

КОРЕКТУЮЧІ КОДИ СИСТЕМИ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОЮ СИСТЕМОЮ МОДУЛІВ

Цаволик Т.Г.

Тернопільський національний економічний університет, аспірант

I. Постановка задачі

На даний час спостерігається тенденція до широкомасштабного використання безпроводних каналів зв'язку в різноманітних комунікаційних системах та мережах як загального, так і спеціального призначення. Зокрема, в комп'ютерних мережах, в системах екологічного та промислового моніторингу та ін. Тим не менше, застосування безпроводних технологій в системах управління технологічними процесами є ще недостатньо поширеним. Це пов'язано з підвищеними вимогами до надійності функціонування вказаних систем та недостатньою надійністю безпроводних каналів зв'язку.

Для підвищення надійності передавання даних використовують коректуючі коди, важливе місце серед яких займають коректуючі коди системи залишкових класів, які, крім виявлення та виправлення помилок в процесі передавання даних, дозволяють також контролювати правильність виконання арифметичних операцій [1, 2].

Отже, важливою є задача підвищення ефективності реалізації методів виявлення та виправлення помилок на основі коректуючих кодів СЗК.

II. Мета роботи

Метою роботи є розробка та дослідження коректуючих кодів системи залишкових класів зі спеціальною системою модулів.

III. Коректуючі коди системи залишкових класів

Розглянемо систему залишкових класів з модулями $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n$, в якій число X представляється набором залишків по відповідних модулях [3, 4]

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n),$$

де $x_i = X \pmod{p_i}$.

Модулі p_i вибираються з умови, що найбільший спільний дільник $\gcd(p_i, p_j) = 1$, при $i \neq j$, а $p_1 < p_2 < \dots < p_i < \dots < p_n$.

При цьому перші k модулів (інформаційні) використовуються для кодування даних, а $r = n - k$ модулів (перевірочні) використовуються для виявлення та виправлення помилок. Набір із k модулів

утворює робочий діапазон: $P_k = \prod_{i=1}^k p_i$, загальний діапазон визначається як $\mathcal{D} = \prod_{i=1}^n p_i$, відповідно

перевірочний діапазон: $R = \prod_{i=1}^{n-k} p_i$.

У коректуючих кодах СЗК значення контрольного розряду визначається:

$$x_{k+1} = X \pmod{p_{k+1}},$$

тобто обчислення контрольного розряду потребує звернення до початкового значення числа X , а це потребує додаткових обчислювальних ресурсів.

Для зменшення апаратної та обчислювальної складності при виконанні перетворень з позиційної системи числення в СЗК використовують системи спеціальних модулів: 1) $(2^n - 1, 2^n, 2^n + 1)$; 2) $(2n - 1, 2n, 2n + 1)$; 3) $(2^n - 1, 2^n, 2^n + 1, 2^{n+1} - 1)$; 4) $(2^{n-1} - 1, 2^n - 1, 2^n, 2^n + 1, 2^{n+1} - 1)$ та інші. Використання наведених систем модулів забезпечує зменшення апаратних затрат при реалізації суматорів, помножувачів та виконанні немодульних операцій.

Однак наведені системи модулів мають недостатню кількість членів при заданому значенні n для реалізації коректуючих кодів. Тому в даній роботі вибрана розширена система модулів типу: 2^n , $2^n + 1$, $2^{n+1} - 1$, $2^{n+2} - 1$, $2^{n+2} + 1$, $2^{n+3} - 1$, яка зберігає переваги спеціальної системи модулів і при цьому забезпечує необхідну їх кількість.

Відомі методи та алгоритми виявлення та виправлення помилок з використанням коректуючих кодів СЗК можна поділити на дві групи: 1) послідовне обчислення проєкцій числа за $n - 1$ модулем; 2) обчислення синдрому та виправлення помилки з використанням таблиць синдрому [1, 2, 5]. Обчислення синдрому оперує з меншим діапазоном чисел за рахунок відновлення позиційного представлення числа окремо по модулю робочого та перевірного діапазонів, відповідно має меншу апаратну складність. Розглянемо даний підхід більш детально.

