

**Економіка галузей первинного сектору**

Васілейос АНАСТАСІАДІС,  
Євангелос СІСКОС

**АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ  
З МЕТОЮ ПРОГНОЗУВАННЯ  
ЦІН НА СИРУ НАФТУ****Резюме**

Багато аналітиків, політиків і дослідників все більше стурбовані коливаннями світових цін на сиру нафту. Це пов'язано з тим, що ціни на нафту відображають багато макроекономічних і фінансових показників (ВВП, безробіття, інфляцію, індекс S&P 500, індекс Nasdaq Composite), а також умови на різноманітних фінансових і товарних ринках. У цій роботі визначено найбільш придатну модель для оцінювання та прогнозування щомісячних цін на нафту марки «West Texas Intermediate» (WTI) через порівняння трьох гібридних моделей: ARMA-GARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі), ARMA-EGARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та експоненціальної узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі) та ARMA-FIGARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та дробово інтегрованої узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі). У результаті емпіричного аналізу виявлено, що модель ARMA-EGARCH (1,20) – це найбільш ефективна модель з точки зору прогнозування щомісячних цін на сиру нафту марки WTI.

© Васілейос Анастасіадіс, Євангелос Сіскос, 2023.

Анастасіадіс Васілейос, магістр з управління та транспортування нафти і газу, Університет Західної Македонії, м. Козані, Греція. ORCID: 0009-0004-8658-5798 Е-мейл: billys25.1996@gmail.com  
Сіскос Євангелос, д. е. н., професор міжнародних, європейських та чорноморських економічних відносин, кафедра міжнародних та європейських економічних досліджень, Університет Західної Македонії, м. Козані, Греція. ORCID: 0000-0002-5221-4444 Е-мейл: esiskos@uowm.gr

## Ключові слова

Світові ціни на нафту; прогнозування; ARMA; GARCH; прибутковість; програма Eviews.

Класифікація за JEL: Q47.

7 рисунків, 6 таблиць, 5 формул, 14 джерел літератури.

## Постановка проблеми

Мета роботи – визначити оптимальну модель для оцінювання та прогнозування прибутковості щомісячних цін на нафту марки «West Texas Intermediate» (WTI). Зокрема, в дослідженні увагу зосереджено на періоді з березня 2022 р. по травень 2022 р. У цьому аналізі порівнюються три гібридні моделі: ARMA-GARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі), ARMA-EGARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та експоненціальної узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі) та ARMA-FIGARCH (комбінація моделі авторегресії – ковзного середнього та дробово інтегрованої узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичної моделі), для визначення моделі, яка дає найбільш точні прогнози.

Аналіз проведено з використанням методології Бокса-Дженкінса та моделей GARCH, зокрема ARMA-GARCH(1,2), ARMA-GARCH(1,20), ARMA-EGARCH(1,2), ARMA-EGARCH(1,20), ARMA-FIGARCH(1,2) і ARMA-FIGARCH(1,20). Серед цих моделей визначено оптимальну гібридну модель на основі її здатності мінімізувати критерії Акаїке та Шварца.

**Мета статті** – оцінювання точності прогнозу обраної моделі за допомогою таких показників, як коренева середньоквадратична похибка (RMSE), середня абсолютна похибка (MAE) та середня абсолютна похибка у відсотках

(MAPE). Результати дослідження сприятимуть визначенню гібридної моделі, яка найбільш ефективна для прогнозування цін на нафту марки WTI.

### Огляд літератури

Муса та Аль-Лаухані дослідили зв'язок між спотовими та ф'ючерсними цінами на сирю нафту (WTI) за допомогою різних тестів та моделі GARCH-M (1,1) (Moosa & Al-Loughani, 1994). Вони використовували щомісячні дані з 1/1986 по 7/1990 для трьох часових рядів. Спочатку для спотової ціни, потім для ф'ючерсної ціни через три місяці ( $f_3$ ) та через шість місяців ( $f_6$ ). На основі результатів опитування виявлено, що ф'ючерсні контракти не можуть бути об'єктивними та ефективними для прогнозування спотових цін. Вони дійшли висновку, що процес GARCH-M може гідно моделювати різницю між ризиковими преміями з плином часу, але його не можна узагальнювати.

Хуанг та ін. використовували модель векторної авторегресії для дослідження зв'язку між майбутніми щоденними доходами від нафти WTI та доходами від акцій у США (Huang et al., 1996). Науковці виявили, що прибутковість сирої нафти WTI не впливає суттєво на значущі фондові індекси (S&P 500). Аналіз базувався на щоденних цінах закриття форвардних контрактів на найближче майбутнє на Нью-Йоркській фондовій біржі (NYMEX) за період 11.05.1983 – 16.03.1990.

Садорський поєднав моделі векторної авторегресії та GARCH, щоби показати, що ціна на нафту та волатильність цін на нафту відіграють важливу роль в економіці та доходності фондових бірж, водночас зміни в економічній активності мають незначний вплив на ціни на нафту (Sadorsky, 1999). Серед використаних змінних – сезонно скоригований індекс промислового виробництва (1982 = 100), рівень тримісячних державних облігацій, сезонно скоригований індекс цін виробників (1982 = 100), сезонно скоригований індекс 500 звичайних акцій (1967 = 100), сезонно скоригований індекс споживчих цін (1982 = 100), ціни на нафту та прибутковість акцій.

Радченко (Radchenko, 2005) застосував модель змінної напруги та процедуру «back-to-back» з умовами похибки, які не мають характеристик моделі білого шуму. Він використовував щотижневі дані про ціни на нафту і бензин у США з 3/1991 по 2/2003 рр. Також було використано різницю в їх логарифмічних значеннях, оскільки в розглянутий період простежувалась низька інфляція (1,54–3,58%). Крім того, у жовтні 1983 р. відбулося значне підвищення податків на бензин. З цієї причини дослідник додав фіктивну змінну, рівну 0, для періоду до жовтня 1993 р., та рівну 1 в іншому випадку. Нарешті, дослідник розділив всю вибірку на дві моделі (з низькою та високою варіабельністю).

