

**BULLETIN 3' 2015
ENGINEERING
ACADEMY
OF UKRAINE**



3' 2015

ВІСНИК

**ІНЖЕНЕРНОЇ
АКАДЕМІЇ
УКРАЇНИ**

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

THEORETICAL AND APPLIED SCIENCE JOURNAL
ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE



В І С Н И К
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ
ВИПУСК 3

***BULLETIN OF ENGINEERING
ACADEMY OF UKRAINE***

Issue 3

Київ 2015 Kyiv

Зміст**Авіаційна і космічна техніка**

Безвесільна О.М., Горovenко А.О., Чепюк Л.О. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУННОГО ГРАВІМЕТРА	7
Безвесільна О.М., Горovenко А.О., Чепюк Л.О. КОМП'ЮТЕРНА АВІАЦІЙНА ГРАВІМЕТРИЧНА СИСТЕМА ЗІ СТРУННИМ ГРАВІМЕТРОМ	13
Безвесільна О.М., Карасьов П.А., Войцицький М.А. ДВОКАНАЛЬНИЙ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИЙ ГРАВІМЕТР АВІАЦІЙНОЇ ГРАВІМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	17
Безвесільна О.М., Ткачук А.Г., Хильченко Т.В., Пономаренко В.В. ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИБОК НИЗЬКОЧАСТОТНОГО ГРАВІМЕТРА АВТОМАТИЗОВАНОЇ АВІАЦІЙНОЇ ГРАВІМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	20
Безвесільна О.М., Ткачук А.Г., Хильченко Т.В., Пономаренко В.В. КОМПЕНСАЦІЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ПОХИБОК НИЗЬКОЧАСТОТНОГО ГРАВІМЕТРА АВІАЦІЙНОЇ ГРАВІМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДВОКАНАЛЬНОСТІ	26
Кучеров Д. П. УПРАВЛІННЯ ПОТОКАМИ ІНФОРМАЦІЇ В СИСТЕМАХ КОЛЕКТИВНОГО ЗАСТОСУВАННЯ ЛІТАЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ	31
Остапчук А.А. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ПРИСКОРЕННЯ СИЛИ ТЯЖІННЯ БАЛІСТИЧНИМ ЛАЗЕРНИМ ГРАВІМЕТРОМ	37
Потапов О.М. ЕРОЗІЙНОСТІЙКІ ВУГЛЕПЛАСТИКИ ДЛЯ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ ТВЕРДОГО ПАЛИВА	42
Толіупа С.В., Наконечний В.С. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ БАГАТОШВІДКІСНОЇ АДАПТИВНОЇ ОБРОБКИ ТРАЄКТОРНОГО СИГНАЛУ В СИСТЕМАХ РАДІОБАЧЕННЯ	45
Харченко В.П., Грехов А.М., Али И.М. МЕТОД ОЦЕНЮВАННЯ ВЛИЯННЯ ЗАМИРАНІЙ НА ПАРАМЕТРИ АВІАЦІЙНОГО СПУТНИКОВОГО КАНАЛА СВ'ЯЗИ	50
Інформаційні системи, обчислювальна й електронна техніка, системи зв'язку та приладобудування	
Kushnirenko N.I. INFORMATION TRANSFER METHOD BASED ON PERFECT BINARY ARRAYS	57
Аулін В.В., Бичовий І.В. МЕТОД ТА АЛГОРИТМ ВИЯВЛЕННЯ ХАРАКТЕРНИХ НЕСПРАВНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОННОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ДВИГУНОМ ЛЕГКОВИХ АВТОМОБІЛІВ	62
Аулін В.В., Гриньків А.В., Замота Т.М. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА ПІДВИЩЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ НАДІЙНОСТІ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ТЕОРІЇ ЧУТЛИВОСТІ	66
Бурау Н.І., Цисарж В.В., Вознюк А.І. АНАЛІЗ НАПРЯМКІВ УДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТА НАВЕДЕННЯ ОБЛАДНАННЯ НА РУХОМИХ ОБ'ЄКТАХ	73
Васілевський О. М., Возняк О. М., Тихонов В. К., Дудатьєв І. А., Мостовий Д. В. ВИМІРЮВАННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПЕРЕДАЧІ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ РІЗНИЦЕВОГО МЕТОДУ	78
Ганєва Т.І. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕРВАЛІВ РОЗПОДІЛУ ЗНАЧЕНЬ НАПРУЖЕННЯ	83
Грибков С.В., Пархоменко І.І., Харкянен О.В. ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ ХАРЧОВОГО ПІДПРИЄМСТВА МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ	87
Гудь В.М., Мельник В.С., Драчук Ю.С. ДОСЛІДЖЕННЯ ПІД-РЕГУЛЯТОРІВ ІЗ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ УПРАВЛІННІ ВИСОКОІНЕРЦІЙНИМИ ОБ'ЄКТАМИ	92

