

УДК 517.955:519.673

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ В НЕОДНОРІДНИХ МІКРОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Бомба А.Я.¹⁾, Присяжнюк І.М.²⁾, Присяжнюк О.В.³⁾

Рівненський державний гуманітарний університет,

¹⁾ д.т.н., професор, ²⁾ к.т.н., доцент, ³⁾ викладач

I. Постановка проблеми

Процеси сорбції в мікропористих цеолітних катализаторах застосовуються в технологіях сепарації та очищення газів в хімічній та нафтопереробній галузях, в інженерній екології і т.п. Повніше мікропористі сорбенти можуть бути використані в технологічних схемах очищення води, враховуючи їх сорбційні властивості [1-2], в якості завантаження багат шарових фільтрів з використанням принципу фільтрації в напрямку спадної крупності сорбуючих мікропористих частинок. Складність теоретичного опису властивостей неоднорідних середовищ з математичної точки зору пов'язана з тим, що фізичні процеси в таких середовищах описуються сингулярно збуреними крайовими задачами, коефіцієнти яких швидко змінюються на межах розділу різних компонентів матеріалу. Крім того, необхідно враховувати граничні умови на всіх поверхнях контакту, які в свою чергу також можуть змінюватися в процесі зовнішнього впливу. Тому важливого значення набуває питання розробки і застосування нових методів і підходів до моделювання процесів масоперенесення в неоднорідних мікропористих середовищах.

Незважаючи на велику кількість публікацій, присвячених моделюванню адсорбції забруднень мікропористими матеріалами [1, 3-6], актуальним залишається питання врахування всіх складових процесу масоперенесення в таких середовищах з метою прогнозування ефективності роботи очисних пристроїв, що використовують мікропористе завантаження в якості фільтруючого шару.

II. Мета роботи

Розвинути асимптотичне наближення розв'язку нелінійної сингулярно збуреної задачі типу «конвекція-дифузія-масообмін» з локально-іншорідними особливостями, що описує процес масоперенесення багатоконпонентного забруднення в неоднорідному мікропористому середовищі, проведення комп'ютерного експерименту та аналіз отриманих результатів.

III. Постановка задачі

У даній роботі сформовано математичну модель процесу n -мponentного конвективно-дифузійного масоперенесення із врахуванням масообміну, породженого переходом забруднення з міжчастинкового простору у внутрішньочастинковий, в m -шаровому фільтрі, що складається з різних за розміром і сорбційними властивостями мікропористих частинок, що описується наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\sigma_j \frac{\partial C_{i,j}(x,t)}{\partial t} = D_{i,j} \frac{\partial^2 C_{i,j}(x,t)}{\partial x^2} - v(x) \frac{\partial C_{i,j}(x,t)}{\partial x} - D_{*i,j}^* \int_0^{R_j} \frac{\partial U_{i,j}(x,\tilde{r},t)}{\partial t} d\tilde{r}, \quad i = \overline{0, n-1}, \quad j = \overline{0, m-1},$$

$$\sigma_j^* \frac{\partial U_{i,j}(x,r,t)}{\partial t} = D_{i,j}^* \left(\frac{\partial^2 U_{i,j}(x,r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{U_{i,j}(x,r,t)}{\partial r} \right)$$

з початковими та крайовими умовами:

$$C_{i,j}(x,0) = C_{i,j}^0(x), \quad C_{i,0}(x,t) \Big|_{x=0} = C_{*i}(t), \quad \frac{\partial C_{i,m-1}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad U_{i,j}(x,r,0) = U_{i,j}^0(x,r),$$

$$U_{i,j}(x,R_j,t) = k_{i,j} C_{i,j}(x,t), \quad \frac{\partial U_{i,j}(x,r,t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$$

та умовами контакту на межі розділу шарів:

$$C_{i,j-1}|_{l_j} = C_{i,j}|_{l_j}, \left(D_{i,j-1} \frac{\partial C_{i,j-1}}{\partial x} - v(l_j) C_{i,j-1} \right) \Big|_{l_j} = \left(D_{i,j} \frac{\partial C_{i,j}}{\partial x} - v(l_j) C_{i,j} \right) \Big|_{l_j},$$

