

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський державний економічний університет

**П
р
а
к
т
и
к
у
м**
управління ризиком

Тернопіль 2013

Руська Р. В. Управління ризиком: навчальний практикум. – Тернопіль: Вектор, 2013 р. – 112 с.

Затверджено на засіданні кафедри економіко-математичних методів ,
протокол №1 від 27 серпня 2013 року

Навчальний практикум містить основні теоретичні відомості, приклади розв'язування задач, задачі для самостійного розв'язування. Призначений для студентів денної та заочної форм навчання.

Рецензенти:

В.І. Гринчуцький, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіки підприємств і корпорацій Тернопільського національного економічного університету

О.В. Панухник, доктор економічних наук, доцент, в.о. зав. кафедри економіки та фінансів Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя

Анотація

“Управління ризиком” дисципліна відноситься до циклу природничо-наукової та загальноекономічних наук, які формують фаховий світогляд майбутніх економістів.

“Управління ризиком” належить до фундаментальних понять сучасної економічної теорії та менеджменту. “Управління ризиком” спрямоване на управління ситуаціями, що постають перед органом управління, характеризуються багатоваріантністю розвитку подій і можливістю виникнення непередбачених ситуацій, працювати в умовах невизначеності здійснювати раціональний вибір з множини можливих, альтернативних варіантів, здатність іти на ризик у розумних межах. Перелічені задачі складають основу структури курсу. Названий курс сприятиме формуванню висококваліфікованих фахівців.

1. Предмет «Управління ризиком»

Ризик, як історична категорія виник на зорі цивілізації – тоді коли у людини зявилося усвідомлення щодо виникнення несприятливих ситуацій.

Більшість істориків стверджують, що в XVI-XVII століттях, в епоху великих географічних відкриттів і морських подорожей, прибутки від торгівельних операцій були величезними і прямо пропорційними ступеню ризику.

Наукові уявлення щодо ризику склалися поетапно. Це явище почали вивчати статистики, економісти, юристи, математики.

Вперше наукове, математичне визначення поняття “ризик” було сформульоване понад 200 років тому німецьким математиком Йоганном Ніколаусом Тетенсом (1736-1807) у праці “Вступ до розрахунку життєвої ренти і право її отримання”, виданій ще у 1786р. в Лейпцігу. Цим він започаткував основи нового напрямку – ризикології науки про ризик в економіці, яка знайшла практичне застосування в багатьох сферах економіки. Пізніше теорія проблеми ризику почала розроблятися в рамках класичних ідей Мілля і Сеньора. Вони визначали в структурі прибутку підприємця відсоток ризику як частку на вкладений капітал, заробітну плату капіталіста і плату за ризик, як відшкодування можливих збитків, пов'язаних з підприємницькою діяльністю. Неокласик Альфред Маршал розклав прибуток подібно до класиків, на заробітну плату керівникам, відсоток на капітал і плату за ризик. Теорію ризику Джон Мейнард Кейнс розглядає, як частку вартості пов'язану з можливими витратами які виникають через непередбачувані зміни.

Нове трактування ризику запропонував американський економіст Френк Найт. Він розглядає ризик не просто як матеріальний збиток, а як наслідок невизначеності прибутку, що і поклало основу сучасної теорії фінансового ризику, яку використали відомі західні економісти Маркевич і Шарпе.

За останні роки зявилося ряд робіт з теорії ризику вітчизняних і зарубіжних економістів, зокрема О.Альгіна, І.Балабанова, І.Бланка, В.Вітлінського і інших.

Теоретичні дослідження і практика переконують. Що ризик досить широке поняття. Специфічний предмет наукового дослідження, що має свій статус. Щоб дати обґрунтоване визначення ризику спочатку необхідно з'ясувати що він являє собою у фінансово-економічній сфері. Вивчаючи та враховуючи ризик необхідно мати чітке уявлення про його об'єкт, суб'єкт, джерела. Формулюючи його визначення, необхідно звернути увагу на те що ризик має діалектичну об'єктивно-суб'єктивну структуру.

Об'єктивність ризику у фінансово-економічній сфері ґрунтується на тому, що він існує через об'єктивні, притаманні економіці категорії конфліктності, невизначеності, розпливчастості, відсутності вичерпної інформації на момент оцінювання та прийняття управлінських рішень.

Суб'єктивність ризику зумовлюється тим, що в економіці діють реальні люди зі своїм досвідом, психологією, інтересами, смаками, схильністю чи не схильністю до ризику.

Слід виділити основні постулати стосовно ризику:

- всеосяжність ризику;
- ризиком обтяжені передбачення, прогнози;
- ризик виникає в процесах цілепокладання, оцінювання;
- ризик необхідно кількісно вимірювати і оцінювати;
- структура та міра ризику діалектично змінюється в часі під впливом змін зовнішнього та внутрішнього середовища, дії низки об'єктивних і суб'єктивних чинників.
- вимірювання ризику ґрунтується на загально-методологічних положеннях теорії вимірювання, яка складає фундамент будь-яких вимірювань.