Єгоров С.В., Козловський В.В. МЕТОДИКА ОЦІНКИ БЕЗВІДМОВНОЇ РОБОТИ ПІДСИСТЕМИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ НА БАЗІ МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДОМ МОНТЕ- КАРЛО	98
Заріцький О.В. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ КОМУНІКАЦІЙ В РАМКАХ РОЗРОБКИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ОЦІНКИ ПРОФЕСІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ	105
✓ Карпов Ю.О., Каців С.Ш., Козловський А.В. АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЄМНІСНИХ КОЛАХ З ПОРУШЕННЯМ ЗАКОНІВ КОМУТАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛІЗУ	110
Квасніков В.П., Єгоров С.В. ЯКІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОЦІННОЇ ФУНКЦІЇ, ЩО ВИКОРИСТОВУЄТЬСЯ ДЛЯ ОЦІНКИ БЕЗВІДМОВНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ	116
Ковальчук В. В., Сморж М.В. ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ ФОТОДАТЧИК ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ	120
✓ Кухарчук В.В., Каців С.Ш., Усов В.В., Биковський С.О. ПРОГНОЗНІ ВИСНОВКИ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ДЕФЕКТІВ ГІДРОАГРЕГАТІВ	126
Лазарев Ю.Ф., Сапегин А.Н. О ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ПУАССОНА МЕТОДАМИ РУНГЕ-КУТТА И ПИКАРА	133
Лукова-Чуйко Н.В. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОВІДНОСИН ЗАГРОЗ І КОМПЛЕКСНИХ СИСТЕМ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ	140
Онопчук Ю.Н., Аралова Н.И., Белошицкий П.В., Ключко Е.М. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И ТРУДОСПОСОБНОСТИ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ЗАНЯТИЯХ СПОРТИВНОЙ БОРЬБОЙ	145
Соломенцев О.В., Мелкумян В.Г., Заліський М.Ю. СИСТЕМИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ ЗАСОБІВ	149
Филоненко С.Ф. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ АМПЛИТУДНЫХ ПАРАМЕТРОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПРИ ПРЕОБЛАДАЮЩЕМ МЕХАНИЧЕСКОМ РАЗРУШЕНИИ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ КОМПОЗИТА	155
Чечельницький В.Я. МЕТОД СИНТЕЗА СОВЕРШЕННЫХ МНОГОУРОВНЕВЫХ РЕШЕТОК НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ ДВУХПЕТЛЕВЫХ m -СДВИГОВ	161
Шестак Я.В. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ И СРЕДСТВА АНАЛИЗА И УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ КОМПАНИЙ	166
Якименко Ю.М. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБОСНОВАНИЯ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССАМИ	171
Матеріалознавство	
Степанченко О. М. ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ВИЛУГОВУВАННЯ ВАПНА З БЕТОННИХ ФУНДАМЕНТІВ ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУД	175
Машинобудування	
Нестеренко Г. І., Музикіна С. І., Музикін М. І. ПЕРСПЕКТИВИ ІСНУВАННЯ ВУЗЬКОКОЛІЙНОЇ ЗАЛІЗНИЦІ НА ЗАКАРПАТТІ	181
Черновська К.О. РОЗРОБКА МОДЕЛІ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ НА МАШИНОБУДІВНИХ ПІДПРИЄМСТВАХ	188
Медична інженерія	
Нікітчук Т.М. БІОТЕХНІЧНА СИСТЕМА ДОСЛІДЖЕННЯ СТАНУ СЕРЦЕВО-СУДИННОЇ СИСТЕМИ	191
Павловський О.М. КОНЦЕПЦІЯ ТА МОЖЛИВІСТЬ СТВОРЕННЯ КІБЕРПРОТЕЗУ РУКИ В УКРАЇНІ	196

