, то вони вилучаються з подальшого розгляду.

3. Математико-статистичний аналіз факторів – на цьому етапі при наявності у динамічних рядах недостатньої інформації за допомогою спеціальних методів проводиться її відтворення, а також здійснюється перевірка основних припущень класичного регресійного аналізу.

4. Вибір вигляду регресійної багатофакторної моделі.

5. Оцінка невідомих параметрів регресійної моделі.

6. Перевірка значимості знайдених параметрів моделі та її оцінка на адекватність реальній дійсності – здійснюється за допомогою F-критерію Фішера та t-критерію Ст'юдента. F- статистика Фішера розраховується з m та $(n-m-1)$ ступенями вільності

$$F = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{ip} - y_c)^2}{m}}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{n - m - 1}}$$

де m – кількість факторів, які увійшли в модель;

n – загальна кількість спостережень;

y_{ip} – розрахункове значення залежної змінної при i -му спостереженні;

y_c – середнє значення залежної змінної;

y_i – значення залежної змінної при i -му спостереженні.

За F - таблицями Фішера знаходиться критичне значення $F_{кр}$ з m та $(n-m-1)$ ступенями вільності, задавши попередньо рівень довіри $(1-\alpha)*100\%$. Якщо $F > F_{кр}$, то це свідчить про адекватність побудованої моделі.

Якщо модель неадекватна, то необхідно повернутися до етапу побудови моделі і, можливо, ввести додаткові фактори, або перейти до нелінійної моделі.

t -статистика для параметрів багатofакторної регресії має вигляд:

$$t = \frac{a_i}{\sigma_{a_i}^2}$$

де a_i – оцінка i -го параметра;

$\sigma_{a_i}^2$ – середньоквадратичне відхилення оцінки i -го параметра.

Якщо t -значення перевищує критичне значення, яке знаходиться за таблицею t -критерію, то вважається, що відповідний параметр статистично значимий і має суттєвий вплив на узагальнюючий показник.

7. Розрахунок основної характеристики (коефіцієнт множинної кореляції R), аналіз отриманих результатів, висновки.

Коефіцієнт множинної кореляції є основним показником щільності кореляційного зв'язку узагальнюючого показника з факторами. Якщо його значення, розраховане за формулою, прямує до 1, то взаємозв'язок між показником і факторами вважається щільним.

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_c)^2}}$$

Процедура пошуку рівняння регресії між різними числовими сукупностями, як правило, включає наступне:

1). встановлення значимості зв'язку між ними;

2). можливість представлення даної залежності у формі математичного виразу (рівняння регресії).

Перший етап передбачає визначення коефіцієнтів парної (між двома числовими масивами – x_i та y_i) кореляції.

Є декілька методів визначення рівня коефіцієнта кореляції. Найбільш відомим є метод найменших квадратів. Другим етапом при побудові регресійних моделей є вибір формули самого рівняння регресії.

Найбільш простий вигляд має лінійна багатofакторна регресія, яка описує лінійний зв'язок між досліджуваними даними:

$$y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n$$

де y – залежна змінна, функція; $a_0, \dots,$

a_n – коефіцієнти регресії;

x_1, \dots, x_n – залежні змінні.

У випадку криволінійних залежностей використовуються формули наступного виду:

$$y = a_0 + a_1/x_1 + \dots + a_n/x_n \text{ (гіперболічна)}$$

$$y = a_0 + a_1X_1 + \dots + a_nX_n \text{ (показникова)}$$

$$y = a_0x_1^{A_1} \dots x_n^{A_n} \text{ (степенева)}$$

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \text{ (параболічна)}$$

$$y = a_0 + a_1 \lg x_1 + \dots + a_n \lg x_n \text{ (логарифмічна)}$$

$$y = a_0 \exp(a_1x_1) \dots \exp(a_nx_n) \text{ (експоненціальна)}$$

Емпіричні формули можуть бути різноманітними, оскільки при виборі аналітичної залежності керуються не якимись строгими теоріями (фізичними чи економічними), а ставиться тільки одна умова – можлива близька відповідність значень, розрахованих за формулою дослідним даним. Відповідні регресії можна побудувати «вручну», проте такі розрахунки є доволі громіздкими та трудомісткими.

Висновок про придатність (значимість) рівняння регресії проводиться за допомогою таких кроків:

1. Спочатку проводиться загальна перевірка за допомогою F-тесту (F-статистики Фішера). Метою даного методу є з'ясування того, чи пояснюють x- змінні значну частину варіації y-змінної. Якщо відповідь негативна, тобто побудована регресія є незначимою, неадекватною експериментальним даним, то слід шукати, будувати інший вид регресії і знов перевіряти її таким чином на адекватність.

2. Якщо ж регресія виявляється адекватною (значимою), то продовжується аналіз, використовуючи t-тести для окремих коефіцієнтів регресії (t-статистика Ст'юдента). Даний аналіз дає змогу визначити значимість впливу хі-го фактору на залежну змінну рівняння у (при умові, що всі інші фактори залишаються незмінними).

Цілком прийнятною вважається значимість коефіцієнті регресії, як і адекватність регресійної моделі, на рівні 95 %. Звісно, чим вищою є ця значимість, тим побудована модель буде достовірніше відображати математичні взаємозв'язки між факторами та залежною змінною економічних явищ та процесів.

За допомогою побудованих багатofакторних регресійних моделей, які є адекватними наявним статистичним та розрахунковим даним та мають високі ступені значимості оцінених параметрів, можна здійснювати прогнозування зміни змодельованого економічного явища в результаті зміни одного чи більше його факторів.

Слід констатувати, що такі моделі на сьогодні не є сталими в довгостроковому періоді, оскільки в українській економіці зовнішнє середовище та його умови змінюються досить часто. Тому в майбутньому доцільно розрахувати нові параметри регресійних моделей на основі представлених методів та здійснювати прогнозування згідно отриманих даних.

2. Використання узагальненого методу для оцінювання моделей ціноутворення

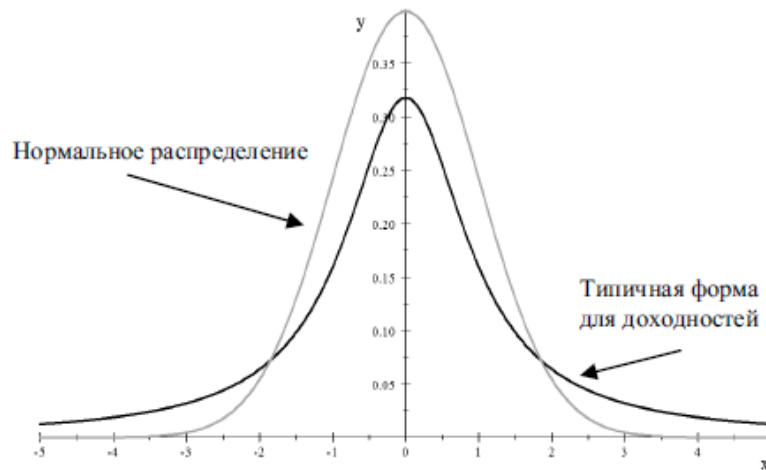
Ларс Пітер Хансен відомий тим, що запропонував більш надійний альтернативний підхід до оцінки моделей ціноутворення: **узагальнений метод моментів (Generalized method of moments, GMM)**. Зокрема, GMM не спирається на передумови, критично важливі для адекватності процедури а точніше про (а) нормальності, (б) гомоскедастичність і (в) відсутність автокореляції залишків в факторних моделях (на першому кроці, в часовому вимірі). Це особливо важливо, тому що починаючи з 1960-х років відзначалося велика ймовірність екстремальних доходностей ніж передбачається за нормальним розподілом - так звані «важкі хвости».

Крім того, у доходностей акцій спостерігаються кластери «волатильності»: періоди великих коливань чергуються з періодами з маленькою амплітудою коливань, що порушує передумову про гомоскедастичність.

Узагальнений метод моментів надійний, навіть коли вищезгадані передумови не дотримано, він ґрунтується лише на слабкому Законі великих чисел:

$$WLLN: \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \xrightarrow{P} E[Y],$$

тобто на конвергенції середнього по вибірці до математичного сподівання.



Алгоритм застосування GMM зводиться спрощено до наступного.

1. Підбираються такі моментні умови, в тому числі з використанням інструментальних змінних, за допомогою яких можна оцінити параметри.
2. Моментні умови формулюються таким чином, щоб їх математичне очікування дорівнювало нулю.
3. Теоретичні моменти апроксимуються емпіричними моментами.
4. Знаходяться такі оцінки, які мінімізують зважену дистанцію емпіричних моментів від нуля. Стандартні помилки розраховуються з урахуванням коваріації емпіричних моментів.

Кроки 1-4 дозволяють отримати консистентні, але не обов'язково ефективні оцінки параметрів. Якщо кількість умов більше, ніж кількість оцінюваних параметрів, для отримання ефективних оцінок необхідно здійснити подальші кроки (5-6).

5. Матриця ваг оновлюється з урахуванням коваріації емпіричних моментів.
6. Кроки 4 і 5 повторюються до конвергенції.

Використання коваріаційної матриці емпіричних моментів при розрахунку стандартних помилок на четвертому кроці дозволяє адекватно врахувати як можливу гетероскедастичність, так і автокореляцію залишків.

Одним з переваг запропонованого Ларсом Хансеном підходу є його придатність для нелінійних моделей оцінки активів (відзначимо, що і CAPM, і модель Фама - Френч - лінійні), наприклад споживчої моделі оцінки активів (Consumption-based Capital Asset Pricing Model, C-CAPM):

$$E \left[\left(\delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + R_{it+1}) - 1 \right) z_t \right] = 0$$

де C_t - споживання в момент часу t ;

δ - параметр тимчасової переваги інвесторів;

γ - параметр несхильності до ризику;

z_t - будь-яка змінна, яка спостерігається в момент часу t , яка використовується як інструмент,

R_i - дохідність активу i ; а $E[\]$ - з оператор математичного очікування.

Схожість даної моделі з CAPM і моделлю Фама-Френча (1993) полягає в тому, що і тут ціна активу залежить від спрямування коливань прибутковості і фактора - в даному випадку, приросту споживання, - однак відмінною рисою даної моделі є залежність ціни активу в нелінійній формі від параметра несхильності до ризику.

У своїй роботі 1982 року (спільно з Сінглтоном) Хансен продемонстрував можливості узагальненого методу моментів для адекватної оцінки параметрів C-CAPM.

Продовжуючи вивчати споживчу модель оцінки активів, Ларс Хансен (разом з Рави Джаганейтемом, 1991) вивів теоретичні кордони для співвідношення премії за ризик і несхильності інвесторів до ризику. Автори показали, що для дотримання меж на емпіричних даних по акціях необхідна неймовірно висока несхильність до ризику. Однією з можливих

причин результату, отриманого Хансеном і Джаганейтеном, могло бути те, що макроекономічна статистика споживання не в повній мірі охоплює динаміку споживання індивідумів. Цікаві альтернативи було запропоновано в таких модифікаціях ССАРМ, як «ціноутворення за допомогою діамантів» і «ціноутворення за допомогою сміття». При оцінці цих моделей на емпіричних даних також використовувався GMM.

Застосування запропонованого Хансеном підходу виявилось набагато ширше сфері ціноутворення активів. Так, класичний в регресійному аналізі метод найменших квадратів є окремим випадком GMM. Більш того, широко поширений в економетриці метод максимальної правдоподібності також є окремим випадком GMM. Така універсальність підходу дозволила використовувати GMM для створення коригувальних поправок на порушення передумов включених підходів, наприклад методу найменших квадратів.

GMM останнім часом також широко використовується при роботі з панельними даними, в моделях, які враховують динаміку залежної змінної. Оскільки панельні ці поширені в економіці праці, регіоналістики, міжнародної економіки, додаток узагальненого методу моментів вийшло далеко за межі фінансової економіки.

Лекція 3

1. Сучасна теорія формування інвестиційного портфеля (*Morden Portfolio Theory*).
2. Аналіз сучасних моделей ціноутворення активів на фінансовому ринку. Параметри моделі *SAPM* та *APT*.

1. Сучасна теорія формування інвестиційного портфеля (*Morden Portfolio Theory*)

Сучасна портфельна теорія (*Modern Portfolio Theory*) – це теорія фінансових інвестицій, у межах якої за допомогою статистичних методів здійснюють якомога вигідніший розподіл ризику портфеля цінних паперів і оцінювання доходу. Складовими елементами даної теорії є оцінювання активів, прийняття інвестиційних рішень, оптимізація портфеля та оцінювання результатів.

Попри значний рівень абстракції, нехтування доволі важливими, на перший погляд, практичними аспектами (податками й операційними витратами), припущення щодо нескінченної подільності фінансових аспектів, а також абсолютно однакового рівня поінформованості інвесторів стосовно ринкової дохідності й ризикованості фінансових інструментів, розроблення сучасної портфельної теорії та подальший розвиток її у *SAPM* і арбітражній теорії (підходи, розрахунки, коефіцієнти, висновки) мають велике практичне значення. На підставі цих розроблень портфельний інвестор дістає необхідні базові знання стосовно регулювання дохідності й ризику портфеля цінних паперів.

На досконалому (прозорому) ринку цінних паперів фахівець із портфельного інвестування має можливість з'ясування ринкових тенденцій і прогнозування майбутньої динаміки, аналізу інвестиційних властивостей фінансових інструментів, характеристик, що спричиняють зміни в портфелі в разі залучення до його складу окремих активів. Теоретичні аспекти допомагають з'ясувати загальні закономірності ринку цінних паперів і обґрунтовано оперувати ефективними критеріями на практиці.

Стосовно припущень сучасної портфельної теорії зазначимо, що на розвинених фінансових ринках потужні фінансові інститути відзначаються дуже високим рівнем поінформованості, а операційні витрати порівняно з обсягами здійснюваних операцій малі, тому за певних умов ними можна знехтувати.

Модель Марковіца з формування портфеля як комбінації можливих інвестицій можна сформулювати так: слід знайти такі пропорції розподілу інвестицій (коштів) між наявними фінансовими активами, щоб за передбачуваної (прийнятної) очікуваної дохідності ризик портфеля як стандартне відхилення дохідності виявився для інвестора прийнятним (мінімальним). За певного рівня ризику інвестори віддають перевагу більшій дохідності, а за заданого рівня очікуваної дохідності — перевагу меншому ризику.

Марковіц запропонував математичний апарат для пошуку ефективного портфеля, здатного забезпечувати найменший рівень ризику для зазначеного рівня дохідності, або максимізувати очікувану дохідність за прийнятного рівня ризику. Проте модель Марковіца не уможлиблює вибір оптимального портфеля, а пропонує набір ефективних портфелів.

Для практичного використання моделі Марковіца необхідно для кожного фінансового активу (акції) визначити очікувану дохідність, її стандартне відхилення і коваріацію між фінансовими активами. Згідно з тлумаченням Марковіца (рис. 2.1), якщо розглянути деякий портфель *Z*, то він буде неефективним, оскільки портфель *F* може забезпечити той же рівень очікуваної дохідності за меншого ризику, а портфель *U* за того ж рівня ризику — більш високу дохідність. Так само можна дійти висновку про неефективність портфеля *C*. Ефективні портфелі розташовані упродовж лінії *HE*, яка ілюструє допустиму множину ефективних портфелів. За умови існування багатьох альтернатив інвестування (множини активів) існує і множина ефективних портфелів.

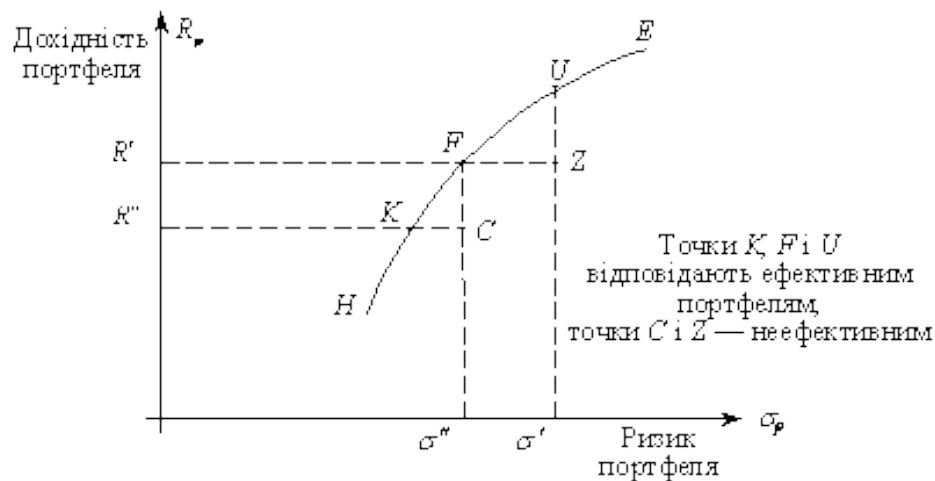


Рис.2.1 Допустима множина портфелів

Раціональні інвестори завжди прагнуть сформувати ефективний портфель. Яку саме комбінацію фінансових активів обере портфельний інвестор, залежатиме від його намірів і преференцій щодо співвідношення очікуваної дохідності та ризику.

Менше схильний до ризику інвестор (точка К) згодний втратити у дохідності, а більш схильний до ризику інвестор (точка U) сподіватиметься на вищу дохідність. Утім, спільним для всіх інвесторів, портфелі яких розташовані на лінії HE, є **прагнення сформувати ефективний портфель**.

Вихідна позиція Марковіца ґрунтована на твердженні, що фінансові (портфельні) інвестиції інвестор оцінює за такими параметрами, як очікувана дохідність (приріст доходу на одиницю вкладень) і стандартне відхилення дохідності як міра ризику. Заслужують на увагу висновки щодо ефекту диверсифікації, котру розглядають як умову зниження ризику інвестування без втрати дохідності шляхом розподілу інвестицій між різними фінансовими інструментами. Чим вищий рівень диверсифікації за меншої кореляції окремих активів, тим ширшими є можливості зменшення ризику.

У загальному вигляді **модель Марковіца «дохідність-ризик»** - це стандартна модель квадратичного програмування. Втім, техніка створення портфеля за цією моделлю вимагає великої кількості обчислень, а деякі припущення надто ускладнюють отримання вихідної інформації. Прикладне застосування цієї моделі обмежене також складністю інформативного забезпечення розрахунків очікуваної дохідності, стандартного відхилення й коваріації цінних паперів. Так, для моделі Марковіца з N кількістю фінансових активів потрібно розрахувати

$\frac{N(N-1)}{2}$ коефіцієнтів кореляції. Однак ця обставина в умовах високого рівня комп'ютеризації не є сьогодні складною проблемою. Значно більшим недоліком і перешкодою застосування моделі «дохідність-ризик» Марковіца є те, що на її підставі пропонується багаточисленний набір ефективних портфелів, який ускладнює прийняття конкретного інвестиційного рішення. Але конче важливим є значення розроблень Марковіца для з'ясування підходів і методів обчислення параметрів моделі, базових підходів і принципів побудови ефективних портфелів, тлумачення поведінки окремих інвесторів, вибору їх рішень щодо розподілу авансованого капіталу серед багатьох альтернативних можливостей спрямування інвестицій.

У межах портфельної теорії особливе прикладне значення має, зокрема, запропонована **В. Шарпом (W. Sharpe) модель ув'язування дохідності цінних паперів і систематичного b-ризик** (**Capitfl Asset Pricing Model — CAPM, або модель оцінювання капітальних активів — МОКА**).

Заслужують на увагу головні припущення цієї моделі:

- ❖ інвестори оцінюють ефективність інвестиційних рішень за двома параметрами — очікуваною (середньою) дохідністю та рівнем ризику, вимірюваного як b-коефіцієнт;
- ❖ існує безризикова ставка доходу, однакова як для кредитів, так і для інвестицій;

- ❖ можливості з безризикованого кредитування й інвестування необмежені, натомість активи нескінченно подільні, тобто існує можливість придбання та продажу активів у будь-якому обсязі;
- ❖ відсутні податки й операційні витрати, існують необмежені можливості коротких продажів (запозичені активи із зобов'язанням повернення);
- ❖ усі інвестори не схильні до ризику, й інвестують у ризикованіші активи лише заради більших очікуваних доходів (премії за ризик);
- ❖ усі інвестори однаковою мірою поінформовані стосовно очікуваної дохідності й ризику інвестицій і характеризуються однаковими очікуваннями щодо майбутнього;
- ❖ фінансові ринки конкурентні, а горизонт прийняття рішень однаковий для всіх інвесторів.

Модель CAPM має такий вигляд:

$$R_i = R_o + \beta_i (R_m - R_o),$$

де R_i — очікувана дохідність акцій i -го емітента (необхідна ставка доходу);

R_o — дохідність безризикових цінних паперів;

R_m — середня дохідність ринку цінних паперів;

β_i — бета-коефіцієнт як міра систематичного ризику.

Показник надлишкової дохідності ринку ($R_m - R_o$) має наочну інтерпретацію, бо становить ринкову (середню) премію за ризик за умови вкладання капіталу різною мірою в ризиковані цінні папери (звичайні акції, корпоративні облігації тощо). Аналогічно показник ($R_i - R_o$) — це премія за ризик у разі вкладання капіталу в цінні папери певного емітента. Модель CAPM означає, що премія за ризик вкладання капіталу в цінні папери конкретного емітента прямо пропорційна ринковій премії за ризик (прямолінійний зв'язок).

Графічне відображення CAPM — лінію ринку капіталу CML можна побудувати, враховуючи, що вона увиразнює компроміс між дохідністю і ризиком для ефективних портфелів. Якщо β -коефіцієнт дорівнює 0, очікувана дохідність дорівнює дохідності безризикових активів (6%), а якщо 1 — ринковій дохідності 10%. На підставі зазначених даних отримують дві крапки на графіку (F і M), через які проводять пряму лінію *Capital Market Line CML*, що демонструє, якою мірою зростання ризику збільшується очікувана дохідність (рис. 2.2).

Очікувана дохідність активу (необхідна ставка доходу), наприклад, дорівнюватиме 11%, коли β дорівнює 1,25. Якщо збільшити β до 2, дохідність становитиме 14%.

Нахил лінії CML відбиває рівень несприйняття ризику середнім інвестором. Чим більше несприйняття ризику, тим менший нахил прямої, тим вищі, відповідно, премія за ризик і необхідна ставка доходу.

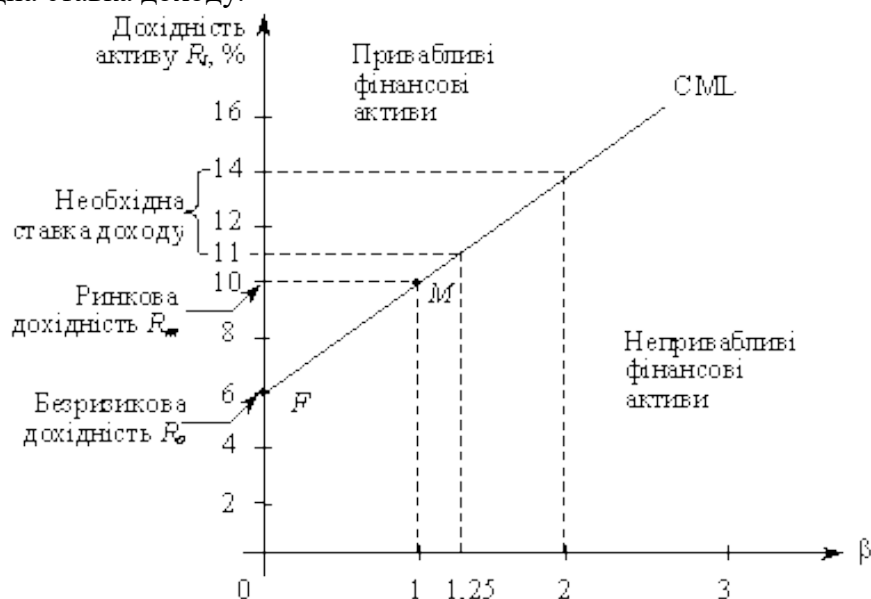


Рис. 2.2 Лінія ринку капіталу

Важливий підсумок CAPM — побудова лінії ринкової дохідності цінних паперів або лінії ринку фінансового активу (Security Market Line — SML). SML увиразнює те, що в умовах ринкової рівноваги, коли всі інвестори формують найвигідніший для себе портфель, дохідність цінних паперів R_i зумовлена такими чинниками, як безризикова дохідність R_0 , дохідність ринкового портфеля R_m , ризик (стандартне відхилення дохідності) ринкового портфеля σ_m і величина коваріації між дохідністю i -го цінного папера й дохідністю ринкового портфеля σ_{im} відповідно до рівняння:

$$R_i = R_0 + \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} (R_m - R_0)$$

Як впливає з наведеного рівняння, відмінності в дохідності цінних паперів зумовлені лише величиною σ_{im} , оскільки решта показників рівняння однакові для всіх фінансових активів ринку. Тобто SML графічно інтерпретує залежність очікуваної дохідності цінного папера від коефіцієнта коваріації σ_{im} (рис. 2.3). За умови стану рівноваги показники очікуваної дохідності усіх фінансових активів, які обертаються на ринку, повинні розташуватися уздовж прямої SML відповідно до індивідуального значення ризику — *коефіцієнта коваріації σ_{im}* .

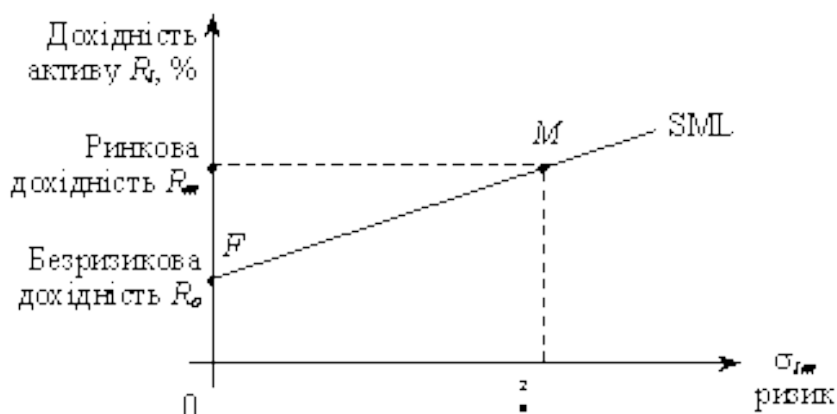


Рис. 2.3. Лінія ринку фінансового активу

Проте практики-аналітики ринку цінних паперів для характеристики ризику частіше використовують показник коваріації σ_{im} , нормований за величиною дисперсії ринкового портфеля, тобто β -коефіцієнт:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

Для ринкового портфеля значення чисельника (σ_{im}) дорівнює σ_m^2 , або

$$\beta_m = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1$$

На практиці під час побудови лінії ринку фінансового активу на горизонтальній осі графіка зазвичай відкладають значення β -коефіцієнта.

2. Аналіз сучасних моделей ціноутворення активів на фінансовому ринку. Параметри моделі CAPM та APT

Надання Україні статусу країни з ринковою економікою суттєво підвищило вимоги до застосування сучасних методів управління на макро- та мікроекономічному рівнях, пошуку нових шляхів підвищення ефективності виробництва та впровадження у практику діяльності підприємств загально визнаних стандартів звітності, а також сучасних підходів до визначення середньозваженої вартості капіталу підприємства. Попри те, що Україна ще не має достатньо розвинутого фондового ринку, поступова інтеграція у світовий економічний простір, можливість виходу на міжнародні фондові ринки потребують від фінансового менеджменту адекватного визначення вартості капіталу підприємства та окремих його складових.

Однією із системоутворюючих моделей фінансового ринку є найпростіша модель оцінювання капітальних активів, широко відома як МОКА або CAPM-модель. На жаль, застосування цієї моделі на практиці, незважаючи на її простоту, має ряд суттєвих обмежень, що призводить до пошуку нових підходів. Серед них - концепція арбітражного ціноутворення, що дає змогу визначити не лише вплив чинників ризику на оцінку фінансових активів фірми, а й вплив економічної ситуації загалом.

Значимо, що такий підхід достатньо складний як у теоретичному, так практичному аспектах, тому його застосування для оцінки фінансових активів в українській економіці залишається практично недослідженим, що призводить до необхідності розроблення оригінальної моделі оцінки фінансових активів на основі теорії арбітражного ціноутворення. При цьому для підвищення якості результатів важливо використати методологію фільтрування для генерування випадкових компонентів макроекономічних індикаторів.

Капітал є необхідним чинником виробництва. Як і будь-який інший чинник, він має вартість. Оскільки в структурі капіталу розрізняють чотири загальні складові - борг, привілейовані акції, нерозподілені прибутки та нові випуски звичайних акцій, відповідно, і вартість капіталу є середньозваженою величиною вартості цих складових та розраховується, як правило, за класичними підходами і стандартними формулами. При цьому досить важко врахувати чинники ризику, що суттєво впливають як на окремі складові, так і на середньозважену оцінку вартості капіталу загалом. Відповідно, для адекватнішого оцінювання вартості капіталу, зокрема капіталу, залученого за рахунок випуску акцій, необхідно ширше застосовувати економіко-математичні методи і моделі, однією з яких є найпростіша модель оцінки капітальних активів, відома як CAPM-модель (capital asset pricing model).

Загалом, CAPM-модель описує зв'язок між ризиком та дохідністю цінного паперу (акцій), що очікується (вимагається), певного підприємства, згідно з яким така дохідність цінного паперу дорівнює безризиковій відсотковій ставці плюс премії, що враховує системний ризик такого паперу.

Для практичного застосування моделі оцінки капітальних активів припускається, що:

- 1) ринки капіталу ефективні (тобто інвестори добре поінформовані щодо всіх змін на ринку капіталу);
- 2) операційні витрати є незначними;
- 3) практично не існує обмежень на інвестиції, тобто ними можна знехтувати;
- 4) жоден з інвесторів не має достатніх коштів, щоб вплинути на ринкову вартість цінних паперів (акцій).

CAPM-модель має такий загальний формалізований вигляд:

$$R_i - r_f = \beta (R_m - r_f) + u_i$$

де R_i - очікувана дохідність i -го цінного паперу,

R_m - очікувана дохідність ринкового портфеля (фондовий індекс);

r_f - безризикова ставка дохідності;

u_i - випадкова величина, яка є мірою несистемного ризику;

β - коефіцієнт «бета» - коефіцієнт системного ринкового ризику, який відображає чутливість дохідності акції до змін дохідності ринкового портфеля.

Зауважимо, що в разі застосування CAPM-моделі зручно оперувати додатковою дохідністю, тобто різницею між очікуваною та безризиковою ставкою дохідності. У такому випадку модель описує зміну додаткової дохідності певного цінного паперу у відповідь на зміну додаткової дохідності ринкового портфеля. При цьому для вимірювання дохідності ринкового портфеля, який характеризує дохідність фондового ринку загалом використовуються різні фондові індекси. Прикладом одного з них є широко відомий Standard & Poor 500 Stock Index (S&P500), який розраховується на основі значної вибірки акцій, зважених за їх ринковою часткою, та відображає ринкову динаміку акцій 500 корпорацій. В Україні через нерозвиненість фондового ринку, такий індекс було запроваджено лише в 1997 році. Звичайно, він є достатньо умовним, оскільки базується лише на малій вибірці компаній.

Вважається, що весь ризик, пов'язаний з ринковим портфелем, є системним (якого не можна уникнути). Різні значення коефіцієнта «бета», які можливо отримати на основі моделі (1), відображаються графічно за допомогою характеристичної лінії, наведеної на рис. 2.4.

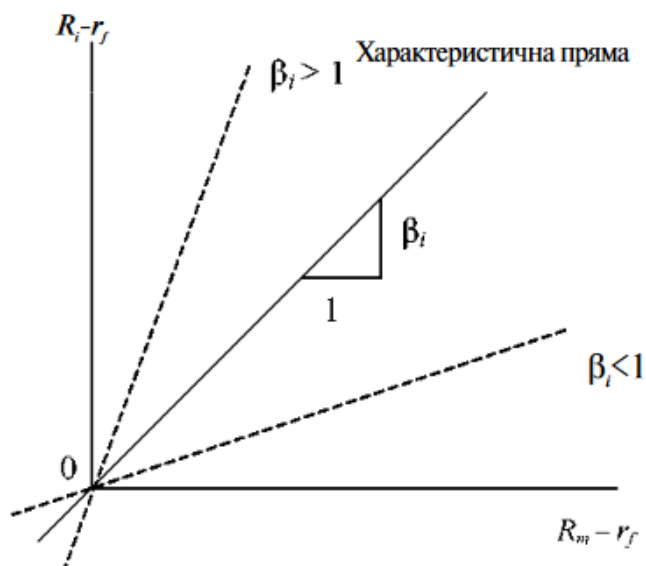


Рис.2.4. Характеристична пряма з нахилом «бета»

Зрозуміло, кожний фінансовий інструмент має власний ступінь реагування величини дохідності (вартості) цього активу у відповідь на зміну середньоринкової дохідності (вартості). Такий власний коефіцієнт «бета» є нахилом відповідної характеристичної прямої. Якщо його величина дорівнює 1.0, це означає, що додаткова дохідність досліджуваного фінансового інструменту (наприклад, акції) змінюється відповідно до зміни додаткової дохідності ринкового портфеля, тобто цей інструмент має такий самий системний ризик, як і ринок загалом. Нахил вище 1.0 означає, що додаткова дохідність фінансового інструменту зростає швидше, ніж за дохідність ринкового портфеля, а сам фінансовий інструмент називається «агресивним». Нахил нижче за одиницю свідчить про «оборонний» характер аналізованого фінансового інструменту, зростання додаткової дохідності якого відстає від зростання додаткової дохідності ринкового портфеля. Але щоб остаточно зробити висновок про агресивність або «оборонний» характер фінансового інструменту, досліджуваного на основі моделі (1), потрібно протестувати отриманий коефіцієнт «бета» на статистично значиму або незначиму відмінність від одиниці за допомогою t-тесту Ст'юдента. При цьому нульовою гіпотезою є гіпотеза, що коефіцієнт β менше або дорівнює одиниці, а альтернативною, що він більше за одиницю: $H_0: \beta \leq 1$, $H_1: \beta > 1$. Далі розраховується значення t-статистики за такою формулою:

$$t = \frac{\hat{\beta} - 1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$$

де $\hat{\beta}$ - значення коефіцієнта β з моделі (1), отримане методом найменших квадратів, $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}$ - відповідне середнє квадратичне відхилення параметра.

Якщо знайдене за таблицями при заданому рівні значимості критичне значення t-статистики перевищує розрахункове значення ($t_{\alpha}^{critical} > t$), то нульова гіпотеза не може бути відкинута, тобто досліджуванний фінансовий інструмент не можна вважати агресивним.

На основі моделі (1) можна також побудувати **лінію дохідності цінних паперів (security market line, SML)** (див. рис. 2.5), яка описує лінійне співвідношення між очікуваними ставками дохідності певних цінних паперів (портфельів) та системним ризиком, що вимірюється коефіцієнтом «бетта».