Садорський та Башер вивчали ціни на мазут, неетилований бензин, природний газ та ф'ючерсні ціни на сирю нафту WTI, що котирувалися на

Нью-йоркській товарній біржі (NYMEX) (Sadorsky & Basher, 2006). Для сирової нафти вони використовували дані з 5/2/1988 по 31/1/2003 і порівнювали моделі GARCH(1,1), TGARCH(1,1), BIGARCH(1,1), різні моделі рухомого середовища, лінійну регресію та експоненціальне згладжування. Вони дійшли висновку, що GARCH(1,1) краще прогнозує волатильність цін на нафту.

Хунг та співавтори аналізували ефективність розподілу вартості ризику на добу наперед за допомогою трьох розподілів у моделях GARCH (Hung et al., 2008). Зокрема, вони використали ціни на нафту марки WTI (за період 09.09.1996–31.08.2006) та BRENT (за період 05.11.1996–31.08.2006). Згідно з результатами аналізу розподіл із сильним відхиленням дає більш задовільні результати для розрахунку вартості ризику.

Мурадов та ін. розробили економетричну модель, яка розраховує середні ціни на нафту WTI та BRENT (Muradov et al., 2018). Вони використовували річні дані з 1975 по 2017 р. Власне, вони запровадили фіктивні змінні з 2008 по 2015 рр. через кризу та різке зниження цін на нафту. Крім того, у цій моделі використано змінну «@TREND» як середнє значення напруги. Модель ARMA включена з першим та дев'ятим гістерезисом авторегресійної моделі та десятим гістерезисом ковзної середньої. Модель визнано як адекватну та корисну для прогнозування.

Янг та ін. (Yang et al., 2002) дослідили короткостроковий та довгостроковий зв'язок між попитом на нафту, ВВП, цінами на нафту, газ та вугілля за допомогою моделі корекції помилок. Вони протестували різні сценарії, які передбачали зниження видобутку ОПЕК на 4%, щоб розрахувати еластичність попиту. В результаті визначено зростання цін на нафту, але вони також можуть знизитися (якщо відбудеться рецесія). Примітною є їхня гіпотеза про те, що зменшення видобутку нафти ОПЕК може спричинити стагфляцію і, зрештою, знизити ціни на нафту (Organization of the Petroleum Exporting Countries, 2022).

Мохаммаді та Су дослідили ефективність різних моделей ARIMA та GARCH у прогнозуванні середніх та тижневих коливань цін на сиру нафту за період з 01/2009 по 10/2009 рр. (Mohammadi & Su, 2010). Вони використали дані з 11 країн як імпортерів, так і експортерів (Алжиру, Канади, Китаю, Дубаю, Індонезії, Норвегії та Росії) за період з 03.01.1997 р. по 13.02.2009 р. і дійшли висновку, що перевага надається моделі APARCH. Нейронна мережа показала, що ринок нафтових ф'ючерсів неефективний, але все-таки забезпечує прибуткові транзакції. Крім того, вони продемонстрували передбачуваність цін на нафту, як порівняти з іншими моделями, наприклад правилом купівлі та утримання (припускає, що ціни постійно зростають), технічним аналізом звичайної ковзної середньої, випадковим блуканням та процентною ставкою з нульовим ризиком (90-денна державна облігація). Зокрема, використані дані з 1985 по 2007 рр. щодо поставок нафти, потужностей з переробки сирової нафти, споживання нафти країнами, що не входять до ОЕСР, потужностей нафтопереробних заводів США та надлишкових потужностей.

Мірмірані та Лі порівняли методи векторної авторегресії та нейронної мережі для прогнозування цін на сиру нафту в США (Mirmirani & Li, 2004). Зокрема, використано історичні ціни на нафту, попередня пропозиція, попереднє споживання енергії та грошова маса (M1). Вони включали щомісячні дані за період з 01/1980 по 12/2002 рр. щодо цін на легку солодку нафту. В результаті цього модель нейронної мережі показала кращі результати, ніж модель векторної авторегресії.

Ю та ін. (Yu et al., 2017) показали, що застосування машини опорних векторів («support vector machine») дало кращі результати, ніж моделі нейронної мережі, ARIMA та ARFIMA для показників нафти BRENT та WTI.

Вей, Ван, Лі та Чен (Wei et al., 2022) дослідили вплив пандемії на довгострокову волатильність і кореляцію цін на золото та сиру нафту. Спочатку вони застосували модель DCC GARCH (динамічна умовна кореляція GARCH), щоб кількісно оцінити вплив пандемії на волатильність цих сировинних товарів. Згодом вони використали модель DCC-MIDAS GARCH (динамічної умовної кореляції – вибірки змішаних даних GARCH) для оцінювання впливу пандемії на довгострокову кореляцію між ринками золота та сирої нафти. Дані поділили на дві категорії. Перша складалася з лондонських щоденних розрахункових цін на золото та сиру нафту марки BRENT, а друга містила щомісячні дані про захворюваність та її волатильність. Отримані дані вказують на значний прямий вплив пандемії на довгострокову волатильність цін на золото та сиру нафту. Більше того, чим довше тривала пандемія, тим більш виразні були ці ефекти. Крім того, пандемія позитивно вплинула на довгострокову кореляцію між двома ринками.

## Методологія та емпіричний аналіз

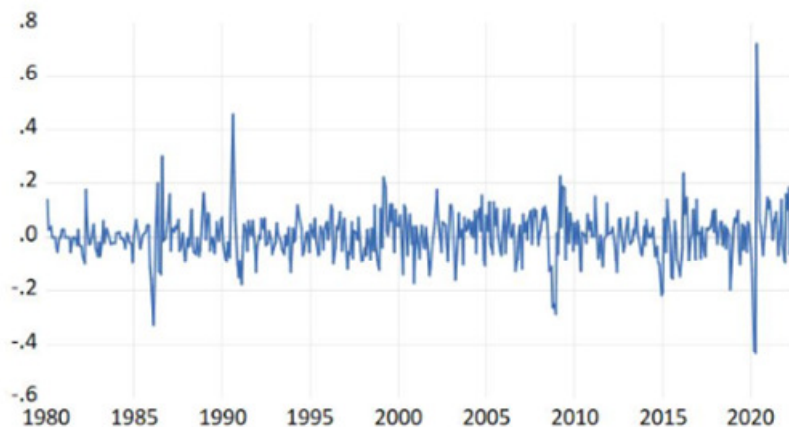
У роботі використано щомісячні ціни на нафту марки WTI з січня 1980 р. по травень 2022 р. Дані отримано з бази даних E.I.A., Федерального бюро енергетики США (U.S. Energy Information Administration, 2023) і поділено їх поділено на дві групи. Першу групу (січень 1980 – лютий 2022) використано для навчання моделі, а друга група (березень 2022 – травень 2022) допомогла перевірити прогностичну здатність моделі.