Охорона навколишнього середовища (інженерна екологія) і ресурсозбереження	
Макаренко В.Д., Лукач В.С., Василюк В.І., Козаченко Н.В., Тараборкін Л.А. РОЗРАХУНКИ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЕКОЛОГІЧНО НЕБЕЗПЕЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ	200
Сичов М.І., Коломієць Л.В. АСПЕКТИ ЕКОЛОГІЧНОЇ БЕЗПЕКИ В ЕНЕРГЕТИЧНІЙ СТРАТЕГІЇ УКРАЇНИ	205
Стандартизація, метрологія і сертифікація	
Васілевський О.М. ОЦІНЮВАННЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ СКЛАДОВОЇ НЕПЕВНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ КРУТИЛЬНОГО МОМЕНТУ НА ОСНОВІ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ПОХИБОК	209
Игнатенко П.Л. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ КОНТРОЛЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ФОРМЫ КОЛЬЦЕВЫХ ДЕТАЛЕЙ	217
Квасніков В.П., Возняковський А.О. ШЛЯХИ МОДЕРНІЗАЦІЇ ЗАСОБІВ ТАХОМЕТРІЇ	220
Квасніков В.П., Ганєва Т.І. ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ТА МЕХАНІЧНИХ НАПРУЖЕНЬ	224
Будівництво та будіндустрія	
Коптюк Р.М. ВРАХУВАННЯ РОЗВИНЕНОГО РЕЛЬЄФУ МІСЦЕВОСТІ В ПРОЕКТАХ БУДІВНИЦТВА ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ ОСУШУВАЛЬНИХ СИСТЕМ	228
Економіка, право та керування в інженерній діяльності	
Бабушкін А.А. МЕТОДИКА АНАЛІЗУ Й ОЦІНЮВАННЯ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ АВІАЦІЙНОГО ПІДПРИЄМСТВА	234
Рябий М.О. КРИТИЧНА ІНФРАСТРУКТУРА УКРАЇНИ: ОГЛЯД НОРМАТИВНО-ПРАВОВОЇ ТА ЗАКОНОДАВЧОЇ БАЗИ	239
Енергетика	
Ковальчук В.В., Мироненко С.В., Никуленко Р.С. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ПЛАЗМЫ В КАНАЛЕ РАЗРЯДА МЕЖЭЛЕКТРОДНОГО ПРОМЕЖУТКА В ЖИДКОСТИ	244
Освіта та виховання	
Жирякова І.А., Корнета А.О. АДАПТИВНА СИСТЕМА ТЕСТУВАННЯ ЯК ЗАСІБ НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ	247
Оксіюк О.Г. ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ЕКСПЕРТНО-НАВЧАЛЬНИХ СИСТЕМ	254
Оксіюк О.Г., Пенцак Т.О. ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ, РЕСУРСІВ І ПОТОКІВ В ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ НАВЧАННЯ	259
АНОТАЦІЇ	263
ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ	267
ВИМОГИ ДО СТАТЕЙ	270

УДК 621.3(075)

Ю. О. Карпов, д.т.н.
С. Ш. Каців, к.т.н.
А. В. Козловський, к.т.н.

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЄМНІСНИХ КОЛАХ З ПОРУШЕННЯМ ЗАКОНІВ КОМУТАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛІЗУ

Вінницький національний технічний університет, e-mail: kaciv@ineeem.vntu.edu.ua

Розглянуто використання математичного апарату нестандартного аналізу для розв'язання деяких нетривіальних задач теоретичної електротехніки. Аксиоматика нестандартного аналізу дає можливість спростити аналіз перехідних процесів в електричних колах з порушенням законів комутації. Наведені приклади розв'язання таких задач.

Ключові слова: нескінченно мале число, нескінченно велике число, гіпердійсне число, нестандартне число, стандартне число.

Вступ

В роботах [1, 2] були розглянуті задачі розрахунку кіл постійного струму з ідеальними реактивними елементами з використанням математичного апарату нестандартного аналізу. Це дало можливість застосовувати для аналізу таких кіл уніфікованих методів розрахунку з використанням комплексних чисел. Разом з тим, методи нестандартного аналізу можуть бути також корисними і для інших задач теорії електричних кіл, а саме – для аналізу перехідних процесів в колах з порушенням законів комутації.

Перед тим, як перейти до цих задач, коротко нагадаємо основні засади нестандартного аналізу. Число α будемо називати нескінченно малим числом, число $\beta = \frac{1}{\alpha}$ – нескінченно великим числом. До нескінченно малих та великих чисел можуть бути застосовані всі алгебраїчні операції (додавання, віднімання, множення, ділення, зведення в ступінь тощо) та теореми (комутативності, асоціативності тощо). Розрізняють нескінченно малі та великі числа різного порядку; а саме: $\alpha > \alpha^k$ – нескінченно малі числа першого та k -го порядку; $\beta < \beta^k$ – нескінченно великі числа першого та k -го порядку.

