Іван БУРТНЯК, Ганна МАЛИЦЬКА
Прикарпатський національний університет ім. В Стефаника
м. Івано-Франківськ

Обчислення ціни ДВОБАР'ЄРНОГО ОПЦІОНУ З МУЛЬТИПЛІКАТИВНОЮ ВОЛАТИЛЬНІСТЮ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛІ РІВНЯННЯ КОЛОГОРОВА

Спектральна теорія стала важливим інструментом для аналізу дифузії, а саме в дослідженні розвинень за власними функціями лінійних операторів.

Нас цікавлять оцінки похідних, тому ми розглянемо динаміку (X,Y,Z) за оцінкою міри з нейтральним ризиком, яку ми позначимо, як P.

$$\begin{cases} dX_t = \big(b(X_t) - a(X_t)f(Y_t,Z_t)\Omega(Y_t,Z_t)\big)dt + a(X_t)f(Y_t,Z_t)d\widetilde{W}_t^x, \\ dY_t = \left(\frac{1}{\epsilon}\alpha(Y_t) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\beta(Y_t)\Lambda(Y_t,Z_t)\right)dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\beta(Y_t)d\widetilde{W}_t^y, \\ dZ_t = \left(\delta c(Z_t) - \sqrt{\delta}g(Z_t)\Gamma(Y_t,Z_t)\right)dt + \sqrt{\delta}g(Z_t)d\widetilde{W}_t^z, \\ d\langle \widetilde{W}^x, \widetilde{W}^y\rangle_t = \rho_{xy}dt, \\ d\langle \widetilde{W}^x, \widetilde{W}^z\rangle_t = \rho_{xz}dt, \\ d\langle \widetilde{W}^y, \widetilde{W}^z\rangle_t = \rho_{yz}dt, \\ (X_0,Y_0,Z_0) = (x,y,z) \in E, \end{cases} \qquad (1)$$

$$d\widetilde{W}_t^x := dW_t^x + \left(\frac{v(X_t)-b(X_t)}{a(X_t)f(Y_t,Z_t)} + \Omega(Y_t,Z_t)\right)dt, d\widetilde{W}_t^y := dW_t^y + \Lambda(Y_t,Z_t)dt,$$

.

$$d\widetilde{W}_t^z := dW_t^z + \Gamma(Y_t,Z_t)dt$$

Припустимо, що система рівнянь має єдиний сильний розв'язок, τ – час похідного активу, дефолт може відбутися одним із двох способів: X виходить за інтервал I, або у випадковий час τ_h, яким управляє рівень небезпеки $h(X_t) \geq 0$.

Розглянемо двобар'єрний опціон з тривимірною стохастичною волатильністю, тоді X цінний папір, по якому не виплачуються дивіденди. В нашому випадку X – модель геометричного броунівського руху (ГБР) з багатовимірною стохастичною волатильністю. Зокрема, Pдинаміки в X задані:

$$dX_t = rX_tdt + f(Y_t,Z_t)X_td\widetilde{W}_t^x h(X_t) = 0,$$

де r – без ризикова відсоткова ставка, а Y , і Z є швидкими і повільними факторами нестабільності та відомі динаміки Y і Z, функції волатильності

$f = \sigma \exp(Y_t + Z_t) \exp\left(\frac{\beta^2}{2} - z\right)$, $dY_t = \left(-\frac{1}{\epsilon} Y_t - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta erf(Y_t)\right) dt + \frac{\beta}{\sqrt{\epsilon}} d\widetilde{W}_t^y$,

$$\operatorname{erf}(y) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt$$

$$dZ_t = \left(-\delta Z_t - \sqrt{\delta} g \operatorname{erf}(Z_t)\right) dt + g d\widetilde{W}_t^z.$$

Випишемо пов'язані з (1) оператори

$\mathfrak{L}_0 = \frac{1}{2}\beta^2(y)\partial_{yy}^2 + \alpha(y)\partial_y$, $\quad \mathfrak{L}_1 = \beta(y)(\rho_{xy} a(x) f(y,z)\partial_x - \Lambda(y,z))\partial_y$,

$$\mathfrak{L}_2 = \frac{1}{2}\bar{\sigma}^2 a(x)\partial_{xx}^2 + \left(b(x) - a(x)\overline{f\Omega}\, a(x)\right)\partial_x - k(x),$$

де $\bar{\square}^2 :=< \square^2(\cdot,\square) >$, $\overline{\square\square} :=< \square(\cdot,\square)\Omega(\cdot,\square) >$, $< \square(\square) >:= \int \square(\square)\square(\square)\square\square$, $\square(\square)$ – щільність дифузії для $\square_\square$.