Мета роботи – визначення найбільш придатної моделі для оцінювання та прогнозування прибутковості щомісячних цін на нафту марки «West Texas Intermediate» (WTI). Аналіз проводився за допомогою статистичного програмного забезпечення EViews 12.0.

Згідно з рис. 1, не було очевидних відхилень у прибутковості нафти WTI (за винятком 2020 р.), а також не простежувались чіткі тенденції.

Рисунок 1

## Прибутковість сирої нафти



На цьому етапі метою було визначення того, чи часовий ряд стаціонарний, чи потрібно обчислювати перші різниці. Для перевірки на стаціонарність використано тести Дікі-Фуллера, Філіпса-Перрона та Квятковського-Філіпса-Шмідта-Шина. Результати тестів вказують те, що часовий ряд дійсно стаціонарний. Зокрема, в розширеному тесті Дікі-Фуллера величина ймовірності (prob.) дорівнює 0. Цей тест визначив максимальну кількість лагів на основі Інформаційного критерію Акаїке. Крім того, тест Філіпса-Перрона дорівнює 0, а множник Лагранжа в тесті Квятковського-Філіпса-Шмідта-Шина був статистично значущим на всіх трьох рівнях значущості. Згодом ми дослідили модель  $ARMA(p,q)$ , використовуючи різні статистично значущі значення лагу. У Додатку А наведено кількість статистично значущих лагів, величину  $SIGMASQ$  (оцінка залишкової дисперсії), скориговане  $R^2$  та значення критеріїв Акаїке і Шварца. Модель  $ARMA(1,2)$  має перевагу через свою простоту, а модель  $ARMA(1,20)$  може бути корисна для врахування потенційної сезонності. У табл. 1 і 2 вказано оцінку  $ARMA(1,2)$  та  $ARMA(1,20)$ , відповідно, згідно з результатами аналізу Eviews.

Таблиця 1

## Оцінка ARMA(1,2)

Залежна змінна: RETURN\_WTISPLC

Метод: ARMA Максимальна ймовірність (OPG – ВННН)

Дата: 08/26/22 Час: 01:50

Вибірка: 1980M02 2022M02

Враховано спостережень: 505

Досягнуто наближення після 92 ітерацій

Коефіцієнт коваріації, обчислений за допомогою зовнішнього добутку градієнтів

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	t-критерій	Ім.
C	0.006373	0.005401	1.179999	0.2386
AR(1)	0.275297	0.031925	8.623283	0.0000
MA(2)	-0.37443	0.041643	-3.300509	0.0010
SIGMASQ	0.007937	0.000257	30.91357	0.0000
R-квадрат	0.076006	Сер. залежної змінної		0.006336
Скоригований R-квадрат	0.070473	Ст. від. залежної змінної		0.092774
Середнє квадратичне відхилення регресії	0.089446	Інф. критерій Акаїке		-1.982293
Сумарний квадратичний залишок	4.008256	Критерій Шварца		-1.948832
Log імовірності	504.5291	Критерій Ханнана-Квінна		-1.969169
F-тест	13.73705	Тест Дарбіна-Уотсона		1.991886
Ім.(F-тест)	0.000000			
Інвертовані корені авторегресії	.28			
Інвертовані корені ковзного середнього	.37	-.37		

Після відбору можливих моделей потрібно спочатку перевірити, чи моделі відображають автокореляцію. Для цього використовується критерій Льюнга-Бокса:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (1)$$

де  $n$  – це розмір вибірки;  $h$  – це кількість коефіцієнтів автокореляції;  $\hat{\rho}_k$  позначає рівень автокореляції при лазі  $k$ .

Гіпотези тесту:

- $H_0$ : автокореляція відсутня;
- $H_1$ : існує автокореляція, дані не розподілені незалежно і демонструють послідовну кореляцію.

Таблиця 2

## Оцінка ARMA(1,20)

Залежна змінна: RETURN\_WTISPLC

Метод: ARMA Максимальна ймовірність (OPG – ВННН)

Дата: 08/26/22 Час: 01:49

Вибірка: 1980M02 2022M02

Враховано спостережень: 505

Досягнуто наближення після 60 ітерацій

Коефіцієнт коваріації, обчислений за допомогою зовнішнього добутку градієнтів

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	t-критерій	Ім.
C	0.006676	0.006776	0.985277	0.3250
AR(1)	0.251944	0.024376	10.33591	0.0000
MA(20)	0.117502	0.050181	2.341548	0.0196
SIGMASQ	0.007935	0.000219	36.30569	0.0000
R-квадрат	0.076254	Сер. залежної змінної		0.006336
Скоригований R-квадрат	0.070722	Ст. від. залежної змінної		0.092774
Середнє квадратичне відхилення регресії	0.089434	Інф. критерій Акаїке		-1.982071
Сумарний квадратичний залишок	4.007181	Критерій Шварца		-1.948610
Log імовірності	504.4730	Критерій Ханнана-Квінна		-1.968947
F-тест	13.78553	Тест Дарбіна-Уотсона		1.937210
Ім. (F-тест)	0.000000			
Інвертовані корені авторегресії	.25			
Інвертовані корені ковзного середнього	.89-.14i	.89+.14i	.80+.41i	.80-.41i
	.64+.64i	.64-.64i	.41+.80i	.41-.80i
	.14+.89i	.14-.89i	-.14+.89i	-.14-.89i
	-.41-.80i	-.41+.80i	-.64-.64i	-.64-.64i
	-.80-.41i	-.80+.41i	-.89+.14i	-.89-.14i

Корелограма залишків показує, що більшість значень ймовірностей за критерієм Льюнга-Бокса більш значущі, ніж 0.5. Це означає, що гіпотеза про відсутність автокореляції не може бути відкинута (рис. 2 і 3).