Разом з дійсними числами $r \in R$ нескінченно малі та великі числа утворюють впорядковану множину гіпердійсних чисел $*R$. Прийнято називати дійсні числа $r \in R$ стандартними на відміну від нестандартних чисел $*r \in *R$. Два нестандартних числа $*a$ та $*b$ називаються еквівалентними (або нескінченно близькими одне до одного) тоді та лише тоді коли $*a - *b \approx 0$. Позначення \approx буде означати еквівалентність двох нестандартних чисел.

В [1, 2] були наведені різноманітні співвідношення, які необхідні для проведення алгебраїчних перетворень в межах нестандартного аналізу. Введемо ще декілька додаткових співвідношень, необхідних для аналізу перехідних процесів.

Стандартне число 0 в нестандартному аналізі можна розглядати як нескінченно мале число нескінченно великого порядку тобто $0 \approx \alpha^\beta$, тому

$$\frac{0}{\alpha} \approx 0, 0 \cdot \beta \approx 0, e^{-\beta \cdot 0} \approx 1, e^{-\alpha} \approx 1. \quad (1)$$

Нестандартне число ∞ в нестандартному аналізі можна розглядати як нескінченно велике число нескінченно великого порядку тобто $\infty \approx \beta^\beta$, тому

$$\frac{\infty}{\beta} \approx \infty, \infty \cdot \alpha \approx \infty, \frac{\alpha}{0} \approx \infty, e^{-\infty \cdot \alpha} \approx \alpha, e^{-\beta} \approx \alpha. \quad (2)$$

Слід мати на увазі, що у випадку необхідності заміни нескінченно малими числами одразу кількох різнорідних параметрів однієї задачі, визначення співвідношень порядків цих чисел є зовсім непростю проблемою і вимагає, іноді, додаткових досліджень.

Детальніше з цим математичним апаратом можна ознайомитися в [3–5].

Аналіз перехідних процесів в ємнісних колах з порушенням законів комутації

Приклад 1. Визначимо перехідні напруги на ємностях в колі, що зображено на рис. 1, а. Параметри схеми: $U = 100$ В, $r_1 = 10$ Ом, $C_2 = 100$ мкФ, $C_3 = 150$ мкФ.

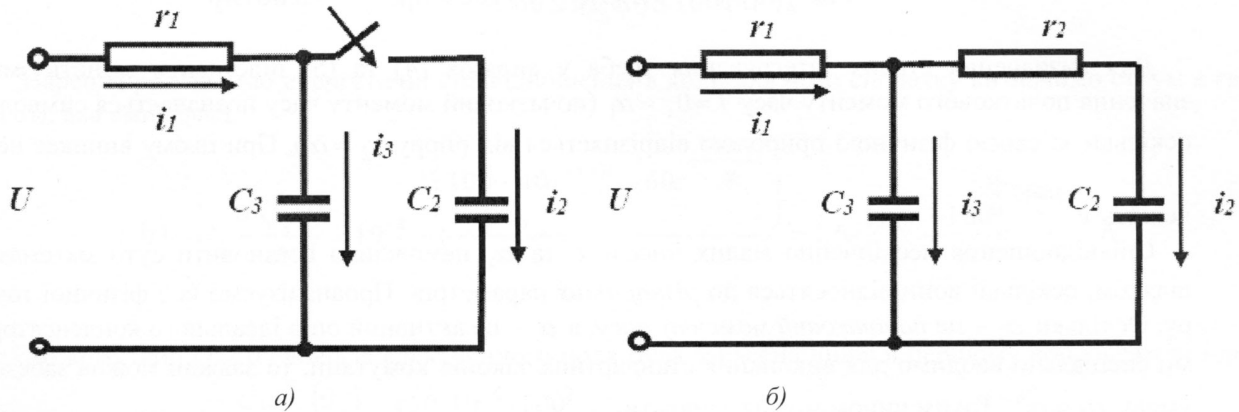


Рис. 1

Для забезпечення можливості використання другого закону комутації будемо вважати, що вітка з ємністю C_2 містить резистор $r_2 = \alpha$ (рис. 1, б).

Початкові умови знаходяться як $u_{C_3}(0_+) = u_{C_3}(0_-) = U = 100$ В, $u_{C_2}(0_+) = u_{C_2}(0_-) = 0$ В.