Нехай $X' \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_i, \dots, x'_n)$ – прийняте повідомлення, представлене в позиційній системі числення. Для виявлення помилки обчислюємо синдром δ : $\delta = \left| |X'|_{P_k} - |X'|_R \right|$, де $|X'|_{P_k} \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_k)$, $|X'|_R \equiv (x'_{k+1}, x'_{k+2})$, $|\bullet|_P$ – операція отримання залишку по модулю P .

При $\delta = 0$ – помилка відсутня, $\delta \neq 0$ – наявна помилка. Оскільки будь-яка помилка призводить до різного значення синдрому, то виправлення помилки здійснюється зчитуванням даних з попередньо обчисленої таблиці синдромів.

Для дослідження апаратної складності та швидкодії (часу формування вихідних сигналів) вибрано дві системи модулів: з довільними модулями ($p_1 = 19$, $p_2 = 29$, $p_3 = 37$, $p_4 = 43$, $p_5 = 59$, $p_6 = 83$) і спеціальними модулями, при $n = 4$ ($p_1 = 16$, $p_2 = 17$, $p_3 = 31$, $p_4 = 63$, $p_5 = 65$, $p_6 = 127$). Модулі p_1, p_2, p_3, p_4 – інформаційні, p_5, p_6 – перевірочні. Використання двох перевірочних модулів дозволяє виявити та виправити помилки в будь-якому символі по одному модулю.

Нехай передали повідомлення $X = 1520 = (0, 7, 1, 8, 25, 123)$, в результаті спотворення отримали $X' = (0, 7, 1, 5', 25, 123)$ – помилка в символі по модулю p_4 . Робочий діапазон: $P_k = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 = 16 \cdot 17 \cdot 31 \cdot 63 = 531216$. Перевірочний діапазон: $R_r = p_5 \cdot p_6 = 65 \cdot 127 = 8255$. Використовуючи попередньо знайдені ортогональні базиси, знаходимо $|X'|_{P_k} = 447056$ і $|X'|_R = 1520$. Для виявлення помилки обчислимо синдром $\delta = |447056 - 1520|_R = 8021$. Оскільки синдром не дорівнює нулю, помилка виявлена. Використовуючи таблицю синдромів, які відповідають помилкам, знаходимо правильне значення символу.

Пристрої виявлення та виправлення помилок реалізовані на мові Verilog. Моделювання та верифікацію роботи здійснено в середовищі Quartus фірми Altera.

Проведені дослідження показали, що реалізація пристроїв виявлення та виправлення помилок на програмованих логічних інтегральних схемах з використанням спеціальної системи модулів забезпечує зменшення апаратних затрат приблизно на 60% та підвищення швидкодії роботи в два рази.

Висновки

Коректуючі коди системи залишкових класів зі спеціальною системою модулів забезпечують зменшення апаратної складності та підвищення швидкодії при реалізації кодерів/декодерів на програмованих логічних інтегральних схемах як на етапі перетворення даних в СЗК, так і на етапі виявлення та виправлення помилок.

Список використаних джерел

1. Goh, Vik Tor, Mohammad Umar Siddiqi. Multiple error detection and correction based on redundant residue number systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 2008, 56.3: 325-330.
2. Tay, Thian Fatt; Chang, Chip-Hong. A new algorithm for single residue digit error correction in Redundant Residue Number System. In: *Circuits and Systems (ISCAS), 2014 IEEE International Symposium on*. IEEE, 2014. p. 1748-1751.
3. Акушский И.Я., Пак И.Т. Вопросы помехоустойчивого кодирования в непоозиционном коде // Вопросы кибернетики. 1977, Т.28. – С.36-56.
4. Николайчук Я.Н. Теоретические основы аналитического вычисления коэффициентов базисных чисел преобразования Крестенсона/ Я.Н.Николайчук, І.З. Якименко, М.Н. Касянчук // Кибернетика и системный анализ. - №5. – 2014. – С. 3 – 8.
5. Hu Zhengbing, Vasyl Yatskiv, Anatoliy Sachenko. Increasing the Data Transmission Robustness in WSN Using the Modified Error Correction Codes on Residue Number System. *Elektronika ir Elektrotechnika*. Vol 21, No 1 (2015). Pp. 76-81.