Рисунок 2

Корелограма залишків, ARMA(1,2)

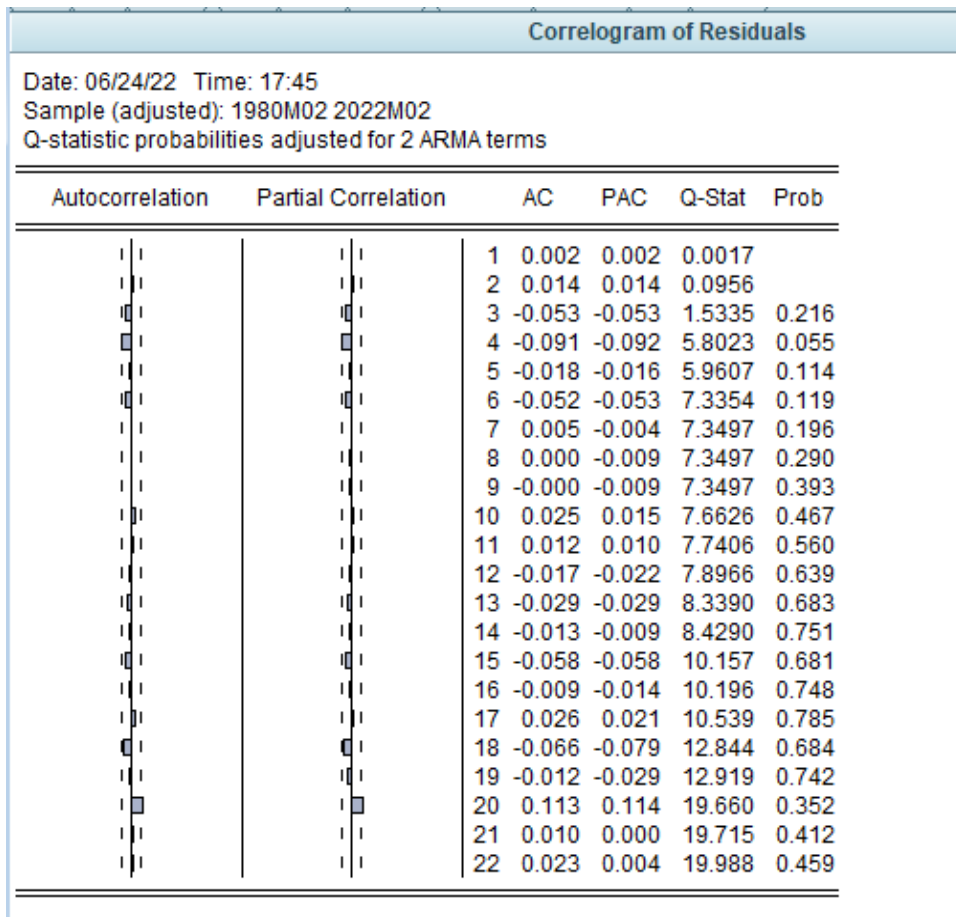


Рисунок 3

## Корелограма залишків, ARMA(1,20)

## Correlogram of Residuals

Date: 06/24/22 Time: 17:49

Sample (adjusted): 1980M02 2022M02

Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA terms

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.029	0.029	0.4335	
		2	-0.099	-0.100	5.4308	
		3	-0.053	-0.047	6.8520	0.009
		4	-0.086	-0.094	10.634	0.005
		5	-0.010	-0.016	10.688	0.014
		6	-0.034	-0.056	11.284	0.024
		7	0.013	0.003	11.370	0.045
		8	0.002	-0.018	11.373	0.078
		9	0.000	-0.005	11.373	0.123
		10	0.022	0.013	11.618	0.169
		11	0.014	0.012	11.715	0.230
		12	-0.015	-0.015	11.831	0.297
		13	-0.026	-0.021	12.189	0.350
		14	-0.007	-0.005	12.213	0.429
		15	-0.057	-0.062	13.897	0.381
		16	0.013	0.011	13.983	0.451
		17	0.035	0.017	14.634	0.478
		18	-0.068	-0.078	17.063	0.382
		19	-0.012	-0.015	17.134	0.445
		20	0.005	-0.008	17.146	0.513
		21	0.012	0.001	17.228	0.574
		22	0.027	0.015	17.627	0.612

Крім того, корелограма квадратичних залишків показує, що майже всі лаги статистично незначущі, а це означає, що вся інформація включена в модель (рис. 4 і 5).

Рисунок 4

Корелограма квадратних залишків, ARMA(1,2)