Примусову складову визначимо як $u_{C_2np} = u_{C_3np} = U = 100$ В.

За методом вхідного опору

$$Z_{\alpha}(p) = r_1 + \frac{\left(r_2 + \frac{1}{pC_2}\right) \frac{1}{pC_3}}{r_2 + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} = r_1 + \frac{\left(\alpha + \frac{1}{pC_2}\right) \frac{1}{pC_3}}{\alpha + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} = \frac{r_1(\alpha C_2 C_3 p^2 + (C_2 + C_3)p) + \alpha C_2 p + 1}{\alpha C_2 C_3 p^2 + (C_2 + C_3)p}$$

сформуємо характеристичне рівняння:

$$\alpha r_1 C_2 C_3 p^2 + [r_1(C_2 + C_3) + \alpha C_2]p + 1 = 0. \quad (3)$$

Це квадратне рівняння має два корені, перший з яких визначимо, виконавши відповідні перетворення

$$\alpha r_1 C_2 C_3 p^2 + [r_1(C_2 + C_3) + \alpha C_2]p + 1 \approx r_1(C_2 + C_3)p + 1 = 0,$$

звідки $p_1 = -\frac{1}{r_1(C_2 + C_3)} = -400 \text{ с}^{-1}$.

Другий корінь знайдемо згідно теоремі Вієта (для квадратного рівняння $ap^2 + bp + c = 0$ справедлива формула $p_1 p_2 = \frac{c}{a}$) $p_2 = \frac{c}{p_1 a} = -\frac{1}{\alpha r_1 C_2 C_3 \frac{1}{r_1(C_2 + C_3)}} = -\frac{C_2 + C_3}{\alpha C_2 C_3} = -\frac{16667}{\alpha} \text{ с}^{-1}$.

Тоді

$$u_{C_2}(t) = U + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = 100 + A_1 e^{-400t} + A_2 e^{-\frac{16667}{\alpha} t}, \quad (4)$$

а

$$u_{C_3}(t) = u_{C_2}(t) + \alpha C_2 \frac{du_{C_2}(t)}{dt} = U + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \alpha C_2 (A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}) \approx 100 + A_1 e^{-400t} - 0.667 A_2 e^{-\frac{16667}{\alpha} t}. \quad (5)$$

Для визначення сталих інтегрування треба у виразах (4) та (5) підставити замість змінної t значення початкового моменту часу $t = 0_+ \approx \alpha_1$ (початковий моменту часу позначається символом α_1 , оскільки за своєю фізичною природою відрізняється від опору $r_2 = \alpha$). При цьому виникає невизначеність $e^{-\frac{16667}{\alpha} \alpha_1}$.

Співвідношення нескінченно малих чисел α та α_1 неможливо встановити суто математичним шляхом, оскільки вони відносяться до *різномірних* параметрів. Проаналізуємо їх з фізичної точки зору. Оскільки α_1 – це *початковий моменту часу*, а α – це активний опір ідеального конденсатора, яку ми спеціально вводимо для виконання стандартних законів комутації, то завжди можна забезпечити умову $\alpha_1 \approx \alpha^n$. Таким чином можна записати

$$e^{-\frac{16667}{\alpha} \alpha_1} = e^{-\frac{16667}{\alpha} \alpha^n} = e^{-16667 \alpha^{n-1}} \approx 1, \quad (6)$$

Враховуючи (4), (5) та (6) отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування

$$\begin{aligned} u_{C_2}(0_+) &= 100 + A_1 + A_2 = 0, \\ u_{C_3}(0_+) &= 100 + A_1 - 0.667 A_2 = 100. \end{aligned}$$

Звідси $A_1 = -40$, а $A_2 = -60$.

Таким чином

$$u_{C_2}(t) = 100 - 40e^{-400t} - 60e^{-\frac{16667}{\alpha} t}, \text{ В}, \quad (7)$$

$$u_{C_3}(t) = 100 - 40e^{-400t} + 40e^{-\frac{16667}{\alpha} t}, \text{ А}, \quad (8)$$

Враховуючи (2) можна записати

$$\forall (t > 0 \wedge t \neq 0_+) \begin{cases} u_{C_2}(t) = 100 - 40e^{-400t} - 60e^{-\frac{16667}{\alpha} t} \approx 100 - 40e^{-400t} - 60\alpha \approx 100 - 40e^{-400t}, \\ u_{C_3}(t) = 100 - 40e^{-400t} + 40e^{-\frac{16667}{\alpha} t} \approx 100 - 40e^{-400t} + 40\alpha \approx 100 - 40e^{-400t}. \end{cases}$$

Нагадаємо, що нескінченно малий опір $r_2 = \alpha$ було штучно введено для забезпечення виконання стандартних законів комутації. Розглянемо тепер які значення приймають напруги на ємностях в моменти $t = 0$ і $t = 0_+$ в реальному колі для якого $r_2 = 0 \approx \alpha^\beta$.