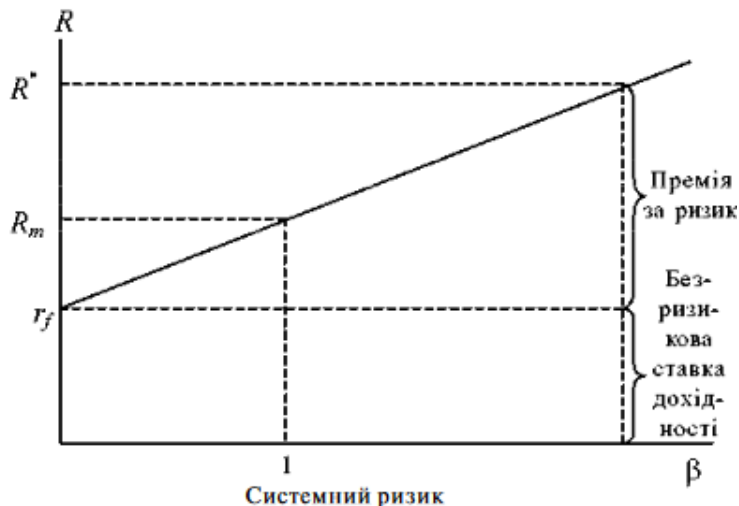


Рис.2.5. Лінія дохідності цінних паперів(SML)

Зауважимо, що саме оцінювання моделі (1) є тривіальним завданням, оскільки ця модель належить до класу простих лінійних регресивних моделей з нульовим перетином. Дійсно, якщо зробити відповідну заміну змінних, а саме $Y_i = R_i - r_f$, $X = (R_m - r_f)$, то модель (1) зводиться до простої регресивної моделі загального вигляду: $Y_i = \beta X + u_i$, що дає змогу оцінити значення бета-коефіцієнта, тобто ступінь ризикованості розглядуваної акції, яке потім можна використовувати в подальших розрахунках.

Зазначимо, що на практиці замість моделі без перетину, краще розглядати та оцінювати CAPM-модель з перетином загального вигляду:

$$R_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(R_m - r_f) + u_i. (2)$$

Використання цієї моделі виправдано тим, що на відміну від моделі без перетину тут можна використовувати всі стандартні критерії, такі, як коефіцієнт детермінації, статистику Дарбіна-Уотсона тощо. Зауважимо, що в моделях без перетину застосування класичних критеріїв та їх розрахунок мають певні особливості, а значення

Статистику Дарбіна-Уотсона взагалі не можна використовувати для перевірки моделі на правильну специфікацію. Крім того, в моделі (2) коефіцієнт α_i часто інтерпретується як різниця між фактично очікуваною дохідністю фінансового активу та його рівноважною очікуваною дохідністю. Тобто коефіцієнт α_i є індикатором додаткової підвищеної або зниженої дохідності досліджуваного фондового активу стосовно середньої тенденції в типових ринкових умовах. Однак, такі висновки можна робити лише для певної вибірки, що розглядається, оскільки, якщо CAPM-модель є правильною, то даний коефіцієнт статистично незначимий.

Під час оцінки вартості основних капітальних активів, як правило, використовуються зворотні розрахунки, тобто за відомого ступеня ризику цінного паперу, що вимірюється коефіцієнтом β та середньоринковою дохідністю відповідного фондового ринку, що визначається за допомогою фондового індексу, оцінюється дохідність цінного паперу (наприклад акцій), що вимагається, яка потім може використовуватися в подальших розрахунках, а саме в розрахунках вартості капіталу, отриманого на основі випуску звичайних акцій або при оцінці нерозподіленого прибутку підприємства. При цьому застосовується такий алгоритм:

1. Визначається безпечна (безризикова) ставка (r_f). За її основу в Україні можна взяти ставку на казначейські облігації або на короткострокові казначейські векселі.

2. Визначається бета-коефіцієнт відповідного фінансового активу, який показує його ризиковість.

3. Визначається очікувана середньоринкова дохідність, яка вимірюється за певним фондовим індексом.

4. Визначається необхідна норма прибутку (вартість) фінансового активу, що розглядається, за формулою:

$$R_i = r_f + \beta (R_m - r_f), (3) \text{ де}$$

R_i – вартість (ціна) i -го фінансового активу, що розглядається. На практиці з огляду на недорозвиненість українського фондового ринку як бета-коефіцієнти і фондовий індекс використовуються їх західні аналоги. У такому випадку до правої частини формули (3) бажано додати індекс ризикованості країни, а також скоригувати відповідний бета-коефіцієнт з урахуванням українських реалій.

Модель оцінки капітальних активів (CAPM) можна уявити у вигляді очікуваної рівноважної рентабельності вкладень, яка дорівнює сумі безризикової процентної ставки та премії за ризик вкладень у певний актив, що визначається як добуток рівня систематичного ризику, властивого цьому активу, та середньоринкової премії за ризик:

$$CAPM (RA) = i + (RM - i) \cdot \beta_A, (4)$$

де CAPM (RA) — очікувана інвестором рентабельність капітальних активів за умови ринкової рівноваги.

Правило прийняття інвестиційних рішень згідно з CAPM має такий вигляд: слід вкладати кошти в ті інвестиції, прогнозована рентабельність яких є вищою, ніж рівноважна рентабельність, розрахована за CAPM. У разі наявності багатьох альтернатив слід віддати перевагу тим, рентабельність яких найбільш відрізняється від рівноважної у бік збільшення. Для того, щоб зрозуміти механізм прийняття інвестиційних рішень за допомогою CAPM, розглянемо умовний приклад.

Задача 1. Оцінимо доцільність вкладення коштів в окремі акції за таких даних:

Показник	Акції А	Акції Б	Акції В
1. Очікувана рентабельність інвестицій, %	10	15	20
2. Середнє квадратичне (стандартне) відхилення (σ_A) рентабельності інвестицій, %	8	12	16
3. Коефіцієнт кореляції $K(RA; RM)$ між нормою дохідності планових інвестицій та середньою нормою дохідності по ринку в цілому	0,7	0,9	0,8
4. Середньоквадратичне відхилення (σ_M) рентабельності інвестицій по ринку в цілому, %	7	7	7
5. Бета-коефіцієнт	0,8	1,5	2,3
6. Середня дохідність диверсифікованого портфеля інвестицій (RM), %	10	10	10
7. Безризикова процентна ставка на ринку капіталів (i), %	9	9	9

Розрахунок:

$$A. CAPM R_a = 9 + (10 - 9) \cdot 0,8 = 8,0 \quad (10 - 8,0 = 2,0).$$

$$B. CAPM R_b = 9 + (10 - 9) \cdot 1,5 = 15,0 \quad (15 - 15 = 0).$$

$$V. CAPM R_v = 9 + (10 - 9) \cdot 2,3 = 23,0 \quad (20 - 23,0 = -3,0).$$

Згідно з правилом прийняття інвестиційних рішень за CAPM, найвигіднішим буде вкладення коштів у варіант А, оскільки очікувана рентабельність найбільше відрізняється в сторону збільшення від рівноважної рентабельності.

Теорія арбітражного ціноутворення. Дещо конкретизованішим варіантом CAPM є концепція арбітражного ціноутворення (Arbitrage Pricing Theory APT). Автором її є відомий американський економіст А. Росс. Модель АРТ можна розглядати як більш практично орієнтоване продовження CAPM. На відміну від CAPM, яка розглядає β -коефіцієнт як досить абстрактну статистичну величину, що синтезує всі фактори невизначеності, АРТ досліджує вплив окремих макро- та мікроекономічних компонентів систематичного ризику на процес ціноутворення. Хоча теорія не прив'язується до якихось конкретних факторів, це може бути інфляція, процентні ставки, зміна кон'юнктури тощо. Замість показника β в CAPM-модель підставляються показники чутливості окремих цінних

паперів до впливу окремих факторів ризику: b_1 ; b_2 ; b_3 . Очікувана середня прибутковість портфеля інвестицій, яка залежить від впливу окремих факторів ризику, позначається за допомогою r_1 ; r_2 ; r_3 . Отже, премія за ризик згідно з АРТ визначається за такою формулою:

$$\text{АРТ: } ra - i = (r_1 - i) b_1 + (r_2 - i) b_2 + (r_3 - i) b_3 + \dots + (r_x - i) b_x. \quad (5)$$

Оцінюючи значення CAPM та АРТ як елементів теоретичного фундаменту фінансової діяльності підприємств, слід зазначити, що моделі можуть використовуватися в таких випадках:

- 1) при прийнятті рішень про вкладання коштів в альтернативні проекти;
- 2) при визначенні показника вартості капіталу підприємства та оцінки підприємства в цілому;
- 3) при аналізі доцільності придбання основних засобів чи використання їх на основі лізингу;
- 4) при аналізі доцільності злиття чи поглинання підприємств;
- 5) при визначенні впливу дивідендної політики на курс акцій;
- 6) при визначенні ставки капіталізації чи дисконтування в процесі оцінки вартості підприємства.

Загальною проблемою реалізації арбітражних моделей є відбір чинників ризику. Найважливішим чинником ризику, що впливає на дохідність фінансових активів для українського ринку, є інфляція (індекс місячної зміни споживчих цін, індекс випуску промислової продукції в реальному вимірі, норма реального відсотка за кредитами, офіційний обмінний курс гривні стосовно долара США). Ці чинники, за винятком індексу споживчих цін та відсотків за кредитами, використовувалися в моделі в логарифмічних перетвореннях. Зазначимо, що ми розрізняли неочікувані інфляційні зміни, що впливають на реальну вартість грошових потоків, та очікувані, що впливають на їх номінальну вартість. При цьому неочікувана інфляція в період $(t+k)$, що дорівнює фактичній інфляції в цей період мінус очікувана інфляція в період $(t+k)$, що базується на основі інформації t -го періоду, мінус сума змін в очікуваній інфляції в період $(t+k)$, що базуються на інформації $(t+1)$, $(t+2)$, ..., $(t+k-1)$ - періодів. Коректність процедури виявлення непередбачуваних частин відібраних чинників перевірялася за допомогою ADF-тесту, а тестування незалежності та однакової розподіленості оцінених залишків проводилось на основі BDS-тесту [2].

В цілому, результати теоретичних досліджень неокласиків для вітчизняних підприємств мають переважно теоретичне значення. Це зумовлено тим, що їхні концепції побудовані на досить рестриктивних припущеннях: наявності досконалого ринку капіталів; відсутності асиметричної інформації та абстрагування від впливу податків, а також, якщо всі учасники ринку мають однаковий доступ до всієї інформації, щодо об'єктів інвестування (фінансування). Зрозуміло, що дотримання цих умов є проблематичним не лише для України, а й для країн з розвинутою ринковою економікою.

За певних обставин висновки теорії можуть бути використані при впровадженні системи раннього попередження та реагування як елемента антикризового фінансового управління.

Лекція 4

1. Економічні та економетричні допущення моделей рівноважного ціноутворення.
2. Тест спільної гіпотези про рівність нулю всіх коефіцієнтів альфа при тестуванні моделі CAPM (тимчасові ряди).

1. Економічні та економетричні допущення моделей рівноважного ціноутворення

Моделі рівноважного ціноутворення на фондовому ринку (і ширше - на ринку фінансових активів) в якості методологічної основи використовують концепцію загальної рівноваги. Деякі автори (наприклад, Лукас (Lucas, 1978), Мертон (Merton, 1973), Рубінштейн (Rubinstein, 1976), Кокс, розглядають загальну рівновагу на ринку власне активів ізольовано від ситуації на товарних ринках. Інші вчені (наприклад, Грауер і Ліценбергер (Grauer, Lizenberger, 1979), Бріден (Breedon, 1979; 1986), Бойл і Янг (Boyle, Young, 1988) вважають за необхідне розширити об'єкт аналізу і розглядати загальну рівновагу на ринку активів і на ринку товарів. В обох випадках аналіз ринку активів в контексті загальної рівноваги має на увазі його моделювання на основі портфельної теорії.

Її основи були закладені **Марковітцом (Markowitz, 1952; 1959)**, яким першим поставив питання про критерії, якими раціональний інвестор повинен керуватися при розміщенні багатства в різних активах, враховуючи невизначеність їх очікуваних доходностей. Слід зазначити, що модель Марковітца спочатку носила якщо не суто нормативний характер, то, у всякому разі, не претендувала на точний опис реального функціонування ринків активів на основі емпіричних даних; це була модель, що описує поведінку раціонального інвестора. Фактично Марковітц запропонував модель рівноваги індивідуального інвестора (за аналогією з моделями рівноваги споживача і виробника) в умовах невизначеності (спроби пояснення поведінки інвестора без урахування фактора невизначеності).

Згодом, Шарп і Лінтнер розвинули ідеї Марковітца, запропонувавши на їх основі пояснення логіки ринкової оцінки активів (іншими словами, формування на ринку рівноважних необхідних доходностей фінансових активів), яке отримало назву CAPM (Capital asset pricing model). Первісна версія CAPM згодом доповнювалася як цими, так і іншими авторами розглядали її з урахуванням тих чи інших нових припущень. Значною мірою саме за роботи в цій галузі Марковітца і Шарпу (разом з Міллером) була присуджена Нобелівська премія з економіки в 1990 р. Вплив міжнародних чинників (зокрема, коливань валютних курсів) було враховано в міжнародних версіях CAPM, розроблених Солніком і Стульцем.

Поява CAPM і аналогічних моделей було покликано заповнити існуючу прогалину економічній науці і яка полягала у відсутності повноцінної теорії рівноваги на ринку фінансових активів. Те положення, що ця модель претендувала і претендує саме на цю роль, безсумнівно: сам Шарп трактував свою модель як модель рівноважного ціноутворення: «У рівновазі ціни капітальних активів перебувають на такому рівні, що інвестор, якщо він слід раціональним процедурам (перш за все, диверсифікації), здатний досягти будь-якої переважної точки на лінії ринку капіталу». Чверть століття після своєї першої роботи на цю тему, Шарп писав: «Початкова версія CAPM, розроблена більше 25 років тому, описувала центральні аспекти рівноваги на ринках капіталу».

Емпіричні тести моделі CAPM та її різноманітних версій привели до неоднозначних результатів. На думку Фама і Френч, емпірична спроможність моделі CAPM настільки низька, що ставить під сумнів можливості її практичного використання. При цьому емпіричні результати АРМ також неоднозначні.

Поряд з описаними теоретичними підходами велику популярність отримали дослідження статистичних залежностей динаміки цін і доходностей на фінансових ринках від різноманітних параметрів. Спроби виявлення такого роду закономірностей настільки ж численні, як і безплідні. І хоча тестовані при цьому рівняння не претендують на статус повноцінної теорії, вони все ж ґрунтуються на припущенні про те, що спостережувані ціни

угод (а, отже, і їх зміни) відображають ринкову рівновагу і його динаміку. За відсутності такого припущення сама постановка завдання по виявленню будь-яких закономірностей на основі спостереження за цінами угод позбавляється сенсу.

Моделі ціноутворення на фондовому ринку описують зв'язок між прибутковістю конкретного активу і прибутковістю ринкового портфеля в ситуації рівноваги. Спроби осмислення сутності та проявів рівноваги на фондовому ринку, відповідних логіці вищезазначених теоретичних моделей, привели економістів до протиставлення двох визначень рівноваги - запасового (stock) і потокового (flow).

В основі теоретичного моделювання рівноважного ціноутворення на фондовому ринку лежить запасове визначення рівноваги. У цьому трактуванні рівновагу розуміється як відповідність цільових показників володіння активами їх фактичній наявності в запасах економічних агентів. Запасове трактування має на увазі, що рівновага на ринку активів - це ситуація, при якій у економічних агентів відсутні стимули для перегляду структури розміщення свого багатства серед різних видів активів. Так, Тобін моделюючи ринок грошей в його взаємозв'язку з іншими ринками активів, виходив з того, що рівновага на ринку активів являє собою рівновагу запасових попиту і пропозиції активів. Це трактування узгоджується з логікою моделей CAPM і APM, доповнюючи і розвиваючи їх.

Що стосується потокового підходу, то в контексті теоретичного аналізу власне феномена рівноваги він не може вважатися самостійним повноцінним поглядом на фондовий ринок. Передача потокового трактування рівноваги на ринку активів має на увазі збіг попиту і пропозиції по поточним операціям на ринку. Патинкін, визнаючи відмінність між запасовим і потоковим попитом на активи, вважав другим похідним першого. Карні (Karni, 1979) вважав, що потокове трактування може лише доповнювати запасову, в той час як Фолей (Foley, 1975) постулював, що запасове і потокове трактування попиту і пропозиції на ринку активів є взаємосуперечливим.

Ситуація рівноваги на фондовому ринку має на увазі збереження кожним інвестором окремо і всіма в сукупності оптимальної структури портфеля. Інвестор, який розмістив своє багатство в різних активах (мається на увазі, сформував інвестиційний портфель) і що досягли оптимального співвідношення доходності та ризику при інших рівних умовах, зацікавлений зберігати структуру свого портфеля незмінною.

Ряд авторів, які звертаються до аналізу поняття рівноваги на фондовому ринку з теоретичних позицій, схильні погоджуватися з тим, що коли всі інвестори розглядають структуру своїх портфелів як оптимальну, відсутні стимули для перегляду інвесторами структури своїх портфелів, а отже, і для здійснення угод, в ході яких відбувається обмін одних активів на інші. У цій рівноважній ситуації співвідношення доходностей, а значить, і цін різних активів (їх оцінка інвесторами) таке, що ніякої обмін активами не здатний підвищити добробут інвесторів. Так, Джудд з співавторами постулювали, що, оскільки після досягнення рівноваги інвестори вважають за краще (за інших рівних умов) зберігати структуру портфелів практично незмінною, то ринкові торги повинні обмежуватися угодами, пов'язаними з рефінансуванням. Те, що в реальності цього не відбувається, пояснюється цими авторами інформаційною асиметрією, життєвими циклами інвесторів та іншими факторами, які можна трактувати як порушення рівноваги. Фернхольц і Шей, моделюючи рівновагу на ринку акцій в дусі CAPM, стверджують, що умовою збереження рівноваги на ринку акцій є однаковий темп зростання їх цін, оскільки у випадку, якщо одні акції будуть рости швидше інших, інвестори будуть переглядати структуру портфелів, перерозподіляючи своє багатство на користь швидкозростаючих акцій.

Таким чином, з точки зору теорії, угоди на фондовому ринку відбуваються саме внаслідок того, що інвестори перестають бути задоволені параметрами належних їм портфелів в результаті яких-небудь змін в уподобаннях, очікуваної прибутковості, ризик, величиною багатства (яка може змінюватися як внаслідок капіталізації доходів, так і внаслідок переоцінки тих чи інших активів) і т. д., або в результаті зміни загального запасу активів (наприклад, в результаті емісії нових фінансових активів, або ліквідації існуючих), т. ч. в результаті порушення рівноваги.

Приклад 1. Ціни акцій A, B, C і D , що обертаються на ринку, рівні 77; 85; 110 і 75 у.о. Очікуваний від них через рік дохід залежить від того, чи збережеться існуючий обмінний курс національної валюти, підвищиться він або знизиться (табл. 2.2).

При поточних цінах у розглянутому прикладі можливий арбітраж. Складемо портфель із трьох перших акцій, що забезпечує такий же очікуваний дохід, який має акція D . У такий портфель потрібно включити 2,43 акцій A ; 0,22 акцій B і -1,24 акцій C (тобто продати взятую на час цю кількість акцій C).

Акція	Поточна ціна, у.о.	Очікуваний дохід, якщо обмінний курс, у.о		
		знизиться	не зміниться	збільшиться
A	77	60	75	90
B	85	100	75	75
C	110	95	120	105
D	75	50	50	105

Структура такого портфеля знаходиться із системи рівнянь:

$$\begin{cases} 60x_1 + 100x_2 + 95x_3 = 50 \\ 75x_1 + 75x_2 + 120x_3 = 50 \Rightarrow x_1 = 2,43, x_2 = 0,22, x_3 = -1,24. \\ 90x_1 + 75x_2 + 105x_3 = 105 \end{cases}$$

Його ціна буде: $77 \times 2,43 + 85 \times 0,22 - 110 \times 1,24 = 69,4$. Отже, продавши акцію D і купивши зазначений портфель, одержимо $75 - 69,4 = 5,6$ у.о. доходу. Із збільшенням пропозиції акцій D і попиту на інші акції на ринку акцій установається система цін, що виключає одержання арбітражного доходу. Однією з таких систем може бути: $z = 77$; $z = 85$; $z = 110$; $z = 69,4$.

Очікувану прибутковість окремої акції в концепції АРТ розраховують за формулою:

$$\bar{r} = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_1 + \lambda_2 \beta_2 + \dots + \lambda_n \beta_n$$

де n – число факторів ризику; β_i – реакція (чутливість) очікуваної прибутковості акції на зміну значення i -го фактора ризику; λ_0 – прибутковість безризикових вкладень; λ_i – премія за ризик, обумовлена i -м фактором.

Приклад 2. На ринку обертаються три види акцій – A, B і C . Їхня очікувана прибутковість і коефіцієнти її реакції на зміни темпу росту ВВП (β_1) і темпу інфляції (β_2) подано в табл. 2.3.

У заданих умовах не буде можливості отримання доходу від арбітражу, якщо $\lambda_1 = 3,75$; $\lambda_2 = 2,5$; $\lambda_3 = 8,75$. Їхні значення знаходяться з такої системи рівнянь:

$$\begin{cases} \lambda_0 + \lambda_1 + 0,6\lambda_2 = 11,5 \\ \lambda_0 + 1,1\lambda_1 + 0,4\lambda_2 = 10 \Rightarrow \lambda_0 = 3,75; \lambda_1 = 2,5; \lambda_2 = 8,75; \\ \lambda_0 + 0,5\lambda_1 + 0,8\lambda_2 = 12 \end{cases}$$

Акція	r	β_1	β_2
A	11,5	1,0	0,6
B	10,0	1,1	0,4
C	12,0	0,5	0,8

Припустимо, що фірма D вирішує вийти на ринок капіталу, пропонуючи свої акції з очікуваною прибутковістю $r = 11$ при $\beta_{D1} = 0,75$ і $\beta_{D2} = 0,45$. З акцій A, B і C можна скласти портфель, що має таку ж чутливість до факторів ризику, яку має акція D . Візьмемо, наприклад, 0,4 акції A , 0,257 акції B і 0,134 акції C . Коефіцієнт чутливості цього портфеля до зміни темпу зростання ВВП дорівнює

$$0,4 \times 1 + 0,257 \times 1,1 + 0,134 \times 0,5 = 0,75,$$

а до зміни темпу інфляції

$$0,4 \times 0,6 + 0,257 \times 0,4 + 0,134 \times 0,8 = 0,45,$$

але його очікувана прибутковість нижче, ніж в акції фірми D :

$$0,4 \times 11,5 + 0,257 \times 10 + 0,134 \times 12 = 8,78.$$

Використання виявленої можливості виграшу на описаній операції приведе до зниження цін акцій, що входять у портфель, і підвищення ціни акції фірми *D*. Коли можливості арбітражу будуть вичерпані, на ринку акцій знову установиться рівновага і ціна акції *D* набуде свого рівноважного значення.

Запасове трактування рівноваги веде до важливих висновків щодо природи спостережуваних на фондовому (і ширше, фінансовому) ринку угод. У роботах Мілгрона і Стоків, Гроссмана, Гроссмана і Стігліца в теоретичному ключі досліджується питання інформаційної ефективності ринків активів. Одним з аспектів цієї концепції є питання про те, чи можливо в умовах абсолютно ефективних ринків досягнення рівноваги і, ширше, доцільна взагалі в цьому випадку торгівля на вторинних ринках активів. Ці дослідники виходять з того, що за інших рівних умов спонукає мотивом для угод з активами на вторинному ринку є розбіжність інформації, доступної різним інвесторам, що обумовлює різну оцінку активів цими інвесторами. Якби вся інформація була загальнодоступною, або якби витрати пошуку інформації були нульовими, так само як і трансакційні витрати, пов'язані з арбітражними операціями, то в ході торгів вся інформація знаходила б відображення в цінах. Як наслідок, в умовах рівноваги за відсутності зовнішніх збурень були відсутні б потенційні вигоди від арбітражу, і торгівля активами була б економічно безглузда.

Аналогічної думки щодо природи угод на фондовому ринку дотримуються Ло і Ванг. Ці автори відзначають, що: «Фундаментальні економічні шоки обумовлюють і пропозиція, і попит на активи і їх ціни». Ло і Ванг аналізують торги на фондовому ринку, виходячи з висновків CAPM і її різних версій, які мають на увазі, що торги на ринку активів викликаються якимсь зовнішнім шоком. При цьому вони намагаються зрозуміти, яким має бути відносний обсяг торгів, в ході яких може бути відновлено рівновагу. Слід підкреслити, проте, сама по собі така постановка питання передбачає, що торгівля на ринках активів має на увазі порушення рівноваги.

Усвідомлення природи торгів на фондовому ринку і сутності поняття рівноваги, закладеного в основу моделей рівноважного ціноутворення на ньому, робить актуальним питання про те, що ж слід розуміти під ринком, якщо в ситуації рівноваги на ньому не відбуваються угоди.

Ключова проблема переважної більшості досліджень, спрямованих на виявлення закономірностей ціноутворення на фінансових ринках, полягає в тому, що їх автори бачать потоки, але не бачать запаси на фінансових ринках. Тим часом, з точки зору згаданих моделей фондовий ринок - це система відносин між інвесторами та корпораціями (власниками акцій і емітентами акцій), оформлена у вигляді прав і зобов'язань по акціях, включеним в портфелі інвесторів. Простіше кажучи, в контексті розглянутих моделей ціноутворення фондовий ринок - це, скоріше, сукупність акцій, а аж ніяк не сукупність угод з ними. Тільки таке визначення узгоджується з визначенням рівноваги на ринку активів як ситуації, в якій інвестори схильні зберігати незмінною структуру своїх інвестиційних портфелів.

Разом з тим, це визначення не має нічого спільного з надзвичайно широко поширеним (хоча і не завжди формалізованим, оскільки багато хто вважає це самоочевидним) поданням про фінансовий ринок як про безліч біржових і позабіржових угод і про його обсязі, як про вартісному вираженні величини цих угод за період. У цьому поданні, скоріше, відбивається спроба відомості сутності рівноваги на ринку активів до потокової трактуванні, при ігноруванні теоретично більш обґрунтованого запасового трактування. Наслідком цього є і необґрунтованість трактування спостережуваних котирувань акцій, як їх ринкових рівноважних цін.

2. Тест спільної гіпотези про рівність нулю всіх коефіцієнтів альфа при тестуванні моделі CAPM (тимчасові ряди)

У своїй класичній версії модель CAPM ґрунтувалася на припущенні про інформаційну прозорість, доступність релевантної інформації в однаковому обсязі всім учасникам ринку при нульових трансакційних витратах. Йдеться про інформацію макро- і мікрорівня, необхідної для визначення очікуваних грошових потоків і ступеня ризику, розрахунку необхідної норми прибутковості i , на цій основі, визначенні цін окремих акцій і їх оптимальної частки в інвестиційному портфелі. Оскільки поряд з цією передумовою модель допускає також ідентичність переваг інвесторів i , як наслідок, ідентичність структури їх портфелів (відмінює лише частка грошей в них, все ж решта активи присутні в одній і тій же пропорції), ідентична доступна інформація призводить до однакових, цілком однозначними і загальними для всіх інвесторів оцінками акцій. Саме ці оцінки, а зовсім не ціни угод (які в рівновазі не відбуваються) в розглянутій моделі виконують роль рівноважних цін.

Допущення про інформаційну прозорість хоча і спрощує реальність, але не є її грубим викривленням, чого не можна сказати про допущення про ідентичність переваг інвесторів i , як наслідок, структури їх портфелів. А адже з точки зору портфельної теорії, оцінка будь-якого фінансового активу залежить від вкладу цього активу в прибутковість і ризик інвестиційного портфеля. Тому що відрізняються за своїми уподобаннями інвестори, прагнучи до формування різних за структурою інвестиційних портфелів, повинні оцінювати один і той же актив по-різному. Звичайно, якби мова йшла про ціноутворення в процесі здійснення ринкових угод, то процес арбітражу все одно привів би до цілком однозначним значеннями цін. Але оскільки в рівновазі угоди не відбуваються, то мова, швидше, має йтися про те, що відповідають стану рівноваги оцінки акцій інвесторами в пізніх версіях моделі є неоднозначними, невизначеними. Те, що формально мається на увазі, що ціни акцій є спостерігаються і певними, слід віднести до внутрішніх протиріч цих моделей.

Спроба продемонструвати сутнісні відмінності трактування базових понять ринку, рівноваги і рівноважної ціни в моделях рівноважного ціноутворення на фондовому ринку, з одного боку, і в емпіричних дослідженнях, з іншого боку. При цьому, як видається, в останньому випадку має місце не просто адаптація теоретичних моделей до практичних завдань, але спотворення ряду їх найважливіших сутнісних аспектів. Це спотворення тісно взаємопов'язано з ігноруванням такого спостережуваного в реальності феномена, як стабільність структури інвестиційних портфелів і відсутність у переважної більшості інвесторів будь-якої реакції (яка має на увазі перегляд структури портфеля у відповідь на переоцінку його компонентів) на зміни котирувань акцій. Сам по собі цей феномен має на увазі, що інвестори не розглядають останні як індикатори рівноважних цін акцій.

Все це, зрозуміло, не означає, що ціни ринкових угод з акціями не можуть або не повинні бути об'єктом аналізу. Не можна лише, як видається, ототожнювати спостерігаються ціни угод з акціями з рівноважними цінами/оцінками акцій інвесторами. Це актуально не тільки в рамках оцінки тих чи інших версій моделі CAPM, але і в практичному відношенні. Адже не секрет, що в даний час саме біржові котирування акцій тієї чи іншої компанії в силу своєї доступності широко використовуються для оцінки як пакетів акцій (наприклад, використовуваних як застави), так і для оцінки компаній. В останньому випадку біржові котирування, які насправді характеризують лише угоди, вчинені в певну дату і з мізерно малою часткою від загального обсягу емітованих акцій, множаться на загальну кількість акцій для обчислення так званої ринкової капіталізації компанії. Те, що цей показник часто-густо трактується як ринкова вартість відповідної компанії, - один з найпоширеніших і, в той же час, безпідставних міфів, які, зародившись в обивательському середовищі, все частіше проникають в академічні дослідження і в ділову практику.

Тема 3. Моделювання динаміки дохідності активів

Лекція 5

1. Особливості фінансових часових рядів.
2. Розрахунок та розподіл прибутковості активів.
3. Залежність від часу, методи обліку фактора часу в фінансових операціях.

1. Особливості фінансових часових рядів

Часовий ряд (*time series*) – це сукупність вимірювань деякої змінної величини, які проводяться у часі.

Характерною особливістю часових рядів є те, що спостереження за деяким об'єктом проводяться послідовно в часі. Наприклад, температура повітря в середині кожної години доби, щорічна врожайність зернових, щоденний об'єм продажів якого-небудь товару, вартість акції підприємства, рівень інфляції, обмінний курс валют – все це часові ряди.

Для аналізу часового ряду порядок у послідовності є суттєвим, тобто час виступає одним із визначальних чинників. Це відрізняє часовий ряд від звичайної випадкової вибірки, де індекси вводять лише для зручності ідентифікації.

Принциповою відмінністю часового ряду від простих статистичних сукупностей є:

- ❖ по-перше, рівні часового ряду не є незалежними. Інакше кажучи, якщо майбутні значення змінної можна визначити, то вони є функцією від минулих значень цієї змінної;
- ❖ по-друге, рівні часового ряду неоднаково розподілені. Закон розподілу ймовірностей цих випадкових величин і, зокрема, їхні математичні сподівання та дисперсії можуть залежати від часу.

Незалежно від природи кожного часового ряду, можна виділити основні типи задач, які звичайно вирішують при проведенні аналізу початкових даних.

На першому етапі намагаються побудувати просту математичну систему або модель, яка описує поведінку часового ряду в короткій формі. Потім робиться спроба пояснити його поведінку за допомогою інших змінних і з'ясувати ступінь зв'язку як між спостереженнями одного ряду, так і між різними рядами. Виходячи з цілей дослідження, кожний часовий ряд звичайно розглядають як суміш таких компонент:

- тренд (*trend*) або довгострокова тенденція в розвитку ряду;
- сезонна компонента або, іншими словами, деякий ефект в динаміці ряду, який повторюється через певний період.

Розподіл динаміки часового ряду на вищезгадані компоненти визначає і групи математичних методів, які використовуються для аналізу відповідної компоненти. Так для виявлення і аналізу тренда використовують **апарат регресійного аналізу (*regression analysis*)** і **ковзних середніх**. Для аналізу сезонного ефекту застосовують спеціальні моделі сезонного згладжування і сезонної авторегресії. Існує навіть спеціальний клас моделей, призначений для побудови і прогнозування (*prediction*) наслідків інтервенцій.

Коливання щодо тренда виявляються за допомогою спектрального аналізу, а для опису і прогнозування таких процесів використовують гармонійні моделі або моделі авторегресії – наприклад, метод ковзного середнього. В теорії обробки часових рядів існує безліч способів їх згладжування: фільтрація з використанням перетворення Фур'є, кускова апроксимація многочленами та ін.

В задачах прогнозування часові ряди використовуються за наявності значної кількості реальних значень даного показника з минулого і за умови, що тенденція, яка намітилася у минулому, чітка і відносно стабільна. При цьому неявно передбачається, що минуле є хорошим провідником в майбутнє. Аналіз часових рядів дозволяє зумовити, що повинно відбутися за відсутності втручання ззовні, і, значить, не може передбачити зміни тенденції. Тим самим, подібним аналізом переважно користуються при складанні короткострокових прогнозів.

Криві тренда згладжують динамічний ряд значень показника, виділяючи загальну тенденцію. Саме вибір кривої тренда, що сам по собі є досить важкою задачею, багато в чому визначає результати прогнозування.

В більшості випадків динамічний ряд, окрім тренда і випадкових відхилень від нього, характеризується ще сезонними і циклічними складовими. Циклічні складові відрізняються від сезонних більшою тривалістю і непостійністю амплітуди. Звичайна тривалість сезонної компоненти вимірюється днями, тижнями або місяцями, а циклічної – роками або десятками років.

До основних методів аналізу часових рядів можна віднести метод ковзного середнього, експоненціального згладжування і проектування тренда. Для розгляду, як працюють ці методи, користуватимемося одним і тим же часовим рядом.

Приклад 1. Припустимо, що об'єми продажів деякого товару описуються в перебігу тижня часовим рядом:

День тижня	Кількість проданої продукції
Понеділок	10
Вівторок	6
Середа	5
Четвер	11
П'ятниця	9
Субота	8
Неділя	7

Трансформуємо:

x	1	2	3	4	5	6	7
t	10	6	5	11	9	8	7

Метод рухомого (ковзного) середнього

Цей метод розділяють на 2 типи: метод рухомого (ковзного) середнього і метод зваженого (ковзного) середнього.

Метод рухомого (ковзного) середнього.