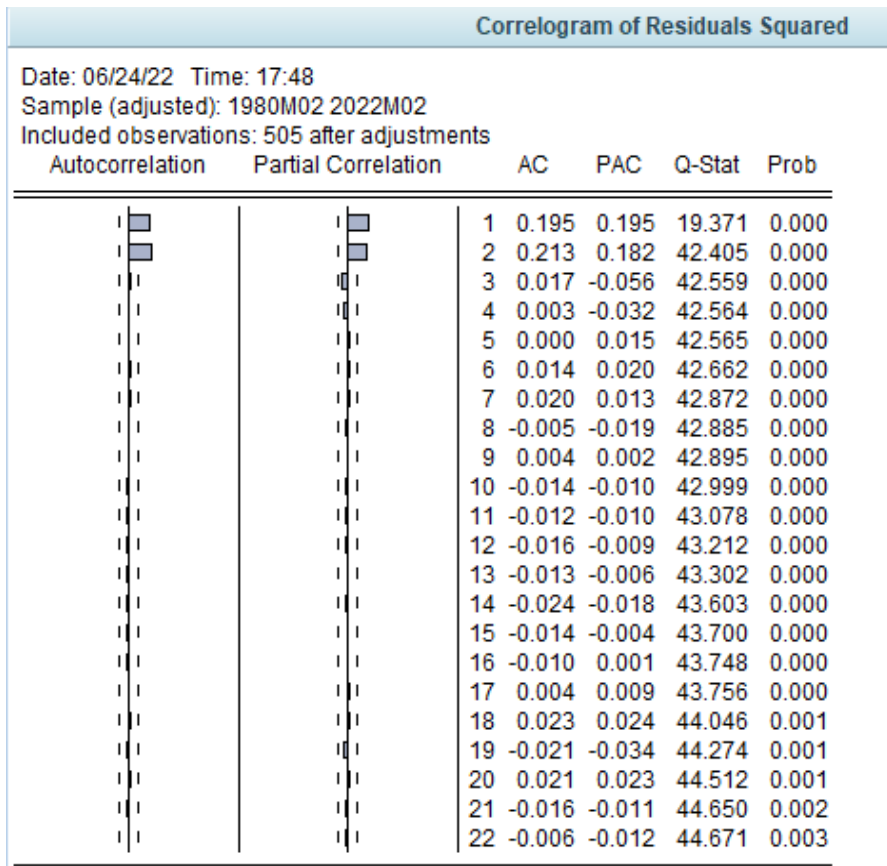


Рисунок 5

## Корелограма квадратичних залишків, ARMA(1,20)

## Correlogram of Residuals

Date: 06/24/22 Time: 17:49

Sample (adjusted): 1980M02 2022M02

Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA terms

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.029	0.029	0.4335	
		2	-0.099	-0.100	5.4308	
		3	-0.053	-0.047	6.8520	0.009
		4	-0.086	-0.094	10.634	0.005
		5	-0.010	-0.016	10.688	0.014
		6	-0.034	-0.056	11.284	0.024
		7	0.013	0.003	11.370	0.045
		8	0.002	-0.018	11.373	0.078
		9	0.000	-0.005	11.373	0.123
		10	0.022	0.013	11.618	0.169
		11	0.014	0.012	11.715	0.230
		12	-0.015	-0.015	11.831	0.297
		13	-0.026	-0.021	12.189	0.350
		14	-0.007	-0.005	12.213	0.429
		15	-0.057	-0.062	13.897	0.381
		16	0.013	0.011	13.983	0.451
		17	0.035	0.017	14.634	0.478
		18	-0.068	-0.078	17.063	0.382
		19	-0.012	-0.015	17.134	0.445
		20	0.005	-0.008	17.146	0.513
		21	0.012	0.001	17.228	0.574
		22	0.027	0.015	17.627	0.612

Далі моделі перевірено на гетероскедастичність за допомогою ARCH-тесту. Зокрема, якщо коефіцієнт  $b_1$  статистично значущий, то в залишках існує гетероскедастичність.

$$\hat{\sigma}_t^2 = b_0 + b_1 \hat{\sigma}_{t-1}^2 + \epsilon_t \quad (2)$$

$\Gamma_0$ : дані гомоскедастичні

$\Gamma_1$ : дані гетероскедастичні

У табл. 3 наведено результати ARCH-тесту для ARMA(1,2), а в табл. 4 – для ARMA(1,20).

Таблиця 3

**ARCH-тест для ARMA(1,2)**

Тест на гетероскедастичність:  
ARCH

F-тест	19.90549	Ім. F (1,502)	0.0000
Спостереження* R-квадрат	19.22258	Ім. Хі-квадрат (1)	0.0000

Тестове рівняння:

Залежна змінна: RESID<sup>2</sup>

Метод: найменших квадратів

Дата: 06/24/22 Час: 19:02

Вибірка (скоригована): 1980M03 2022M02

Враховано спостережень: 504 після коригування

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	t-критерій	Ім.
C	0.006368	0.001408	4.522461	0.0000
RESID <sup>2</sup> (-1)	0.195289	0.043771	4.461557	0.0000
R-квадрат	0.038140	Сер.залежнозмінної		0.007921
Скоригований R-квадрат	0.036224	Ст. від.залежнозмінної		0.031203
Середнє квадратичне відхилення регресії	0.030633	Інф. критерій Акаїке		-4.129513
Сумарний квадратичний залишок	0.471069	Критерій Шварца		-4.112757
Log імовірності	1042.637	Критерій Ханнана-Квінна		-4.122940
F-тест	19.90549	Тест Дарбіна-Уотсона		2.070133
Ім. (F-тест)	0.000010			

Таблиця 4

**ARCH-тест для ARMA(1,20)**

Тест на гетероскедастичність:

ARCH

F-тест	17.48205	Ім. F (1,502)	0.0000
Спостереження* R-квадрат	16.96104	Ім. Хі-квадрат (1)	0.0000

Тестове рівняння:

Залежна змінна: RESID^2

Метод: найменших квадратів

Дата: 06/24/22 Час: 19:03

Вибірка (скоригована): 1980M03 2022M02

Враховано спостережень: 504 після коригування

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	t- критерій	Ім.
C	0.006461	0.001514	4.266360	0.0000
RESID^2(-1)	0.183443	0.043874	4.181154	0.0000
R-квадрат	0.033653	Сер. залежноїзмінної		0.007919
Скоригований R-квадрат	0.031728	Ст. від. залежної змінної		0.033622
Середнє квадратичне відхилення регресії	0.033084	Інф. критерій Акаїке		-3.975552
Сумарний квадратичний залишок	0.549476	Критерій Шварца		-3.958796
Log імовірності	1003.839	Критерій Ханнана-Квінна		-3.968980
F-тест	17.48205	Тест Дарбіна-Уотсона		2.061614
Ім.(F-тест)	0.000034			

Значення критерію хі-квадрат та коефіцієнта статистично значущі, тому не можна прийняти нульову гіпотезу про гомоскедастичність. Таким чином, для вирішення проблеми гетероскедастичності використано різні типи узагальненої авторегресійної моделі умовної гетероскедастичності GARCH (p,q), оскільки модель GARCH спрямована на вирішення проблеми шляхом оцінювання умовної дисперсії за допомогою рівняння:

$$GARCH: \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{p=1}^p \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 + \sum_{q=1}^q \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (3)$$

де  $\epsilon$  – це залишки,  $\sigma^2$  – дисперсія,  $p, q$  – кількість лагів.

Згідно з Гамільтоном, негативні шоки впливають на мінливість більше, ніж позитивні (Hamilton, 1994). Тому важливо враховувати знак зміни поряд з її величиною з огляду на ефект левериджу. Нельсон запропонував рішення цієї проблеми, виразивши дисперсію в логарифмічній формі і ввівши в рівняння четвертий член, який становить знак похибки (Nelson, 1991). Цей підхід допускає асиметричне коливання між позитивною та негативною прибутковістю.

$$EGARCH \log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \left( \gamma_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} + \alpha_p \frac{|\varepsilon_{t-j}|}{|\sigma_{t-j}|} \right) + \sum_{i=1}^q \beta_i \log(\sigma_{t-i}^2) \quad (4)$$

- якщо  $\gamma = 0$ : позитивний шок має такий самий ефект, як і негативний шок;
- якщо  $\gamma < 0$ : позитивний шок зменшує волатильність, негативний шок збільшує її;
- якщо  $\gamma > 0$ : позитивний шок збільшує волатильність, негативний – зменшує.