На основі викладених постулатів дамо визначення ризику.

Ризик-це діяльність, пов'язана з подоланням невизначеності в ситуації неминучого вибору, у процесі якого є можливість кількісно і якісно визначити імовірність досягнення передбачуваного результату, невдачі і відхилення від мети.

Ризик можна розуміти: як стан і як дію.

Як стан – це нестабільність, невизначеність, невпевненість у майбутньому.

Ризик як дія – це поведінка суб'єкта в умовах нестабільності.

Ми можемо приймати рішення, що зменшують ризик, але повністю виключити економічний ризик неможливо. Отже, економічна діяльність в умовах ринку без ризику неможлива. При цьому стоїть основне завдання керувати ризиком, зведення його до мінімуму.

Важливим етапом дослідження і вивчення ризику є розробка методик, розробка механізму контролю та керування економічним ризиком. Ці дослідження базуються на принципах системного аналізу.

Системний аналіз – це методологія дослідження об'єктів з метою визначення найбільш ефективних методів керування ними.

Елементами ризику є: об'єкт, суб'єкт, джерело.

Об'єктом ризику називають економічну систему, оцінити ефективність та умови функціонування котрої на перспективу у вичерпній повноті та з необхідною точністю неможливо.

Суб'єктом ризику – особа або колектив, які зацікавлені в результатах управління об'єктом ризику і мають відповідну компетенцію щодо такого управління та прийняття відповідних рішень стосовно об'єкта ризику.

Джерела ризику – це процеси і явища, які спричиняють невизначеність, конфліктність.

2.Сутність ризику.

2.1 Сутність ризику і його функції.

Сутність ризику полягає в:

- можливості відхилення від передбачуваної мети, заради якої здійснюється обрана альтернатива;
- імовірність досягнення бажаного результату;
- відсутність впевненості в досягненні поставленої мети;
- можливість матеріальних, моральних та інших втрат, пов'язаних з обраною в умовах невизначеності альтернативою.

Функції ризику:

- ініноваційна - стимулює пошук нетрадиційних розв'язань проблем, які стоять перед підприємцем;
- регулятивна – має суперечливий характер і виступає в двох формах: конструктивна, деконструктивна.
- захисна – виявляється в тому, що якщо для підприємця ризик – природний стан, то нормальним повинно бути і терпиме ставлення до невдач;
 - аналітична – передбачає можливість вибору з декількох альтернатив найбільш рентабельні і найменш ризиковані рішення.

2.2 Класифікація ризиків.

Тенденція до ускладнення соціально-економічних процесів породжує появу все нових видів і типів ризику. Розрізняють два типи ризику: динамічний і статистичний.

Динамічний – це ризик, пов'язаний з непередбачуваними змінами вартості основного капіталу внаслідок прийняття управлінських рішень.

Статистичний – це ризик, пов'язаний із скороченням реальних активів внаслідок втрати частки власності, а також скороченням доходу через неієздатність організації.

У процесі своєї діяльності підприємці зіштовхуються із сукупністю різних видів ризиків, які відрізняються між собою за місцем виникнення, сукупністю зовнішніх і внутрішніх факторів, що впливають на їх рівень. Всі ризики взаємозалежні. Розглянемо загальну класифікацію ризиків.

За характером обліку ризики бувають:

Зовнішні – пов'язані зі спричиненням збитків і неотриманням підприємцем очікуваного прибутку внаслідок порушення своїх зобов'язань контрагентами підприємця або через інші обставини, які не залежать від нього.

Зовнішні ризики поділяють на :

- природні (ризик стихійних лих і екологічні ризики);
- загальноекономічні (ризик зміни економічної ситуації, ризик несприятливої кон'юктури ринку, податкові ризики, ризик посилення конкуренції і галузевий ризик);
- політичні (ризик націоналізації й експропріації, ризик розриву контракту, ризик воєних дій і цивільних заворушень);
- фінансові ризики, пов'язані з купівельною спроможністю грошей;

Внутрішні залежать від здатності підприємця організувати виробництво і збут продукції, або це діяльність самого підприємства і його контрактної аудиторії.

До внутрішніх ризиків належать:

- виробничі (ризики зниження продуктивності праці, втрати робочого часу, перевитрати або відсутність матеріалів);
- технічні (ризики при впровадженні нових технологій, або збоїв і виходу з ладу устаткування);
- комерційні
- інвестиційні.

В залежності від можливого результату ризику можна розділити на дві великі групи: чисті і спекулятивні.

Чисті ризики означають можливість одержання негативного чи нульового результату. До них належать: природні (пов'язані з проявом стихійних сил природи), екологічні (пов'язані із забрудненням навколишнього середовища), політичні (пов'язані з політичною ситуацією і країні і діяльністю держави), транспортні (зв'язані з перевезеннями вантажів транспортом) і частина комерційних ризиків.

Спекулятивні ризики полягають у можливості одержання як позитивного, так і негативного результату. До них належать фінансові ризики, які є частиною комерційних ризиків.

Класифікація комерційних ризиків.