Цей метод полягає в тому, що розрахунок показника на прогнозований момент часу будується шляхом усереднювання значень цього показника за декілька попередніх днів. Припустимо, що у нас є дані показника тільки за перші три дні. Обчислимо прогнозоване число дефектів на четвертий день тижня (четвер). Для цього визначимо середнє значення числа дефектів за попередні три дні – понеділок, вівторок і середу – і знайдемо їх середнє арифметичне:

$$f_4 = \frac{10 + 6 + 5}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

Прогнозований об'єм продажів на п'ятницю обчислюється аналогічним чином по реальних показниках за три попередні дні – вівторок, середу і четвер:

$$f_5 = \frac{6 + 5 + 11}{3} = \frac{22}{3} \sim 7.33$$

Подібним способом розраховуються прогнози на суботу, неділю і черговий понеділок:

$$f_6 = \frac{5 + 11 + 9}{3} = \frac{25}{3} \sim 8.33$$

$$f_7 = \frac{11 + 9 + 8}{3} = \frac{28}{3} \sim 9.33$$

$$f_8 = \frac{9 + 8 + 7}{3} = \frac{24}{3} \sim 8$$

В результаті можна отримати таку таблицю

x	1	2	3	4	5	6	7	8
t	10	6	5	11	9	8	7	-
f	-	-	-	7	7.33	8.33	9.33	8

Порівняльні результати наведені на рис. 3.1: темними точками відзначені реальні значення, а світлими – прогнозовані.

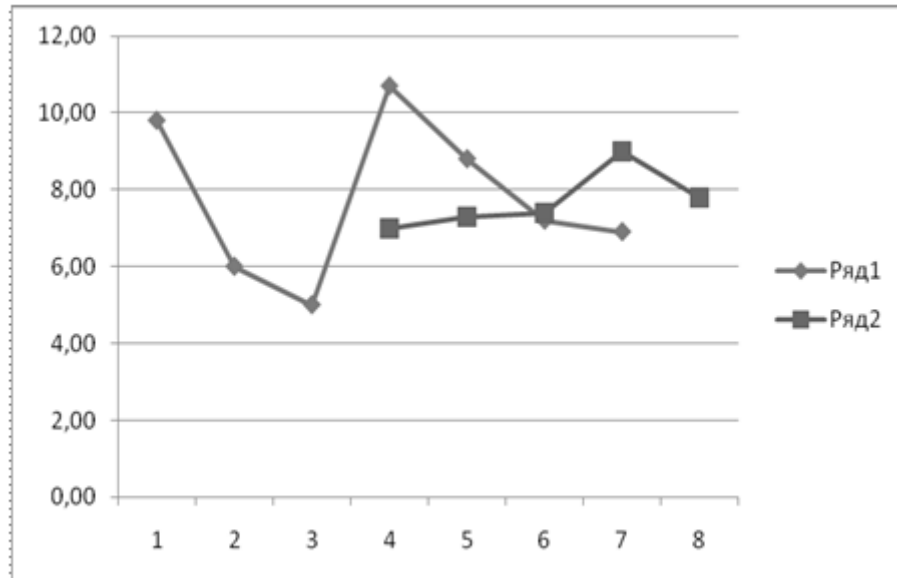


Рис. 3.1. Порівняльні результати прогнозу методом ковзного середнього

Для загального випадку розрахункова формула виглядає так:

$$f_k = \frac{x_{k-N} + x_{k-N+1} + \dots + x_{k-1}}{N}$$

або

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{k-i}$$

де x_{k-i} – реальне значення показника у момент часу $tk-i$;

N – число попередніх моментів часу;

f_k – прогноз на момент часу tk .

Метод зваженого (ковзного) середнього.

При прогнозуванні методом усереднювання часто доводиться спостерігати, що ступінь впливу використаних при розрахунку реальних показників виявляється неоднаковим, при цьому звичайно більш «свіжі» дані мають більшу вагу. Метод зваженого рухомого середнього можна записати як

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^N w_{k-i} x_{k-i}}{\sum_{i=1}^N w_{k-i}}$$

де x_{k-i} – реальне значення показника у момент часу;

N – кількість попередніх моментів часу, що використовуються при розрахунку;

f_k – прогноз на момент часу tk ;

w_i – вага, з якою використовується показник x_{k-i} при розрахунку.

Метод експоненціального згладжування

Експоненціальне згладжування – це дуже популярний метод прогнозування багатьох часових рядів.

Історично метод був незалежно відкритий Броуном і Холтом. При розрахунку прогнозу методом експоненціального згладжування (exponential smoothing) враховується відхилення попереднього прогнозу від реального показника, а сам розрахунок проводиться за такою формулою

$$f_k = f_{k-1} + \alpha(x_{k-1} - f_{k-1})$$

де α – стала згладжування ($0 < \alpha < 1$).

Коли застосовується ця формула застосовується, то кожне нове згладжене значення (яке є також прогнозом) обчислюється як зважене середнє поточного спостереження і згладженого ряду. Рекомендується брати f_0 як початкове значення, що дає якнайкращий прогноз. Очевидно, результат згладжування залежить від параметра α . Якщо α дорівнює 1, то

попередні спостереження повністю ігноруються. Якщо α дорівнює 0, то ігноруються поточні спостереження. Значення α між 0 і 1 дають проміжні результати.

З формули виходить, що α має потрапляти в інтервал між 0 і 1. На практиці звичайно рекомендується брати α менше 0,3. Крім того, параметр згладжування α часто знаходиться пошуком на сітці. Можливі значення параметра α розбиваються сіткою з певним кроком. Наприклад, розглядається сітка значень α від $\alpha = 0,1$ до $\alpha = 0,9$, з кроком 0,1. Потім вибирається той α , для якого сума квадратів (або середніх квадратів) залишків (значення, що спостерігаються, мінус прогнози на крок вперед) є мінімальною.

2. Розрахунок та розподіл прибутковості активів

Двоїстий характер фінансових активів – як товару, який вони представляють, і як товару на фінансовому ринку – часто призводить до дихотомізації їхньої сутності, акцентуванні уваги на одній із сторін в економічних дослідженнях. Представники класичної школи не розглядали придбання фінансових активів як інвестування, тоді як неокласики багато уваги приділяли саме фінансовому ринку як механізму регулювання потоку капіталу від власників фінансових активів до тих, хто бажає їх придбати.

До недоліків неокласичної теорії фінансів можна віднести надмірну жорсткість деяких її припущень, що не відповідає реальності, зокрема, припущення про симетричність інформації, відсутність витрат на оформлення контрактів та трансакційних витрати, податків, необмежений доступ до зовнішніх джерел фінансування, абсолютну конкурентність ринку. Зіткнувшись із проблемою браку адекватного методологічного інструментарію для аналізу процесів фінансового ринку, науковці застосували методологію інших наук, передовсім природничих та соціальних. Внаслідок поєднання різних способів пізнання з'явилися наступні теорії фінансового ринку: теорія рефлексивності Дж. Сороса, теорії синергетики, хаосу, комплексності, еконофізики. Розширення уявлень про природу фінансових ринків та фінансових активів як товарів фінансового ринку відкриває нові можливості для дослідження і дозволяє удосконалити існуючі методи.

Основний підхід до моделювання цін та віддачі фінансових активів ґрунтується на теорії ефективного ринку, використовує стохастичних методах аналізу та описується наступним чином:

$$E_t(|P_{t+1}| \theta_t) < \infty, \\ E_{t+1}(P_{t+1}) \equiv E_t(P_{t+1}|\theta_t) = P_t, \quad t \geq 0$$

де $E(P|\theta_t)$ – умовне математичне сподівання ціни фінансового активу за умови, що в момент часу t наявна інформація θ_t .

Теорія ефективного ринку отримала широке визнання в академічних колах, але її не використовують практики, які продовжують застосовувати методи технічного та фундаментального аналізу. Свою позицію вони пояснюють тим, що класичні лінійні статистичні тести неспроможні пояснити складну еволюцію цін фінансових активів. Дослідження ефективності функціонування ринку виявило такі ситуації, що не прогножуються наявними традиційним моделями формування цін фінансових активів. Серед аномалій фінансового ринку, які найчастіше можна спостерігати, називають ефект невеликих фірм, ефект „січня” та вихідних, мультиплікатори „ціна/прибуток” та „ціна/балансова вартість”.

Не сприяють підтвердженню гіпотези ефективного ринку структурні зміни на світових фінансових ринках, які відбуваються протягом останніх років, зокрема, розширення меж ринків і їх вихід за кордони однієї держави; скорочення витрат часу на вдосконалення угод; зниження вимог до резервування капіталу при проведенні арбітражних операцій за рахунок використання похідних фінансових активів та інші.

Ще одним слабким місцем теорії ефективного ринку є припущення про те, що віддача фінансових активів розподілена за нормальним законом розподілу з нульовим математичним

сподіванням та сталою в часі дисперсією. Однак емпіричні дослідження показують, що розподіл фактичної віддачі дуже рідко відповідає цим ідеалізованим припущенням і має свої особливості, зокрема, так звані „важкі хвости”, асиметричність і гостровершинність розподілу. Наявність „товстих хвостів” означає, зокрема, більший ризик втрат, ніж при нормальному законі розподілу, а гостровершинність вказує на більшу ймовірність отримання нульового прибутку. Тому неврахування емпіричних закономірностей розподілу віддачі на фінансовому ринку може супроводжуватись різким зростанням ризику.

Всі можливі точки зору, які підтверджують неадекватність гіпотези ефективного ринку реальним даним, отримали назву гіпотези неефективного ринку, яка стверджує, що фінансові ринки не завжди перебувають у стані випадкових блукань, має місце їх неефективність. Найбільш популяризованою серед гіпотез неефективного ринку є гіпотеза фрактального ринку Е. Петерса.

Можливою причиною нелінійної динаміки фінансових ринків є особливості реакції трейдерів, специфіка прийняття ними інвестиційних рішень, різні очікування щодо майбутніх цін.

Для врахування неоднорідності учасників фінансового ринку запропоновано дискретну модель, яка дозволяє згенерувати неоднорідні цінові флуктуації. Усіх інвесторів розділено на дві групи залежно від того, якими факторами вони керуються при прийнятті рішень: фундаменталістів, тобто тих трейдерів, які інвестують у фінансові активи на базі фундаментального аналізу, та чартистів або технарів, тобто тих, які використовують апарат технічного аналізу і не враховують фундаментальних факторів.

Фундаменталісти порівнюють реальну ціну фінансового активу із його фундаментальною ціною, і прогнозують, що ціна буде змінюватись у напрямку до фундаментальної, тому вони купують недооцінені активи та продають переоцінені.

На основі емпіричних спостережень за фінансовими ринками та з урахуванням їх складної динаміки у моделі припускається, що швидкість руху ціни від реальної до фундаментальної є нелінійною квадратичною функцією. Тоді ціна, спрогнозована прихильником фундаментального аналізу, визначатиметься за формулою:

$$p_{t+1} = \alpha(p_t^* - p_t)^2$$

де p_{t+1} - прогнозована ціна активу, p_t^* - фундаментальна ціна активу у даний момент часу, p_t - реальна ціна активу у даний момент часу, α - параметр моделі, який інтерпретується як швидкість руху ціни до фундаментальної.

Причому, чим більше відхилення від фундаментальної ціни, тим більший прибуток можуть отримати учасники ринку, але за умови дуже швидкої реакції.

На відміну від фундаменталістів, чартисти прогнозують ціну фінансового активу на основі його попередніх цін, тобто має місце позитивний зворотний зв'язок. Якщо чартисти зовсім не враховують фундаментальних чинників („чисті чартисти”), то правило прогнозування ціни у наступному періоді для них можна записати так:

$$p_{t+1} = \beta \sum_{i=1}^{\tau} p_{t-i}$$

де β - параметр моделі (швидкість зміни цін),

τ - глибина врахування попередніх цін активу.

Якщо загальна кількість учасників фінансового ринку рівна N (де N_f - кількість фундаменталістів, а N_c - кількість чартистів), то через n_f позначимо частку тих із них, які керуються фундаментальним аналізом, а через n_c - частку прихильників технічного аналізу. Очевидно, що виконується рівність

$$n_f + n_c = 1.$$

Використання саме часток, а не кількостей трейдерів, дає змогу інтерпретувати їх як вагові коефіцієнти кожної із груп учасників фінансового ринку.

Прогноз ціни фінансового активу на ринку із двома типами інвесторів формується як зважена сума прогнозованих значень кожної із груп, причому вагами є частки інвесторів кожного виду:

$$p^{fact}_{t+1} = n_f(\alpha(p_t^* - p_t)^2) + n_c(\beta \sum_{i=1}^{\tau} p_{t-i}) + \varepsilon_{t+1},$$

де ε_{t+1} - випадкова величина.

ε_{t+1} можна трактувати як новини, які відносяться до даного періоду, але не можуть бути спрогнозовані.

У короткостроковому періоді кількості інвесторів кожного виду залишаються сталими, але у довгостроковому періоді інвестори можуть змінювати спосіб прийняття рішення, тобто переходити із групи чартистів до фундаменталістів та навпаки. Тоді кількості трейдерів у кожній групі в момент часу $t + 1$ запропоновано моделювати наступним чином:

$$N_{t+1}^f = N_t^f + k_1 \cdot N_t^f \cdot N_t^c,$$

$$N_{t+1}^c = -N_t^c + k_2 \cdot N_t^f \cdot N_t^c,$$

де k_1 та k_2 - параметри моделі.

Характерно, що змодельований динамічний ряд має такі ж властивості, як і емпіричні дані, а саме асиметричність та гостровершинність розподілу, наявність „важких хвостів”.

Запропоновані економіко-математичні методи та моделі можуть застосовуватись інвесторами для прийняття рішень щодо купівлі-продажу фінансових активів як на біржовому, так і на позабіржовому ринках.

3. Залежність від часу, методи обліку фактора часу в фінансових операціях

В умовах ринкової економіки при проведенні фінансових операцій найважливішу роль відіграє фактор часу. "Золоте" правило бізнесу говорить: долар, отриманий сьогодні, коштує більше, аніж долар, отриманий завтра

Проілюструємо це ключове правило бізнесу за допомогою наступного прикладу.

Приклад. Припустимо, що хтось X володіє сумою 10 000 ден. од. в момент часу $s = 0$ (наприклад, сьогодні) і з достовірністю отримає ще стільки ж в момент часу $t = 1$ (наприклад, завтра або через рік). Крім того, існує безперешкодна можливість покласти гроші в банк на цей період або отримати кредит на такий же термін. Банківська ставка по обидва операціями 10%. Визначте величину максимально можливого обсягу споживання X в поточному і майбутньому періоді.

Нехай S_t - сума, яку має X у відповідному періоді t ; Z_t - сума, спрямована на споживання в періоді V , r - процентна ставка за банківськими операціями.

Найбільш простим вважається випадок, якщо X воліє повністю витратити свої кошти у відповідному періоді. Визначимо величину максимально можливого споживання для періодів $t = 0$ і $t = 1$ при таких умовах:

$$\max C_0 = S_0 = 10\,000$$

$$\max C_1 = S_1 = 10\,000$$

Неважко помітити, що сумарне споживання за аналізований період в цьому випадку

$$\max C_{0,1} = C_0 + C_1 = S_1 + S_0 = 20\,000$$

Якщо ж частина отриманої в періоді $t=0$ суми S_0 буде поміщена в банк під 10%, доступні для споживання кошти в періоді $t=1$ складуть

$$C_1 = S_1 + (S_0 - C_0)(1 + r)$$

Припустимо, що X вирішив помістити в банк всю суму S_0 , отриману в поточному періоді $t=0$. Тоді загальна сума, доступна для споживання в період $t=1$, складе

$$C_1 = 10000 + (10000 - 0)(1 + 0,1) = 10000 + 11000 = 21000$$

Відзначимо, що результат відповідає максимально можливому в даному прикладі загального обсягу споживання.

При повній гарантії отримання 10 000 ден. од. в періоді $t = 1$, X може збільшити споживання і в поточному періоді, скориставшись можливістю отримання кредиту в рахунок майбутніх доходів. Визначимо межа обсягу споживання в поточному періоді. Він буде дорівнює отриманого доходу S_0 плюс максимальна сума кредиту, яка може бути погашена за рахунок майбутнього доходу S_1 .

Позначимо шукану суму через y . З урахуванням плати за кредит в 10% рівняння прийме наступний вигляд:

$$y = 0,1y + y(1 + 0,1) = 10000$$

Тоді гранична сума кредиту для X

$$y = \frac{10000}{1 + 0,1} = 9090,91 = 9091$$

Відповідно максимальний обсяг споживання для періоду $t = 0$ складе

$$C_0 = S_0 + \frac{S_1}{1 + r} = 10000 + 9091 = 19091$$

Неважко показати, що будь-які допустимі вирішення цього завдання будуть лежати на прямій, заданої рівнянням

$$C_1 = S_1 + (S_0 - C_0)(1 + r) = 10000 + (10000 - C_0)(1 + 0,1) = 21000 - 1,1C_0$$

Як впливає з отриманих співвідношень, коефіцієнт нахилу даної прямої дорівнює величині $-(1 + r)$ або $-1,1$. Однак для нас значно більший інтерес представляє економічна інтерпретація цього показника, який в даному випадку визначає коефіцієнт обміну поточних грошей на майбутні і назад. Іншими словами, величина $(1 + r)$ дозволяє оцінити вартість грошової одиниці в залежності від часу отримання. Неважко помітити, що вона прямо залежить від значення процентної ставки r .

Так як кожна грошова одиниця, інвестована в поточному періоді, дає можливість заробити суму $(1 + r)$, володіння сумою 5 сьогодні еквівалентно володіння сумою $S \cdot (1 + r)$ в майбутньому.

Відповідно кожна грошова одиниця майбутніх надходжень має меншу цінність в порівнянні з поточною, оскільки відстрочка її отримання позбавляє можливість заробити в перспективі додатковий дохід в розмірі $(1 + r)$. Отже, вона повинна коштувати менше поточної на величину $(1 + r)$.

Дійсно, в нашому прикладі володіння сумою $S = 10\,000$ ден. од. в майбутньому еквівалентно володіння сумою $S / (1 + r) = 9091$ в сьогодні, тобто вартість майбутнього рубля при ставці 10% складе 0,9091 коп.

Продемонстрована нерівноцінність двох однакових за величиною ($S_0=S_1$), але різних за часом отримання грошових сум ($i_0 \neq \phi$) - явище, широко відоме і усвідомлене у фінансовому світі. Його існування обумовлено цілим рядом причин. Ось лише деякі з них:

- ❖ перевагу в загальному випадку індивідуумами негайного споживання відкладеному;
- ❖ наявна грошова сума може бути інвестована і через деякий час принести дохід;
- ❖ в реальному світі майбутнє завжди пов'язане з невизначеністю, тому майбутні надходження завжди більш ризикові, ніж поточні;
- ❖ навіть за невеликої інфляції купівельна спроможність грошей з часом знижується.

Дослідження цього явища знайшли своє втілення у формулюванні **принципу тимчасової вартості грошей (time value of money)**, який залишається наріжним каменем в сучасному управлінні фінансами. Згідно з цим принципом сьогоднішні грошові надходження цінніше майбутніх. Відповідно, майбутні грошові надходження мають меншу цінність порівняно з поточними.

З принципу тимчасової цінності грошей можна зробити два важливих висновки:

- необхідність урахування фактора часу, особливо при проведенні довгострокових фінансових операцій;
- некоректність (з точки зору фінансового менеджменту) підсумовування грошових величин, що відносяться до різних періодів часу.

Необхідність обліку фактора часу в фінансовому менеджменті вимагає застосування спеціальних методів його оцінки.

Лекція 6

1. Гіпотеза ефективності ринків Тест Жаке-Берра.
2. Використання регресійного аналізу для передбачення доходностей і перевірки гіпотези ефективності ринків.

1. Гіпотеза ефективності ринків Тест Жаке-Берра

Ринки капіталів споконвіку привертали увагу як практиків, так і теоретиків. З погляду функціонування економіки в цілому ринки капіталів є найбільш непередбаченими. Чому курс акцій на біржах знижується, чому крах відбувається в певний понеділок (середу чи інший день тижня) часто без видимих причин, чому виникають стрибки цін?

Гіпотеза ефективного ринку (Efficient Market Hypothesis), що виникла в 50-х роках ХХ ст., становить особливий інтерес з погляду вивчення не тільки ринку капіталів, а й загальної теорії фінансів.

Гіпотеза ефективного ринку, як і всі інші економічні концепції, заснована на лінійній парадигмі, відповідно до якої кожна економічна дія (подія) викликає лінійну пропорційну реакцію, тобто утворюються певні причинно-наслідкові зв'язки. Проте економічна теорія, заснована на принципах рівноваги, не могла пояснити багато складних фінансових явищ. Був потрібний революційний переворот, уведення в аналіз нелінійності.

На основі нелінійної парадигми з'явилась і розвивається **гіпотеза фрактального ринку (Fractal Market Hypothesis)**, згідно з якою певна дія (або подія) викликає нелінійну реакцію, тобто виникає експоненційна, несподівана, надзвичайно сильна і ніким не очікувана реакція.

Надалі нелінійна парадигма буде вводиться і в інші сфери вивчення розвитку економіки і фінансів. Із цього погляду становить науковий інтерес дослідження причин переходу від однієї парадигми до іншої.

Джерела гіпотези ефективного ринку

Гіпотеза ефективного ринку з'явилася на початку ХХ ст., коли французький математик Луї Башельє, аналізуючи прибутки, одержувані інвесторами від акцій, облігацій, ф'ючерсів і опціонів, запропонував концепцію «випадкових блукань» або «ходіння наосліп».

У 1953 р. з'являється дослідження англійського статистика Моріса Кендалла про рух цін на фондовому ринку, що (як він відзначив, на свій подив) не виявило ніяких тенденцій. Ціни розвивалися сумбурно, їх коливання вгору чи вниз відбувалися цілком незалежно від минулих періодів. Дані, які одержав М. Кендалл, показували, що передбачити майбутній рух цін на акції неможливо. Отже, теорія «ходіння наосліп», що розвивалась і далі, доводила, що на фондовому ринку панує нестійка ринкова психологія. Дослідник дійшов висновку, що поведінка інвесторів суперечить усім правилам логіки, а фондовий ринок — ринок ірраціональний. Критичний підхід до теорії «ходіння наосліп», його прихильники вважали, що спроба Кендалла знайти повторювані тенденції в русі цін із самого початку була приречена на невдачу. Якщо припустити, що всі інвестори мають однакову інформацію про майбутнє зростання цін на акції певної компанії, то вони одночасно подадуть заявки своїм брокерам негайно купувати ці акції, що призведе до зростання поточної ціни. У випадку, коли куплені акції були переоцінені, тобто прибуток за ними не був настільки високим, щоб купувати їх на великі суми, інвестори негайно дадуть заявки брокерам продати ці акції, і ціна на них упаде до рівня, відповідного співвідношенню між ризиком і прибутком.

Теоретики поступово дійшли висновку, що на рух цін впливає інформація, яку одержують інвестори, але її важко передбачити, тому визначити рух цін на перспективу неможливо. Проте ідея про значення отриманої інформації для визначення поведінки інвестора розвивається. Інвестори конкурують один з одним щодо питань одержання інформації про цінні папери. Ті з них, які раніше інших отримують інформацію, перебувають у кращих умовах, тобто «йдуть попереду ринку». Можливість передбачити ціни залежить від

того, чи володіє інвестор достатньо докладною і правдивою інформацією про акції, які він бажає купити (або продати).

Дослідники доходять висновку, що рух цін піддається вивченню, а фондовий ринок не може бути ірраціональним. Можливість визначити майбутній рух цін залежить від одержуваної інформації. Якщо майбутні ціни передбачити неможливо, це означає брак усієї доступної інформації, а не ірраціональність ринку. З цих теоретичних положень розвивається гіпотеза ефективного ринку.

Гіпотеза ефективності полягає не в тому, що ринок працює узгоджено, переказування коштів за угодами відбувається чітко і швидко. Ефективність, за гіпотезою, розуміється в більш загальному і складному плані — вона включає інформаційну ефективність. У цьому зв'язку постало питання про обсяг інформації. Якщо ринкові ціни сповна відбивають інформацію, яка є в інформаційному наборі, то це і є ефективний ринок. Якщо ринок одержує не всю, а певну частину інформації, то ринок не зовсім ефективний.

За гіпотезою ефективного ринку розрізняють три форми ринкової ефективності відповідно до отриманої інформації:

1) **слабка (weak) форма ефективності** – заснована на інформації про минулі ціни фондового ринку;

2) **напівсильна (semistrong) середня форма ефективності** – заснована на публічній інформації, яка всім доступна однаковою мірою;

3) **сильна (strong) вища форма ефективності** – заснована на всій інформації: як публічній, так і приватній.

Слабка форма ефективності ґрунтується на інформаційному наборі даних, у тому числі в історичній ретроспективі, що стосуються винятково цін на акції, облігації й інші цінні папери. Широкий обсяг інформації включає дані про найвищі і найнижчі ціни, суми коротких позицій, обсяги угод та ін. Інформація про минулий рух ринку звичайно використовується технічними аналітиками для визначення «сигналів» негайної купівлі й продажу цінного папера. Але така інформація не придатна для розроблення торговельної стратегії, і, як зазначають американські дослідники фондового ринку, вона непотрібна з погляду «поділу грошей».

Напівсильна форма ефективності, заснована на вивченні всієї публічної інформації, має більш широкий і надійний фундамент. Публічна інформація міститься в загальнодоступних доповідях, повідомленнях, що публікуються в газетах, часописах, довідниках, урядових публікаціях і оголошеннях. Вони містять дані не тільки про фондовий ринок, а й про найрізноманітніші макроекономічні показники: обсяг ВВП (у поточних і незмінних цінах), капіталовкладення як державні, так і приватні, стан внутрішньої і зовнішньої заборгованості, іноземні інвестиції, експорт і імпорт, стан платіжного балансу, державного бюджету, дефіцитність бюджету і багато інших показників. Така інформація дає можливість певною мірою передбачити розвиток ділового циклу, на підставі чого можна спрогнозувати також розвиток фондового ринку і визначити стратегію.

Важливою частиною публічної інформації є фінансова звітність емітентів, що періодично публікується: стан балансу, рух валового прибутку, чистого прибутку, дивідендів, прогнози розвитку продажу, випуск нової продукції, конкурентоспроможність на внутрішньому і на зовнішніх ринках та інші дані. Весь обсяг публічної інформації використовується дослідниками, що здійснюють так званий фундаментальний аналіз фінансової звітності корпорацій емітентів цінних паперів.

Усі три форми ефективності фондового ринку пов'язані між собою: середня включає слабку, а сильна — середню. Якщо слабка форма інформації недостовірною, то середня форма інформованості буде помилковою.

Розвиток гіпотези ефективного ринку привів до появи поняття «інвестиційна вартість цінного папера». За визначенням У. Шарпа, вона являє собою вартість цінного папера на даний момент з урахуванням передбачуваного попиту і майбутніх доходів, визначену висококваліфікованими аналітиками. Інвестиційна вартість може розглядатися як справедлива вартість цінного папера. Виходячи з цієї позиції абсолютно ефективний ринок

являє собою такий ринок, на якому ціна на кожний цінний папір завжди дорівнює її інвестиційній вартості.

На ефективному ринку всі цінні папери продаються за ефективними цінами. Цінних паперів із завищеними або заниженими цінами на такому ринку не буде, оскільки нова інформація негайно відбивається на цінах. Із цього випливає розширене визначення ефективного ринку. Ринок є ефективним, якщо, використовуючи одержану інформацію, не можна отримати відмінний від нормального прибуток або надприбуток. Отже, на ефективному ринку інвестори повинні одержувати тільки нормальний прибуток і нормальну ставку дохідності за своїми інвестиціями.

Курс цінного папера на раціональному ринку може достатньо точно відбити її інвестиційну вартість. І навпаки, на ірраціональному ринку курс будь-якого цінного папера буде випадковим, тобто таким, що не відображає її дійсної вартості. Проте ринок має властивість саморегулювання. Попит на недооцінені цінні папери, тобто ті, у яких курс нижчий від інвестиційної вартості, буде зростати. Попит на переоцінені цінні папери, курс яких вищий інвестиційної вартості, падатиме. Кваліфіковані інвестори можуть одержати додаткові прибутки з цих невідповідностей, і ринок набуває ефективності. Водночас, неінформовані інвестори з нижчою кваліфікацією можуть одержати тільки нормальний прибуток. У західних країнах працюють численні інформаційно-аналітичні агентства, що забезпечують фондовий ринок найрізноманітнішою інформацією. У цих умовах ірраціональність ринку може скластися тільки на певний момент, а підвищений прибуток одержати в таких умовах важко.

На фондовому ринку ціни є важливим джерелом інформації. Вартість цінного папера залежить від його майбутніх доходів, що заздалегідь і точно визначити неможливо. Оголошення добре поінформованого інвестора про купівлю (або продаж) кількох лотів акцій за певною ціною може свідчити про те, що справи емітента акцій підуть у майбутньому відмінно, що обіцяє інвестору високі доходи. Отримавши таку інформацію, інші інвестори також купуватимуть відповідні акції.

Найважливішим питанням у визначенні ефективності ринку є прогнозування майбутніх доходів за цінними паперами. Чим більш достовірними є прогнози про майбутні доходи, тим менше коливань у русі цін.

Нагадаємо, що під інформаційною ефективністю фінансових ринків ми будемо розуміти відображення в певній мірі цими ринками наявної на розглянутий час інформації про ціни на фінансові інструменти. Ми будемо розглядати виключно ринок валют, існує наступна методика по оцінці даної гіпотези ефективності ринків. У статті 2009-го року «Les marchés financiers sont-ils éfficients?» Bouveret A. і Di Filippo G. розглянули європейський валютний ринок з метою перевірки його на ефективність.

Для оцінки фундаментальної ГЕР автори статті використовували **модель непокритого процентного паритету (*parité non couverte des taux d'intérêt, PTINC*)**. У даній моделі очікується, що амортизація майбутнього обмінного курсу компенсує позитивну різницю процентних ставок. Зважаючи на це, авторами даної статті була побудована наступна регресійна форма моделі PTINC:

$$(1 + i^D) = \frac{E_t[S_{t+1}]}{S_t} (1 + i^F)$$

де i^D це внутрішня ставка заборгованості за певним строком погашення;

i^F це відсоткова ставка за кордоном за боргом на певний термін;

S_t - поточний курс валюти виражений як внутрішня одиниця для іноземної одиниці (для зони євро: 1 \$ = S €) у час t ;

$E_t[S_{t+1}]$ - очікуваний обмінний курс у час t .

Тест Jarque-Berra – це статистичний тест, за допомогою якого можна перевірити помилки спостережень на нормальність за допомогою звірки їх третього моменту (асиметрія) і четвертого моменту (ексцес) з моментами нормального розподілу, у якого $S=0$, $K=3$. Також перевіряється нульова гіпотеза $H_0: S = 0, K = 3$ проти гіпотези $H_1: S \neq 0, K \neq 3$, де S – коефіцієнт асиметрії, K – коефіцієнт ексцесу. Основна ідея тесту J-B полягає в тому, що нормальний розподіл (з будь-яким середнім чи дисперсійним) має коефіцієнт нахилу нуля, а

коефіцієнт К дорівнює трьом. (тобто, він має нульовий "надмірний куртоз".) Отже, якщо ми можемо перевірити, чи існують ці два умови, проти відповідної (сімейної) альтернативи.

Хитрість полягає в тому, щоб сформулювати тест, до якого пов'язана статистика має відомий розподіл, якщо H_0 (нормальність) є істинним; І який має пристойні властивості. Якщо це неможливо зробити легко для кінцевих зразків, то принаймні ми зможемо це зробити у випадку, коли розмір вибірки дуже великий.

Зверніть увагу, що нульова гіпотеза передбачає застосування двох обмежень. Таким чином, ми можемо припустити, що якщо ми можемо побудувати тест LR, Wald або LM, при нормальному "вкладеному" в більш загальному сімействі розподілів, то асимптотично тестова статистика буде розподілена χ^2 з 2 ступенями свободи, якщо H_0 правда.

2. Використання регресійного аналізу для передбачення доходностей і перевірки гіпотези ефективності ринків

Позначимо всю корисну інформацію для передбачення ціни та доходності активів у довільний момент $t - J_t$, тоді як учасникам ринку доступна лише інформація $J_t^a (J_t^a \subseteq J_t)$. На основі J_t^a інформації учасники ринку будують прогнози очікуваних доходностей активів. Нехай $E(R_{t+1}(J_t^a))$ – очікувана на основі інформації J_t^a в майбутньому періоді $t + 1$ доходність активу. Очікувана доходність, як відомо, включає компенсації для всіх систематичних ризиків, зумовлених ринковими чинниками, і забезпечує інвесторам «нормальну» доходність. При цьому мається на увазі, що всі учасники ринку однаково обробляють доступну інформацію і поведуться так, наче використовують одну й ту саму модель рівноваги чи оцінки активів. Відповідно до гіпотези раціональних очікувань, відносно доходностей активів маємо:

$$R_{t+1} \equiv E(R_{t+1}(J_t^a)) + \varepsilon_{t+1}^a, t \geq 0$$

Випадкова величина:

$$\varepsilon_t^a = R_{t+1} - E(R_{t+1}(J_t^a))$$

У рамках даної моделі інтерпретується як «неочікувана» чи «наднормальна» доходність (у випадку від'ємного знаку ε_{t+1}^a мають місце відповідні збитки), зумовлена надходженням нової інформації в інтервалі часу між моментами t та $t + 1$. Якщо ринок є ефективним, то та $J_t^a \equiv J_t$, тобто учасники ринку мають у розпорядженні всю доречну інформацію, яка дістає миттєве відображення в цінах активів. При цьому «наднормальна» доходність інвесторів повинна дорівнювати нулю і бути непередбачуваною. У дослідженнях пропонують використати такий підхід. Якщо $J_t^a \subset J_t$, то не вся доречна інформація відображена в цінах, тобто ринок не є ефективним, тому виникають передумови для порушення сформульованих вище умов. Задачу перевірки даних умов ілюструє наступна модель. Припустимо, що $J_t^a \subset J_t$, причому інформацію, що не використовується в момент t і впливає на ціни (доходності) активів, можна відобразити за допомогою певних величин z_{it} . Для перевірки умови незалежності помилок прогнозу ε_{t+1}^a з попередньої формули від даної інформації може використовуватися така модель регресійного типу:

$$R_{t+1} = E(R_{t+1}(J_t^a)) + \sum_{i=1}^m \theta_i z_{it} + \varepsilon_{t+1}, t \geq 0$$

де $E(R_{t+1}(J_t^a))$ - доходність активу, яка очікується у відповідності до інформації, що використовується J_t^a ; θ_i - параметри моделі (коефіцієнти регресії); z_{it} - величини, що можуть впливати на ціну (доходність) активу. Помилка прогнозу на основі всієї можливої інформації J_t відповідно до моделі дорівнює:

$$\varepsilon_{t+1} = R_{t+1} - E(R_{t+1}(J_t^a)) - \sum_{i=1}^m \theta_i z_{it}, t \geq 0$$

Якщо ринок є ефективним відносно всієї інформації J_t , то випадкова величина ε_{t+1} не залежить від інформації J_t , її математичне сподівання має дорівнювати нулю. Тестування гіпотези ефективного ринку відносно інформації J_t^a на основі моделі формулюється як задача перевірки статистичних гіпотез про значущість коефіцієнтів регресії:

$$H_0: \theta_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$H_1: \theta_i \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Якщо гіпотеза H_0 приймається для всіх $i = 1, 2, \dots, m$, то це означає, що ринок є ефективним відносно інформації J_t^a , і «наднормальна» дохідність не передбачувана на основі інформації J_t^a . Якщо гіпотеза H_0 відхиляється, то не вся доречна інформація використовується для оцінювання очікуваної дохідності. У даному разі при використанні не лише інформації J_t^a , а взагалі всієї можливої інформації, дохідність активу піддається прогнозуванню за допомогою моделі. Із маємо модель для прогнозування « наднормальної » дохідності у вигляді :

$$\varepsilon_{t+1}^a = R_{t+1} - E(R_{t+1}(J_t^a)) = \sum_{i=1}^m \theta_i z_{it} + \varepsilon_{t+1}, \quad t \geq 0$$

тобто, ε_{t+1}^a залежить від інформації J_t , а це означає, що в даному разі ринок не можна вважати ефективним.