Моделі FIGARCH насамперед потрібні для часових рядів з сильною пам'яттю, де шок впливає на коливання протягом декількох лагів. Дінг, Грейнджер та Енгл представили модель FIGARCH(1,d,1) (Ding et al., 1993):

$$FIGARCH(1,d,1): \sigma_t = \omega + \beta_1 \sigma_{t-1} + [1 - \beta_1 * L - (1 - \varphi_1 * L) * (1 - L)^d] * \varepsilon_t^2 \quad (5)$$

де:  $\sigma_t$  – це умовне залежне стандартне відхилення,  $\omega$  – це сталий член,  $L$  – це оператор лагу,  $\varphi$  – це функція щільності нормального розподілу ймовірностей,  $d$  – це параметр довготривалої пам'яті.

При  $0 < d < 1$  ряд є стаціонарним з міцною пам'яттю. І навпаки, якщо  $d = 1$ , то процес має одиничний корінь, а якщо  $d = 0$ , то модель перетворюється на просту модель GARCH(1,1).

Нарешті, обрано модель ARMA(1,20) із застосуванням методу EGARCH, оскільки вона мінімізує інформаційні критерії Акаїке та Шварца (додаток Б). У табл. 5 показано оцінку моделі, отриману за допомогою Eviews.

Таблиця 5

## Оцінка моделі ARMA-EGARCH (1,20)

Залежна змінна: RETURN\_WTISPLC

Метод: ML ARCH – Розподіл t-критерію Стьюдента (OPG – ВННН / Marquardt steps)

Дата: 08/26/22 Час: 02:00

Вибірка (скоригована): 1980M03 2022M02

Враховано спостережень: 504 після коригування

Досягнуто наближення після 49 ітерацій

Коефіцієнт коваріації, обчислений за допомогою зовнішнього добутку градієнтів

Зворотний прогноз ковзної середньої: 1978M07 1980M02

Дисперсія попередньої вибірки: зворотний прогноз (параметр = 0.7)

LOG(УАРУГ) = C(4) + C(5)\*ABS(RESID(-1))/SQRT(УАРУГ(-1)) + C(6)

\*RESID(-1)/SQRT(УАРУГ(-1)) + C(7)\*LOG(УАРУГ(-1))

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	z-критерій	Ім.
C	-0.001802	0.004112	-0.438350	0.6611
AR(1)	0.246458	0.044050	5.594992	0.0000
MA(20)	0.122109	0.031452	3.882406	0.0001
Дисперсійне рівняння				
C(4)	-0.732201	0.207194	-3.533886	0.0004
C(5)	0.374084	0.084501	4.426951	0.0000
C(6)	-0.187680	0.048720	-3.852189	0.0001
C(7)	0.913612	0.031891	28.64779	0.0000
T-DIST. DOF	9.969953	3.224968	3.091490	0.0020
R-квадрат	0.073209	Сер. залежнозмінної		0.006074
Скоригований R-квадрат	0.069510	Ст. від. залежнозмінної		0.092679
Середнє квадратичне відхилення регресії	0.089400	Інф. критерій Акаїке		-2.381210
Сумарний квадратичний залишок	4.004174	Критерій Шварца		-2.314185
Log імовірності	608.0650	Критерій Ханнана-Квінна		-2.354919
Тест Дарбіна-Уотсона	1.923282			
Інвертовані корені авторегресії	.25			
Інвертовані корені ковзного середнього	.89-.14i	.89+.14i	.80+.41i	.80-.41i
	.64+.64i	.64-.64i	.41+.80i	.41-.80i
	.14+.89i	.14-.89i	-.14+.89i	-.14-.89i

Модель EGARCH не демонструє жодної послідовної кореляції. На рис. 6 показано корелограму стандартизованих залишків для значень імовірностей.



Рисунок 6

## Корелограма стандартизованих залишків для моделі EGARCH

## Correlogram of Standardized Residuals

Date: 06/24/22 Time: 20:49

Sample (adjusted): 1980M03 2022M02

Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA terms

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 0.047	0.047	1.1136	
		2 -0.070	-0.073	3.6142	
		3 -0.041	-0.034	4.4698	0.034
		4 -0.057	-0.059	6.1270	0.047
		5 -0.032	-0.032	6.6397	0.084
		6 -0.023	-0.030	6.9138	0.141
		7 0.006	-0.000	6.9342	0.226
		8 -0.006	-0.016	6.9523	0.325
		9 0.029	0.025	7.3832	0.390
		10 0.002	-0.006	7.3853	0.496
		11 0.047	0.050	8.5157	0.483
		12 0.010	0.006	8.5667	0.574
		13 -0.060	-0.052	10.438	0.491
		14 -0.012	-0.002	10.515	0.571
		15 -0.084	-0.086	14.166	0.362
		16 -0.037	-0.032	14.871	0.387
		17 0.045	0.033	15.953	0.385
		18 -0.031	-0.052	16.453	0.422
		19 -0.001	-0.005	16.453	0.492
		20 -0.026	-0.041	16.817	0.536
		21 0.039	0.035	17.604	0.549
		22 0.030	0.020	18.079	0.582

Аналогічно переоцінюється модель LM GARCH, але значення ймовірності та коефіцієнта не значущі. Отже, гіпотеза про гомоскедастичність не може бути відкинута. Враховуючи вищезазначені результати, модель можна використати для прогнозування (табл. 6).

Таблиця 6

**Перевірка на гетероскедастичність (LM GARCH)**

Тест на гетероскедастичність:

ARCH

F-тест	0.010699	Ім. F (1,501)	0.9177
Спостереження* R-квадрат	0.010742	Ім. Хі-квадрат (1)	0.9175

Тестове рівняння:

Залежна змінна: WGT\_RESID^2

Метод: найменших квадратів

Дата: 06/24/22 Час: 20:55

Вибірка (скоригована): 1980M04 2022M02

Враховано спостережень: 503 після коригування

Дисперсія	Коефіцієнт	Ст. відхилення	t-критерій	Ім.
С	1.004295	0.096994	10.35416	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	0.004621	0.044670	0.103437	0.9177
R-квадрат	0.000021	Сер. Залежної змінної		1.008954
Скоригований R-квадрат	-0.001975	Ст. від. залежної змінної		1.924678
Середнє квадратичне відхилення регресії	1.926577	Інф. критерій Акаїке		4.153335
Сумарний квадратичний залишок	1859.562	Критерій Шварца		4.170117
Log імовірності	-1042.564	Критерій Ханнана-Квінна		4.159919
F-тест	0.010699	Тест Дарбіна-Уотсона		1.998744
Ім. (F-тест)	0.917657			