Як вже визначалось, до комутації при $t < 0$ (зокрема при $t = 0_-$) $u_{C_3} = 100$ В, $u_{C_2} = 0$ В.

В момент часу $t = 0_+ \approx \alpha_1$ вирази (7) та (8) з урахуванням (2) приймуть вигляд

$$u_{C_2}(0_+) = 100 - 40e^{-400\alpha_1} - 60e^{-\frac{16667}{\alpha} \alpha_1} \approx 100 - 40e^{-400\alpha_1} - 60\alpha \approx 60 \text{ В},$$

$$u_{C_3}(0_+) = 100 - 40e^{-400\alpha_1} + 40e^{-\frac{16667}{\alpha} \alpha_1} \approx 100 - 40e^{-400\alpha_1} + 40\alpha \approx 60 \text{ В}.$$

В момент часу $t = 0 \approx \alpha_1^\beta$ вираз $e^{-\frac{16667}{\alpha}t}$ стає невизначеним, оскільки час та опір є *різнорідними* параметрами, тому точне значення напруг в цей момент часу визначити неможливо. Ми можемо лише знати інтервали їх можливих значень, як то

$$\begin{aligned} 0 &\leq u_{C_2}(0) \leq 60, \\ 60 &\leq u_{C_3}(0) \leq 100. \end{aligned}$$

Нарешті розглянемо енергетичні співвідношення в колі, для чого спочатку визначимо струм в ємності, яка вмикалась

$$i_2(t) = C_2 \frac{du_{C_2}(t)}{dt} = 10^{-4} \frac{d \left(100 - 40e^{-400t} - 60e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \right)}{dt} = 1.6e^{-400t} + \frac{100}{\alpha} e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \text{ А.}$$

До комутації ($t < 0$) енергія електричного поля була запасена лише в першому конденсаторі і дорівнювала $W(0_-) = \frac{C_3 u_{C_3}^2(0_-)}{2} = \frac{150 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2}{2} = 0.75$ Дж. В перший момент часу після комутації ($t = 0_+$) енергія запасена вже в обох конденсаторах і дорівнює $W(0_+) = \frac{(C_3 + C_2) u_{C_3}^2(0_+)}{2} = \frac{250 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2}{2} = 0.45$ Дж.

Таким чином дефіцит енергії складає $\Delta W = 0.75 - 0.45 = 0.3$ Дж.

В традиційних підручниках з ТОЕ наявність цього дефіциту пояснюють втратами енергії при заряді конденсатора, який вмикається, але не наводять при цьому жодних математичних доказів. Спробуємо це довести в межах нестандартного аналізу.

$$\begin{aligned} \Delta W &= \int_0^\infty i_2^2(t) r_2 dt = \int_0^\infty \left(1.6e^{-400t} + \frac{100}{\alpha} e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \right)^2 \alpha dt = \\ &= \int_0^\infty \left(2.56\alpha e^{-800t} + 320e^{-\left(400 + \frac{16667}{\alpha}\right)t} + \frac{10000}{\alpha} e^{-\frac{33333}{\alpha}t} \right) dt = \\ &= \left(-3.2 \cdot 10^{-3} \alpha e^{-800t} - \frac{320}{400 + \frac{16667}{\alpha}} e^{-\left(400 + \frac{16667}{\alpha}\right)t} - 0.3e^{-\frac{33333}{\alpha}t} \right) \Bigg|_0^\infty \approx \\ &\approx -0.3e^{-\frac{33333}{\alpha} \cdot \infty} + 0.3e^{-\frac{33333}{\alpha} \cdot 0} \approx 0.3e^{-33333 \cdot 0} \approx 0.3 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Закон збереження енергії виконується.

Аналіз перехідних процесів в колах 2-го порядку порушенням законів комутації

Приклад 2. Визначимо перехідну напругу на ємностях та струм в індуктивності в колі, що зображене на рис. 2, а.