Залежно від того, що використовується як величини z_{it} , отримуємо конкретний вид моделі, а отже, і конкретний вид тестів для перевірки гіпотез H_0 і H_1 .

Нехай у перевірці слабкої форми ефективності ринку покладається:

- 1) z_{it} , – значення дохідності певного активу за минулі періоди ;
- 2) z_{it} , – значення похибок прогнозу дохідності певного активу за попередні періоди ;
- 3) z_{it} , – відповідно , значення дохідності і похибок прогнозу дохідності певного активу.

Якщо припустити, що очікувана у відповідності з інформацією дохідність є постійною , то значенням величин z_{it} відповідно до 1), 2), 3) відповідають такі моделі доходності:

- 1) модель авторегресії;
- 2) модель ковзного середнього;
- 3) модель авторегресії-ковзного середнього.

Приклад. В якості прикладу візьмемо оцінювання прогнозованості ціноутворення на фондовому ринку України

Сучасні моделі ціноутворення на фондовому ринку базуються на гіпотезі ефективного ринку Ю. Фама. Ефективним вважають ринок, на якому ціни повністю відображають усю доступну інформацію про фінансові активи, коливання цін – випадкові та є виявом раціональності ринку. Інвестори приводять ринок в ефективний стан шляхом конкуренції за допомогою використання інформації для отримання доходу, корегуючи недооцінювання чи переоцінювання фінансових активів. За такої ринкової ситуації застосовувати активні інвестиційні стратегії недоцільно. Тому виникає потреба в оцінюванні можливостей передбачити ціни на українському фондовому ринку. Для аналізу можливості передбачення майбутніх цін фондового ринку на основі їх динаміки необхідно здійснити статистичну перевірку часових рядів на випадковість та оцінити ефективність застосування методів економетричного аналізу для прогнозування ринку. Для дослідження ціноутворення використаємо інформацію про щоденні дохідності індексу ПФТС упродовж 2002 – 2014 рр. (<http://pfts.ua/trade-info/ssmsc-report>).

У характері розвитку фондового ринку в докризовий (2002 – 2008 рр.) та посткризовий (2009 – 2014 рр.) періоди є суттєві відмінності, тому пропонуємо досліджувати кожен із періодів окремо. Щоденні дохідності індексу обчислимо на основі припущення, що значення відповідають геометричному випадковому процесу. Позначимо як I_t та I_{t-1} – ціну закриття індексу ПФТС у час t і $t-1$ відповідно. Дохідність активу R_t між датами $t-1$ і t визначимо як різницю натуральних логарифмів індексу останнього і попереднього періоду за фор- мулою

$$R_t = \ln\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) * 100$$

Статистичні переваги використання часових рядів дохідності індексу, порівняно із значеннями самих цінових індексів, полягають у їх стаціонарному розподілі. Застосуємо розширений тест одиничного кореня Діккі – Фуллера для оцінювання стаціонарності залишків індексу ПФТС та дохідності індексу. Нульова гіпотеза про наявність одиничного кореня з одиничним лагом була відхилена для значень індексу, тому можемо зробити

висновок про нестационарність індексу ПФТС. Залишки дохідності індексу ПФТС відповідали стаціонарному розподілу (табл. 1).

**Розширений тест Діккі – Фуллера
на стаціонарність індексу ПФТС 2002 – 2014 рр.
[The augmented Dickey – Fuller test
for PFTS index stationarity in 2002 – 2014]**

Часовий ряд	Критичне значення 5-відсотковий рівень	t-статистика	Імовірність
Індекс ПФТС	-3,411	-0,805	0,964
Дохідність індексу ПФТС	-3,411	-34,319	0,000

Розраховано за допомогою STATISTICA10

Для аналізу часових рядів дохідності фондового ринку України, визначення основного тренда, дисперсії, форми і частоти розподілу використаємо такі показники дискрептивної статистики, як мода, медіана, стандартне відхилення, асиметрія і коефіцієнт ексцесу. Результати обчислення статистичних критеріїв щоденних дохідностей індексу PFTS наведено в табл. 2. Середнє значення щоденних дохідностей індексу ПФТС у докризовий період становило 0,11 % та було вищим, ніж у посткризовий період – 0,02 %. Це свідчить про те, що фондові біржі України так і не змогли відновити докризовий рівень розвитку. Волатильність на фондовому ринку можна обчислити на основі стандартного відхилення щомісячних дохідностей індексів упродовж 2002 – 2014 рр. Волатильність щоденних дохідностей цінних паперів індексного кошика ПФТС у докризовий період становила 2,1 %. Пік волатильності припадає на 2007 р., коли стандартне відхилення щоденних дохідностей становило 2,9 %. Волатильність посткризового періоду знизилась до 1,73 %.

**Дескриптивна статистика
щоденних дохідностей індексів PFTS
[Descriptive statistics of daily PFTS index profitability]**

Показник Період, рр.	Середнє	Медіана	Стандартне відхилення	Асиметрія	Ексцес
	2	3	4	5	6
2002 – 2013 (загальний)	0,0007	0,0007	0,0196	0,0674	14,56
2002 – 2008 (передкризовий)	0,0011	0,0012	0,0211	0,1635	15,40
2009 – 2014 (посткризовий)	0,0002	0,0000	0,0173	-0,2348	9,90
2002	0,0010	0,0002	0,0280	1,4470	15,6642
2003	0,0015	0,0011	0,0220	-1,1960	17,8714
2004	0,0050	0,0037	0,0140	-0,0860	5,2927
2005	0,0011	0,0013	0,0120	-0,2280	5,0419
2006	0,0016	0,0011	0,0180	-0,6520	6,9443
2007	0,0034	0,0031	0,0290	0,1820	9,8099
2008	-0,0056	-0,0022	0,0220	0,1150	7,5443
2009	0,0026	0,0011	0,0200	-0,7760	10,4315
2010	0,0021	0,0019	0,0180	-0,8020	5,6265
2011	-0,0025	0,0000	0,0130	-0,1720	8,0892
2012	-0,0020	-0,0016	0,0110	0,8750	17,7217
2013	-0,0004	-0,0004	0,0190	0,1160	4,3593
2014	0,0021	0,0007	0,0197	1,6361	12,1557

Щоденні дохідності індексу ПФТС указують на негативну асиметрію в докризовий період, тобто в динаміці дохідностей індексу в докризовий період переважали різкі негативні відхилення над позитивними. Позитивна асиметрія спостерігалась у посткризовий період. Коефіцієнт ексцесу є індикатором "крутості" розподілу статистичного ряду. Коефіцієнт ексцесу нормального розподілу дорівнює 3. Коефіцієнт ексцесу свідчить про те, що дохідності індексів PFTS "гостроверхі" та далекі від нормального розподілу, тобто є певне ядро щільності, усередині якого діапазон коливань значень щоденних дохідностей низький та розсіяне "гало", яке характеризується високим розкидом коливань. Статистична перевірка часових рядів на випадковість процесу ціноутворення містить у собі певний набір методів, які можна класифікувати на дві групи. До першої групи належать методи непараметричної статистики, такі, як Z-критерій (критерій серійності). До методів параметричної статистики зараховують дослідження автокореляції дохідностей та регресійного аналізу. Для підтвердження чи спростування гіпотези про випадковий характер зміни ціни використаємо Z-статистику (критерій серійності). Серійність передбачає наявність послідовних однакових значень змінних у часовому ряді, серій. Значення дохідностей акцій можуть бути додатними, від'ємними або залишатися без змін. Загалом, за періодом 2002–2014 рр. та окремо в посткризовий та докризовий період ми розраховали кількість додатних приростів значень індексу N_0 , кількість від'ємних приростів – N_1 та кількість серій певного напрямку. Нульова гіпотеза полягає в незалежному розподілі приростів із нормальним розподілом та медіаною:

$$\mu = \frac{N(N + 1) - \sum_{i=1}^3 n_i^2}{N}$$

$$\sigma\mu = \left[\frac{\sum_{i=1}^3 [\sum_{i=1}^3 n_i^2 + N(N + 1) - 2N(\sum_{i=1}^3 n_i^3 - N^3)]}{N^2(N - 1)} \right]^{1/2}$$

де n_i – кількість серій типу i . Критерій серійності передбачає порівняння фактичної кількості серій у часовому ряді та очікуваного значення. Нульову гіпотезу можна виразити таким чином:

$$H_0: E(\text{серій}) = \mu$$

Вихідні значення та результати оцінювання наведено в табл. 3.

Критерій серійності
щоденних дохідностей індексу PFTS
[The series criterion of the PFTS index daily profitability]

Період, рр.	2002 – 2008	2009 – 2014	2002 – 2014
Показник			
Кількість серій (R)	841,00	577,00	1 424,00
Кількість додатних приростів (N_0)	911,00	710,00	1 619,00
Кількість від'ємних приростів (N_1)	814,00	790,00	1 607,00
Кількість значень дохідності (N)	1 725,00	1 500,00	3 226,00
Очікувана кількість серій $E(R_i)$	860,77	748,87	1 613,98
Варіація $Var(R_i)$	428,28	372,62	806,23
Стандартне відхилення $StDev$	20,69	19,30	28,39
Z-критерій	-0,96	-8,90	-6,69
Імовірність Z-критерію	0,34	0,00	0,00

На основі результатів розрахунків можемо попередньо спростувати гіпотезу про випадковий характер приростів дохідностей індексів PFTS. Двосторонній Z-критерій є значущим у докризовий період на низькому рівні надійності. У посткризовий період результати свідчать про однозначну наявність серій у приростах дохідностей. Можемо передбачити, що на фондовому ринку є автокореляція дохідностей, тобто залежність дохідностей одного періоду від дохідності попереднього.

Тема 4. Моделі волатильності фінансових ринків

Лекція 8

1. Одномірні моделі авторегресійної умовної гетероскедастичності (ARCH- і GARCH).
2. Тестування присутності умовної гетероскедастичності.

1. Одномірні моделі авторегресійної умовної гетероскедастичності (ARCH- і GARCH).

Моделювання та прогнозування мінливості різних показників, наприклад акцій, курсів валют на фінансових ринках в наш час є об'єктом останніх досліджень і теоретичних робіт. Все в світі змінюється, ціни не виняток, і передбачити їх поведінку стає все складніше. Такі традиційні моделі часових рядів, як ARMA, не завжди можуть справедливо враховувати характеристики, якими володіють фінансові часові ряди. Відповідно, потрібно розширення таких моделей. Одна з особливостей фінансових ринків полягає в тому, що невизначеність, притаманна ринку, змінюється в часі. Тут спостерігається «**кластеризація волатильності**». Термін «волатильність» використовується, для неформального позначення розкиду змінної.

Формальною мірою волатильності служить дисперсія. Ефект кластеризації волатильності відзначений для таких рядів, як зміна цін акцій, валютних курсів. Зміни в дисперсії мають дуже важливе значення для розуміння фінансових ринків, так як інвестори вимагають більш високу очікувану прибутковість в якості компенсації за проведення ризикованих активів. Офіційною назвою для мінливості дисперсії на різних інтервалах спостереження є гетероскедастичності.

Сама модель застосовується для аналізу часових рядів, у яких умовна (по минулим значенням ряду) дисперсія ряду залежить від минулих значень дисперсій цього ряду і інших чинників. Нехай у нас є часовий ряд $X(t)$ деяких фінансових показників (цін, індексів, ставок по кредитах і ін.) (див. рис.4.1).

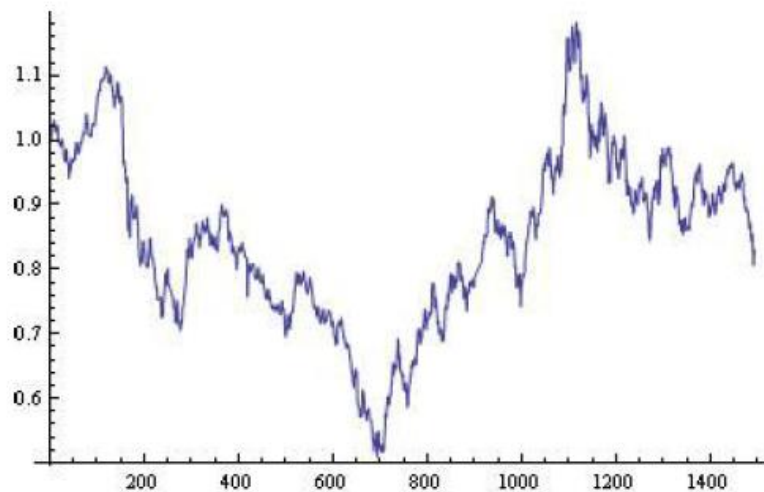


Рис. 4.1. Ряд фінансових показників

Тоді, перетворивши ряд $X(t)$ в ряд $Y(t) = \ln \frac{X(t+1)}{X(t)}$ отримаємо безпосередньо ряд індексів цін. Графічно він виглядає так (див. рис 4.2):

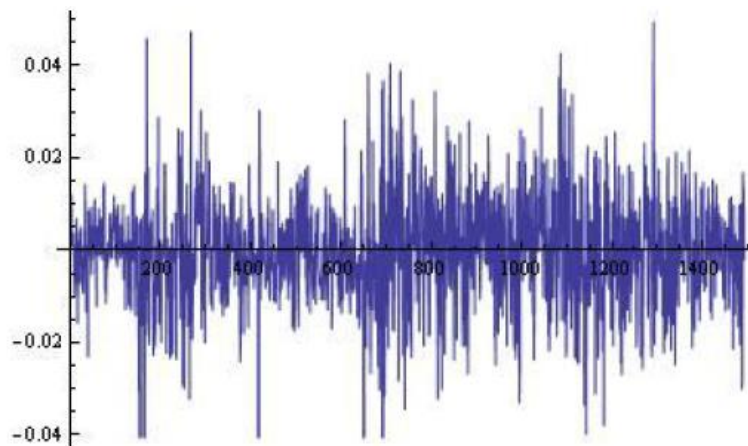


Рис.4.2. Ряд логарифмічних індексів

Як ми можемо спостерігати у ARCH процесу через деякі проміжки часу спостерігаються сплески. Це і є та сама «кластеризація волатильності». Під цим терміном мається на увазі те, що можуть чергуватися періоди, коли фінансовий показник поводить себе мінливо, і відносно спокійні періоди.

Вперше ARCH моделі були запропоновані американським економістом Робертом Інгла в 1982 році. Уже в 1986 році датський економіст Боллерслев запропонував узагальнення цих моделей (GARCH).

Оскільки в назві розглянутих моделей ARCH, GARCH присутнє слово авторегресія (autoregressive), то почнемо з опису саме таких процесів. Процес авторегресії порядку p (знач. AR (p)) спостерігається змінної t х має вигляд:

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} + \varepsilon_t,$$

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{для } t = \tau \\ 0 & \text{для } t \neq \tau \end{cases}$$

ε_t - некорельовані і незалежні випадкові величини.

Процес є сталим в широкому сенсі тоді і тільки тоді, коли всі корені рівняння лежать за межами одиничного кола. Будемо припускати, що процес x_t є сталим в широкому сенсі слова.

$$1 - a_1 z - a_2 z^2 - \dots - a_p z^p = 0$$

Умовне математичне сподівання x_t щодо інформації, міститься в минулих значеннях ряду x_t дорівнює:

$$E(x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p}.$$

У той час, як умовне математичне очікування x_t змінюється з часом відповідно до рівняння, написаним вище, звичайне математичне очікування процесу x_t не залежить від t і дорівнює:

$$E(x_t) = \frac{a_0}{(1 - a_1 - a_2 - \dots - a_p)}.$$

3. Тестування присутності умовної гетероскедастичності

Посилення ролі ризику і невизначеності в сучасній економічній теорії вимагало, однак, розвитку нових економетричних методів для часових рядів, які враховували б при моделюванні зміну дисперсій і коваріацій в часі, враховуючи явну відсутність якої б то не було структурної динамічної теорії в економіці, що пояснює динаміку моментів більш високого порядку. Особливо допоміг цьому розвитку клас моделей з умовною авторегресійною гетероскедастичністю (GARCH), введений Енгл.

Так само, як успіху звичайних лінійних моделей часових рядів сприяло використання умовних математичних очікувань замість безумовних, ключовий момент, пропонується моделлю GARCH, полягає в розрізненні умовних і безумовних моментів другого порядку. У той час, як безумовна матриця коваріацій представляють інтерес для змінних, що можуть бути незмінними в часі, умовні дисперсії і коваріації часто залежать нетривіальним чином від станів в минулому. Розуміння точного характеру цієї тимчасової залежності вкрай важливо для багатьох проблем в макроекономіці і фінансах, таких, як незворотні інвестиції, ціни на опціони, структура процентних ставок за термінами і загальні динамічні співвідношення для цін активів. Крім того, з точки зору отримання економетричних висновків втрата в асимптотичній ефективності через неврахування гетероскедастичності може бути як завгодно великий і при складанні економічних прогнозів, як правило, можна використовувати набагато більш точну оцінку невизначеності помилки прогнозу, якщо отримувати її як умовну за поточним інформаційному безлічі.

Емпіричні закономірності в дохідні активи. Навіть в одновимірному випадку масив функціональних форм, що задається рівнянням, занадто великий і нескінченно перевершує те, що може вмістити будь-яке параметричне сімейство GARCH-моделей. Ясно, що для того, щоб можна було сподіватися вибрати відповідну GARCH-модель, потрібно мати досвідчені закономірності, які ця модель повинна вловити. Наведемо деякі закономірності для волатильності доходностей активів. Ця закономірність була відзначена Мандельброт, Фамой і іншими дослідниками, що породило велику кількість літератури з моделювання доходностей цінних паперів як реалізацій незалежних і однаково розподілених випадкових величин з розподілів «з товстими хвостами». Явище «скупчення волатильності» відразу помітно на графіках прибутковості активів за часом. Аналіз графіків і розумні статистичні критерії показують, що прибутковості не є незалежними і однаково розподіленими випадковими величинами за часом, «коридор» волатильності поступово звужується.

«Ефект левереджу», вперше відзначений Блеком, полягає в тому, що зміни в курсах цінних паперів зазвичай негативно корельовані зі змінами в волатильності курсів. Фіксовані витрати частково пояснюють це явище. Зазвичай фірма з великими зобов'язаннями і великий чистою вартістю капіталу більшою мірою схильна до впливів, коли вартість фірми падає. На думку Блека, реакція волатильності курсів на напрямок динаміки прибутковості занадто сильна, щоб її можна було пояснити тільки за допомогою левереджу. Цей висновок підтвердився досвідченими роботами, зробленими пізніше.

Неопераційні періоди. Інформація, що накопичується після закриття фінансових ринків, відбивається на курсах на момент відкриття ринків. Якщо інформація накопичується з постійною швидкістю по календарному часу, то дисперсія прибутковості за період з моменту закриття в п'ятницю до моменту закриття в понеділок повинна бути в три рази більше, ніж дисперсія за період з моменту закриття в понеділок до моменту закриття у вівторок. Фама виявив, що інформація накопичується більш повільно, коли ринки закриті, ніж коли вони відкриті. На фондовому ринку дисперсії вище слідом за вихідними і святами, але зовсім не настільки сильно, як можна було б очікувати при постійній швидкості надходження новин.

Передбачувані публікації важливої інформації пов'язані з високою волатильністю. Волатильність доходностей по акціях окремих фірм висока в період, близький до оголошення дивідендів, а фіксований дохід і волатильність курсу іноземної валюти вище в періоди, коли центральні банки ведуть інтенсивну торгівлю або коли публікуються макроекономічні новини.

Спостерігаються також суттєві передбачувані зміни в волатильності протягом операційного дня. Зазвичай волатильність набагато вище при відкритті або закритті торгів на фондових і валютних біржах, ніж в середині дня. Збільшення волатильності при відкритті частково відображає накопичення інформації за той час, протягом якого ринок не працює. Не просто пояснити хвилю волатильності при закритті.

Волатильність і послідовна кореляція. Існує зворотна залежність між волатильністю і серійною кореляцією для американських фондових індексів. Ця закономірність є стійкою до визначення вибіркового періоду, ринкового індексу, інтервалу вимірювання і заходи волатильності. Спільна динаміка волатильності. Існують фактори, що пояснюють динаміку волатильності валютних курсів. Енгл показав, що зміни в волатильності облігацій тісно пов'язані з термінами погашення. Ця спільність змін волатильності проявляється не тільки для активів в рамках одного ринку, але також і з різних ринків. Наприклад, волатильності американських акцій і облігацій рухаються паралельно, в той час як мають місце тісні зв'язки між змінами волатильності з міжнародних фондових ринків.

Паралельний рух волатильності повинно активізувати моделювання, оскільки вказує на те, що загальні чинники можуть пояснити значну частину коливань умовних дисперсій і коварицій доходностей активів. Цим підводиться підставу під факторні ARCH моделі.

Макроекономічні змінні і волатильність. Оскільки вартість акцій тісно пов'язана зі «здоров'ям економіки», слід очікувати, що вимірювачі макроекономічної невизначеності, такі як умовні дисперсії промислового виробництва, процентних ставок, темпів зростання грошей і т.д., повинні допомогти в поясненні змін волатильності валютного ринку.

Валютна волатильність різко підвищується протягом спадів і фінансових криз і падає протягом підйомів, разом з тим, зв'язку між макроекономічної невизначеністю і фондову волатильністю слабкі. З іншого боку, знайшли сильні позитивні зв'язки між волатильністю прибутковості акцій і процентними ставками, якщо торкнутися фондовий ринок.

Перед нами стоїть завдання підібрати відповідні моделі для рядів, маючи на увазі можливу наявність у них ARCH-ефекту. Розглянемо ці зміни індексів фінансових показників з плином часу. Дані були опубліковані в J. of Applied Econometrics, vol.12 (1997), Issue 1, 49-66 (Fabio Fornari and Antonio Mele). Наведено дані для декількох країн, ми розглянемо і підберемо потрібні моделі для Німеччини, Франції і США, порівняємо їх.

Розглянемо дані «Німеччина». Зміна фінансових показників виглядає так рис 4.3. та зміна фондових індексів рис 4.4.

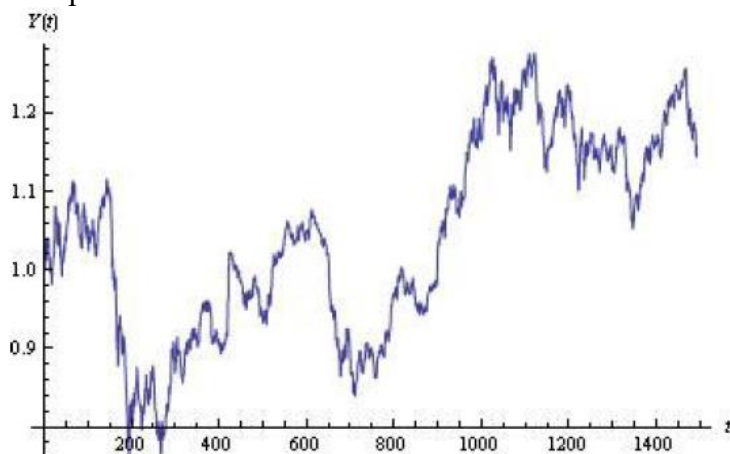


Рис 4.3. Зміна фінансових показників «Німеччина»

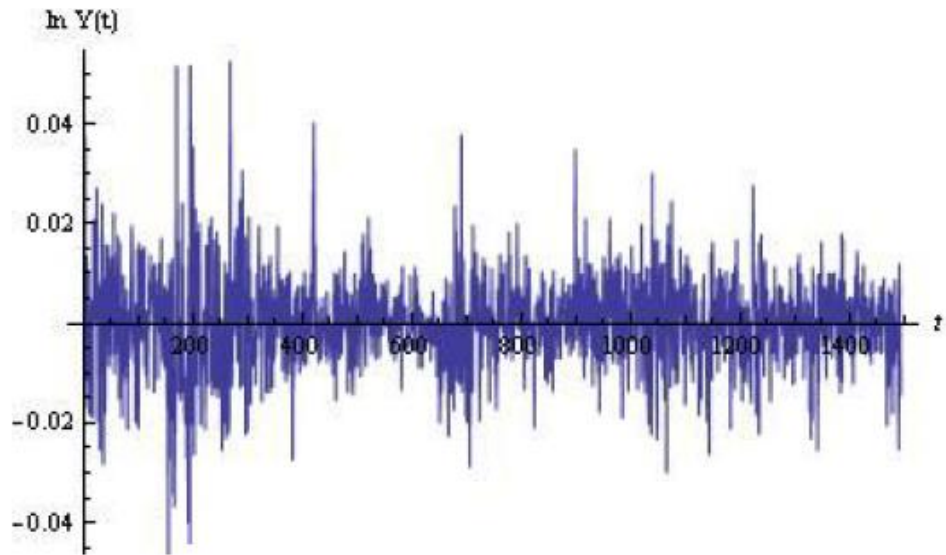


Рис.4.4. Зміна фондових індексів

Перед тим, як підбирати ARCH / GARCH модель, необхідно перевірити залишки моделі ARMA на умовну гетероскедастичність. Коррелограмм ряду рис 4.5.

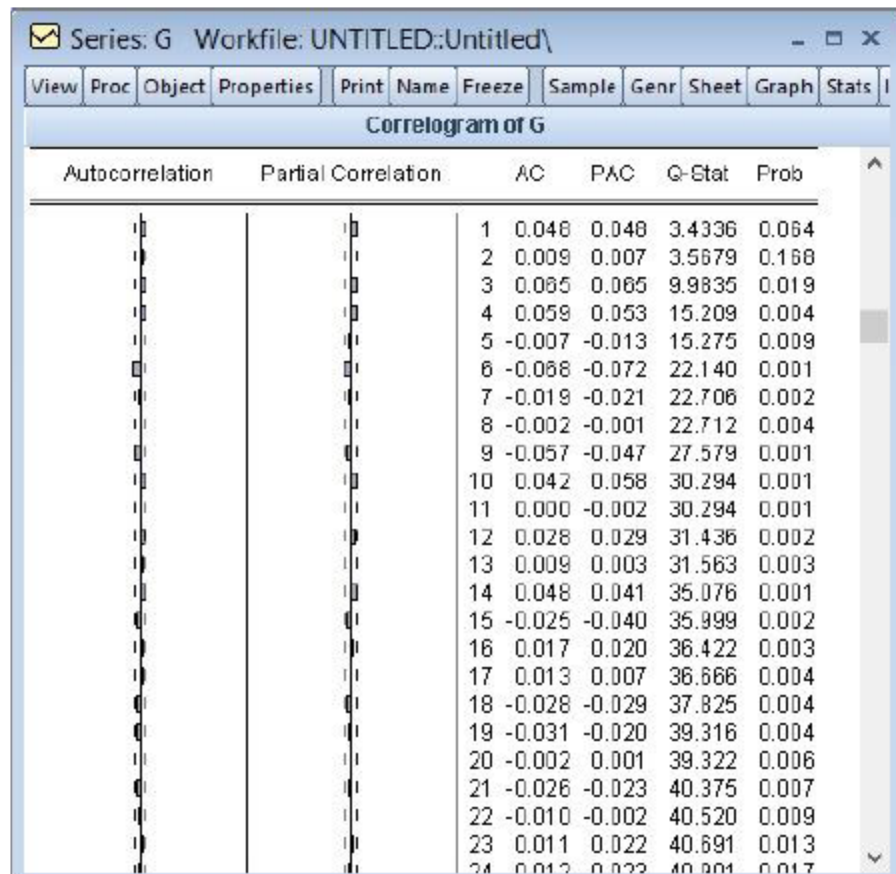


Рис. 4.5. Коррелограмм ряду «Німеччина»

Розглянемо авторегресії четвертого порядку (оцінки см. в таблиці 4.1) і коррелограмм залишків, представлену на рис. 4.6.

Оцінки параметрів даних при розгляді моделі AR (4)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.23E-05	0.000243	0.132638	0.8945
G(-1)	0.048590	0.034283	1.417335	0.1566
G(-2)	0.007420	0.035483	0.209129	0.8344
G(-3)	0.058820	0.031614	1.860542	0.0630
G(-4)	0.053122	0.037771	1.406412	0.1598

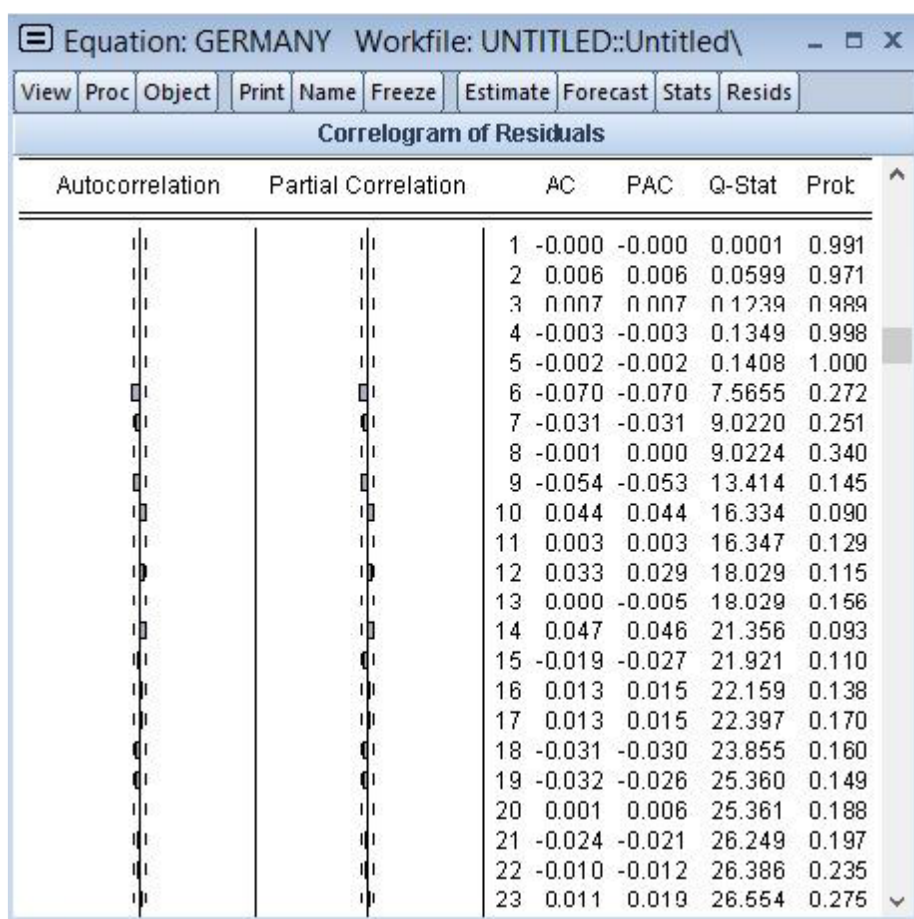


Рис.4.6. Коррелограмм залишків моделі AR (4) для ряду «Німеччина».

Переконаємося, що залишки не корельовані. Модель AR (4) - гістограма залишків рис.4.7.

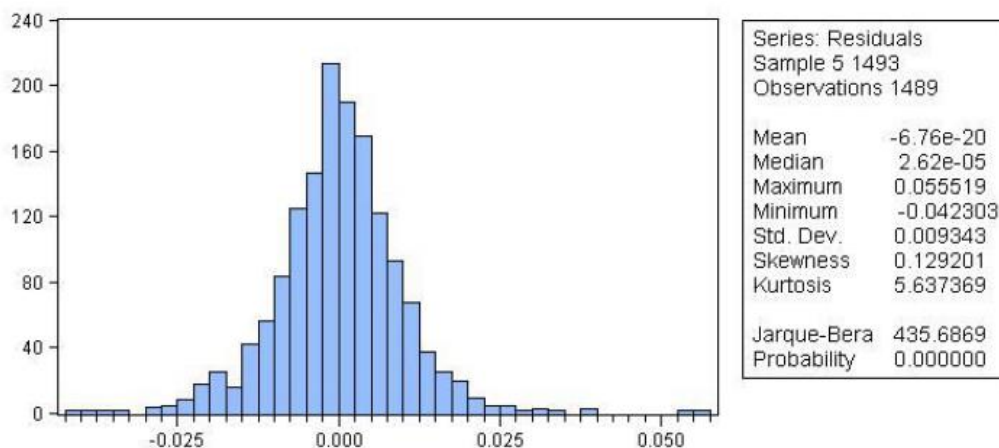


Рис.4.7. Гістограма залишків моделі AR (4) для ряду «Німеччина»

Оскільки тест Харке-Бера відкидає нульову гіпотезу, і куртозіс явно більше 3, робимо висновок, що залишки розподілені ненормально. Перевіримо цей висновок ще й іншим способом. Розглянемо коррелограм квадратів залишків рис.4.8.

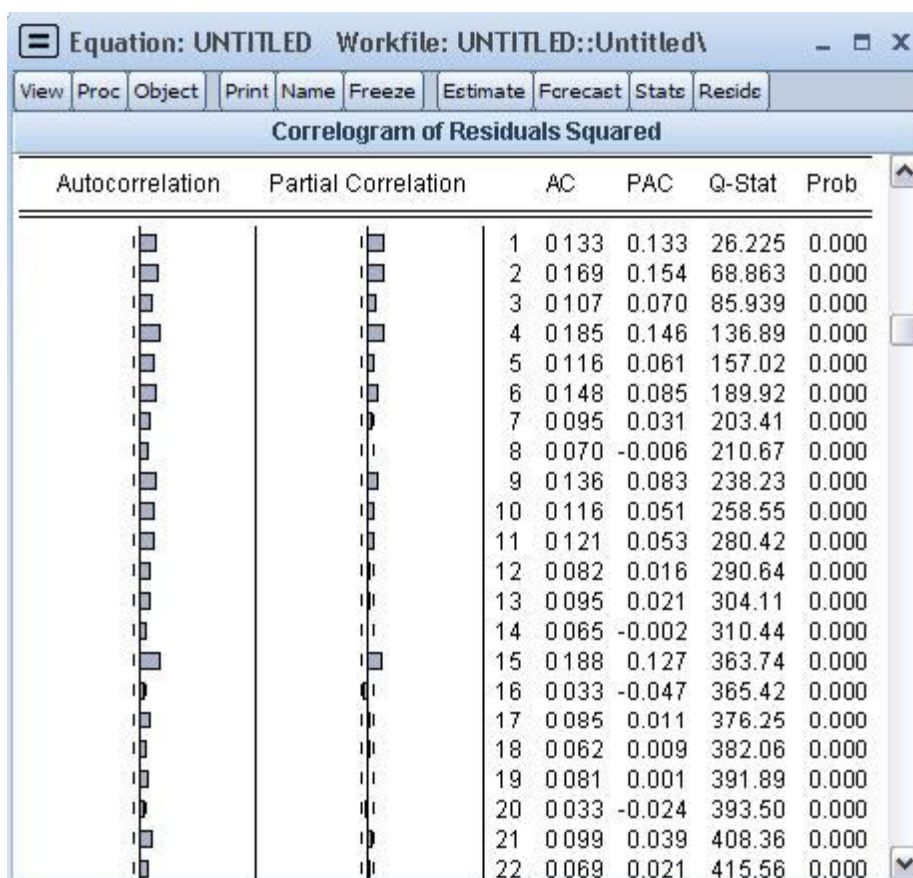


Рис.4.8. Коррелограмм квадратів залишків моделі AR (4) для ряду «Німеччина»

Залишки не корельовані, але залежні. Однак, в разі гауссовських залишків, ми знаємо, що некорельованість рівнозначна незалежності. Звідси випливає, що залишки не гаусові (не білий шум). Тест залишків на гетероскедастичності (див. табл. 4.2):

Таблиця 4.2.