**Обговорення результатів дослідження**

Результати цього дослідження свідчать про те, що модель ARMA-EGARCH(1,20) найкраще підходить для прогнозування прибутковості світових цін на нафту WTI за період з березня по травень 2022 р. На рис. 7 показано прогноз прибутковості акцій за цінами на сиру нафту WTI за допомогою статичної моделі, а на рис. 8 – динамічної моделі. Зелена лінія – фактичні значення прибутковості WTI, синя лінія – прогнози. Червоні пунктирні лінії позначають межі довірчого інтервалу ( $\pm$ )2. Значення індексів (коренева середньоквадратична похибка

$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^T (\hat{Y}_t - Y_t)^2} = 0,127$ , середня абсолютна похибка

$MAE = \frac{1}{T} \sum_1^T |(\hat{Y}_t - Y_t)| = 0,124$ , середня абсолютна похибка у відсотках

$MAPE = \sum_1^T \left| \frac{\hat{Y}_t - Y_t}{Y_t} \right| = 133,41$ ) низькі, тобто модель має відносно низький рівень помилок і добре відповідає даним.

Рисунок 6

Статична модель для прогнозування прибутковості нафти WTI

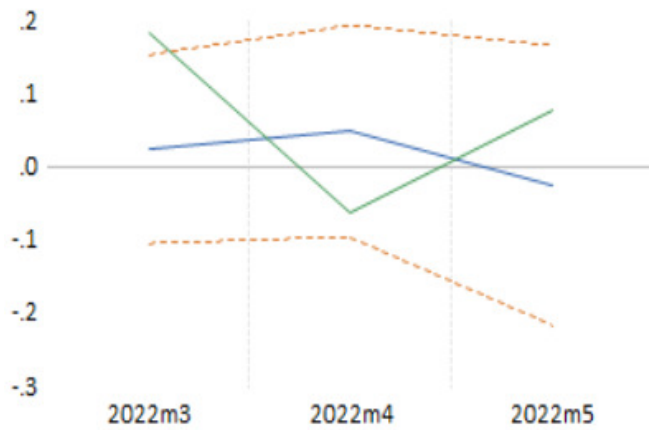
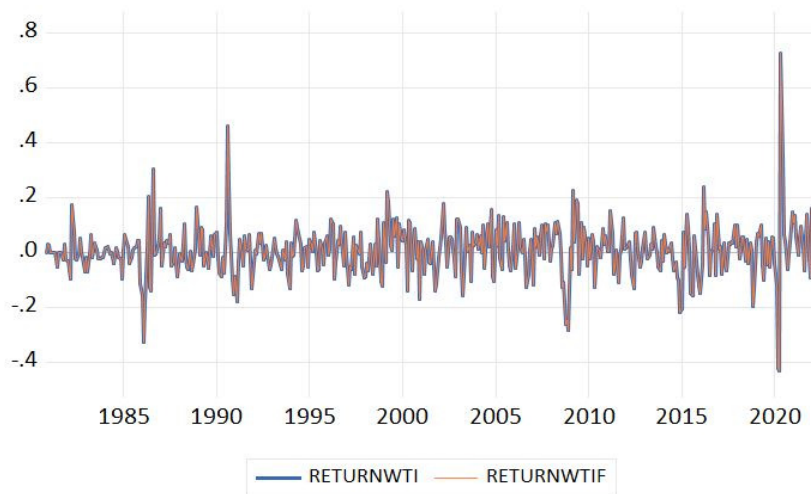


Рисунок 7

Динамічна модель для прогнозування прибутковості нафти WTI



Нарешті, у додатку В показано фактичні значення прибутковості, як порівняти з прогнозами, розрахованими в Eviews. Різниця між фактичними та прогнозованими значеннями невелика для всіх трьох місяців (-0,16, 0,07 та -0,085 для березня, квітня та травня відповідно). Це вказує на те, що модель можна використовувати для прогнозування ціни на нафту WTI. Це ще раз підтверджує висновок про те, що модель ефективна.

## Висновки

Сира нафта суттєво впливає на глобальний економічний та соціальний розвиток, тому формування ціни на неї привертає увагу багатьох урядів, інвесторів, аналітиків та науковців. Однак прогнозування ціни на нафту – це складний процес.

Мета цієї роботи – визначення моделі, що показує найточніший прогноз прибутковості для міжнародних ціни на нафту з березня 2022 р. по травень 2022 р. Зокрема, дані були отримані від Федерального бюро енергетики США (U.S. EIA, 2023). Аналіз базувався на методології Бокса-Дженкінса та моделях GARCH (узагальненої авторегресивної умовно гетероскедастичності) і проводився за допомогою статистичної програми Eviews 12.0. Протестовано кілька моделей, а саме: ARMA-GARCH(1,2), ARMA-GARCH(1,20), ARMA-EGARCH(1,2), ARMA-EGARCH(1,20), ARMA-FIGARCH(1,2), а FIGARCH(1,20). В результаті було обрано гібридну модель ARMA-EGARCH(1,20), оскільки вона мінімізує критерії Акаїке та Шварца.

Крім того, в роботі розраховано прогнозні рейтингові показники кореневої середньоквадратичної похибки (RMSE 0,127), середньої абсолютної похибки (MAE 0,124) та середньої абсолютної похибки у відсотках (MAPE 133,41). Наведені вище значення вважаються відносно низькими, а це означає, що похибка прогнозу також відносно низька, і модель придатна для подальшого прогнозування.

Остаточні результати прогнозів, як порівняти з фактичними значеннями, розраховані так:

- за березень 0,023, як порівняти з 0,183;
- за квітень 0,009, як порівняти з -0,061;
- за травень -0,009, як порівняти з 0,076.

Прогнози моделі були точними для всіх трьох місяців з відносно невеликою похибкою. Це вказує на те, що модель ефективна для прогнозування ціни на нафту WTI.

Крім того, очевидно, що подальші дослідження могли б виграти від використання нейронних мереж або алгоритмів машинного навчання, оскільки протягом останніх років вони показали кращі результати, ніж традиційні економетричні методи.

