

УДК 621.317

АРИФМЕТИЧНІ ПРИСТРОЇ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ З СПРЯЖЕНИМИ ПАРАМИ

В.І. Волинець

Значне місце серед приладів контролю параметрів природного середовища, речовин, матеріалів та виробів займають прилади, що базуються на спектральному аналізі, в основі якого лежить використання дискретних перетворень Фур'є та Хартлі.

На даний час існує велика кількість різноманітних швидких алгоритмів обчислення дискретних перетворень Фур'є та Хартлі, серед яких найбільш широко використовуються алгоритми швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та швидкого перетворення Хартлі (ШПХ) з постійними основами [1..6]. Порівняльний аналіз даних алгоритмів [6, 7] показує, що найкращими серед них з точки зору арифметичної складності та об'єму необхідної пам'яті для збереження вагових коефіцієнтів є алгоритми ШПФ та ШПХ з спряженими парами (ШПФСП та ШПХСП) [5, 6].

Метою даної роботи є розробка арифметичних пристроїв для виконання ШПХСП, для чого ставиться завдання дослідити алгоритми ШПХСП, а саме, базові операції, що лежать в основі їх функціонування.

В основі алгоритмів ШПХСП з проріджуванням по часу та частоті лежить виконання базових операцій, що визначаються відповідно формулами (1) та (2):

$$\begin{array}{l}
 A' \\
 B' \\
 C' \\
 D' \\
 E' \\
 F' \\
 G' \\
 H'
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc|cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & C_k & S_k & -S_k & C_k \\
 0 & 1 & 0 & 0 & C_k & S_k & S_k & -C_k \\
 0 & 0 & 1 & 0 & -S_k & C_k & -C_k & -S_k \\
 0 & 0 & 0 & 1 & S_k & -C_k & -C_k & -S_k \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -C_k & -S_k & S_k & -C_k \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -C_k & -S_k & -S_k & C_k \\
 0 & 0 & 1 & 0 & S_k & -C_k & C_k & S_k \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -S_k & C_k & C_k & S_k
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{l}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E \\
 F \\
 G \\
 H
 \end{array}
 \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} A' \\ B' \\ C' \\ D' \\ E' \\ F' \\ G' \\ H' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ C_k & C_k & -S_k & S_k & -C_k & -C_k & S_k & -S_k \\ S_k & S_k & C_k & -C_k & -S_k & -S_k & -C_k & C_k \\ -S_k & S_k & -C_k & -C_k & S_k & -S_k & C_k & C_k \\ C_k & -C_k & -S_k & -S_k & -C_k & C_k & S_k & S_k \end{array} \right| \cdot \left. \begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{array} \right|, \end{array} \quad (2)$$

де A, B, C, D, E, F, G, H - вхідні значення базових операцій;

$A', B', C', D', E', F', G', H'$ - вихідні значення базових операцій;

$C_k = \cos(2\pi k/N)$; $S_k = \sin(2\pi k/N)$ - вагові коефіцієнти; $k=0, N/4-1$;

N - розмір перетворення.

Обчислення по формулам (1) та (2) для $k=0$ та $k=N/8$ можна об'єднати, в результаті чого вони приймуть вигляд, представлений відповідно формулами (3) та (4):

$$\begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} A' \\ B' \\ C' \\ D' \\ E' \\ F' \\ G' \\ H' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{array} \right| \cdot \left. \begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{array} \right|, \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} A' \\ B' \\ C' \\ D' \\ E' \\ F' \\ G' \\ H' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{array} \right| \cdot \left. \begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{array} \right|. \end{array} \quad (4)$$

Центральні матриці в формулах (1)-(4) можуть бути представлені у вигляді добутку слабкозаповнених матриць, в результаті чого обчислення за даними формулами може бути проведене у відповідності з граф-схемами, зображеними відповідно на рис.1,3,2,4.