Тестування на ARCH – ефект

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	32.25223	Prob. F(5,1478)	0.0000
Obs*R-squared	145.9875	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

Тут Prob. Chi-Square відповідає за перевірку нульової гіпотези про відсутність в залишках ARCH-ефекту. Як ми бачимо, гіпотеза відкидається, отже ARCH-ефект присутній.

Лекція 9

1. Багатовимірні моделі волатильності (MGARCH).
2. Статистичні процедури оцінювання моделей. Додатки для аналізу трансмісії шоків між ринками.

1. Багатовимірні моделі волатильності (MGARCH)

Хеджування ф'ючерсами полягає в створенні короткої або довгої позиції по ф'ючерсних контрактах для ослаблення ефектів несприятливих змін цін базових інструментів.

Ключова проблема хеджування - вибір оптимального, в тому чи іншому сенсі, відносини хеджування, яке визначається як відношення позиції по ф'ючерсах до позиції по базовому активу. Довгий час при оцінюванні оптимальних відносин хеджування превалював статичний підхід, запропонований і розроблений в Johnson (1960) і Ederington (1979), в рамках якого оптимальне співвідношення хеджування визначається як коефіцієнт нахилу в регресії зміни спот-ціни на зміну ціни ф'ючерсного контракту і може бути оцінений методом найменших квадратів (МНК). Однак даний метод піддався інтенсивній критиці: така оцінка базується на оцінках безумовних дисперсії і коваріації, а умовна інформація опускається отримані МНК-оцінки неефективні через наявність автокореляційних зв'язків в рядах цін, і ігноруються характерні для фінансових даних ефекти, такі як гетероскедастичності.

В даний час розвиток теорії часових рядів і фінансової економетрики дозволяє отримати оцінки умовних (щодо всієї наявної до даного моменту часу інформації) відносин хеджування. Такі динамічні відносини хеджування розраховуються як відношення умовних коваріацій між цінами ф'ючерсів і спот-цінами активів до умовних дисперсій цін ф'ючерсів і мінімізують дисперсію сумарною позиції інвестора по хеджевих і хеджування активів.

Для отримання оцінок динамічних відносин хеджування необхідно оцінити умовне математичне сподівання і умовну коваріаційну матрицю двовимірного випадкового процесу цін ф'ючерсних контрактів і спот-цін фінансових індексів. Інтуїтивна здогадка про коінтегрованості рядів значень індексів і ф'ючерсів найчастіше підтверджується властивостями спостережуваних даних. Більш того, емпірично встановлено, що ігнорування коінтеграції веде до недооцінки відносин хеджування.

Нові моделі окремо представляють динаміку кореляцій і волатильності. Так, спочатку модель постійних кореляцій, потім - моделі динамічних кореляцій. Визнання і широке поширення за її простоту і ефективність заслужила модель динамічних умовних кореляцій Енгла. Пізніше вона неодноразово модифікувалася і допрацьовувалася, що дозволило дослідникам і практикам враховувати при моделюванні різноманітні ефекти динаміки кореляцій, зокрема, ефект асиметрії.

При обчисленні кількості ф'ючерсних контрактів, необхідного для скорочення ризику конкретної позиції з базових хеджувань активів, дослідники і практики апелюють до поняття відносини хеджування. За визначенням Халла (Hull, 2006), відносини хеджування - це «відношення обсягу інвестицій в хеджований актив до обсягу інвестицій в актив, схильний до ризику». Припустимо, що інвестор займає довгу позицію по одному базовому активу, і позначимо через s_t і f_t логарифми цін хеджованого (базового) і хеджового (ф'ючерсу) активів, відповідно, в момент часу t . Тоді прибутковість інвестора в момент t складе

$$R_t^u = s_t - s_{t-1}$$

У разі, якщо інвестор не робить дій з хеджування інвестицій, а при хеджуванні ф'ючерсами вона може бути прийнята приблизно рівній

$$R_t^u = (s_t - s_{t-1}) - h_t(f_t - f_{t-1})$$

де $s_t - s_{t-1}$ та $f_t - f_{t-1}$ прибутковості інвестора за базовим активом і за ф'ючерсними контрактами відповідно, h_t відносини хеджування в момент часу t .

Неважко перевірити, що умовна, щодо інформації до моменту часу t . Дисперсія прибутковості інвестора в момент t подана в вигляді суми:

$$V_{t-1}(R_t^h) = V_{t-1}(s_t) + h_t^2 V_{t-1}(f_t) - 2h_t C_{t-1}(s_t, f_t)$$

де $V_{t-1}(s_t)$ та $V_{t-1}(f_t)$ умовні дисперсії логарифмів цін базового активу та ф'ючерсу; $C_{t-1}(s_t, f_t)$ умовна коваріація між ними.

Виходячи з принципу повного ослаблення ризику, оптимальне в момент t відношення хеджування можна визначити як таке відношення хеджування, при якому умовна, щодо інформації до моменту часу t , дисперсія прибутковості в момент t досягає мінімуму:

$$h_t^* = \frac{C_{t-1}(s_t, f_t)}{V_{t-1}(f_t)}$$

На практиці при розрахунку оптимального відношення хеджування в момент часу t , маючи дані до моменту t , умовні коваріації замінюються прогнозними значеннями, побудованими на основі доступної статистики. Таким чином, точність прогнозу оптимального відношення хеджування безпосередньо залежить від точності економетричних моделей, що застосовуються для прогнозування умовних коваріацій. Ефективність хеджування вимірюється як виражене в відносних одиницях скорочення безумовної дисперсії доходу інвестора при хеджуванні:

$$u(\hat{h}_t^*) = \frac{V_{t-1}(R_t^u)}{V_{t-1}(R_t^h)}$$

Величина цього показника залежить від точності прогнозування оптимального відношення хеджування, а, отже, від вибору економетричної моделі для прогнозу умовних коваріацій. Таким чином, показник ефективності хеджування може використовуватися для порівняння прогностичних здібностей цих моделей.

Справедливо зазначити, однак, що стратегія мінімізації дисперсії доходу погано описує поведінку реального інвестора, залежне і від очікуваного доходу. З огляду на цей факт, можна запропонувати більш реалістичне визначення оптимального відношення хеджування, як такого ставлення хеджування, при якому функція корисності інвестора досягає максимуму. Функція корисності виду, що характеризується для інвестора:

$$U(E_{t-1}(R_t^h), V_{t-1}(R_t^h)) = E_{t-1}(R_t^h) - \gamma V_{t-1}(R_t^h)$$

де γ – ставлення інвестора до ризику (боязнь ризику),

$E_{t-1}(R_t^h)$ – умовне математичне очікування доходності, оптимальне співвідношення хеджування має вигляд:

$$h_t^* = \frac{C_{t-1}(s_t, f_t)}{V_{t-1}(f_t)} - \frac{E_{t-1}(f_t - f_{t-1})}{\gamma V_{t-1}(f_t)}$$

Другий доданок, що з'являється в правій частині, прийнято інтерпретувати як спекулятивний попит на ф'ючерси.

Два наведені визначення оптимального відношення хеджування еквівалентні, якщо виконано одну з додаткових припущень: або коефіцієнт γ прямує до нескінченності (інвестор не сприймає ніякого ризику взагалі, незалежно від очікуваного доходу), або очікуваний дохід по ф'ючерсах дорівнює нулю. Звичайно, дані додаткові припущення нереалістичні, проте визначення, засноване на мінімізації дисперсії, є важливим і часто більш зручним для теоретичних досліджень.

Основною метою даної роботи є вивчення можливостей застосування багатовимірних GARCH-моделей для оцінювання та прогнозування умовних коваріацій на різних фінансових ринках, а не розробка "реальної стратегії". Такий підхід дозволяє простіше отримати уявлення про те, наскільки добре та або інша економетрична модель описує еволюцію умовних коваріацій між хеджуються активами і ф'ючерсами, виходячи з ланцюжка простих міркувань, які не є, втім, строгим математичним доказом: більше скорочення дисперсії доходу при хеджуванні досягається при більш точній оцінці оптимального відношення хеджування, а точність оцінок оптимального відношення хеджування підвищується зі збільшенням точності оцінок умовних коваріацій. Отже, економетричні моделі, що забезпечують більшу ефективність хеджування (тобто, скорочення дисперсії), краще описують реальний процес, що генерує спостережувані значення, і повинні забезпечувати і більшу точність оцінок оптимального відношення хеджування, визначеного за допомогою функції корисності.

2. Статистичні процедури оцінювання моделей. Додатки для аналізу трансмісії шоків між ринками

Процедура оцінки фінансової стабільності економіки країни повинна включати аналіз фундаментальних дестабілізаційних факторів фінансової системи.

Розглядаючи поняття фінансової стабільності в широкому розумінні, важливим етапом аналізу фінансової системи є оцінка стійкості інституційних одиниць до фінансових ризиків, з якими вони стикаються в процесі своєї діяльності. Здатність абсорбувати непередбачувані події та недопущення подальшого посилюючого розвитку негативних тенденцій є характеристикою стабільної фінансової системи. Оскільки, найвагомішою структурною одиницею фінансової системи в Україні є саме банківський сектор, який відповідає за взаємодію всіх економічних одиниць країни, експрес-діагностика вразливості банківського сектору дозволить оцінити ступінь фінансової стійкості економіки України та отримати уявлення про максимальні розміри шоків, непередбачувана поява яких не спричиняє кризових явищ.

З метою кількісної оцінки впливу несприятливих та непередбачуваних подій в роботі розроблено векторну авто-регресійну модель (VAR), що здатна врахувати взаємозв'язок в динаміці та відтворювати не лише миттєвий вплив факторів на поточне значення незалежної змінної, але й ефекти, що б2 відображаються на майбутніх значеннях. Окрім того, перевагою застосування векторних авто-регресійних моделей є відображення ендогенних зв'язків між змінними.

Як зазначено в першому розділі, VAR моделі вважаються атеоретичними, що передбачає використання ендогенної структури вектору змінних, а особливості їхніх взаємозв'язків визначаються за допомогою кількісних розрахунків. Однак, необхідним критерієм адекватності VAR моделі є теоретична обґрунтованість вибору показників для моделювання. Для виконання поставлених задач в даному дослідженні, математична модель повинна включати як індикатори, що характеризують стан фінансової системи, так і фактори, зміна яких відображає реалізацію фінансових ризиків.

В емпіричній літературі вибір індикаторів, аналіз поведінки яких використовується для отримання уявлення про ступінь стійкості фінансової системи, є базовим при проведенні оцінки дестабілізаційних явищ. Тобто, для моделювання необхідним є пошук адекватного фактору, що ідентифікує стан фінансової системи. Зазвичай, основним параметром фінансової системи прийнято вважати показник достатності капіталу банківського сектору (або банківської інституції в умовах дезагрегованого аналізу), адже він характеризує «здатність банку своєчасно та в повному обсязі розрахуватися за своїми зобов'язаннями, що випливають із торговельних, кредитних або інших операцій грошового характеру». Чим вище значення показника адекватності капіталу, тим більша частка ризику, що її бере на себе банк. І навпаки, чим нижче значення показника, тим більша частка ризику, що її приймають на себе кредитори та вкладники банку. Разом з тим, важливість даного показника зумовила встановлення законодавчо встановлених нормативів для депозитних операцій з метою запобігання надмірному перекиданню банком кредитного ризику та ризику неповернення банківських активів на кредиторів і вкладників банку.

Таким чином, агрегований індикатор достатності капіталу для банківського сектору країни є репрезентативним для банкоцентричної фінансової систем та здатен відобразити вплив реалізації ризиків ліквідності, процентного, кредитного та валютного ризиків.

Для відображення впливу непередбачуваних шоків внаслідок реалізації фінансових ризиків, модель оцінки фінансової стійкості повинна включати фактори таких ризиків.

Для відображення валютного шоку в модель включено показник номінального валютного курсу гривні до одного долара США за прямого котирування (USD/UAH). Вибір курсу зумовлений залежністю української економіки до курсу долара США, що проявляється у високій ступені доларизації, а також валютною політикою фіксації курсу гривні.

Для врахування шоку внаслідок кредитного ризику в VAR модель включено показник частки негативно-класифікованих кредитів до сукупного кредитного портфелю банківського сектору України. Важливо підкреслити, що такий показник, з одного боку, відображає частку

неповернення кредитів, тобто кредитний ризик, а з іншого, є також індикатором фінансової стійкості. Включення показника в ендогенну систему дозволить одночасно оцінити як вплив кредитного ризику, так і відобразити стійкість фінансової системи. Непередбачувані шоки внаслідок ризику ліквідності на практиці відображають як відтік депозитів з банківського сектору.

Отже, для врахування фактору ризику ліквідності в модель введено показник обсягу агрегованих депозитів банківської системи України. Останнім фінансовим ризиком, що розглядається в даній роботі, є процентний ризик.

На практиці існує багато способів для відображення ризику зміни вартості позичкового капіталу. Поширеним є розрахунок розриву процентної ставки від природного рівня, що вказує саме на непередбачуваність процентних шоків. Однак, в контексті дослідження фінансової стійкості важливим є ефект зміни абсолютних значень процентної ставки на ступінь стійкості.

Таким чином, для визначення остаточної специфікації VAR моделі було використано показники середньої процентної ставки по залученим кредитам. Взаємозв'язок обраних ключових факторів, на перший погляд, є очевидним, однак, для формалізації загального вигляду VAR моделі необхідною є детальна характеристика взаємовпливів в теоретичній площині. Шок ліквідності, тобто коливання обсягу депозитів в банківській системі, спричиняє втрату активів банківського сектору, а отже показник адекватності капіталу повинен зрости завдяки зменшенню знаменника при розрахунку, що поліпшує ступінь захищеності фінансової системи. Однак, з плином часу депозитні інституції схильні до повернення попереднього значення адекватності капіталу, а сукупний ефект буде меншим.

Внаслідок реалізації кредитного ризику, що відтворено за допомогою показника частки негативно-класифікованих кредитів, з одного боку, банківський сектор втрачає потенційний дохід, що негативно впливає на адекватність капіталу. Однак, з іншого боку, зростання кредитних ризиків змушує депозитні інституції збільшувати резерви під кредитні операції, що змінюватиме сукупний ефект. У разі ж прояву валютного ризику, тобто коливань валютного курсу, активи банківського сектору в іноземній валюті перераховуються за новим курсом, а отже, при девальвації відношення капіталу до сукупних активів знижується.

Окрім того, ефект посилюється з часом, адже девальвація, навіть за стабільних процентних ставок спричиняє подорожчання вартості позичкового капіталу в іноземній валюті для боржників банків, що проявляється у зростанні прострочених кредитів, а отже і погіршення показника адекватності.

Окрім описаних вище показників, в модель включено обсяг наданих кредитів банківським сектором, що може вважатися індикатором здійснення активних операцій депозитними корпораціями, а отже, і перерозподілу фінансових ресурсів від тих, хто має їх в надлишку, до тих, хто їх потребує.

Таким чином, обрані показники для моделювання відповідають критерію теоретичної обґрунтованості та можуть бути застосовані для відображення впливу реалізації фінансових ризиків на стійкість фінансової системи. Після формалізації схеми моделювання, наступним кроком є аналіз часових рядів обраних показників.

Необхідною умовою адекватності авторегресійних моделей є стаціонарність часових рядів. Для розуміння стаціонарності часто використовують інтуїтивний підхід, що пояснює стаціонарність як наявність постійної середньої, навколо якої коливаються значення часового ряду.

У випадку нестационарності часові ряди приводяться до стаціонарного стану за допомогою процедури інтеграції – знаходження різниці поточного та попереднього значення, однак, кожен крок інтеграції спричиняє втрату важливої інформації в рівнях. Зважаючи на це, обрані часові ряди було логарифмовано з метою досягнення стаціонарності з мінімальним застосуванням інтеграції.

Логарифмовані часові ряди було проаналізовано за допомогою візуального представлення корелограми, а також тесту на стаціонарність Дікі-Фулера. Розширений тест Дікі-Фулера (ADFtest) передбачає кількісну оцінку ймовірності наявності одиничних коренів.

У разі стаціонарності часового ряду за різних довірчих інтервалів, тобто відсутності одиничних коренів, t-статистика має бути менша критичних значень на різних довірчих інтервалах, а ймовірність (p-value) менша за 10%. Результати проведеного розширеного тесту Дікі-Фулера на стаціонарність для всіх часових рядів наведено в табл. 9.1.

На рис. 9.1. зображено поведінку показника адекватності капіталу за обраний для моделювання період, а результати проведеного тесту Дікі-Фулера на стаціонарність в табл. 9.1. Як видно з графіку, в динаміці показника адекватності капіталу, позначеного як (CA), присутні відчутні коливання в період світової фінансової кризи 2008-2009 років, а також з кінця 2013 року, що візуально вказує на нестаціонарність часового ряду. ADF тест підтверджує візуальний аналіз, адже гіпотеза про наявність одиничного кореня $\log CA \sim I(1)$ підтверджується на 96%. В перших різницях часовий ряд є стаціонарним – $\log CA \sim I(1)$.

Результати проведення розширеного тесту Дікі-Фулера на стаціонарність часових рядів

Адекватність капіталу			Сукупні кредити			Процентна ставка		
	d=0	d=1		d=0	d=1		d=0	d=1
Prob.	0,96	0,00	Prob.	0,97	0,03	Prob.	0,01	0,00
t-Stat	-0,81	-10,71	t-Stat	-0,68	-2,18	t-Stat	-3,41	-10,1
1%	-4,03	-2,58	1%	-4,03	-2,58	1%	-3,48	-2,58
5%	-3,44	-1,94	5%	-3,44	-1,94	5%	-2,88	-1,94
10%	-3,15	-1,62	10%	-3,15	-1,62	10%	-2,58	-1,62
Сукупні депозити			Негативно класифіковані кредити			Валютний курс		
	d=0	d=1		d=0	d=1		d=0	d=1
Prob.	0,82	0,00	Prob.	0,68	0,00	Prob.	0,71	0,00
t-Stat	-1,5	-2,95	t-Stat	-1,83	-7,74	t-Stat	-1,77	-5,93
1%	-4,03	-2,58	1%	-4,03	-2,58	1%	-4,03	-2,58
5%	-3,44	-1,94	5%	-3,44	-1,94	5%	-3,44	-1,94
10%	-3,15	-1,62	10%	-3,15	-1,62	10%	-3,15	-1,62

d – ідентифікує рівень інтеграції (0 – рівні, 1 – перші різниці)

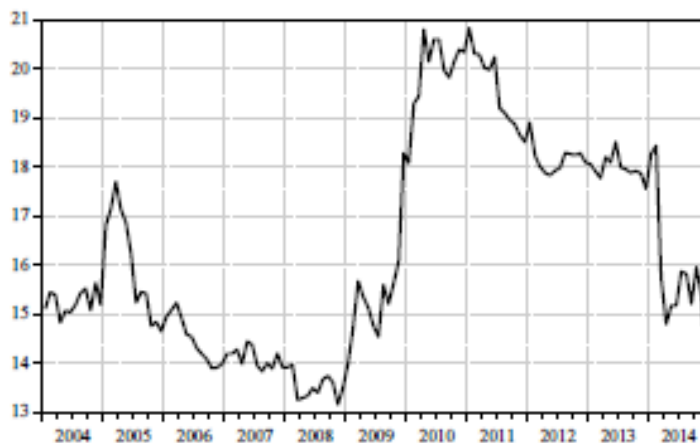


Рис. 9.1. Динаміка показника адекватності капіталу (%) за січень 2004 – грудень 2014

Динаміку поведінки часового ряду показника обсягу сукупних наданих кредитів наведено на рис. 9.2., а результати тесту перевірки на стаціонарність – в табл. 9.1. Поведінка показника вказує на можливу тренд-стаціонарність, одна проведені тести вказують на стаціонарність в перших різницях – $\log TL \sim I(1)$.

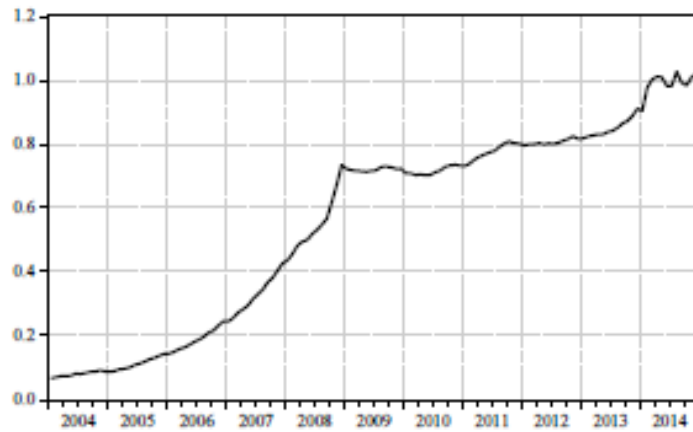


Рис. 9.2. Динаміка показника обсягу сукупних кредитів банківського сектору (млрд грн) за січень 2004 – грудень 2014

Щодо показника обсягу сукупних депозитів банківського сектору, динаміку якого зображено на рис. 9.3, а результати ADF тесту в табл. 9.1, стаціонарність ряду досягається за першого порядку інтеграції – $\log TD \sim I(1)$.

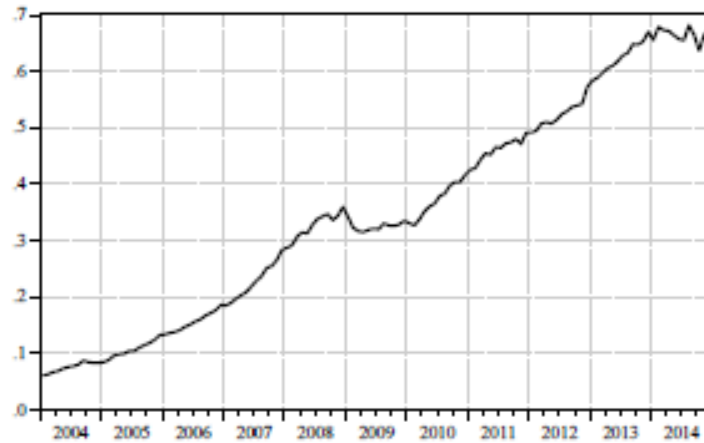


Рис. 9.3. Динаміка показника обсягу сукупних депозитів банківського сектору (млрд грн) за січень 2004 – грудень 2014

Динаміку показника частки негативно класифікованих кредитів за обраний період зображено на рис. 9.4. Поведінка показника характеризується двома періодами покращення (поступового зменшення) показника, а також двома кризовими періодами, що припадають на світову фінансову кризу та девальвацію в 2008-2009 роках, а також валютну кризу початку 2014 року. Логарифмований часовий ряд є стаціонарним в перших різницях – $\log NPL \sim I(1)$ (див. табл. 9.1 для ADF тесту)

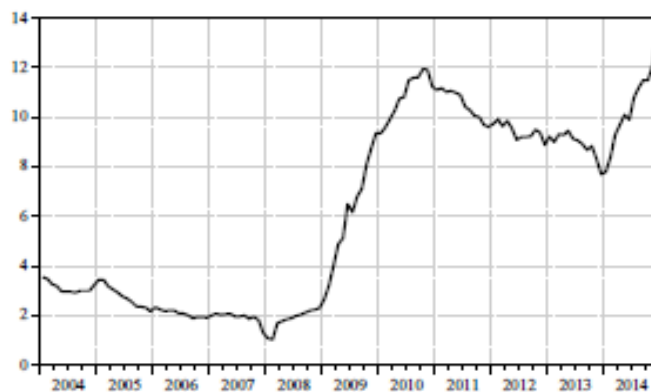


Рис.9.4. Динаміка показника частки негативно класифікованих кредитів до сукупних кредитів (%) за січень 2004 – грудень 2014

Середня процентна ставка по наданим кредитам, динаміку якої зображено на рис. 2.5., коливається від 12% до 18% за обраний період. Однак, фінансова криза спричинила викид до 24%. Результати тесту Дікі-Фулера (див. табл. 9.1) вказують на стаціонарність логарифмованого часового ряду в рівнях – $\log IRL \sim I(0)$.

Таким чином, проведені тести перевірки на стаціонарність часових рядів вказали, що ряди логарифмованих показників адекватності капіталу, сукупних кредитів, депозитів, негативно класифікованих кредитів, а також валютного курсу є стаціонарними в перших різницях. Логарифмований ряд показника процентної ставки є стаціонарним в рівнях за 5% рівня значущості, однак, нестаціонарним за 1%-го рівня.

З метою побудови стабільної моделі, показник процентної ставки спершу використано в моделі в рівнях, а згодом в альтернативній специфікації в перших різницях.

Тема 5. Аналіз фінансових ризиків

Лекція 10

1. Основні підходи до вимірювання ринкового ризику показником Value at Risk (VaR)
2. Метод історичного моделювання та метод Монте-Карло.

1. Основні підходи до вимірювання ринкового ризику показником Value at Risk (VaR)

В процесі оцінювання фінансової стабільності економіки країни все частіше застосовуються математичні методи моделювання, які дають змогу кількісно оцінити причинно-наслідкові зв'язки складних соціально-економічних систем. Розвиток методології наукових економічних досліджень вплинув на появу низки нових потужних математичних інструментів для кількісного відображення логічних та реальних економічних зв'язків. Особливої уваги заслуговують економетричні методи, що дозволяють проаналізувати такі зв'язки в динаміці, а також оцінити реакцію системи на дію зовнішніх та внутрішніх шоків. До таких методів моделювання, в першу чергу, можна віднести векторні авто-регресійні економетричні моделі (Vector Autoregressive Models – VAR).

VAR моделі – це мультиваріативні динамічні економетричні моделі, що використовується для відображення лінійних взаємозв'язків між декількома часовими рядами. Популярність VAR моделей в економіці зросла після того, як Сімс запропонував його як альтернативний системі симульативних рівнянь, що часто включали екзогенні змінні. У векторній авторегресійній моделі всі змінні апіорі трактуються ендогенними, що дозволяє відобразити динамічні взаємозв'язки між досліджуваними економічними показниками. Такі моделі об'єднують прості авто-регресійні рівняння в одну ендогенну систему.

VAR моделі найчастіше застосовуються для прогнозування, однак популярність даної методології сприяла розвитку іншого інструментарію, що дозволяє оцінити структурні зв'язки між ендогенними компонентами.

Розрізняють дві форми представлення VAR моделі:

- ❖ приведена (Reduced form VAR);
- ❖ структурна (Structural VAR – SVAR).

Найпростіша векторна авторегресія першого порядку для двох змінних в структурній формі має вигляд:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= c_{01} - \gamma_{12}Y_{2t} + \beta_{11}Y_{1,t-1} + \beta_{12}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ Y_{2t} &= c_{02} - \gamma_{21}Y_{1t} + \beta_{21}Y_{1,t-1} + \beta_{22}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

де $c_{01}, c_{02}, \gamma_{12}, \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{21}, \beta_{22}$, невідомі коефіцієнти моделі, що відображають зв'язок минулих та поточних значень показників Y_1 та Y_2 .

При цьому, ε_{1t} та ε_{2t} є структурними шоками моделі, які є білим шумом з середньоквадратичним відхиленням σ_1 та σ_2 відповідно та не корелюють між собою. Наведена вище форма векторної авторегресії для двох змінних є моделлю першого порядку, адже включає лише одне лагове значення ендогенних змінних. Звичайно, на практиці використовуються VAR моделі і вищих порядків.

Структурна форма VAR моделі відображає не лише вплив минулих значень Y_1 та Y_2 на їх поточні, але й вплив поточного значення Y_1 на поточну зміну Y_2 , Y_2 своєю чергою, на поточні значення Y_1 .

Іншою формою представлення моделі векторної авто-регресії є приведена, в якій всі компоненти виражені через передетерміновані змінні. Приведену форму моделі можна вивести зі структурної, записавши всі рівняння в компактному матричному вигляді. Наприклад, для найпростішої VAR моделі першого порядку вона приймає вигляд:

$$\begin{bmatrix} 1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

або

$$B_0 Y_t = C_0 + B_1 Y_{t-1} + U_t$$

де

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & 1 \end{bmatrix}; Y_t = \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix}; C_0 = \begin{bmatrix} c_{01} \\ c_{02} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}; U_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Помноживши обидві частини рівняння структурної форми в матричному записі на обернену матрицю B_0^{-1} отримаємо модель в приведеній формі, де поточні значення Y_1 та Y_2 залежать лише від їх минулих значень:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + E_t$$

де

$$A_0 = B_0^{-1} C_0 = \begin{bmatrix} \alpha_{01} \\ \alpha_{02} \end{bmatrix}; A_1 = B_0^{-1} B_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}; E_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Таким чином, приведену форму найпростішої VAR моделі першого порядку в розширеному вигляді можна записати як:

$$Y_{1t} = \alpha_{01} + \alpha_{11} Y_{1,t-1} + \alpha_{12} Y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$Y_{2t} = \alpha_{02} + \alpha_{21} Y_{1,t-1} + \alpha_{22} Y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t}$$

При цьому, збурення матриці E_t є лише складовими структурних шоків елементів матриці U_t та корелюють між собою. Процедура моделювання та аналізу VAR моделей передбачає декілька необхідних етапів, які зображено на рис 10.1

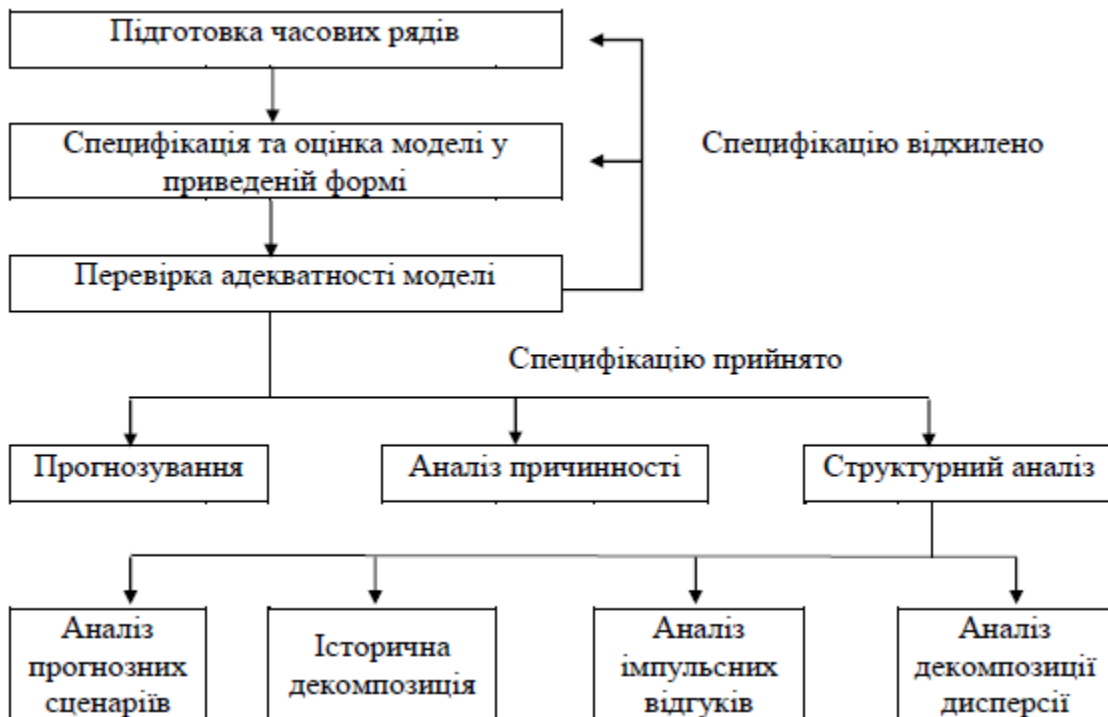


Рис.10.1. Схематичний опис процесу аналізу VAR моделей

Першим етапом аналізу на основі моделювання векторної авторегресії є підготовка часових рядів, оскільки основним припущенням VAR моделей є стаціонарність часових рядів.

Для стаціонарного часового ряду характерною є рівновага його значень біля середнього значення, яке є константою, а для нестаціонарного ряду ковзне середнє значення процесу є функцією від часу.

Зважаючи на важливість стохастичних трендів під час моделювання економічних процесів, поняття стаціонарності потребує використання специфічної термінології. Часовий ряд Y_t називається інтегрованим порядку d (I(d)) якщо стохастичний тренд можна відділити за допомогою диференціювання d разів, але якщо стохастичний тренд наявний за порядку інтеграції (I(d-1)).

Для позначення оператору диференціювання використовують позначення Δ , за якого $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$. При цьому змінна $Y_t \in I(d)$, якщо $\Delta^d Y_t$ є стаціонарним процесом, а в процесі $\Delta^{d-1} Y_t$ досі наявний стохастичний тренд.

Після підготовки часових рядів та зведення їх до стаціонарного вигляду побудова VAR моделі передбачає її специфікацію та оцінку коефіцієнтів. На практиці найпоширенішою формою представлення є приведена VAR модель, адже її можна оцінити за допомогою доступних економетричних методів, таких як метод найменших квадратів (МНК) або критерій максимальної вірогідності (ML).

Окрім того, вирізняють також BVAR моделі, що передбачають застосування Байєсівської економетрики та вважаються найвищими серед наявних типів мультиваріативних моделей за рівнем емпіричної повноти. Структурні ж VAR моделі також оцінюються за допомогою МНК, ML та байєсівських методів, однак, специфікація моделі включає певні обмеження для ідентифікації характеристик окремих залежностей.

Однак, в економічній практиці VAR моделі найчастіше оцінюються в приведеній формі, а для проведення аналізу структурних залежностей використовуються додаткові техніки, такі як функції імпульсних відгуків та декомпозиція дисперсії. Саме тому, доцільним є розгляд процесу специфікації саме приведеної форми, яка передбачає вибір оптимального порядку лагових значень, тобто визначення кількості минулих значень змінних, що включаються до окремих рівнянь вектору ендогенних змінних. Для цього використовується декілька популярних інформаційних критеріїв: Акайка, Шварца та Хана-Квіна. Оптимальним вважається кількість лагів, за якої інформаційні критерії набувають найменших значень.

Процедура специфікації моделі також передбачає проведення тестів на основі статистики Вальда на виключення лагів, що не є статистично значимими для моделі. Наступним кроком побудови VAR моделі є перевірка її на стабільність та адекватність. Для перевірки стабільності, або стаціонарності моделі проводять тест на наявність одиничних коренів характеристичного полінома авторегресійного процесу.