### Список використаної літератури

- Basher, S. A., & Sadorsky, P. (2006). Oil price risk and emerging stock markets. *Global finance journal*, 17(2), 224-251. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.gfj.2006.04.001>
- Huang, R. D., Masulis, R. W., & Stoll, H. R. (1996). Energy shocks and financial markets. *Journal of Futures markets*, 16(1), 1-27. Retrieved from: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=900741](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=900741)
- Hung, J. C., Lee, M. C., & Liu, H. C. (2008). Estimation of value-at-risk for energy commodities via fat-tailed GARCH models. *Energy Economics*, 30(3), 1173-1191. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2007.11.004>
- Mirmirani, S., & Cheng Li, H. (2004). A comparison of VAR and neural networks with genetic algorithm in forecasting price of oil. In J.M.Binner, G.Kendall & S.-H. Chen (Eds.), *Applications of Artificial Intelligence in Finance and Economics* (Advances in Econometrics, Vol. 19, pp. 203-223). Emerald Group Publishing Limited. Retrieved from: [https://doi.org/10.1016/S0731-9053\(04\)19008-7](https://doi.org/10.1016/S0731-9053(04)19008-7)
- Mohammadi, H., & Su, L. (2010). International evidence on crude oil price dynamics: Applications of ARIMA-GARCH models. *Energy Economics*, 32(5), 1001-1008. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2010.04.009>
- Moosa, I. A., & Al-Loughani, N. E. (1994). Unbiasedness and time varying risk premia in the crude oil futures market. *Energy Economics*, 16(2), 99-105. Retrieved from: [https://doi.org/10.1016/0140-9883\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0140-9883(94)90003-5)
- Muradov, A., Hasanli, Y., & Hajiyev, N. (2018). Crude Oil Price Forecasting Techniques in the World Market. In *6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA)*. Retrieved from: [https://www.researchgate.net/publication/349297368\\_CRUDE\\_OIL\\_PRICE\\_FORECASTING\\_TECHNIQUES\\_IN\\_THE\\_WORLD\\_MARKET](https://www.researchgate.net/publication/349297368_CRUDE_OIL_PRICE_FORECASTING_TECHNIQUES_IN_THE_WORLD_MARKET)
- Organization of the Petroleum Exporting Countries. (2022). *Annual report 2021*. Retrieved from: [https://www.opec.org/opec\\_web/static\\_files\\_project/media/downloads/publications/AR%202021.pdf](https://www.opec.org/opec_web/static_files_project/media/downloads/publications/AR%202021.pdf)

- 
- Radchenko, S. (2005). Oil price volatility and the asymmetric response of gasoline prices to oil price increases and decreases. *Energy economics*, 27(5), 708-730. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2005.06.001>
- Sadorsky, P. (1999). Oil price shocks and stock market activity. *Energy economics*, 21(5), 449-469. Retrieved from: [https://doi.org/10.1016/S0140-9883\(99\)00020-1](https://doi.org/10.1016/S0140-9883(99)00020-1)
- U.S. Energy Information Administration. (2023). *Short-term energy outlook September 2023*. Retrieved from: [https://www.eia.gov/outlooks/steo/pdf/steo\\_full.pdf](https://www.eia.gov/outlooks/steo/pdf/steo_full.pdf)
- Wei, Y., Wang, Z., Li, D., & Chen, X. (2022). Can infectious disease pandemic impact the long-term volatility and correlation of gold and crude oil markets?. *Finance Research Letters*, 47, 102648. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102648>
- Yang, C. W., Hwang, M. J., & Huang, B. N. (2002). An analysis of factors affecting price volatility of the US oil market. *Energy economics*, 24(2), 107-119. Retrieved from: [https://doi.org/10.1016/S0140-9883\(01\)00092-5](https://doi.org/10.1016/S0140-9883(01)00092-5)
- Yu, L., Zhang, X., & Wang, S. (2017). Assessing potentiality of support vector machine method in crude oil price forecasting. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(12), 7893-7904. Retrieved from: <https://doi.org/10.12973/ejmste/77926>

**Додаток А**

Таблиця А1

**Підсумки статистичного аналізу**

ARMA (p,q)	Статистично значущі лаги	SIGMASQ	Скориговане R <sup>2</sup>	ІКА	БІК
(1,1)	1	0.0079	0.068	-1.980	-1.946
(1,2)	2	0.0079	0.070	-1.982	-1.948
(1,16)	1	0.0080	0.057	-1.968	-1.934
(1,18)	1	0.0079	0.063	-1.974	-1.941
(1,20)	2	0.0079	0.070	-1.982	-1.948
(3,1)	1	0.0079	0.070	-1.982	-1.948
(3,16)	1	0.0085	0.001	-1.911	-1.877
(3,18)	1	0.0084	0.006	-1.916	-1.822
(3,20)	2	0.0084	0.014	-1.923	-1.890
(4,1)	1	0.0078	0.076	-1.988	-1.954
(20,1)	2	0.0078	0.080	-1.993	-1.959
(20,2)	2	0.0084	0.010	-1.918	-1.886
(0,1)	1	0.0079	0.069	-1.983	-1.958

## Додаток Б

Таблиця Б1

Порівняння скоригованого R<sup>2</sup>, ІКА та БІК для моделей  
 GARCH, EGARCH та FIGARCH

	(1,2)	(1,20)
GARCH		
Скоригований R <sup>2</sup>	0.067	0.070
Інф. критерій Акаїке	-2.34	-2.35
Інф. критерій Шварца	-2.26	-2.29
<b>EGARCH</b>		
Скоригований R <sup>2</sup>	0.065	0.069
Інф. критерій Акаїке	<b>-2.36</b>	<b>-2.38</b>
Інф. критерій Шварца	<b>-2.29</b>	<b>-2.31</b>
FIGARCH		
Скоригований R <sup>2</sup>	0.066	0.071
Інф. критерій Акаїке	-2.32	-2.37
Інф. критерій Шварца	-2.25	-2.29



## **Додаток В**

*Таблиця В1*

**Прогнози прибутковості у порівнянні з фактичними значеннями**

	RETURNWTI	RETURNWTIF
2022M03	0.183981	0.023918
2022M04	-0.061935	0.009047
2022M05	0.076341	-0.009172

Отримано: 26 червня, 2023.

Рецензовано: 28 липня, 2023.

Рекомендовано до друку: 10 серпня, 2023.