Параметри схеми: $U = 100$ В, $r_1 = 50$ Ом, $L_1 = 100$ мГн, $C_2 = 100$ мкФ, $C_3 = 150$ мкФ.

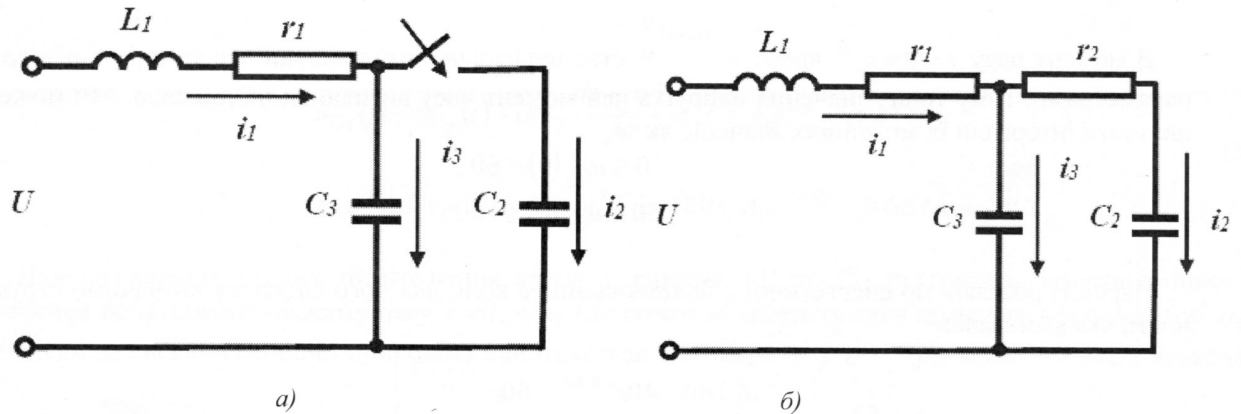


Рис. 2

Для забезпечення можливості використання другого закону комутації будемо вважати, що вітка з ємністю C_2 містить резистор $r_2 = \alpha \approx 0$ (рис. 2, б).

Початкові умови знаходяться як $u_{C_3}(0+) = U = 100$ В, $u_{C_2}(0+) = 0$ В, $i_1(0+) = 0$ А.

Примусову складову визначимо як $u_{C_2np} = U = 100$ В.

За методом вхідного опору

$$Z_{\alpha}(p) = r_1 + pL_1 + \frac{\left(r_2 + \frac{1}{pC_2}\right) \frac{1}{pC_3}}{r_2 + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} = r_1 + pL_1 + \frac{\left(\alpha + \frac{1}{pC_2}\right) \frac{1}{pC_3}}{\alpha + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} =$$

$$= \frac{r_1(\alpha C_2 C_3 p^2 + (C_2 + C_3)p) + pL_1(\alpha C_2 C_3 p^2 + (C_2 + C_3)p) + \alpha C_2 p + 1}{\alpha C_2 C_3 p^2 + (C_2 + C_3)p}$$

сформуємо характеристичне рівняння:

$$\alpha L_1 C_2 C_3 p^3 + [\alpha r_1 C_2 C_3 + L_1(C_2 + C_3)]p^2 + [r_1(C_2 + C_3) + \alpha C_2]p + 1 = 0, \quad (10)$$

або в числовому вигляді

$$15 \cdot 10^{-10} \alpha p^3 + [75 \cdot 10^{-8} \alpha + 25 \cdot 10^{-6}]p^2 + [0.0125 + 15 \cdot 10^{-5} \alpha]p + 1 = 0, \quad (11)$$

Це кубічне рівняння має три корені, перші два з яких визначимо, виконавши перетворення згідно (4)

$$15 \cdot 10^{-10} \alpha p^3 + [75 \cdot 10^{-8} \alpha + 25 \cdot 10^{-6}]p^2 + [0.0125 + 15 \cdot 10^{-5} \alpha]p + 1 \approx 25 \cdot 10^{-6} p^2 + 0.0125p + 1 = 0,$$

звідки $p_1 = -400$ с⁻¹, $p_2 = -100$ с⁻¹.