У випадку наявності таких коренів, модель не є стабільною, а подальший аналіз, наприклад, функцій імпульсних відгуків є недоцільним. Умовою ж адекватності є відсутність автокореляції залишків кожного рівняння, тобто збурення мають бути білим шумом. Лише після підготовки часових рядів, специфікації та оцінки параметрів моделі, а також перевірки її на стабільність та адекватність, вона може бути використана для розрахунку прогнозу, аналізу імпульсних відгуків, а також декомпозиції дисперсії. Найчастіше, VAR моделі використовують для короткострокового прогнозування, однак, проведення структурного аналізу взаємовпливу ендогенних змінних є також можливим.

Аналіз імпульсних відгуків на основі побудованої векторної авторегресії дозволяє кількісно оцінити вплив структурних шоків одної змінної не лише на свою власне майбутнє значення, але й на значення інших змінних через динамічну структуру VAR моделі. Варто зауважити, що в приведеній формі, збурення не є структурними шоками, адже вони корелюють між собою.

Для оцінки структурних шоків за допомогою функцій імпульсних відгуків часто використовують декомпозицію Холеського, що передбачає використання рекурсивної форми представлення VAR моделі. Рекурсивна форма представлення є видом структурної VAR моделі, за якої залишки кожного рівняння приведеної форми моделі не корелюють між собою. Для цього використовується трикутна матриця Холеського, а залишки кожного рівняння приведеної VAR набувають рекурсивної форми:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{it} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \dots & S_{ii} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{it} \end{pmatrix}$$

де ε_{it} – залишки i -ого рівняння приведеної форми,

ε_{it} – структурні шоки в i -тому рівнянні структурної форми,

S_{ii} – коефіцієнти залежності між шоками в різній формі представлення, $i = 1, 2, \dots, n$.

Використання рекурсивної форми VAR передбачає врахування припущень щодо порядку показників у векторі змінних. За різного порядку показників результати аналізу впливу структурних шоків можуть варіюватися, отже, такі припущення повинні бути

теоретично обґрунтованими. Аналіз декомпозиції дисперсії дозволяє оцінити вагу кожного показника в дисперсії окремої змінної, тобто структура дисперсії вказує на скільки зміна *i*-ого показника пояснюється зміною інших. Варто зауважити, що аналіз декомпозиції дисперсії також передбачає оцінку впливу саме структурних шоків, а отже, для приведеної форми VAR необхідним є її переведення в рекурсивний вигляд за допомогою факторизації Холеського.

Перевагою VAR моделювання є простота її оцінювання та наявність низки технік аналізу взаємовпливу компонентів динамічної структури моделі. Для проведення оцінки стабільності фінансової системи, використання VAR моделювання є доцільним для виявлення структурних шоків фінансової системи, що виникають внаслідок реалізації фінансових ризиків.

Серед інших математичних методів моделювання складних соціально- економічних систем все більшої популярності набуває імітаційне моделювання. До таких типів моделей варто віднести метод системної динаміки, засновником якого вважається Дж. Форестер, комп'ютерний інженер та системний науковець. Системну динаміку вперше було описано в книзі «Індустріальна Динаміка» за авторством Форестера, в якій описуються індустріальні бізнес цикли. Згодом, системна динаміка набула розголосу після публікації книги «Межі зростання», в якій було відображено модель системної динаміки розвитку світу за різних сценаріїв.

Перша інтерпретація моделі включала лише 5 змінних: населення світу, індустріалізація, забруднення довкілля, виробництво їжі, а також вичерпання ресурсів. Незважаючи на отриману критику, модель світу, описана в «Межах зростання» була першою спробою кількісно оцінити довгострокові сценарії розвитку світу, що поклало початок концепції «сталого розвитку».

Сьогодні, системна динаміка застосовується для моделювання як процесів виробництва на мікрорівні, так і макроекономічних взаємозв'язків загалом.

2. Метод історичного моделювання та метод Монте-Карло

В науковій літературі існує велика кількість методів, які використовуються для визначення економічних ризиків. Кожний з цих методів має свою область використання і свої переваги і недоліки. Так, застосування статистичних методів дозволяє отримати обґрунтовану з математичної точки зору характеристику рівня економічного ризику, але вимагають залучення великих масивів первинних даних для визначення функцій щільності вірогідності, що обмежує сферу їх використання.

Для визначення рівня ризику окремих операцій підприємства використовуються аналогові методи, які обмежуються необхідністю забезпечення порівнянності об'єктів, що аналізуються.

До недоліків експертних методів, які дозволяють отримувати кількісну оцінку економічних ризиків, слід віднести високий рівень суб'єктивізму внаслідок залучення певної кількості фахівців.

Для оцінки впливу окремих факторів на результат інвестиційного проекту залучають аналіз чутливості, який дозволяє враховувати вплив кожного окремого фактору на кінцевий результат. Але, застосування цього методу обмежується складністю врахування ймовірного розподілу ключових факторів з урахуванням ступеню відповідності економічному ризику.

Для умов прогнозування економічних ризиків в умовах стабільного фондового ринку використовується модель оцінки капітальних активів (метод бета-коефіцієнта). При цьому, економічний ризик кожного окремого об'єкту бізнес-діяльності визначається у порівнянні із систематичним ризиком, який характеризує середній рівень ризику для окремого ринку. Фактором, який обмежує застосування цього методу, є потреба в великій базі попередніх даних, на підставі аналізу якої визначається рівень систематичного ризику.

Для врахування ступеню впливу випадкових факторів використовується метод Монте-Карло, який дозволяє визначати результуючий показник на підставі імітації можливих сценаріїв ринкової ситуації за допомогою генерації випадкових величин. Цей метод отримав свою назву від міста Монте-Карло (Монако), відомого гральними закладами, діяльність яких пов'язана з випадковими процесами.

Загалом, **метод Монте-Карло** – це загальна назва групи числових методів, основаних на одержанні великої кількості сценаріїв реалізацій випадкового (випадкового) процесу, який формується у такий спосіб, щоб його ймовірнісні характеристики збігалися з аналогічними величинами задачі, що розв'язується.

Застосування комп'ютерної техніки дозволяє здійснювати моделювання на підставі великої кількості можливих сценаріїв, враховувати та прогнозувати кореляційні залежності між окремими параметрами, які аналізуються. Основним недоліком цього методу є складність визначення функції щільності ймовірності змінних параметрів, яку доцільно будувати на підставі аналізу існуючих трендів.

В нашому випадку розглядаємо агропромислове підприємство, яке виробляє комбікорми. В якості фактору, на прикладі якого оцінюємо вплив економічних ризиків, обираємо ціну на основний вид сировини для комбікормів – суміш, яка виготовлюється з різних видів злаків (далі – основний вид сировини). Фактично, такий підхід можливий для необмеженої кількості параметрів, які впливають на собівартість готової продукції, а взаємозв'язок між окремими параметрами здійснюється за допомогою багатофакторного кореляційного аналізу з урахуванням ступеню впливу кожного з параметрів.

Ціна основного виду сировини залежить від попиту і пропозиції, тобто, в значній мірі, від погодних умов, які є невизначеними, і непередбачена зміна яких може призвести до економічних втрат.

Для визначення ціни на основну сировину пропонуємо застосовувати підхід Блек-Шоулса, в основу якого закладено принцип волатильності (мінливості). Цей метод полягає в наступному.

Волатильність (мінливість) — статистичний показник, що характеризує тенденцію ринкової ціни або доходу змінюватися з часом. Цей показник дозволяє встановлювати та враховувати міру ризику використання фінансового інструмента за заданий проміжок часу. Найчастіше вираховується середня волатильність. Волатильність прийнято вимірювати в абсолютному (наприклад, 6253.24±6.253 грн.) або відносному (6253.24±1%) вигляді.

Існує два види волатильності (мінливості): **історична** та **очікувана**.

Під **історичною волатильністю** прийнято розуміти стандартне відхилення вартості фінансового інструмента за окремий проміжок часу; цей показник розраховується на підставі історичних даних про вартість фінансового інструменту.

Другий вид волатильності - **очікувана**, її визначають на основі поточної вартості фінансового інструмента із припущенням, що його ринкова вартість відбиває очікуваний рівень економічного ризику.

При визначенні історичної волатильності необхідно визначити середньорічну волатильність V_G , яка пропорційна стандартному відхиленню вартості фінансового інструменту σ_{CD} і обернено пропорційна квадратному кореню періоду часу (T):

$$V_G = \frac{\sigma_{CD}}{\sqrt{T}}$$

За допомогою принципу волатильності (мінливості) ми можемо визначити «історичну» тенденцію зміни ціни на фінансовий інструмент або товар (у нашому випадку – основний вид сировини).

За допомогою стандартного відхилення враховуємо ступінь коливання параметру, що вивчається, у відношенні до його середнього значення протягом окремого періоду часу. Вплив економічних ризиків на параметр, який оцінюється, здійснюємо за допомогою варіації параметру сумісно з значенням відхилення параметру, що відповідає випадковій ймовірності P_i .

В нашому випадку за допомогою випадковості (випадковості) ми оцінюємо вплив непередбачуваних зовнішніх факторів (наприклад, погодних умов) на ціну сировини. Таким

чином, застосовуємо експотенційну залежність, яка, найбільш підходить для оцінювання зміни цін фінансових інструментів за умов безперервності функції ціни протягом окремого періоду часу.

При аналізі безперервної зміни цін протягом окремого періоду часу використовуємо логарифмічну функцію: $\sum_0^t \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ яка здійснює експотенційне згладжування відхилень параметра, що розглядається (ціни сировини). Інформація щодо ціни злакової суміші для виготовлення комбікормів наведена в табл. 1

Таблиця 1

Ціни злакової суміші для виготовлення комбікормів		
Період часу	Ціна 1 т злакової суміші	Складова експотенційного згладжування
1	4562.33	
2	4921.32	$\text{Ln}(4921.32/4562.33)=0.0757$
3	5042.29	$\text{Ln}(5042.29/4921.32)=0.0243$
4	5139.84	$\text{Ln}(5139.84/5042.29)=0.0192$
5	5290.72	$\text{Ln}(5290.72/5139.84)=0.0289$
6	5522.24	$\text{Ln}(5522.24/5290.72)=0.0428$
7	5791.49	$\text{Ln}(5791.49/5522.24)=0.0476$
8	5561.26	$\text{Ln}(5561.26/5791.49)=0.0406$
9	5756.37	$\text{Ln}(5756.37/5561.26)=0.0345$
10	6383.31	$\text{Ln}(6383.31/5756.37)=0.1034$
11	6479.56	$\text{Ln}(6479.56/6383.31)=0.0150$
12	6294.86	$\text{Ln}(6294.86/6479.56)=0.0289$
13	6253.24	$\text{Ln}(6253.24/6294.86)=0.0066$
	Сума	0.03152

Розрахуємо волатильність ціни протягом періоду, що аналізується. Середнє значення цього показнику дорівнює:

$$\bar{V} = \frac{\sum_0^t \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)}{1} = \frac{0.03152}{12} = 0,02627$$

Далі визначаємо значення стандартного відхилення та варіації, результати розрахунків наведено в табл. 2.

Згідно з підходом Блек-Шоулса, майбутня ціна визначається як добуток сьогоденної ціни на число Ейлера (основу натурального алгоритму $e=2.718182$) у ступеню r , який враховує тенденцію зміни ціни внаслідок «ринкової» історії і вплив фактору ризику:

$$FV = PV * e^r$$

де, FV – майбутня ціна,

PV – поточна ціна,

r - показник, який враховує тенденцію зміни ціни внаслідок «ринкової» історії і впливу фактору ризику.

Результати визначення стандартного відхилення та варіації ціни злакової суміші протягом періоду, що аналізується

Період часу	Ціна 1 т злакової суміші	$\ln \frac{U_t}{U_{t-1}}$	$(\bar{V} - \ln \frac{U_t}{U_{t-1}})^2$
1	4562.33		
2	4921.32	0.0757	0.00245
3	5042.29	0.0243	0.00000
4	5139.84	0.0192	0.00005
5	5290.72	0.0289	0.00001
6	5522.24	0.0428	0.00027
7	5791.49	0.0476	0.00046
8	5561.26	-0.0406	0.00447
9	5756.37	0.0345	0.00007
10	6383.31	0.1034	0.00595
11	6479.56	0.0150	0.00013
12	6294.86	-0.0289	0.00305
13	6253.24	-0.0066	0.00108
	Загалом		9.017975

Показник r визначаємо наступним чином:

$$r = \sum_0^t \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) - \frac{\sigma}{2} + D * F_{\text{звор}}^{\text{норм}}(P_{\text{ранд}})$$

σ – стандартне відхилення коефіцієнтів волатильності;

D – дисперсія коефіцієнтів волатильності;

$F_{\text{звор}}^{\text{норм}}$ - зворотне значення функції нормального розподілу, яке забезпечує відбуття випадкової вірогідності $P_{\text{ранд}}$.

Стандартне відхилення та варіацію визначаємо як:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_0^t (\bar{V} - \ln \frac{P_t}{P_{t-1}})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0.01797}{12 - 1}} = 0.04042$$

$$D = \sigma^2 = 0.04042^2 = 0.001634$$

Для визначення зворотних значень функції нормального розподілу, які забезпечують відбуття випадкових вірогідностей, зворотне значення функції нормального розподілу, яке забезпечує відбуття випадкових ймовірностей $P_{\text{ранд}}^1, P_{\text{ранд}}^2, P_{\text{ранд}}^3, \dots, P_{\text{ранд}}^n$ пропонуємо використовувати метод Монте-Карло, оскільки він дозволяє здійснювати імітацію для приблизного відтворення реальних явищ. Підставою для використання цього методу у нашому випадку є і те, що він об'єднує аналізи чутливості та розподілу ймовірностей вхідних змінних. Розподіл ймовірностей вхідних змінних визначаємо за допомогою формули:

$$FV = PV - EXP \left(\sum_0^t \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) - \frac{\sigma}{2} + D * F_{\text{звор}}^{\text{норм}}(P_{\text{ранд}}^{\text{МС}}) \right)$$

Розраховані за допомогою формули значення майбутньої ціни основного виду сировини для виготовлення продукції агропромислового підприємства з урахуванням економічних ризиків (врахування умови випадковості) наведені у ранжованому вигляді (у порядку збільшення) в табл. 3.

Для наочності розглядалось і наведено 200 варіантів випадкових цін.

Значення майбутньої ціни основного виду сировини з урахуванням економічних ризиків, промодельовані за методом Монте Карло

5830	6129	6217	6276	6335	6408	6479	6547	6629	6780
5893	6144	6219	6284	6342	6410	6490	6552	6641	6787
5916	6146	6220	6286	6345	6412	6491	6565	6645	6807
5927	6159	6226	6290	6350	6418	6495	6567	6645	6812
5930	6161	6226	6291	6351	6420	6496	6567	6646	6813
5935	6162	6231	6291	6354	6421	6499	6570	6651	6816
5975	6163	6238	6299	6354	6426	6504	6577	6652	6829
6010	6163	6239	6299	6359	6428	6504	6577	6657	6847
6021	6164	6240	6301	6366	6430	6506	6577	6667	6847
6028	6171	6252	6302	6368	6434	6508	6578	6675	6851
6034	6173	6254	6303	6371	6435	6511	6599	6696	6878
6040	6185	6258	6308	6384	6441	6512	6607	6701	6891
6041	6185	6260	6308	6387	6444	6531	6609	6701	6898
6060	6190	6264	6315	6389	6446	6534	6612	6703	6909
6062	6190	6265	6317	6389	6453	6538	6613	6707	6928
6075	6191	6265	6321	6394	6455	6538	6618	6709	6930
6077	6196	6266	6321	6398	6462	6539	6622	6710	6948
6082	6197	6267	6324	6402	6462	6541	6623	6714	6949
6083	6209	6269	6325	6403	6467	6541	6626	6744	7039
6125	6210	6273	6325	6405	6470	6543	6627	6773	7145

Для того, щоб зробити висновок щодо математичного очікування майбутньої ціни основного виду сировини, проаналізуємо закон розподілу цього параметру на підставі інформації, наведеної в табл. 3.

Для визначення кількості інтервалів, на які доцільно розподілити масив інформації з 200 параметрів, залучаємо відому формулу Стерджеса, яка має наступний вигляд:

$$n = 1 + 3.322 \log N$$

де n - кількість інтервалів, на яку доцільно розподілити масив даних,

N - кількість параметрів, що входять в первинний масив даних.

У нашому випадку, оскільки: $8.414 = 1 + 3.322 \log 200$ обираємо дев'ять інтервалів, межі інтервалів та частоти яких наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Межі інтервалів та їх частоти

Верхня межа цінового інтервалу основного виду сировини	Частота
5986.289	7
6142.577	14
6298.866	45
6455.155	50
6611.443	37
6767.732	26
6924.021	15
7080.309	5
7236.598	1
Загалом	200

Для того, щоб зробити висновок щодо характеру розподілу параметрів цін з урахуванням економічних ризиків за методом Монте Карло, побудуємо діаграму розподілу частот на підставі даних табл. 4. Така діаграма наведена на рис. 10.2. Як видно з рис. 10.2, розподіл частот носить чіткий нормальний розподіл. Це свідчить про те, що припущення, які використовувались при побудові математичної моделі врахування впливу економічних ризиків, є коректними і доцільними, вони відбивають зміст процесу впливу економічних ризиків на ціну основного виду сировини з урахуванням волатильності цін.

В якості підтвердження результатів візуального оцінювання кривої на рис. 10.2 за допомогою MicroSoft Excel була розрахована аналітична функція розподілу частот в залежності від розрахованої за умов волатильності і рандомності ціни, яка враховує вплив економічних ризиків ціни на основний вид сировини. Ця залежність має такий вигляд:

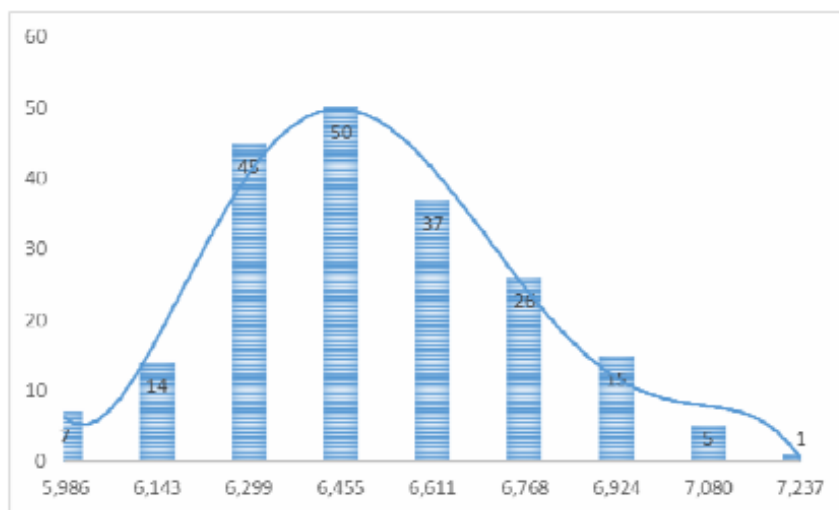


Рис. 10.2 Діаграма розподілу частот цін на основний вид сировини з урахуванням економічних ризиків

$$F_d = -0.0837 P_i^5 + 2.2088 P_i^4 - 21.05 P_i^3 + 84.74 P_i^2 - 126.33 P_i + 66.75$$

де F_d - частота ймовірності попадання ціни на основний вид сировини в i - тий ціновий інтервал;

P_i - верхня межа цінового інтервалу.

На підставі аналізу також можна зробити висновок про нормальний закон розповсюдження функції частот ймовірностей. Було визначено максимальне значення фактичної кривої розподілу частот на рисунку 1, воно дорівнює 6421.8 грн./т, стандартне відхилення складає 249.31 грн./т. На підставі розрахунку коефіцієнта варіації, який дорівнює:

$$COEF_V = \frac{249.31}{6421.8} * 100\% = 3.88\%$$

Можна зробити висновок про збіжність показників, що є підставою для застосування математичної моделі, яку нами було запропоновано. Далі розглянемо рекомендації щодо застосування викладених вище посилань. Використання ціни на основний вид сировини, яка визначається з урахуванням фактору рандомності, дозволяє враховувати економічні ризики для оцінки ефективності інвестиційного проекту.

Для оцінки надійності результатів інвестиційного проекту в умовах виникнення непередбачуваних економічних ризиків здійснюємо аналіз чутливості проекту до зміни двох факторів: ціни основного виду сировини та ціни готової продукції агропромислового підприємства безпосередньо.

Для визначення меж зміни кожного фактору доцільно використовувати багатфакторний кореляційний аналіз, який дозволяє не тільки враховувати ступінь впливу певної кількості зовнішніх і внутрішніх факторів як на ціну основного виду сировини, так і на ціну готової продукції підприємства, але й моделювали ці показники. Середня очікувана ціна 1 т. основного виду сировини складає 6421.8 грн.

З метою врахування економічних ризиків, проаналізуємо, яким чином вплине зміна цін основного виду сировини та готової продукції аграрного підприємства на ефективність інвестиційного проекту. Зміну кожного із зазначених вище параметрів виражаємо у відсотках від їх базових значень у звітному періоді.

Параметри, за якими оцінюється ефективність інвестиційного проекту – це чиста теперішня вартість, внутрішня ставка прибутковості, дисконтований період окупності та індекс прибутковості інвестицій. Для наочності продемонструємо зміну індексу

прибутковості інвестицій в залежності від зміни ціни основного виду сировини та готової продукції агропромислового підприємства.

Розрахуємо зміну цього показника при одночасному підвищенні ціна на основний вид сировини в межах [1%;10%] та зміни ціни готової продукції агропромислового підприємства в межах [-2.5%;10%].

При базових значеннях цін на основний вид сировини та готової продукції величина індексу прибутковості інвестиції внаслідок реалізації комплексу проектних заходів склала 1.675 грн./грн. Оскільки значення цього показника перевищує одиницю, то це свідчить про ефективність проектних заходів. Для розрахунку чутливості інвестиційного проекту за допомогою програмного забезпечення EXCEL, процедура аналізу «What if (Якщо..)», було розраховано значення індексів прибутковості з урахуванням ймовірних змін цін основного виду сировини та готової продукції. Результати наведено в табл. 5., інвестиційний проект буде неефективним у тих випадках, коли індекс ефективності буде меншим за одиницю. Це відбувається при одночасному підвищенню вартості основного виду сировини та зменшенню ціни готової продукції підприємства. Врахування економічних ризиків дозволяє визначити такі відхилення від середньоочікуваної вартості основного виду сировини, які, при одночасному зменшенню ринкової ціни на готову продукцію агропромислового підприємства, зроблять інвестиційний проект неефективним.

Таблиця 5

Індекс прибутковості інвестиційного проекту за умов зміни вартості основного виду сировини і ціни готової продукції, грн./грн.

		Відносна зміна вартості основного виду сировини									
		1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
Відносна зміна ціни готової продукції	-2.50%	0.83	0.76	0.70	0.63	0.56	0.49	0.42	0.36	0.29	0.22
	-2.25%	0.91	0.84	0.77	0.71	0.64	0.57	0.50	0.43	0.37	0.30
	-2.00%	0.99	0.92	0.85	0.78	0.72	0.65	0.58	0.51	0.44	0.38
	-1.75%	1.06	1.00	0.93	0.86	0.79	0.73	0.66	0.59	0.52	0.45
	-1.50%	1.14	1.07	1.01	0.94	0.87	0.80	0.74	0.67	0.60	0.53
	-1.25%	1.22	1.15	1.08	1.02	0.95	0.88	0.81	0.74	0.68	0.61
	-1.00%	1.30	1.23	1.16	1.09	1.03	0.96	0.89	0.82	0.75	0.69
	-0.75%	1.37	1.31	1.24	1.17	1.10	1.04	0.97	0.90	0.83	0.76
	-0.50%	1.45	1.38	1.32	1.25	1.18	1.11	1.05	0.98	0.91	0.84
	-0.25%	1.53	1.46	1.39	1.33	1.26	1.19	1.12	1.06	0.99	0.92
	0.00%	1.61	1.54	1.47	1.40	1.34	1.27	1.20	1.13	1.07	1.00
	0.25%	1.68	1.62	1.55	1.48	1.41	1.35	1.28	1.21	1.14	1.07
	0.50%	1.76	1.69	1.63	1.56	1.49	1.42	1.36	1.29	1.22	1.15
	0.75%	1.84	1.77	1.70	1.64	1.57	1.50	1.43	1.37	1.30	1.23
	1.00%	1.92	1.85	1.78	1.71	1.65	1.58	1.51	1.44	1.38	1.31
	1.25%	2.00	1.93	1.86	1.79	1.72	1.66	1.59	1.52	1.45	1.39
	1.50%	2.07	2.00	1.94	1.87	1.80	1.73	1.67	1.60	1.53	1.46
	1.75%	2.15	2.08	2.01	1.95	1.88	1.81	1.74	1.68	1.61	1.54
	2.00%	2.23	2.16	2.09	2.02	1.96	1.89	1.82	1.75	1.69	1.62
	2.25%	2.31	2.24	2.17	2.10	2.03	1.97	1.90	1.83	1.76	1.70
2.50%	2.38	2.32	2.25	2.18	2.11	2.04	1.98	1.91	1.84	1.77	
3.00%	2.54	2.47	2.40	2.34	2.27	2.20	2.13	2.06	2.00	1.93	
4.00%	2.85	2.78	2.71	2.65	2.58	2.51	2.44	2.37	2.31	2.24	
5.00%	3.16	3.09	3.02	2.96	2.89	2.82	2.75	2.68	2.62	2.55	
7.50%	3.93	3.87	3.80	3.73	3.66	3.60	3.53	3.46	3.39	3.33	
10.00%	4.71	4.64	4.58	4.51	4.44	4.37	4.30	4.24	4.17	4.10	

Слід зазначити, що застосування методики, яка пропонується, дозволяє, за умов залучення «What if...» аналізу, прогнозувати не тільки індекс прибутковості інвестицій, але і

значення інших показників ефективності інвестиційного проекту (чиста теперішня вартість, дисконтований строк окупності інвестицій), внаслідок чого оцінка ефективності інвестиційного проекту буде повною.

При оцінці ступеню впливу економічних ризиків розглядався сумісний вплив двох факторів – ціни основного види сировини та вартості готової продукції. В реальних умовах для більш точного і надійного прогнозування необхідно враховувати не лише вплив більшої кількості факторів, які впливають на економічні показники роботи підприємства, але і щільність і характер взаємозв'язку між такими параметрами.

Слід передбачити, що деякі з таких параметрів можуть мати не тільки чисельні значення, але й виражатись за допомогою атрибутивних параметрів, для оцінки яких використовується інша система вимірювань (двійкова або інші системи числення). У цьому випадку виникає необхідність залучення логістичної регресії та метода найбільшої вірогідності для визначення функцій щільності імовірностей.

Лекція 11

1. Кредитні рейтинги. Залежність ймовірності дефолту від рейтингу позичальника. Приклади з використанням ймовірностей дефолту, матриць міграцій і кредитних спрейдів.

2. Розрахунок ймовірності дефолту і розподілу збитків на основі динаміки ринкових цін акцій і облігацій, а також структури капіталу компанії. Розрахунок кредитного ризику на рівні портфеля з використанням коефіцієнтів кореляції, розрахованих на основі доходностей акцій. Управління кредитним ризиком.

1. Кредитні рейтинги. Залежність ймовірності дефолту від рейтингу позичальника. Приклади з використанням ймовірностей дефолту, матриць міграцій і кредитних спрейдів

В економічно розвинутих країнах процеси сек'юритизації активів суттєво впливають на фінансові ринки. Завдяки запровадженню цієї техніки залучення коштів та переадресації ризиків з'явилися нові типи фінансових інструментів, нові фінансові інститути, що сприяло поглибленню та розширенню ринків капіталу. Для банків сек'юритизація стала джерелом додаткового фінансового забезпечення, інструментом поліпшення нормативів достатності капіталу, підтримання ліквідності, диверсифікації активів та мінімізації ризиків. Водночас стрімкий розвиток фінансових деривативів, що супроводжувався зростанням цін на базові активи, сформував у деяких інвесторів ілюзію щодо реального рівня кредитного ризику та справедливої вартості активів. На тлі нестабільної економічної ситуації це спричинило ланцюгову реакцію невиконання зобов'язань та стало каталізатором світової фінансової кризи (див. графік 11.1). Це є яскравим свідченням того, що копіювання фінансових технологій без створення умов для їхнього ефективного використання перетворює фінансові інновації, спрямовані на підвищення надійності фінансових інструментів, у антиінновації, які дають лише короткостроковий економічний ефект, а в перспективі вкрай негативно впливають на стан фінансових ринків. Використанню процесів сек'юритизації активів присвячено чимало публікацій, проводяться дискусії та семінари за участі представників ділових кіл і владних структур, вносяться практичні рекомендації з питань подальшого розвитку банківських систем.

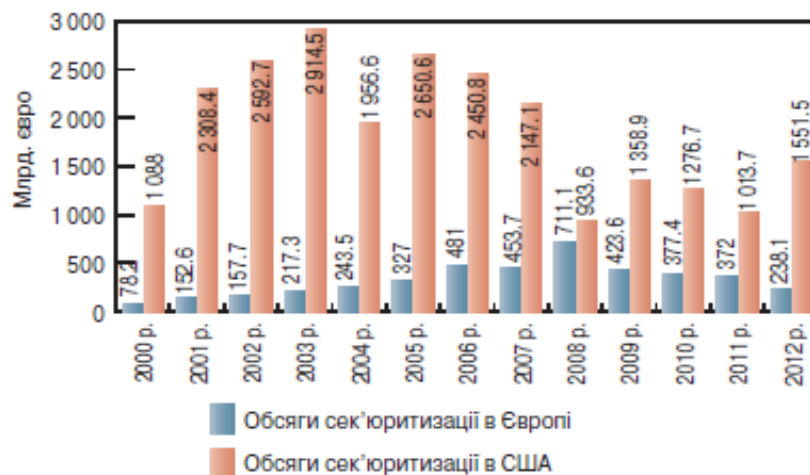


Рис.11.1 Динаміка обсягів сек'юритизації фінансових активів у банківській сфері на зарубіжних ринках упродовж 2000–2012 рр.

Однак динамічний розвиток ринку сек'юритизованих активів в умовах нестабільності ризикового середовища зумовлює необхідність постійного вдосконалення техніки фінансування банківської діяльності.

Відповідно до Міжнародних стандартів фінансової звітності 39 “Фінансові інструменти: визнання та оцінка”, **сек’юритизація** є процесом трансформації фінансових активів у цінні папери. Це специфічна техніка фінансування, за якою банк залучає грошові кошти за допомогою випуску цінних паперів, що забезпечуються комбінацією банківських активів і генерованими ними грошовими потоками. Процес супроводжується частковим або повним списанням таких активів із балансу банку-ініціатора. У ролі базових активів сек’юритизації може бути використано лише прямі грошові вимоги або цінні папери, що засвідчують їх. Це, зокрема, портфелі кредитів населенню (іпотека, автокредити, споживчі кредити, кредитні картки), портфелі кредитів малому і середньому бізнесу, лізингові та факторингові портфелі й інші.

Сек’юритизація банківських активів може проводитися як за допомогою емісії цінних паперів, так і за рахунок залучення синдикованого кредиту. При цьому вона може мати класичну (традиційну) або синтетичну форми.

Класична сек’юритизація активів, або, як її ще називають, сек’юритизація за допомогою “дійсного продажу” (*true sale або cash transaction*) є процесом, що складається з ряду обов’язкових етапів. Це інноваційна техніка фінансування, за якої оригінатор сек’юритизації (з англ. *originate* – створювати, генерувати – особа, яка володіє пулом активів, котрі генерують постійний потік платежів) виділяє та передає певні активи до диференційованого пулу фінансових активів, який списується з балансу (*off-balance sheet*) оригінатора і передається спеціально створеній для цієї угоди компанії – спеціальній юридичній особі (*special purpose vehicle, SPV*), яка надалі випускає цінні папери, забезпечені цими активами (*asset-backed securities, ABS*), та розміщує їх серед широкого кола інвесторів або залучає синдикований кредит (*asset-backed loan, ABL*).

Умови виплат за цінними паперами, забезпеченими активами, формуються залежно від доходів, одержуваних *SPV* від пулу активів. Грошові потоки узгоджуються між собою за часом, валютами та розмірами платежів за інструментами рефінансування і пулом активів. Кредитні ризики переданих *SPV* активів (тобто ризики втрат, що виникають у випадку невиконання боржником зобов’язання щодо повернення боргу та сплати відсотків) переносяться на власників цінних паперів (інвесторів). Інвестори, купуючи *ABS*, перераховують *SPV* грошові кошти, які *SPV*, в свою чергу, передає оригінатору в рахунок оплати придбаних активів. У результаті оригінатор отримує відносно недороге фінансування за рахунок надходжень від інвесторів, які купують цінні папери, забезпечені наявним у оригінатора пулом активів.

У спрощеному вигляді базову процедуру класичної сек’юритизації відображено на рис. 11.2. Ця модель сек’юритизації найпоширеніша в країнах англо-саксонської правової традиції. У деяких країнах Європи існують законодавчі та правові проблеми чи обмеження, котрі не дають змоги банкам використовувати таку практику фінансування.



Рис.11.2. Базова схема класичної сек’юритизації банківських активів

Як свідчать дані рис. 11.2., у процесах сек'юритизації банківських активів вагома роль належить спеціальній юридичній особі (*SPV*). Правова форма організації *SPV* залежить від законодавства конкретної країни та може бути корпорацією (у Великобританії, Ірландії, Італії, Німеччині, Нідерландах), фондом (у Франції, Бельгії, Іспанії) чи трастом (у США).

Основними вимогами до правового статусу спеціально створеної юридичної особи *SPV* є:

❖ **незалежність *SPV* від оригінатора.** *SPV* не повинно належати оригінатору або особам, афілійованим із ним;

❖ **захищеність *SPV* від банкрутства (*bankruptcy remoteness*).** *SPV* обмежується в можливості ініціювати процедуру добровільного банкрутства (так само, як і добровільної реорганізації та добровільної ліквідації). Інвестори та оригінатор беруть на себе зобов'язання не звертатися до суду з вимогою про ліквідацію *SPV* або про порушення щодо нього процедури примусового банкрутства;

❖ **спеціальна правоздатність *SPV*.** *SPV* може випускати будь-які додаткові боргові інструменти, брати участь в об'єднанні компаній або здійснювати інші операції та дії, у тому числі наймати співробітників, крім тих, які безпосередньо необхідні для здійснення угод сек'юритизації.

Це дасть змогу обмежити число потенційних кредиторів *SPV* та надати інвесторам гарантії першочергового задоволення вимог за цінними паперами, забезпеченими активами.

Допоміжними суб'єктами, які беруть участь у сек'юритизації, можуть бути:

– керуюча компанія, котра здійснює функції одноосібного виконавчого органу *SPV*-організації, або керуюча *SPV*-фондом;

– бухгалтерська компанія, яка веде поточний бухгалтерський облік та складає бухгалтерську звітність *SPV*;

– аудиторська компанія, котра проводить аудиторські перевірки звітності *SPV*;

– представник інвесторів (фідуціарний представник), який від імені та в інтересах інвесторів здійснює моніторинг пулу активів і грошових потоків щодо нього, надає інвесторам важливу для них інформацію, а також подає звернення на активи з метою задоволення вимог інвесторів; – сервісний банк (*service agent*), котрий обслуговує активи, зокрема відображає операції в бухгалтерському обліку, здійснює інкасо, стягує непогашену заборгованість, контролює стан грошових вимог;

– рейтингове агентство, котре присвоює рейтинг цінним паперам;

– особи, які підвищують кредитну якість угоди (банки, страхові компанії, гарантійні фонди та інші).