Нехай $\square_{00}$ розв'язок рівняння

$$(-\square_\square + \square_2)\square_{00} = 0, \quad \square_{00}(0,\square,\square) = \square(\square);$$

$\square_{10}$ – розв'язок рівняння

$$(-\square_\square + \square_2)\square_{10} = -\square\square_{00}, \quad \square_{10}(0,\square,\square) = 0;$$

$\square_{01}$ – розв'язок рівняння

$$(-\square_\square + \square_2)\square_{01} = \mathrm{B}\square_\square\square_{00}, \quad \square_{01}(0,\square,\square) = 0,$$

де $\square\square_{00} =< \square_1\left(\frac{1}{2}\square^2(\square)\square\square_{\square\square}^2 - \square\square_\square\right)\square_{00} >$, $\square\ \square\ \square$ розв'язки рівнянь,

$$\square_0\square = \square^2 - \bar{\square}^2, \quad \square_0\square = \square\Omega - \overline{\square\square}, \tag{2}$$

$$\square := -\square\square_{\square\square} < \square > \square(\square)\square_\square - \square < \Gamma > \square_\square.$$

Ми маємо формули за якими знаходяться $\square_{00}, \square_{01}, \square_{10}$, а $\square\ \square\ \square$ знаходимо, розв'язавши (2).

Наближена ціна опціону для розглянутої моделі дорівнює

$$\square(\square,\square,\square,\square) \approx \square_{00} + \sqrt{\square}\,\square_{01} + \sqrt{\square}\square_{10}.$$

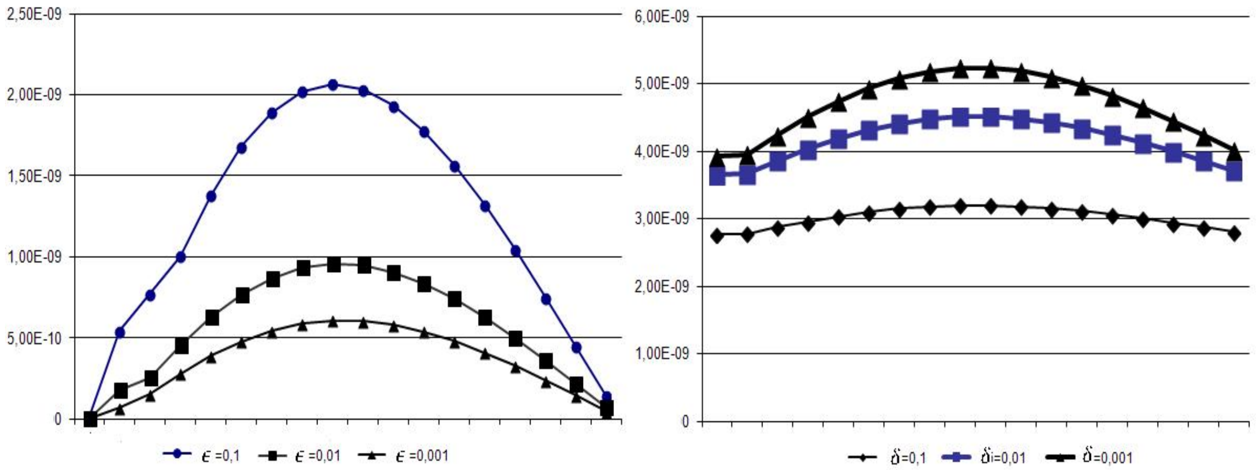

Рис. 1. Ціна опціону з подвійним бар'єром, $\square = 300$, $\square = 350$, $\square = 400$, $\square = 0$, $\square = 2$, $\square = 1$, $\square = 0{,}34$, $\square = 0{,}05$, $\square = 2$, $\square_{\square\square} = 0{,}5$, $\square_{\square\square} = 0{,}18$, $\square_{\square\square} = 0{,}18$.

На лівій частині рисунку 1 зображена наближена ціна $\square_{0,0} + \sqrt{\square}\square_{1,0}$ з подвійним бар'єром опціону, для моделі яка має тільки швидко змінні чинники волатильності. Права частина рисунку 1 репрезентує наближену ціну $\square_{0,0} + \sqrt{\square}\square_{0,1}$ з подвійним бар'єром опціону на конкретну модель, яка містить чинники волатильності, що змінюються повільно.

Комбінуючи методи з спектральної теорії, теорії сингулярних збурень і регулярної теорії збурень, ми зводимо обчислення ціни активу до розв'язання одного рівняння на знаходження власних значень і власних функцій.

Володимир ВАЛІГУРА

Тернопільський національний економічний університет

СУТНІСТЬ РЕГУЛЮЮЧИХ ПОДАТКІВ І ДОЦІЛЬНІСТЬ ВІДНЕСЕННЯ ДО НИХ ПОДАТКУ НА ПРИБУТОК ПІДПРИЄМСТВ

Світова фіскальна практика володіє різними механізмами розподілу податкових надходжень між бюджетами окремих рівнів, однак в основі більшості з них лежить поняття регулюючих податків. Воно виникає в результаті теоретичної класифікації податків відповідно до критерію зарахування податкових надходжень. Саме за цим критерієм податки поділяються на закріплені та регулюючі. Загалом під закріпленими податками розуміються обов'язкові платежі, які на тривалий період повністю чи частково закріплені як дохідне джерело конкретного бюджету [1, с. 25; 2, с. 47-48]. А регулюючі податки інтерпретуються як обов'язкові платежі, які можуть надходити до різних бюджетів. Відмінної позиції дотримується Коровкін В. В., який до закріплених податків і зборів відносить ті, які або