де $C_{i,j}(x,t)$ – концентрація i -того сорту забруднюючої речовини в міжчастинковому просторі в j -тому шарі фільтра, $U_{i,j}(x,r,t)$ – концентрація i -того сорту забруднюючої речовини на сфері радіуса $r \geq R$ мікрочастинки з центром в точці з координатою x , $D_{i,j} = \varepsilon d_{i,j}$ та $D_{i,j}^* = \varepsilon^3 d_{i,j}^*$ – коефіцієнти дифузії відповідно в міжчастинковому просторі та в порах частинок, $D_{*i,j}^* = \varepsilon^2 d_{*i,j}^*$ – коефіцієнт впливу внутрішньочастинкового переносу на міжчастинковий, $v(x) \gg \varepsilon > 0$ – швидкість конвективного перенесення, σ_j, σ_j^* – коефіцієнти пористості відповідно макро- та мікросередовищ, R_j – радіус частинки, $k_{i,j}$ – константи адсорбційної рівноваги. Зауважимо, що питання ідентифікації параметрів задач дифузії в нанопористому середовищі досліджено зокрема в [4, 5]. Вважаємо, що всі функції, які фігурують в умовах є достатньо гладкими та узгодженими між собою в кутових точках відповідної області, а також на поверхнях частинок ($U_{i,j}^0(x, R_j, t) = k_{i,j} C_{i,j}^0(x, t)$).

Побудовано алгоритм асимптотичного розв'язку поставленої задачі аналогічно до [7-9]. На основі аналізу отриманих результатів зроблено висновок про значний вплив адсорбції та дифузії, не зважаючи на те, що вони є малими в порівнянні з конвекцією.

Список використаних джерел

1. Rolando M.A. Roque-Malherbe. Adsorption and Diffusion in Nanoporous Materials. – CRC Press, 2012. – 288 p.
2. Kärger J. Diffusion fundamentals / J. Kärger, F. Grinberg, P. Heitjans– Leipziger Unviersite, Leipzig, 2005. – 615 p.
3. Petryk M.R. Mathematical modeling and visualization of multilevel mass transfer system in heterogeneous catalytic media of nanoporous particles / Petryk M.R., Fraissard J. // Journal of Automation and Information Sciences. , 2008 — vol. 40, no. 10. — 1-21.
4. Sergienko I. V. Highly Efficient Methods of the Identification of Competitive Diffusion Parameters in Inhomogeneous Media of Nanoporous Particles / I.V. Sergienko, M.R. Petryk, J. Fraissard, S. Leclerc // Cybernetics and System Analysis. – 2015. – Vol. 51. – № 4. – С. 529–546.
5. Сергиенко И.В. Идентификация градиентными методами параметров задач диффузии вещества в нанопористой среде / И.В. Сергиенко, В.С. Дейнека // Пробл. управления и информатики. – 2010. – № 6. – С. 5–18.
6. Петрик М.Р. Моделирование и анализ концентрационных полей нелинейной конкуритивной двухкомпонентной диффузии в среде нанопористых частей / М.Р. Петрик, Ж. Фрессард, Д.М. Михалик // Проблемы управления и информатики. – 2009. – № 4. –С. 73-83.
7. Бомба А.Я. Асимптотичний метод розв'язання одного класу модельних сингулярно збурених задач процесу масопереносу в різнопористих середовищах / А.Я. Бомба, І.М. Присяжнюк, О.В. Присяжнюк // Доповіді НАН України. – 2013.- № 3. – С. 28-34.
8. Присяжнюк І.М. Математичне моделювання просторових сингулярно збурених процесів конвективно-дифузійного масопереносу в двопористих багат шарових середовищах / І.М. Присяжнюк, Ю. Є. Климюк, О.В. Присяжнюк // Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2014. – №39 (1082) – С. 159–177.
9. Математичне моделювання процесів первинної очистки стічних вод із використанням пористих мікрочастинок / А.Я. Бомба, І.М. Присяжнюк, О.В. Присяжнюк, В. М. Сівак // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Технічні науки». – 2014. – Вип. 1(65). – С. 104–112.

УДК 004.94

МОДЕЛЮВАННЯ КОНТРОЛЮ РУХУ МІСЬКОГО ТРАНСПОРТУ НА ОСНОВІ МЕРЕЖ ПЕТРІ

Борейко О.Ю.¹⁾, Зубко Р.А.²⁾

Тернопільський національний економічний університет

¹⁾ аспірант; ²⁾ магістрант

І. Постановка проблеми

Транспортна система відіграє ключову роль в соціально-економічних явищах будь-якого