Синтетична сек'юритизація активів (*synthetic transaction*) не передбачає їхнього продажу, тому використовується, якщо оригінатор не хоче або не може за законодавством знімати з балансу боргові активи. Базельський комітет з нагляду розглядає синтетичну сек'юритизацію як інструмент управління кредитними ризиками: це “структуровані угоди, в яких банки використовують кредитні деривативи для того, щоб передати кредитний ризик певного пулу активів третім особам, у тому числі страховим компаніям, банкам та іншим особам”.

За синтетичної сек'юритизації активів банк (покупець захисту) передає кредитний ризик певного зобов'язання або портфеля зобов'язань іншій особі (продавцю захисту) за допомогою операцій із кредитними деривативами, наприклад, із дефолтним свопом або кредитною нотою. Основними перевагами сек'юритизації активів для банка-оригінатора є:

1. **Підтримка ліквідності** шляхом продажу *SPV* сек'юритизованих активів на фоні обмеженості інших джерел фінансування та рефінансування. Перетворюючи частину неліквідних активів у цінні папери, банк отримує можливість шляхом продажу на ринку залучити кошти і вкласти їх у менш ризикові або більш ліквідні активи. Таким чином сек'юритизація сприяє прискоренню оборотності активів. Це спосіб трансформації низьколіквідних активів у ліквідну форму, спроможну виконувати функцію обігу на грошових ринках і ринках капіталів. До того ж використання сек'юритизації як гнучкого інструменту балансування активів і пасивів дає змогу узгодити потоки платежів за активами і пасивами, знизивши таким чином процентний ризик і ризик дострокового погашення.

2. **Поліпшення показників балансу.** За сек'юритизації через "дійсний продаж" активи знімаються з балансу оригінатора та заміщуються грошовими коштами, що поліпшує відповідні балансові показники. Зокрема, це полегшує дотримання вимог щодо достатності капіталу, оскільки дає змогу знижувати обсяг резервів за базисними зобов'язаннями.

3. **Зниження вартості запозичень.** Середньозважені витрати на сек'юритизацію менші, ніж поточні витрати на залучення фінансування з традиційних джерел, якщо кредитна якість активів, котрі беруть участь у сек'юритизації, вища, ніж кредитна якість балансу оригінатора в цілому.

4. **Отримання додаткових доходів.** У результаті продажу кредитів банки здобувають додаткову можливість розмістити отримані грошові кошти в нові активи й отримати додатковий дохід. До того ж банки отримують винагороду за обслуговування, інкасацію відсотків і платежів за основним боргом тощо.

5. **Диверсифікація ризиків.** За допомогою сек'юритизації досягається перерозподіл, елімінування і хеджування банківських ризиків, у тому числі із застосуванням кредитних деривативів та інших похідних фінансових інструментів.

Зазначимо, що в процесах фінансової інженерії створено велику кількість інструментів сек'юритизації, оскільки однією з основних характеристик цих інструментів є їхнє конструювання під конкретні потреби окремого клієнта. З цієї причини вельми складно систематизувати всю множину видів інструментів синтетичної сек'юритизації.

Докладніше пропонуємо розглянути технологію сек'юритизації диверсифікованого портфеля банківських активів шляхом випуску боргових зобов'язань, колатералізованих (тобто забезпечених) грошовими потоками за цим портфелем. Облігації, забезпечені борговими зобов'язаннями (*collateralized debt obligation, CDO*), є похідним фінансовим інструментом (кредитний дериватив), який дає змогу сек'юритизувати пул різноманітних боргових активів за допомогою емісії облігацій за рахунок грошових потоків, що генеруються такими активами.

Залежно від виду базового активу розрізняють:

– *CBO (collateralized bond obligation)* – облігації, забезпечені іншими корпоративними облігаціями;

– *CLO (collateralized loan obligation)* – облігації, забезпечені портфелем банківських кредитів;

– *CFO (collateralized fund obligation)* – облігації, забезпечені зобов'язаннями хедж-фондів, фондів прямих інвестицій, венчурних фондів.

За кількістю траншів виділяють однотраншеві та багатотраншеві *CDO*.

Однотраншеві *CDO* створюються з урахуванням специфічних інтересів та переваг конкретного інвестора, що суттєво скорочує термін виконання угоди. Для однотраншових *CDO* можуть встановлюватися порогові значення збитків – тоді на інвестора перекладається лише частина ризику базових активів. Недолік однотраншових *CDO* полягає в тому, що всі інвестори, які придбали такі цінні папери, ризикують однаково, адже збитки, у разі їх виникнення, розподіляються пропорційно до придбаного пакета облігацій, через що дохідність на вкладення також є однаковою.

Багатотраншеві *CDO* передбачають емісію кількох субординованих траншів цінних паперів, котрі різняться ступенем ризику та дохідністю, пропонуючи інвесторам більше можливостей для інвестиційного вибору. Теоретично кількість емітованих траншів не обмежена, але, як правило, емісія складається з трьох: старшого (*Senior Tranche*), середнього (*Mezzanine Tranche*) і молодшого (*Equity Tranche*) траншів.

Молодший транш (*Equity Tranche*). Власники цінних паперів молодшого траншу беруть на себе ризик певної частки перших збитків (наприклад, перші 0–10%) в обмін на підвищену прибутковість. Таким чином, цінні папери, що випускаються в рамках молодшого траншу, мають максимальний кредитний ризик, через що їм не присвоюється рейтинг.

Середній транш (*Mezzanine Tranche*). Покупці цінних паперів мезонінного траншу беруть на себе наступну частку збитків (наприклад, наступні 10–20% збитків). Отже, на цінні папери цього траншу перекладається ризик наступних втрат. Це означає, що компенсація збитків кредитного портфеля за рахунок коштів від емісії середнього траншу відбувається

лише у випадку, якщо коштів молодшого траншу виявляється недостатньо. Такі цінні папери зазвичай мають кредитний рейтинг від *A* до *B* (за методикою Стендард енд Пулз (*Standard&Poor's*)), а виплати за ними здійснюються у формі фіксованих платежів, розмір яких приблизно дорівнює розміру купонних платежів за корпоративними облігаціями, які мають кредитний рейтинг.

Старший транш (*Senior Tranche*). Інвестори в цінні папери старшого траншу беруть на себе решту кредитного ризику (наприклад, частка збитків у 20–100%) та мають низькі прибутки. Як правило, таким цінним паперам присвоюється найвищий кредитний рейтинг (*AAA* за методикою *Стендард енд Пулз*), а їхня прибутковість відповідає прибутковості високорейтингових корпоративних зобов'язань.

Іноді в рамках старшого траншу виділяють **найстарший транш (*Super Senior Tranche*)** – частину цінних паперів, що входять до старшого траншу, збитки за рахунок яких компенсуються в останню чергу. Утримувачі таких цінних паперів зазнають збитків лише в тому випадку, коли при виникненні дефолту за базисним кредитним портфелем коштів субординованих траншів (молодшого, середнього і старшого) буде недостатньо.

Процес багатотраншового випуску облігацій, забезпечених борговими зобов'язаннями, відображено на рис.11.3.

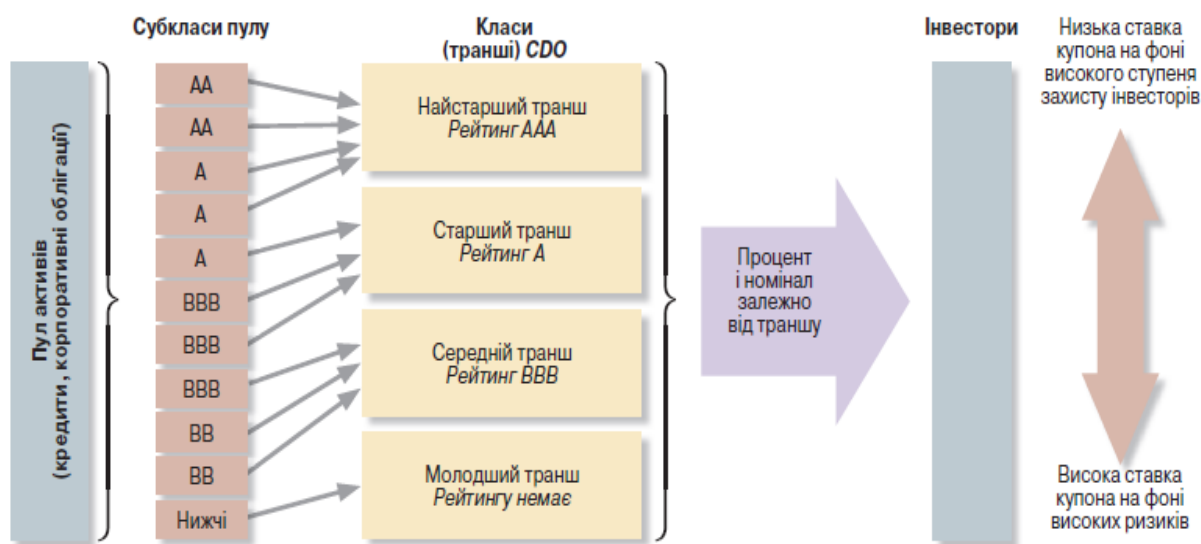


Рис.11.3. Структурування облігацій, забезпечених борговими зобов'язаннями (CDO)

Отже, кожен транш має свій пріоритет отримання доходу, тобто облігації старшого траншу матимуть першочергове право на отримання відсотків і номіналу, потім – облігації мезонінного, або середнього траншу.

Облігації молодших траншів фінансуються за залишковим принципом, тобто з тих коштів, котрі залишилися після сплати зобов'язань за старшими траншами. Однак купони, одержувані за молодшим траншем, істотно більші, ніж за старшим. Тому облігації молодших траншів купують агресивні інвестори, схильні до ризиків, тоді як облігації старших траншів – консервативніші інвестори. Приклад розподілу збитків між інвесторами траншів подано на рис.11.4.



Рис.11.3. Збитки CDO-траншів як комбінація опціонів на збиток за портфелем

Такий підхід дає змогу перерозподілити ризики так, що цінні папери старших траншів отримують високі рейтинги інвестиційного рівня, які перевищують рейтинги базових активів, тому їх викуповують інвестори, тоді як молодший транш залишається у керуючого портфелем або оригінатора угоди.

Для підвищення довіри потенційних інвесторів до цінних паперів, випущених у процесі сек'юритизації активів, необхідна об'єктивна та адекватна оцінка ризиків інвестування в такі цінні папери. Для вирішення подібних завдань оригінатори звертаються до послуг рейтингових агентств. Кредитні рейтинги є основою для прийняття інвестиційних рішень про доцільність, можливі ризики та очікувану прибутковість цінних паперів.

Присвоєння кредитних рейтингів цінних паперів, випущених у результаті сек'юритизації активів, багато в чому визначає успішність випуску та розміщення таких цінних паперів, оскільки впливає на вартість і терміни запозичення. Комерційний банк може залучити фінансування через "дійсний продаж" на вигідніших умовах у тому випадку, якщо кредитна якість забезпечених активами цінних паперів вища, ніж кредитний рейтинг банку в цілому. При цьому кредитний рейтинг випуску не повинен бути нижчим від інвестиційного рівня (рівня *BBB* за методикою Стендард енд Пулз та рівня *Vaa* за методикою Мудіс (*Moody's*)).

Якщо кредитна якість активів, котрі беруть участь у сек'юритизації, вища, ніж кредитна якість балансу оригінатора в цілому, тоді встановлюється вищий кредитний рейтинг та менша процентна ставка за цінними паперами, забезпеченими активами, ніж при розміщенні незабезпечених. Така різниця в рейтингах створює основу для отримання економічної вигоди від сек'юритизації.

Основною складністю рейтингування є те, що кінцеві позичальники в угодах сек'юритизації кредитів, як правило, не мають кредитних рейтингів, тому в угодах із сек'юритизації вкрай важливим є диверсифікація портфелів, аналіз кредитної історії груп позичальників (географічної, галузевої, за рівнем доходів тощо) і моделювання їхньої поведінки в стресових економічних ситуаціях.

Важливо, що в угодах сек'юритизації здійснюють конструювання рейтингу. Оригінатор, визначивши заздалегідь бажану вартість запозичення, разом із організаторами випуску та рейтинговими агентствами конструюють угоду таким чином, щоб досягти бажаного рівня рейтингу. Для цього вживаються заходи щодо підвищення надійності цінних паперів (*credit enhancements*) шляхом надання додаткового забезпечення, наприклад, гарантій на випадок невиконання боржниками зобов'язань або відкриття кредитних ліній, що підвищують ліквідність. Це дає змогу поліпшити кредитну якість активів, стабілізувати породжуваний ними потік платежів і таким чином зробити цінні папери привабливішими для інвесторів. Метою підвищення надійності цінних паперів є передусім підвищення їхнього рейтингу та зростання попиту на них.

На наше переконання, при виборі об'єктів інвестування з-поміж цінних паперів, забезпечених активами, інвесторам важливо визначити їхню справедливу вартість, адже це впливає на премію за ризик та спред прибутковості. З цією метою доцільно скористатися марківською моделлю часової структури спредів кредитного ризику, або моделлю Джарроу-Ландо-Тернбула (*A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads, Jarrow-LandoTurnbull Model*). За допомогою інструментарію теорії ймовірностей, переважно ланцюгів Маркова, запропонували підхід до визначення ймовірності дефолту за цінними паперами залежно від класу рейтингів та оцінки їхньої вартості на цій основі.

Припустимо, що існує дискретний, скінченний, простір станів $S = \{1, \dots, K\}$, представлений різними класами рейтингів. Стан $S = 1$ означає найвищий кредитний рейтинг (*AAA в Moody's rankings*), $S = K - 1$ – найнижчий (*C в Moody's rankings*), $S = K$ – випадок дефолту. Тоді дискретний однорідний ланцюг Маркова $\{\eta_t : 0 \leq t \leq \tau\}$ буде представлено міграційною матрицею розмірності $(K \times K)$:

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1K} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{K-1,1} & q_{K-1,2} & \dots & q_{K-1,K} \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

де $q_{ij} \geq 0$ для всіх $i, j, i \neq j$ та $q_{ii} \equiv 1 - \sum_{j \neq i}^K q_{ij}$ для всіх i .

Елемент матриці q_{ij} представляє реальну ймовірність переходу зі стану i в стан j в один крок. Стан дефолту (K) – це абсорбуючий стан, тому $q_{K,j} = 0$ для $j = 1, \dots, K - 1$ та $q_{KK} = 1$.

Автори моделі зробили припущення про ризик-нейтральність у ціноутворенні фінансових інструментів, що можливе за умов відсутності арбітражних можливостей, торговельних обмежень та повноти ринку.

Припустимо, що $q_{ij}(0, n)$ означає ймовірність міграції за n -кроків зі стану i в час 0 (тобто в поточний час) до стану j в час n (така матриця з кроком в 1 рік публікується в Мудіз Спецл Ріпорт (*Moody's Special Report*) та Стендарт енд ПулзКредіт Рівью (*Standard & Poor's Credit Review*)). Перехідна матриця з часу t в час $t + 1$ має вигляд:

$$\tilde{Q}_{t,t+1} = \begin{pmatrix} \tilde{q}_{11}(t, t+1) & \tilde{q}_{12}(t, t+1) & \dots & \tilde{q}_{1K}(t, t+1) \\ \tilde{q}_{21}(t, t+1) & \tilde{q}_{22}(t, t+1) & \dots & \tilde{q}_{2K}(t, t+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{q}_{K-1,1}(t, t+1) & \tilde{q}_{K-1,2}(t, t+1) & \dots & \tilde{q}_{K-1,K}(t, t+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де $\tilde{q}_{ij}(t, t + 1)$ – мартінгальна ймовірність міграції рейтингу, $\tilde{q}_{ij}(t, t + 1) \geq 0$ для всіх $i, j, i \neq j$, $\tilde{q}_{ij}(t, t + 1) \equiv 1 - \sum_{j \neq i}^K \tilde{q}_{ij}(t, t + 1)$ та $\tilde{q}_{ij}(t, t + 1) >$

0, якщо і тільки якщо $q_{ij} > 0$ для $0 \leq t \leq \tau - 1$.

Мартінгальна (ризик-нейтральна) ймовірність дефолту – це ймовірність, котра враховує як оцінку реальної ймовірності дефолту інвесторами, так і їхнє ставлення до ризику дефолту, що виражається у розмірі премії за ризик.

Мартінгальна ймовірність дефолту (міграції кредитних рейтингів) обчислюється шляхом множення історичних ймовірностей на фактор, який інтерпретується як премія за ризик дефолту.

Мартінгальна ймовірність $\tilde{q}_{ij}(t, t + 1)$ обчислюється як:

$$\tilde{q}_{ij}(t, t + 1) = \pi_i(t) q_{ij}$$

де $\pi_i(t)$ – детермінована в часі функція премії за ризик для всіх $i, j, i \neq j$ (спрощення $\pi_{ij}(t) = \pi_i(t)$ для $j \neq i$ здійснено для полегшення розрахунків).

Припустимо, що в момент часу t відома вартість бездефолтної облігації з нульовим купоном, терміном погашення в момент часу T і виплатою номіналу в сумі 1 грн. наприкінці цього терміну. Позначимо таку вартість як $p(t, T)$. Як $v_i(t, T)$ позначимо вартість облігації з ризиком дефолту з нульовим купоном, яка має кредитний рейтинг i (наприклад, AAA) в

момент часу t , терміном обігу T і виплатою 1 грн. номіналу наприкінці терміну. Тоді ціна облігації з ризиком дефолту з нульовим купоном становить:

$$v_i(t, T) = p(t, T)[\varphi + (1 - \varphi)q_i(t, T)]$$

де φ – це частка номіналу (1 грн.), яку буде повернуто інвестору в час T у разі дефолту (*recovery ratio*);

$q_i(t, T)$ – ймовірність дефолту за облігаціями до часу T , якщо ці облігації мають кредитний рейтинг i в час t .

Наведена формула оцінки свідчить про те, що якщо дефолт не відбувається, то чим менший термін до настання строку погашення, тим вища вартість ризикової облігації і тим нижчий кредитний спред. При цьому премію за ризик дефолту визначають за формулою:

$$\Pi_i(t) = \frac{p(t; t+1) - v_i(t; t+1)}{v(t; t+1)(1 - \varphi)q_{iK}}$$

Труднощі застосування моделі *Джарроу-Ландо-Тернбула* полягають у визначенні ризик-нейтральної ймовірності дефолту, яка є скоригованою реальною ймовірністю, з урахуванням премії за ризик дефолту, адже інвесторам важко знайти необхідну інформацію про ризикнейтральні ймовірності дефолту для всіх класів рейтингів і часових горизонтів.

До того ж, припущення про однорідність у часі матриці міграції кредитних рейтингів, зроблене для спрощення розрахунків, яке є правильним щодо облігацій інвестиційного класу, не завжди справджується для спекулятивних облігацій.

Тема 6. Прогнозування фінансових часових рядів

Лекція 12

1. Прогнозування розвитку фінансових показників.
2. Побудова бази знань нейро-нечіткої моделі прогнозування фінансових показників на основі принципу хвиль Елліотта
3. Навчання нейро-нечіткої моделі прогнозування фінансових показників і визначення її ефективності

1. Прогнозування розвитку фінансових показників

Прогнозування розвитку фінансових показників є складним і водночас дуже важливим завданням. Від правильності прогнозу залежить величина прибутків або збитків інвестора. Показовим у цьому сенсі є фондовий ринок.

При розробленні підходів до прогнозування фінансових часових рядів треба зважати на те, що переважна більшість учасників торгів на фондовому ринку є спекулятивними гравцями, які здійснюють свої вкладення з метою отримання максимального прибутку, а не мінімізувати середньоквадратичне відхилення, як це прийнято у випадку апроксимації функцій. І більшою мірою величина прибутку залежатиме саме від правильності передбаченого знака зміни курсу, адже гравець фондового ринку отримує прибуток здебільшого від гри на пониження-підвищення. Тому є сенс настроювати прогножуючу модель на передбачення напрямку зміни ціни, а не самого значення курсу.

Використання нечітких нейронних мереж надає певні переваги порівняно з іншими методами прогнозування. Зокрема із використанням теорії нечіткої логіки з'являється можливість проведення ідентифікації та прогнозування розвитку фінансових часових рядів відповідно до встановленого набору правил.

Взагалі проблема прогнозування фінансових часових рядів із застосуванням різноманітних математичних методів нараховує не одне сторіччя. В останнє десятиліття з'явилася низка робіт, присвячених прогнозуванню фінансових показників із використанням апарату нечіткої логіки. У цих роботах прогноз здійснюється шляхом представлення регресійних рівнянь у нечіткій формі та подальшій обробці статистичного матеріалу без урахування правил розвитку часових рядів. Тобто відмінність від класичних методів екстраполяції полягає, за великим рахунком, лише у переході від точкових значень до інтервальних, перерахованих за допомогою деяких функцій заданого виду.

Існує кілька підходів встановлення набору правил прийняття рішень. **Автоматизовану екстракцію правил** із вихідного часового ряду даних можна здійснити з використанням моделей типу Сугено. Проте для нечітких моделей цього типу існує проблема змістовної інтерпретації їхніх параметрів. Так, скажімо, для фахівця в галузі економіки мало інформативності дає згенерована база знань із параметрами настроювання, що є складними функціями деякого заданого виду.

У результаті у користувача прогноуючої системи втрачається відчуття принципів її роботи, що веде до ускладнення процесу настроювання системи та пошуку шляхів підвищення точності прогнозу. Правила прийняття рішень можна задати, спираючись на досвід експертів у певній галузі. У такому разі для розроблення прогноуючої системи є сенс використовувати модель нечіткого логічного висновку типу **Мамдані**.

Сутність проведення прогнозування із урахуванням експертних оцінок багатьох чинників впливу на результативний показник полягає у тому, що на базі цих чинників формується набір правил прийняття рішень, який використовується при прогнозуванні розвитку фінансового показника. Проте у кожному разі виникає проблема вибору адекватного набору чинників та й самі оцінки експертів – показники вельми суб'єктивні. Крім того, такі чинники як рівень інфляції, валютних резервів, стан паливно-енергетичного комплексу, сільського господарства, природних умов, що можуть бути використані при прогнозуванні, наприклад, валютного курсу України, змінюються досить повільно і на їхніх

змінах можна намагатися здійснювати прогнозування лише на великих часових відтинках для довгострокових вкладень.

Для розроблення моделі, яка уникатиме експертних оцінок обраних чинників і працюватиме на таких вхідних даних, які дадуть змогу прогнозувати зміни цін на коротких часових інтервалах, можна використовувати **хвильову теорію Елліотта**, яка надає потужний апарат встановлення набору правил прийняття рішень для цінових кривих різних часових інтервалів. Побудуємо математичну модель прогнозування знаків змін курсів цінних паперів на нечітких нейронних мережах із використанням нетривіального набору правил розвитку хвиль, зокрема хвиль з подовженнями.

2. Побудова бази знань нейро-нечіткої моделі прогнозування фінансових показників на основі принципу хвиль Елліотта

За **принципом хвиль Елліотта** кожне ринкове рішення є наслідком значущої інформації, і породжує значущу інформацію. Кожна транзакція входить до структури ринку, будучи одночасно наслідком, і, через передачу транзакційних даних інвесторам, однією з причин їхньої поведінки. Такий зворотний зв'язок зумовлений суспільною природою людини й породжує деякі фігури визначеної форми (forms). Оскільки фігури повторюються, вони мають прогностичне значення. Розвиток ринкових цін у кінцевому підсумку представляє собою фігуру п'яти хвиль особливої структури. Три з них, позначені цифрами 1, 3 і 5 на рис.19.1, справді роблять спрямований рух і є хвилями рушійного стилю (motive, impulsive). Вони поділяються двома відкотами (countertrend interruptions) – хвилями протилежного напрямку, які належать до хвиль коригувального стилю (corrective) та позначені цифрами 2 і 4 на рис. 13.1. Важлива особливість цієї структури полягає в тому, що в ній спостерігається виразна тенденція до самоповторення, причому не лише в часі, а й у просторі – у межах самої себе.

Багато хвильових імпульсів містять те, що Елліотт назвав хвильовим подовженням.

Хвильові подовження – це розтягнуті імпульси з розширеною хвильовою структурою. Величезна кількість імпульсів справді містять подовження в одній і лише одній із трьох його діючих хвиль.

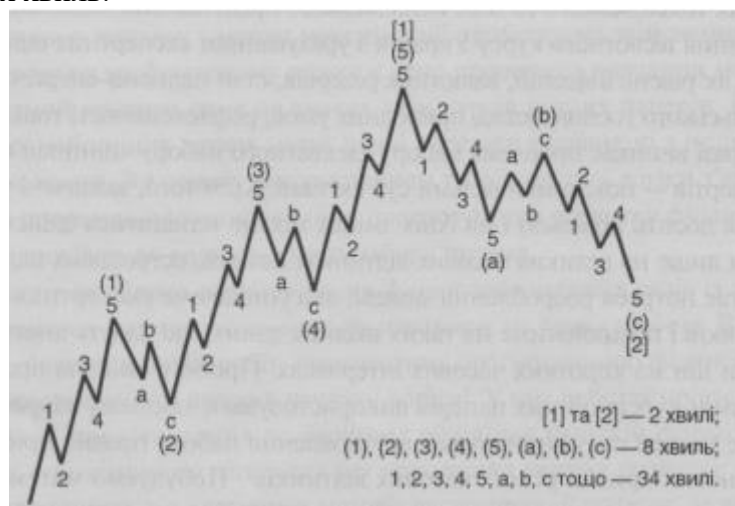


Рис. 12.1. Модель із двох хвильових рівнів

В теорії Елліотта робиться акцент на тому, що рушійна хвиля повинна складатись мінімум з п'яти підхвиль. Проте, якщо якась хвиля має подовження, то зміна напрямку розвитку цінової кривої може відбутись лише після дев'ятої хвилі даного імпульсу. Оскільки імпульси містять подовження в одній і тільки одній із трьох їхніх діючих хвиль, то наступна зміна може відбутись лише після тринадцятої хвилі і так далі. Проте, оскільки математична модель має лише вісім входів, на які подаються дані про попередній розвиток курсу, то,

починаючи з дев'ятої хвили, модель буде однаковим чином обробляти всі наступні аналогічні зміни цін.

При прогнозуванні розвитку часових рядів на входи нечіткої нейронної мережі подається певна кількість послідовних останніх значень цього часового ряду, а на виході мережі отримується наступне значення ряду. Під час настроювання моделі відбувається оптимізація її параметрів шляхом мінімізації відхилень між прогнозованими та реальними даними на всій представленій часовій вибірці.

Для формування набору правил прийняття рішень у вигляді нечітких логічних висловлювань треба формалізувати вхідні та вихідні змінні, їхні можливі значення. Для прогнозування значення подальшої зміни курсу застосовуватимемо вісім вхідних змінних x_1, \dots, x_8 , які несуть інформацію щодо поведінки курсу на восьми попередніх етапах. Через u позначимо відповідне даним вхідним змінним значення вихідної змінної. Для опису поведінки цін на ринку введемо сукупність логічних висловлювань, що якісно характеризуватимуть зміну курсу та її умовну величину.

Так, для оцінки лінгвістичних змінних x_1, \dots, x_8 використовуватимемо єдину шкалу якісних термів:

С — спадає,

ПС — помірно спадає,

ПЗ — помірно зростає,

З — зростає.

Для оцінки значень вихідної змінної u , крім зазначених термів, додамо ще два: ЗС — значно спадає, ЗЗ — значно зростає.

Операції купівлі-продажу проводяться якраз на піках хвиль вищих рівнів через необхідність урахування транзакційних видатків.

При формуванні нечітких правил усі рушійні хвили нижнього хвильового рівня, що розвиваються нагору, позначимо через З, а ті, що розвиваються вниз, — через С. Коригувальні хвили нижнього рівня, що спадають, позначимо термом ПС, а які зростають — термом ПЗ.

Серед правил розвитку рушійних хвиль є такі: хвиля 2 ніколи не відкочується більше ніж на 100% розміру хвилі 1, і хвиля 4 ніколи не відкочується більше ніж на 100% розміру хвилі 3 (див.рис.19.1). Хвиля 3, крім того, завжди просувається далі закінчення хвилі 1. Для дотримання даних правил при ідентифікації цінових кривих необхідно, щоб терм ПС відповідав зміні курсу, яка є однозначно меншою, ніж при С, та зміні при З на даній рушійній або коригувальній хвилі. Також зростання ПЗ за абсолютним значенням не повинно перевищувати значення З та С.

Через те, що третя підхвиля в рушійному імпульсі зазвичай є найдовшою і часто містить подовження, то в разі укладання угоди з купівлі-продажу цінних паперів на початку розвитку третьої підхвилі виникає добрий потенціал для отримання прибутку. У такому разі прогноз ЗЗ можна також давати в кінці розвитку другої підхвилі на "воловому" ринку, а ЗС — в кінці другої підхвилі "ведмежого" ринку.

Для прогнозування значення наступної зміни курсу вистачить вісім вхідних змінних про поведінку курсу на восьми попередніх етапах.

За системою Елліотта структури у дев'ять і у п'ять хвиль мають однакову технічну значущість. Представимо на рис. 13.2 цінову криву, що містить по одному подовженню у кожній хвилі верхнього хвильового рівня.

Для спрощення подальшого формування бази знань усі подовження представимо як для невизначеного типу. Встановимо правила нечіткого логічного висновку, базуючись на моделі розвитку ринку Елліотта, представлену на рис. 12.1 та 12.2.

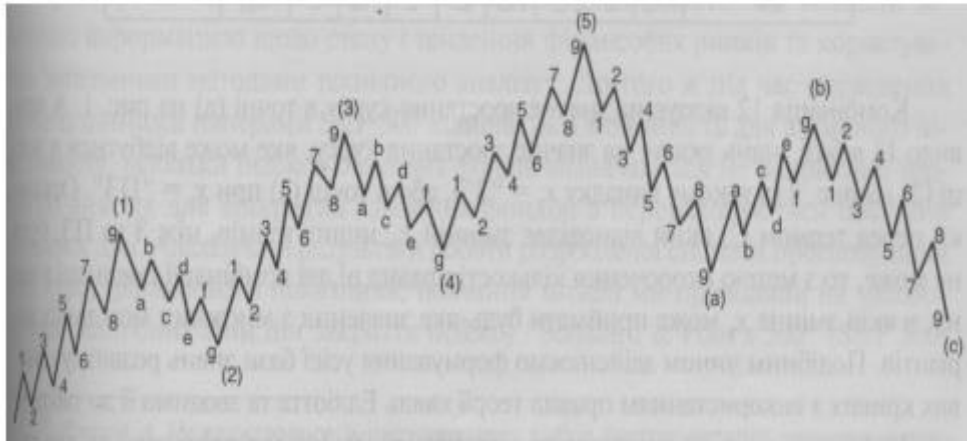


Рис. 12.2. Цінова крива із подовженими хвилями

Для формування **бази нечітких логічних висловлювань** розпишемо послідовність змін курсу цінних паперів для різного роду подовжень із наступним значенням зміни курсу. Щоб запобігти перевантаженню бази знань, а також уникнути повного перебору можливих варіантів розвитку цінової кривої, не робитимемо різницю в описі хвиль із різними видами подовжень. Усі неточності моделювання будуть виявлені та враховані у нейронечіткій мережі при її навчанні на реальних даних.

Як приклад, покажемо формування одного нечіткого правила, що вказує на подальше значне зростання курсу аналізованого показника. Перше значне зростання курсу отримуємо на піку *c* хвилі (2) верхнього хвильового рівня моделі, що зображена на рис.1. Відповідно, вихідна змінна *у* в цій точці прийме значення 33. Такій позиції на графіку передуює спад курсу показника, тобто x_8 приймає значення С. До цього восьмихвильова модель Елліотта вказує на помірне зростання ціни ($x_7 = \text{"ПЗ"}$). Ще раніше був спад ($x_6 = \text{"С"}$), перед яким відбувалося зростання курсу до піку 5 хвилі (1) верхнього рівня ($x_5 = \text{"З"}$). Подібним чином правило розписується до першої змінної x_1 , та заноситься у рядок 11 таблиці 1.

Таблиця 1

Набір правил розвитку цінових кривих із хвильовими подовженнями

Номер вхідної комбінації	Вхідні змінні								Вага	Вихідна змінна
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	<i>w</i>	<i>у</i>
11	з	пс	з	пс	з	с	пз	с	w_{11}	33
12	з	пс	з	с	пз	с	пз	с	w_{12}	
13	х	с	пз	с	пз	с	пз	с	w_{13}	
21	с	пз	с	з	пс	з	пс	з	w_{21}	3с
22	с	пз	с	пз	с	з	пс	з	w_{22}	
23	х	з	пс	з	пс	з	пс	з	w_{23}	
31	пз	с	пз	с	пз	с	з	пс	w_{31}	з
32	пз	с	пз	с	з	пс	з	пс	w_{32}	
33	пз	с	з	пс	з	пс	з	пс	w_{33}	
34	з	пс	з	пс	з	пс	з	пс	w_{34}	
41	пс	з	пс	з	пс	з	с	пз	w_{41}	с
42	пс	з	пс	з	с	пз	с	пз	w_{42}	
43	пс	з	с	пз	с	пз	с	пз	w_{43}	
44	с	пз	с	пз	с	пз	с	пз	w_{44}	
51	з	пс	з	пс	з	пс	з	с	w_{51}	пз
52	пз	с	з	пс	з	пс	з	с	w_{52}	
53	пз	с	пз	с	з	пс	з	с	w_{53}	
54	пз	с	з	пс	з	с	пз	с	w_{54}	
61	с	пз	с	пз	с	пз	с	з	w_{61}	пс
62	пс	з	с	пз	с	пз	с	з	w_{62}	
63	пс	з	пс	з	с	пз	с	з	w_{63}	
64	пс	з	с	пз	с	з	пс	з	w_{64}	

Комбінація 12 вказує на значне зростання курсу в точці (а) на рис.1. А правило 13 в базі знань вказує на значне зростання курсу, яке може відбутися в точці (2) на рис.2 (в такому випадку $x_1 = "3"$), або в точці (а) при $x_1 = "ПЗ"$. Оскільки перед термом С, який відповідає змінній x_2 , інших термів, ніж 3 та ПЗ, бути не може, то з метою скорочення кількості правил ці дві комбінації поєднані в одну, в якій змінна x_1 може приймати будь-яке значення з множини можливих варіантів.

Подібним чином здійснюємо формування усієї бази знань розвитку цінових кривих з використанням правил теорії хвиль Елліотта та зводимо її до таблиці 1. Наведену схему прогнозування змін тренду можна застосовувати як для короткострокових, так і для довгострокових вкладень. Проте це лише "ідеальна модель" і зовсім необов'язково курс досліджуваного фінансового показника поводитиметься настільки визначено і передбачувано.