Третій корінь знайдемо, використавши теорему розкладання полінома на множники, згідно з якою вираз (6) можна представити у вигляді $15 \cdot 10^{-10} \alpha (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3) = 0$. З цієї теореми випливає, що $(-15 \cdot 10^{-10} \alpha p_1 p_2 p_3) = 1$, звідки $p_3 = -\frac{1}{15 \cdot 10^{-10} \alpha p_1 p_2} = -\frac{16667}{\alpha}$ с⁻¹.

$$\text{Тоді } u_{C_2}(t) = U + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + A_3 e^{p_3 t} = 100 + A_1 e^{-400t} + A_2 e^{-100t} + A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha} t}, \text{ а}$$

$$u_{C_3}(t) = u_{C_2}(t) + \alpha C_2 \frac{du_{C_2}(t)}{dt} = 100 + A_1 e^{-400t} + A_2 e^{-100t} + A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha}t} +$$

$$+ 10^{-4} \left(-400A_1 e^{-400t} - 100A_2 e^{-100t} - \frac{16667}{\alpha} A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \right) \alpha \approx$$

$$\approx 100 + A_1 e^{-400t} + A_2 e^{-100t} - 0.6667A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha}t}.$$

Струм в індуктивності визначимо як

$$i_1(t) = C_2 \frac{du_{C_2}(t)}{dt} + C_3 \frac{du_{C_3}(t)}{dt} = 10^{-4} \left(-400A_1 e^{-400t} - 100A_2 e^{-100t} - \frac{16667}{\alpha} A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \right) +$$

$$+ 1.5 \cdot 10^{-4} \left(-400A_1 e^{-400t} - 100A_2 e^{-100t} + \frac{11111}{\alpha} A_3 e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \right) = -0.1A_1 e^{-400t} - 0.025A_2 e^{-100t}.$$

Знайдемо сталі інтегрування, для чого, за аналогією з попереднім прикладом складемо систему рівнянь:

$$u_{C_2}(0+) = 100 + A_1 + A_2 + A_3 = 0,$$

$$u_{C_3}(0+) = 100 + A_1 + A_2 - 0.6667A_3 = 100,$$

$$i_1(0+) = -0.1A_1 - 0.025A_2 = 0.$$

Звідси $A_1 = 13.333$, $A_2 = -53.333$, $A_3 = -60$.

Таким чином, перехідні напруги на ємностях

$$u_{C_2}(t) = 100 + 13.333e^{-400t} - 53.333e^{-100t} - 60e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \approx 100 + 13.333e^{-400t} - 53.333e^{-100t} \text{ В,}$$

$$u_{C_3}(t) = 100 + 13.333e^{-400t} - 53.333e^{-100t} + 40e^{-\frac{16667}{\alpha}t} \approx 100 + 13.333e^{-400t} - 53.333e^{-100t} \text{ В,}$$

а струм в індуктивності $i_1(t) = -1.333e^{-400t} + 1.333e^{-100t}$ А.

Висновки

1. Застосування ідей та методів нестандартного аналізу в галузі теоретичної електротехніки дає можливість використовувати традиційний класичний метод аналізу перехідних процесів в колах з порушенням законів комутації.
2. Лише користуючись методами нестандартного аналізу можна строго довести виконання закону збереження енергії в таких колах.

Список літературних джерел

1. Карпов Ю. О. Розширення області застосування символічного методу розрахунку електричних кіл за рахунок використання методів нестандартного аналізу (частина 1) / Ю. О. Карпов, С. Ш. Каців, А. В. Козловський // Вісник Інженерної Академії України. – 2013 – №1. – с. 236-239.
2. Карпов Ю. О. Розширення області застосування символічного методу розрахунку електричних кіл за рахунок використання методів нестандартного аналізу (частина 2) / Ю. О. Карпов, С. Ш. Каців, А. В. Козловський // Вісник Інженерної Академії України. – 2013 – №2. – с. 262-265.
3. Робинсон А. Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры / Робинсон А. – М.: Наука, 1967. – 376 с.
4. Девис М. Прикладной нестандартный анализ / Девис М. – М.: Мир, 1980. – 237 с.
5. Гордон Е. И. Инфинитезимальный анализ. – 2-е изд., дополн. и испр. / Гордон Е. И., Курсаев А. Г., Кутеладзе С. С. – Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2006. – 526 с.

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ



В І С Н И К
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

ВИПУСК 3 2015

Підп. до друку 28.09.2015р. Формат 60×84/8. Папір офсет. № 1.
Гарнітура Тип Таймс. Друк офсет. Ум. друк. арк. 33,1
Обл.-вид. арк. 35,6. Наклад 300 прим. Зам. № 788

Віддруковано: СПД «Андрієвська Л.В.»
м. Київ, вул. Бориспільська, 9,
Свідоцтво серія ВОЗ № 919546 від 19.09.2004 р