Семчишин Л.М.,
доцент, к.ф-м.н.,
Чортківський навчально-науковий інститут підприємництва і бізнесу
Західноукраїнський національний університет

ДО ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Економіко-математичні дослідження, що проводяться в країні, охоплюють важливі проблеми на різних рівнях планування та управління. Успішне розв'язання численних економіко-математичних задач стало можливим лише завдяки широкому використанню математичних моделей, обчислювальних методів і комп'ютерних технологій.

Нехай для деякої виробничої системи необхідно визначити план випуску продукції за умови найкращого способу використання її ресурсів. Відомі загальні запаси кожного ресурсу, норми витрат кожного ресурсу на одиницю продукції та ціни реалізації одиниці виготовленої продукції. Критерії оптимальності можуть бути різними, наприклад, максимізація виручки від реалізації продукції. Така умова подається лінійною залежністю загальної виручки від обсягів проданого товару та цін на одиницю продукції [1].

Розглянемо утворення найхарактерніших нелінійних моделей.

Загальну задачу математичного програмування сформулюємо так: знайти такі значення змінних x_j $(j=\overline{1,n})$, щоб цільова функція набувала екстремального (максимального чи мінімального) значення:

$$\max(\min)\ F = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{1}$$

за умов:

$$g_i(x_1, x_2, ..., x_n)\{\le,=,\ge\}b_i \ \ (i=\overline{1,m}); \tag{2}$$

$$x_j \ge 0 \ \ (j=\overline{1,n}). \tag{3}$$

Якщо всі функції $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ та $g_i(x_1, x_2, ..., x_n)$, $i=\overline{1,m}$ є лінійними, то це задача лінійного програмування, інакше (якщо хоча б одна з функцій є нелінійною) маємо задачу нелінійного програмування [2].

Розглянемо метод множників Лагранжа для розв'язування задачі нелінійного програмування, що має вигляд:

$$\max(\min)Z = f(x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n) \tag{4}$$

за умов:

$$q_i(x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n) = b_i \ \ (i=\overline{1,m}), \tag{5}$$

де функції $f(x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n)$ і $q_i(x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n)$ мають бути диференційовними.

Задача (4)-(5) полягає в знаходженні екстремуму функції $f(x)$ за умов виконання обмежень $q_i, (i=\overline{1,m})$. Замінюємо цільову функцію (4) на складнішу. Це є функція Лагранжа і має такий вигляд:

$$L(x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n; \lambda_1, \ \lambda_2, \ ..., \ \lambda_m) = f(x_1, x_2, ..., x_n) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (b_i - q_i(x_1, x_2, ..., x_n)), \tag{6}$$

де λ_i – деякі невідомі величини, множники Лагранжа.

Обчисливши частинні похідні, прирівнявши їх до нуля, отримаємо розв'язки $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ і $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_m^*)$ – стаціонарні точки. Оскільки, ці розв'язки отримані з необхідної умови екстремуму, то вони визначають максимум, мінімум задачі (4).

Література

1. Григорків В. С. Моделювання економіки. Ч. 2: Навч. посібник / В. С. Григорків. – Чернівці: Рута, 2006. – 100 с.
2. Недашковський М.О. Обчислення з λ-матрицями / М.О. Недашковський, О.Я. Ковальчук. – К.: Наукова думка, 2007. – 294 с.