Після навчання моделі на реальних даних кожному правилу буде присвоєно власну вагу і кінцевий прогноз здійснюватиметься з урахуванням специфіки розвитку курсу кожного виду цінних паперів окремо. Представимо за допомогою вагових коефіцієнтів і функцій належності математичну форму запису набору правил прийняття рішень для прогнозування значення значного зростання (33) курсу, що є складовою частиною кінцевої моделі ідентифікації та прогнозування розвитку цінової кривої:

Коли процес формування моделі перейде до настройки на реальних даних, то визначення терму для характеристики величини зміни курсу буде проводитись у кожному випадку окремо. Так, визначаються мінімальні та максимальні межі зміни курсу, що будуть відповідати термам С, ПС, ПЗ та 3. Після цього проводиться настроювання моделі із заданими логічними послідовностями шляхом автоматизованого пошуку оптимальних значень вагових коефіцієнтів для кожної вхідної комбінації. І вже настроєна модель буде використовуватись для прогнозування розвитку курсу кожного конкретного виду цінних паперів.

3. Навчання нейро-нечіткої моделі прогнозування фінансових показників і визначення її ефективності

Навчання моделі здійснюється шляхом оптимізації параметрів функцій належності та вагових коефіцієнтів для кожної вхідної комбінації. І вже навчена модель використовується для прогнозування розвитку курсу обраного фінансового показника.

Статистичним матеріалом для моделювання розвитку фінансових часових рядів може бути обраний індекс S&P 500, оскільки подібні цінні папери біржового фонду є активами диверсифікованого портфеля, сформованого із відомих та надійних фінансових інструментів, покладених у розрахункову основу цього індексу. Таке інвестування дає змогу знизити ризик втрат у разі падіння ціни однієї з портфельних складових та зменшити вплив ринкових чуток і рекомендацій фінансових аналітиків, присутніх на фондовому ринку й значно меншою мірою доступних українському вкладнику.

При торгівлі цінними паперами біржових фондів достатньо володіти загальною інформацією щодо стану і тенденцій фінансових ринків та користуватись загальними методами технічного аналізу. До того ж, під час проведення торгів із цінними паперами S&P 500 залишається можливість для активного інвестування, оскільки індекси біржових фондів визначаються не наприкінці торгового дня, як для відкритих взаємних фондів, а перераховуються постійно упродовж дня. Навчання моделі краще проводити на часовому ряді відносних змін цін закриття індексу "Standard & Poor's 500" (S&P 500) (наприклад finance.yahoo.com).

При перевірці надійності системи прогнозування угоди з купівлі-продажу здійснюються при кожній появі на виході моделі термів 33 та 3С, відповідно, без проведення додаткового аналізу на доцільність укладання таких угод, без урахування транзакційних витрат, регулювання розміру капіталу для інвестування. При появі прогнозу на виході моделі щодо значного зростання індексу S&P 500 купівля цінних паперів здійснюється на всю

наявну суму коштів, а при прогнозі значного падіння індексу проводився продаж усього пакета цінних паперів одночасно. Розрахунки краще проводити для початкової суми 100 000 дол. США, що дає можливість практично виключити вплив брокерської комісії на кінцевий результат при проведенні експерименту, оскільки величина комісії істотно залежить від обсягів угоди.

При перевірці ефективності системи прогнозування без урахування транзакційних витрат, загальна прибутковість системи становила 13,05% річних, що є досить високим показником порівняно з іншими торговими системами та інвестиційними альтернативами.

Якщо укласти угоди купівлі цінних паперів біржового фонду S&P 500 при кожній появі на виході моделі термів 33, 3 або ПЗ (тобто усіх термів, які свідчать про подальше зростання курсу) та здійснювати продаж цінних паперів S&P 500 при появі термів ЗС, С та ПС, то прибутковість оптимізованої системи знизиться до 8,78%. Зауважимо, що з використанням системи до її навчання на реальних даних, прибутковість становила лише 6,13%.

Це зайвий раз підтверджує доцільність здійснення проріджування початкового фінансового часового ряду та відкидання незначних змін курсу при проведенні прогнозування. Якщо подібне проріджування не проводити (тобто, прийняти мінімальну величину коливання $R = 0$), то прибутковий потенціал системи падає до 6,13%. Якщо врахувати транзакційні витрати, то даний показник впаде ще більше.

Такий доволі високий відсоток вгаданих напрямів зміни курсу з використанням моделі до її навчання свідчить про правильно побудований набір правил розвитку ринку, слушне обрання теорії хвиль Елліотта як основи для формування бази знань та вибору безпомилкового підходу до попередньої обробки фінансового часового ряду. Настроювання моделі на реальних значеннях фінансового показника дало змогу істотно підвищити прибутковість укладених угод, що вказує на вдалий підхід до побудови функцій належності та правильно побудований алгоритм настроювання моделі на реальних даних.

Ефективність роботи розробленої системи можна перевірити також на часовому ряді вітчизняного фондового індексу ПФТС (Першої фондової торговельної системи) (www.kinto.com). Прибутковість системи упродовж тестового року становила 12,11%. Подібні результати були отримані із використанням базової моделі без її налагодження з урахуванням специфіки розвитку фондового індексу ПФТС, урахування стилю хвиль верхнього хвильового рівня, додаткового аналізу на доцільність укладання угод тощо.

Проте, якою надійною не здавалася б розроблена модель, використовувати її для проведення гри на пониження-підвищення курсу з реальними коштами можна лише після всебічної її перевірки на різноманітних ринках, різних часових інтервалах. Таким чином вдасться виявити слабкі місця моделі, її недоліки та по можливості усунути їх. І якщо настроювання розробленої нейронечіткої мережі буде проводитись на деякій послідовності цінових даних, то перевірка якості прогнозу повинна здійснюватись на наступних даних того самого часового рівня. Зауважимо, що розроблений підхід демонстрував стійку прибутковість для різних часових проміжків, що вказує на можливість його використання для укладання реальних угод з купівлі-продажу цінних паперів на фондовому ринку.

Підвищити ефективність роботи розробленої системи можна шляхом її поєднання з різними індикаторами та методами технічного аналізу за рахунок уведення додаткового аналізу доцільності укладання угод з купівлі-продажу цінних паперів, передбачення кінця поточної хвилі з метою більш точного визначення моменту укладання угоди, розрахунку величини капіталу, що буде задіяний в даній угоді тощо.

Тема 7. Моделювання багатомівимірних розподілів із застосуванням копула-функцій

Лекція 13

1. Копула-функції та види. Процедури оцінки в копула-функціях (параметричні методи та непараметричні методи).
2. Вибір копула-функцій. Критерії згоди для копула-функції.

1. Копула-функції та види. Процедури оцінки в копула-функціях (параметричні методи та непараметричні методи)

Дослідження поведінки різних біржових і фондових індексів, включаючи глобальні, регіональні, національні та галузеві, є важливим завданням сучасної фінансової математики та управління ризиками. Фондові індекси та пов'язані з ними ф'ючерсні контракти виступають як інструменти хеджування та диверсифікації на міжнародних ринках. Особливий інтерес останнім часом викликає побудова статистичних моделей спільного поведінки біржових індексів, оскільки ці моделі знаходять пряме застосування в задачах хеджування складних багатонаціональних інвестиційних портфельів.

Диверсифікація портфеля може досягатися за рахунок інвестицій у ф'ючерси, індексовані за допомогою географічно або економічно віддалених фондових ринків. В рамках класичної моделі Марковіца ця Дален моделюється за допомогою незначної або навіть негативної кореляції між національними індексами.

При розгляді сучасних фінансових даних кореляційний аналіз часто виявляється недостатнім, оскільки лінійна кореляція, ідеально пристосована для опису залежності в рамках багатомівної нормальної моделі, погано описує спільні розподіли, які допускають такі суттєві відхилення від нормальності, як асиметричність, «важкі хвости» і нелінійна залежність компонент розподілу. У зв'язку з цим особливий інтерес представляє аналіз хвостів спільних розподілів, що дозволяє оцінювати ймовірності одночасного різкого падіння декількох біржових індексів, що викликає обвал глобальних ринків і великі втрати для багатонаціональних інвестиційних портфельів (Fortin, Kuzmics, 2002; Su, 2013).

Використання копулярних моделей дозволяє відмовитися від умови нормальності і граничності, пов'язаних з кореляційним аналізом. Воно дозволяє розглядати як більш реалістичні моделі асиметричних приватних розподілів з важкими хвостами, так і більш адекватні моделі нелінійної залежності між компонентами багатомівної моделі.

Детальне вивчення парних копула-функцій було розпочато в роботі (Джонс, 1997), а пізніше продовжено в (Bedford, Cooke, 2001, 2002; Kurowicka, Cooke, 2006) (моделювання) і (Aaset al., 2009) (статистичні висновки). Їх використання дає можливість отримати значно більше гнучку структуру залежності, ніж структура перестановки або ієрархічно вкладених архімедівських копула-функцій.

За допомогою копула-функцій можна описати закони багатомівного розподілу ймовірностей. Вони визначаються приватним та одновимірним розподілом, існуючої між компонентами багатомівної випадкової величини. В аналізі вони використовуються для розподілу випадкових величин (включаючи фінансові ризики).

Копула-функція – це функція, що дозволяє перейти від одновимірних (приватних) розподілів випадкових величин до спільного розподілу. Необхідно зауважити, що для розв'язання задачі оцінки багатомівного розподілу можуть бути також використані такі підходи, як багатомівні GARCH-моделі, моделі з перемикаються режимами кореляції (threshold-correlation models), умовні розподіли. Підкреслимо, що предметом лекції є опис моделей «копули» і їх застосування у вирішенні фінансових завдань без порівняння їх ефективності в співвідношенні з вищеописаними альтернативними підходами. Вивчення моделей «копули» представляє особливу актуальність з огляду на законодавчих ініціатив з регулювання ризиків комерційних банків та контролю рівня достатності їх капіталу.

Навесні 2009 р базельський комітет з банківського нагляду виділив копули як один з найбільш коректних способів оцінки ризиків.

Копули - це багатовимірна функція розподілу, визначена на n -вимірному одиничному кубі $[0, 1]^n$, така що кожне її маргінальне розподіл рівномірно на інтервалі $[0, 1]$.

Теорема Склара полягає в наступному. Для довільної двовимірної функції розподілу $H(x, y)$ з одновимірними маргінальними функціями розподілення $F(x) = H(x, \infty)$ і $G(y) = H(\infty, y)$ існує копула, така що

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)),$$

де ми отожднюємо розподіл C з його функцією розподілу.

Копули містить всю інформацію про природу залежності між двома випадковими величинами, якої немає в маргінальних розподілах, але не містить інформації про маргінальних розподілах. В результаті інформація про маргіналів і інформація про залежність між ними відокремлюються копули один від одного.

Деякі властивості копули мають вигляд:

$$C(u, 0) = C(0, u) = 0$$

$$C(u, 1) = u$$

$$C(1, v) = v$$

Огляд моделей. Визначення копули

Нехай X_1 та X_2 – випадкові величини, функції розподілу ймовірності яких визначені на множинах A і B відповідно. Будемо позначати реалізацію i -випадкової величини j як $x_j(i)$. Будемо називати функцію $C(X_1, X_2)$ зростаючої по кожній змінній X_1 та X_2 , якщо для неї виконується наступна умова при

$$x_j(1) \leq x_j(2):$$

$$C(x_1(2), x_2(2)) + C(x_1(1), x_2(1)) - C(x_1(2), x_2(1)) - C(x_1(1), x_2(2)) \geq 0$$

Введемо поняття подкопула $C(X_1, X_2)$ як двовимірну функцію двох змінних X_1 та X_2 визначену на безлічі $A \times B, A \in [0; 1]$ та $B \in [0; 1]$, з областю значень $[0; 1]$ і задовольняє умовам:

1) обмеження знизу, тобто $C(X_1, X_2) = 0$, якщо $\exists i: X_i = 0$;

2) $C(X_1, X_2) = X_i$, якщо $\forall j \neq i: X_j = 1$;

3) зростання по кожній змінній.

Тоді копула - це подкопула в разі $A=[0;1]$ та $B=[0;1]$.

При страхових (Актуарних) обчисленнях і при оцінці вартості складних похідних фінансових інструментів часто мають справу з копулою дожиття $\hat{C}(X_1, X_2)$, яка визначається за формулою

$$\hat{C}(X_1, X_2) = P(X_1 > x_1; X_2 > x_2) = X_1 + X_2 - 1 + C(X_1, X_2)$$

Таким чином, будь-яка копула має такі властивості:

1) обмеженість $0 \leq C(x_1, \dots, x_n) \leq 1$

2) уаявність кордонів Фреше-Хефдінга (Fréchet-Hoeffding) $\text{Max}(0, u + v - 1) \leq C(u, v) \leq \text{Min}(u, v)$

3) впорядкованість (домінування). Копула C_2 домінує над копулою C_1 або $C_1 < C_2$, в випадку коли $\forall x_1, \dots, x_n$ виконується нерівність $C_1(x_1, \dots, x_n) \leq C_2(x_1, \dots, x_n)$.

2. Вибір копула-функцій. Критерії згоди для копула-функцій

Існує кілька альтернативних методів для вирішення задачі моделювання спільного розподілу з урахуванням теореми Шкляра. Фактично безліч комбінацій визначається можливістю параметричної і непараметричної оцінки копули і приватних розподілів. Всі варіанти можна узагальнити в три методи: параметричний, напівпараметричний і непараметричний.

Параметричний метод. Даний клас методів передбачає параметризацію як приватних розподілів, так і копули. Якщо базовий підхід MLE (Maximum Likelihood Estimation)

максимізує функцію правдоподібності одночасно по приватним розподілів і по копули, то метод «від приватних розподілів» (Inference for Margin - IFM) розбиває оцінку на два етапи спочатку - параметризацію приватних розподілів, потім - копули.

Напівпараметричний метод. Напівпараметричний метод також припускають двоетапну оцінку копули. Але на першому етапі замість параметричної оцінки приватних розподілів беруться емпіричні розподілу, а на другому - відбувається араметрическая оцінка копули. У роботі (Kim et al., 2007) показано, що напівпараметричний метод (SP-semiparametric) дає більш заможні і стійкі (робастні) оцінки, ніж параметричні методи у випадках, коли вид приватного розподілу невідомий інформація як наслідок, коли виникає загроза їх невірної специфікації.

Непараметричний метод. Серед непараметричних методів оцінки копули можна виділити два підходи: на основі оцінки емпіричної копули і ядерних оцінок. Перший підхід передбачає оцінку функції розподілу емпіричної копули $C_n(i/n, j/n)$, яка відображає число випадків, коли результати випадкових величин одночасно потрапили в вибрану комірку сітки розбиття всієї множини імовірнісного простору. Другий підхід передбачає непараметричні (включаючи ядерні) оцінки і для приватних розподілів.

Питання інференції. Перш, ніж перейти до перевірки якості інференції конкретної моделі «копули», пропонує скористатися результатами які запропонували тест для перевірки багатовимірної еліпсоподібну розподілу. Одним з додатків даної методики є перевірка багатовимірної нормальності розподілу. Таким чином, перевірявши вихідне розподіл на еліпсоподібну, стає можливим відповісти на питання, чи належить шукана копули до класу ліпсообразних чи ні.

Найбільшого поширення набули критерії, сформульовані на основі значення функції максимальної правдоподібності критерію Акаїке (AIC) і Шварца (BIC). Другими за частотою застосування є тести оцінки дистанції до емпіричної копули. Третіми - тести на основі трансформації Розен - Блатта.

Розглянемо п'ять основних додатків моделей «копули» до завдань фінансів: побудова моделі дюрації, оцінку вартості похідних фінансових інструментів, оцінку ризиків портфеля активів, вибір оптимальної структури інвестиційного портфеля і хеджування ризику.

Будова моделі дюрації.

Дюрація - це час між подачею торгових заявок (угод) на біржі. Так, якщо базою (Savu, Ng, 2005) є тільки подані заявки, то для (Ng, 2008) - заявки і укладені угоди. Якщо масив першого дослідження налічує 60 тисяч спостережень за два тижні, то другого - вже 400 тисяч за три місяці. Фактично копули використовується для моделювання залежності між тимчасовими відсічення суміжних заявок. Так, в роботі (Savu, Ng, 2005) автори приходять до висновку, що ретроспективний прогноз, проведений ними на даних другого тижня, більш точний за моделями «копули» (особливо по суміші копули), ніж за моделями, що передбачає багатовимірну нормальність розподілу. Проте ними не відкидається можливість наявності залежності не тільки між суміжними заявками, але і між більш віддаленими. Це вказує на потребу моделювання копули більшої розмірності.

Продовжуючи ідею моделювання суміші копули, в (Ng, 2008) оцінюється динамічна суміш копули Клейтона і копули дожиття Клейтона, де вага копули авторегресійну залежить від ваги в минулому періоді. У. Ng показує, що модель дає статистично більш стійкі результати (оцінка очікуваної дюрації менше і її стандартне відхилення нижче), ніж традиційна модель, що припускає багатовимірну нормальність, і чим модель суміші копули зі статичної структурою. Оцінка вартості похідних фінансових інструментів Важливо відзначити особливе місце копули в оцінці справедливої вартості похідних фінансових інструментів, яка залежить від ймовірності настання спільного події, пов'язаного з рухами цін декількох активів або з дефолтом декількох позичальників. Тобто, це відноситься до бар'єрних опціонів і кредитними деривативами (включаючи заставні боргові зобов'язання - Collateralized Debt Obligations - CDO).

Оцінка ризиків портфеля активів. Статті з оцінки ризиків можна розділити на три групи, які аналізують:

- 1) страхові ризики;

- 2) цінові ризики зміни вартості портфеля цінних паперів;
- 3) банківські ризики.

Оцінка страхових ризиків, можливо, є однією з перших фінансових областей додатка копули, що почала своє літочислення від роботи (Frees, Valdez, 1998), в якій моделюється двовимірний розподіл параметрів страхових випадків. З трьох розглянутих копули перевагу віддано копули Гумбеля на основі тесту на якість підгонки, хоча ретроспективного прогнозу авторами проведено не було.

Робота (Tang, Valdez, 2006) за своєю суттю продовжує напрямком аналізу, розпочатий в роботі (Frees, Valdez, 1998), і присвячена аналізу вимог достатності капіталу страхової компанії на покриття непередбачених втрат від підписаного (underwritten) бізнесу по страхування (тобто . від зобов'язань за укладеними договорами страхування). Автори роботи розглядають копули еліпсоподібних розподілів, так як вони дозволяють врахувати всю ковариационну матрицю при описі залежності декількох змінних на відміну від одного параметра, що використовується в архимедівських копули. Недоліком, властивим також і роботі (Frees, Valdez, 1998), є відсутність ретроспективного аналізу одержуваних прогнозів, що може пояснюватися коротким тимчасовим поруч спостережень (19 точок).

Дослідження цінового ризику (Ane, Kharoubi, 2003; Chollete, Heinen, 2006; Kole et al., 2006; Sesh, 2006; Фантацціні, 2008; Fan- tazzini, 2009b) багато в чому схожі один на одного і відрізняються лише використовуваними даними і незначними варіаціями в техніці (параметричний і напівпараметричний підходи до оцінки копули). У більшості досліджень перевага віддається копули еліпсоподібних розподілів, оскільки при великих розмірностях розподілу останні представляють досліднику більшу гнучкість за рахунок оцінки ковариационної матриці. Проте робота (Ane, Kharoubi, 2003) є класичною, оскільки підтверджує, що ринок акцій найкращим чином описується копули Клейтона. «Класика» в даному випадку відповідає тому, що копули Клейтона характеризується залежністю нижніх (лівих) хвостів розподілу, що відповідає залежності в русі цін фінансових активів, виявленої після кризи 1998 р Ф. Лонгіном і Б. Солнік (Longin, Solnik, 1998) . Дані дослідники відзначили, що цінами акцій характерно одночасно падати, але не рости. При моделюванні банківських ризиків варто виділити три роботи (Rosenberg, Schuertmann, 2006; Morone et al., 2007; Jouanin et al., 2004). Якщо перші дві статті представляють результати комплексного емпіричного розрахунку сукупного ризику банку, але третя - обговорює питання вимірювання окремих ризиків, не зводячи їх до оцінки сукупного. Незважаючи на те що роботи орієнтовані на різні типи даних (перша - на дані по найбільшим банкам, друга і третя - на дані одного банку), цікаво їх зіставити з точки зору підходів до вибору копули для агрегування ризиків. Автори цих робіт однакові в тому, що достатньою умовою є використання гауссовської копули або копули Стюдента, хоча в (Jouanin, Ribouler, Roncalli, 2004) відзначається, що для мети стрес-тестування доцільно скористатися екстремальної архимедової копули Гумбеля, яка характеризується наявністю залежності верхніх (правих) хвості

Вибір оптимальної структури інвестиційного портфеля. Новим напрямком розвитку теорії інвестиційного портфеля є додатку копули до моделювання багатовимірних розподілів в задачах оптимізації структури портфеля. Тут варто відзначити такі роботи, як (Hennessy, Lapan, 2002; Natale, 2006; Алексєєв та ін., 2006). Зокрема, в (Hennessy, Lapan, 2002) рассмарівається архимедови копули для моделювання багатовимірною розподілу, що лежить в основі задачі оптимізації портфеля при максимізації функції очікуваної корисності. Автори вважають, що окремі висновки мікроекономічного аналізу в частині поведінки оптимізуємого портфель суб'єкта можна перенести як умова на функцію-генератор архимедової копули. Якщо робота (Hennessy, Lapan, 2002) носила теоретичний характер, то дослідження (Natale, 2006) є емпіричним і побудовано на основі одиннадцятимірного розподілу місячних доходностей акцій. У даній роботі апарат копули (зокрема, копули Клейтона) використаний для моделювання зв'язки спільного розподілу, із залученням теорії екстремальних значень для відновлення приватних розподілів. Істотним недоліком роботи є відсутність обґрунтування вибору копули.

Хеджування ризику. Завдання хеджування ризику інвестиційного портфеля - це окремий випадок завдання портфельної оптимізації. При хеджуванні ризику цільової мінімізуємою функцією служить міра розкиду (дисперсія) вартості інвестиційного портфеля на відміну від функції сукупної прибутковості, яка максимізує в загальній постановці завдання про вибір оптимального інвестиційного портфеля. Відштовхуючись від припущення про багатовимірної нормальності розподілу цін поточних (хеджуються) і термінових (хеджують) контрактів, можна використовувати міру коваріації для визначення оптимальної частки другого активу для мінімізації дисперсії вартості сукупного інвестиційного портфеля. Припущення про нормальність розподілу цін не відповідає дійсності.

Моделі прямого і перехресного хеджування. Перший тип операцій передбачає укладання термінових угод на базовий актив, тоді як другий - на актив, динаміка цін якого сонаправлені з динамікою ціни базового активу. Копули виявляються більш ефективними при визначенні оптимального хеджуючого співвідношення, причому гауссовская копули є такою для операцій прямого хеджування, а копули Гумбеля - для перехресного. Для прикладу розглянемо котирування п'яти індексів країн Південно-Східної Азії і ф'ючерсів на них за період 01.01.1998-10.06.2005, показано перевагу використання копули в хеджуванні, оскільки це дозволяє підвищити середню прибутковість інвестиційного портфеля і знизити його варіацію в порівнянні з традиційними методами визначення оптимального хеджуючого співвідношення. Подібно (Hsu et al., 2007) в частині моделювання прямого хеджування, автори відзначають, що особливо ефективною виявилася гауссовская копули і копули Стюдента і що використання копули доцільно на високоволатильних ринках (наприклад, Корея, Тайвань), тоді як на стабільних (наприклад, Японія, Сінгапур) традиційні стратегії, засновані на методі найменших квадратів, виявляються достаточними. Обобщая висновки, зауважимо, що у всіх розглянутих роботах був підтверджений негауссовских характер вивчалися спільних розподілів (навіть в слу чаях вибору гауссовской копули приватні розподілу були негауссовских, що не дозволяє стверджувати про наявність спільного багатовимірною гауссовского розподілу).

Первинна обробка даних

Вихідні дані представляють собою щоденні котирування біржових індексів 27 країн (в дужках вказані аббревіатури індексів): Аргентина (Merval), Австралія (ASX), Австрія (ATX), Бразилія (BVP), Канада (TSE 300 Comp), Чилі IPSA), Китай (SSEC), Чехія (PX 50), Франція (CAC), Німеччина (DAX), Гонконг (HSI), Угорщина (BUX), Індія (BSE 30), Індонезія (JKSE), Японія (NIKKEI 225), Мексика (IPC), Нідерланди (AEX), Сінгапур (STI), США (S & P 500, SPX), Іспанія (IGBM), Швейцарія (SSMI), Туреччина (XU 100), Малайзія (KLSE), Великобританія (FTSU 100), ПАР (JSE), Україна (PFTS). Дані охоплюють період з 01.01.2009 по 31.12.2011. На рис. 13.1 представлений ряд чення індексу Нью Йоркській фондовій біржі.

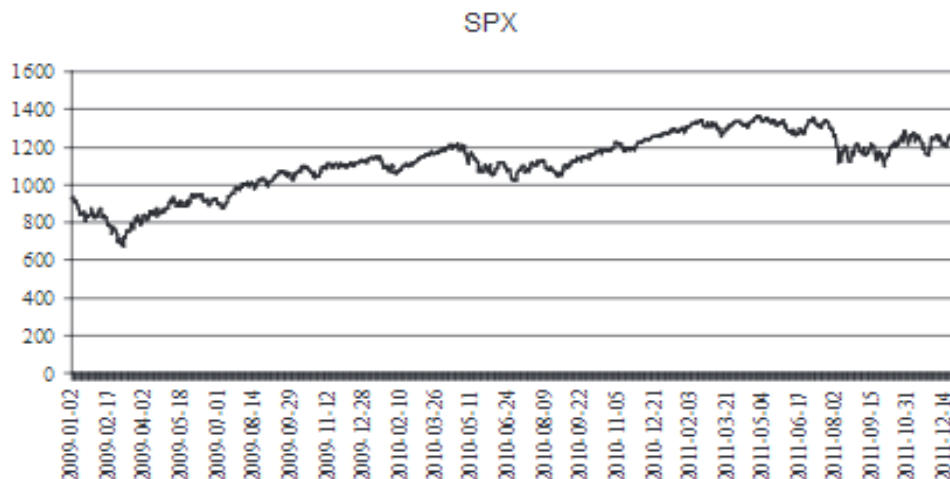


Рис. 13.1. Часовий ряд значень індексу SPX

Первинна обробка даних включає наступні кроки: відновлення (імпутація) пропущених даних, перехід до логарифмічним доходностям, моделювання авторегресії першого порядку і умовної гетероскедастичності, нормування залишків авторегресійної моделі. Стандартним прийомом, що дозволяє застосовувати до наших даних методи аналізу стаціонарних часових рядів, є перехід до логарифмічним доходностям.

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln P_t - \ln P_{t-1} \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

де P_t - значення фондового індексу в момент часу t .

Даний прийом дозволяє забезпечити порівнянність фондових індексів різних країн, усуваючи ефект масштабу. Крім того, він дозволяє відфільтрувати присутню в рядах нестационарність. На рис. 13.2 представлений ряд доходностей індексу Нью Йоркській фондовій біржі.

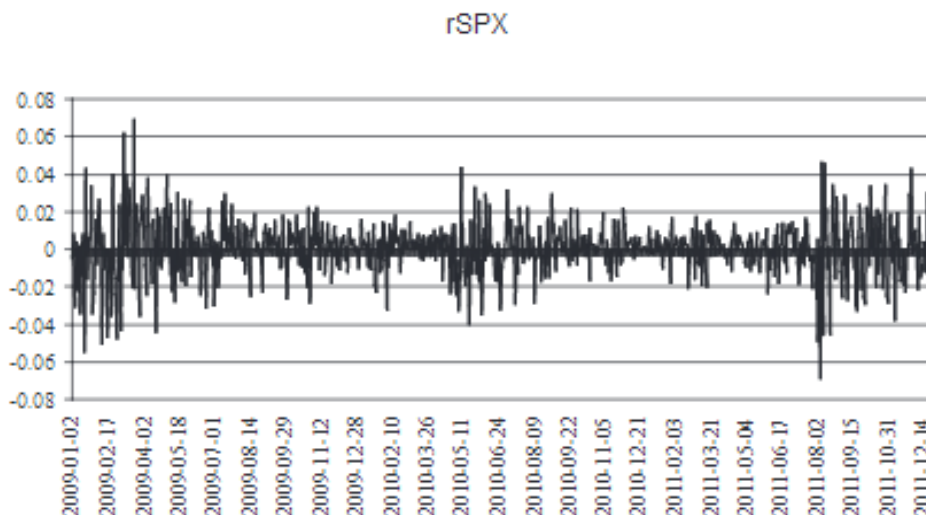


Рис. 13.2. Ряд доходностей індексу SPX

З метою опису автокорреляції і змінної волатильності для кожного ряду прибутковості побудуємо модель авторегресії першого порядку ARMA (1,0) і модель умовної гетероскедастичності GARCH (1,1). Розглянуті моделі ARIMA більш високого порядку не призводять до суттєвого покращення результатів. При перевірці статистичної значимості автокорреляції в рядах доходностей, з 28 розглянутих рядів автокорреляція першого порядку виявилася статистично значущою в 8 випадках, а автокорреляція другого і більш високого порядків - тільки в двох. Рівняння моделі авторегресії першого порядку ARMA (1,0) має наступний вигляд:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

де ε_t - залишок авторегресії. Для ряду залишків будувалася модель умовної гетероскедастичності GARCH (1,1), рівняння якої має вигляд:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

де σ_t^2 - умовна дисперсія залишку в момент часу t . Після заміни $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ рівняння приводиться до вигляду:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + (\alpha + \beta) \varepsilon_{t-1}^2 + v_t - \beta v_{t-1}$$

це означає, що квадрати залишків описуються процесом ARMA (1,1). Цей факт використовувався для отримання оцінок коефіцієнтів моделі умовної гетероскедастичності. Результати оцінювання моделей ARMA (1,0) і GARCH (1,1) для всіх індексів наведені в Додатку. За ним видно, що для більшості рядів умовна дисперсія відносно стабільна. Однак для шести рядів (IPSA, XU100, NIKKEI, PX50, RTSI, PFTS) коливання умовної дисперсії значні. Слід також зазначити, що оцінки моделі GARCH (1,1) дуже нестійкі. Використовуючи ряд залишків v_t моделі GARCH (1,1), можна отримати ряд умовних дисперсій σ_t^2 .

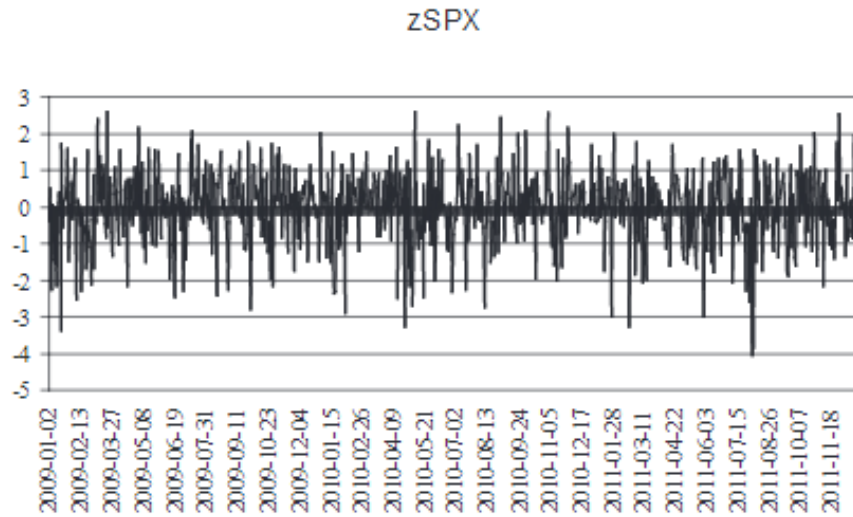


Рис. 13.3. Нормований ряд залишків індексу SPX

На заключному етапі проводилося нормування залишків авторегресійної моделі: $z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$. Отримані таким чином ряди (див. рис. 13.3.) Будемо називати рядами залишків (або нормованих інновацій) і позначати через z .

Література

1. Фантаціні Д. Економетричний аналіз фінансових даних в задачах управління ризиком, ч. 1 – 5 // Прикладна економетрика. Ч. 1, 2008, № 2, с. 91–137; ч. 2, 2008, №3, с. 87–122; ч. 3, 2008, № 4, с. 84–137; ч. 4, 2009, №1, с. 105–138; ч. 5, 2009, №2, с. 100–127.
2. Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 1986, 307–327.
3. Campbell J.Y., Lo A.W., MacKinlay A.C. *The Econometrics of Financial Markets*. - Princeton, N.J., Princeton Univ. Press, 1997.
4. Carol Alexander. *Market Risk Analysis. Vol. I – IV*. John Wiley & Sons, 2008.
5. Chris Brooks. *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge press 2008
6. Cochrane, J.H. *Asset Pricing / J.H.Cochrane*. - revised ed. - Princeton; Oxford: Princeton University Press, 2005. - 533 p.
7. Gouriéroux, C. *Financial Econometrics: problems, models, and methods / C.Gouriéroux, J.Jasiak*. - Princeton; Oxford: Princeton University Press, 2001. - 513 p. - (Princeton Series in Finance).
8. CreditMetrics™ -- Technical Document. Greg M. Gupton, Christopher C. Finger, Mickey Bhatia.
9. Crouhy, M. *Risk Management / M.Crouhy, D.Galai, R.Mark*. - New York: McGraw-Hill, 2000. - 717 p.
10. Cuthbertson, K. *Quantitative financial economics: stocks, bonds and foreign exchange / K.Cuthbertson, D.Nitzsche*. - England : JOHN WILEY & SONS, 2005.
11. Engle R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica* 50, 1982, 987–1008.
12. Fama E., French K. Common risk factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics* 33, 1993, 3-56,
13. Franke, J. *Statistics of Financial Markets: an Introduction / J.Franke, W.Hardle, C.Hafner*. - New York: Springer, 2004.
14. Jagannathan R., Wang Z. The conditional CAPM and the cross-section of expected returns, *The Journal of Finance* 51, 1996, 3–53.
15. Jorion P. *Value at risk*. McGraw-Hill, 1997.
16. Jorion P. *Financial Risk Manager Handbook*. McGraw-Hill, 2003.
17. Hull J.C. *Options, futures and other derivatives*. 9 ed. Pearson Prentice Hall, 2014.
18. Lai T. L., Xing H. *Statistical Models and Methods for Financial Markets*. Springer, 2008.
19. Lo A. Long-Term Memory in Stock Market Prices. *Econometrica* 59, 1991, 1279-1313.
20. Lo A., MacKinlay C. Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test. *Review of Financial Studies* 1, 1988, 41-66.
21. Masaaki Kijima. *Stochastic Processes with Applications to Finance*. – Chapman & Hall, 2002.
22. Pesaran M.H., Timmermann A. Predictability of stock returns: Robustness and economic significance, *Journal of Finance* 50, 1995, 1201-1228
23. Poon S-H. *A practical guide for forecasting financial market volatility*. Wiley, 2005
24. Rachev S.T. et al. *Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modeling Techniques*, Wiley, 2007.