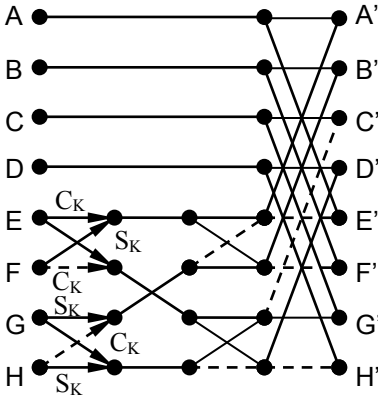


Рис. 1

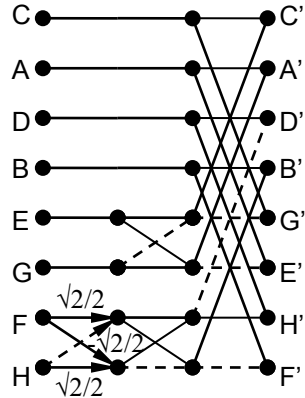


Рис. 2

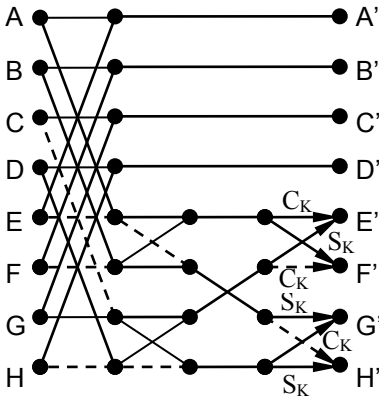


Рис. 3

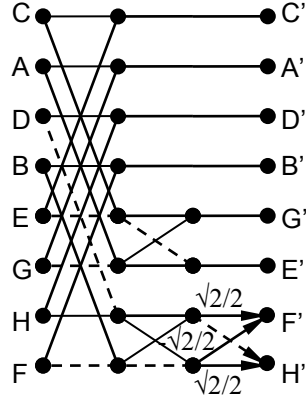


Рис. 4

Для реалізації базових операцій, граф-схеми яких наведені на рис. 1-4, розроблені арифметичні пристрої, до складу яких входять комплексні помножувачі для виконання множення на вагові коефіцієнти та суматори-віднімачі для

виконання операцій додавання-віднімання. Реалізація арифметичних пристроїв з паралельним принципом дії вимагає шести суматорів-віднімачів, двох комплексних помножувачів та двох комутаторів, котрі забезпечують комутацію вхідних та проміжних даних базових операцій. З метою можливості реалізації двох двох-точкових та чотирьох-точкових перетворень Хартлі, котрі виконуються на першому та останньому етапах відповідно в алгоритмі з проріджуванням по часу та частоті, шляхом подачі на деякі входи арифметичних пристроїв нульових сигналів та комутації проміжних даних базової операції, в арифметичні пристрої введені по одному додатковому комутатору.

Розроблені арифметичні пристрої дозволяють реалізувати будь-які базові операції алгоритмів ШПХСП, при цьому час виконання базової операції складає час затримки двох суматорів-віднімачів та комплексного помножувача.

Література

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов /Пер. с англ. под ред. Ю.Н. Александрова. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
2. Duhamel P.V. Implementation of "split-radix" FFT algorithms for complex, real and real-symmetric data //IEEE Trans.; v.ASSP-34. – 1986. – No.2. – P.285-295.
3. Яцимирский М.Н. Алгоритмы быстрого преобразования Хартли по основаниям 2 и 4 //Радиотехника (Москва). – 1989. – №2. – С.31-36.
4. Волюнец В.И. Алгоритмы быстрого преобразования Хартли по основаниям 4, 8 и с расщепленным основанием с прореживанием по времени и частоте /Винниц. политехн. ин-т. – Винница, 1990. – 35 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 10.04.90, №641-Ук90.
5. Kamar I., Elcherif Y. Conjugate pair fast Fourier transform //Electron. Lett. – 1989. – v.25. – No.5. – P.324-325.
6. Волюнец В.И. Алгоритмы быстрого преобразования Хартли с сопряженными парами /Изв. высш. учебн. завед. Радиоэлектроника. – 1993. – №11. – С.77-80.
7. Волюнец В.И. Сравнительный анализ алгоритмов быстрого преобразования Фурье и Хартли /Винниц. политехн. ин-т. – Винница, 1990. – 16 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 10.04.90, № 642-Ук90.