Комерційні ризики означають небезпеку втрат у процесі фінансово – господарської діяльності. За структурною ознакою розрізняють:

Фінансові – це ризики, пов'язані зі збитками від зупинки виробництва, або від впровадження нових технологій.

Торгові – це ризики. Пов'язані зі збитками через затримку платежів, відмову від платежу в період транспортування товару, недопоставки товару тощо.

Фінансові ризики пов'язані з імовірністю втрат фінансових ресурсів.

Розглянемо ризики пов'язані з купівельною спроможністю грошей.

Інфляційний – при зростанні інфляції одержувані грошові доходи знецінюються з точки зору реальної купівельної спроможності швидше ніж зростають.

Дефляційний - при зростанні дефляції відбувається падіння рівня цін, погіршення економічних умов підприємництва і зниження доходів.

Валютний – небезпека валютних втрат внаслідок зміни курсу однієї іноземної валюти відносно іншої при проведенні зовнішньоекономічних операцій.

Ризик ліквідності – пов'язаний з можливістю втрат при реалізації цінних паперів, товарів, або через зміну оцінки їхньої споживчої вартості.

Інвестиційний – втрати при вкладанні грошей в проекти. Інвестиційні ризики поділяють на:

- ризик втраченої вигоди – це ризик настання побічних фінансових збитків у результаті нездійснення якого-небудь заходу;
- ризик зниження прибутковості – це ризик, який може виникнути в результаті зменшення розміру відсотків і дивідендів з портфельних інвестицій, з внесків і кредитів.

Ризик зниження прибутковості містить в собі такі різновиди:

Процентний – втрати пов'язані з підвищенням чи зниженням відсоткової ставки.

Кредитний – небезпека несплати позичальником основного боргу і відсотків, які належати кредитору.

2.3 Види ризиків.

Вид ризику визначається видом економічної діяльності.

Країнові ризики виникають при здійсненні підприємцями й інвесторами своєї діяльності на території іноземних держав.

Політичний ризик – можливість виникнення збитків у зв'язку з можливими змінами в курсі політики уряду, зміни законодавства.

Технічний ризик визначається ступенем організації виробництва, заходами безпеки, можливістю проведення ремонту устаткування.

Страховий ризик – це ризик, який може бути оцінений з точки зору імовірності настання страхового випадку і кількісних розмірів можливих збитків.

Підприємницький – це ризик який виникає при будь-яких видах діяльності, пов'язаний з виробництвом продукції, товарів, послуг, комерцією, фінансовими операціями, здійсненням різних проектів.

Господарський - ризик пов'язаний з господарською діяльністю, орієнтованою на одержання прибутку на основі задоволення потреб і запитів покупців відповідно до вимог ринку.

Комерційний - ризик пов'язаний з комерційною діяльністю.

Фінансовий - ризик пов'язаний з фінансовою діяльністю. Виникає при здійсненні фінансових угод (в ролі товару виступає капітал, цінні папери, валюта).

Кредитний - непевненість кредитора в тому, що боржник збереже намір виконати свої зобов'язання у відповідності з термінами й умовами кредитної угоди.

Банківський – при здійсненні банківських операцій, що призводять до відхилення фактичних результатів від очікуваних.

2.4 Аспекти управлінської діяльності.

Сутність основних напрямів управлінської діяльності:

Управління за результатами – прихильники даного процесу управління виокремлюють три основних етапи:

- визначення бажаних результатів;
- управління залежно від ситуації;
- контроль за результатами.

Управління за цілями – надає можливість оцінювати керівників на підґрунті міри досягнення цілей. Прихильники даного процесу виділяють чотири основних етапи:

- вироблення чітких, лаконічних формувань сутності цілей;
- розробка реалістичних планів їх досягнення;
- системний контроль, вимірювання та оцінка роботи і результатів;
- коригуючі засоби для максимально можливого досягнення запланованих цілей.

Управління за відхиленнями – ґрунтується на виявленні і доведенні до відома керівника тільки тієї інформації, що обов'язково вимагає його уваги.

Передумови успішного попередження проблем в управлінській діяльності:

1. правильне розуміння важливості недопущення помилок;
2. прагнення до усунення помилок;
3. навчання методам вирішення проблем;
4. аналіз причини виникнення проблем;
5. система моніторингу проблем та оцінювання ефективності превентивних заходів.

Для опису причинно-наслідкового аналізу необхідно провести розпізнання причини, і зібравши необхідну інформацію зробити поетапний аналіз.

Перший етап: формулювання проблеми (виявляють об'єкт, підрозділ чи людину, які створюють труднощі та яких необхідно усунути).

Другий етап: опис проблеми.

Третій етап: виявлення відмінностей, які створюють проблему (необхідно виявити причину).

Четвертий етап: виявлення змін (потрібно виокремити релевантні (найважливіші) зміни).

П'ятий етап: виявлення можливих причин (яким чином дана зміна могла створити проблему).

Шостий етап: перевірка найбільш імовірних причин (чи не суперечить дана причина фактам розглядуваної ситуації).

Сьомий етап: підтвердження найбільш імовірної причини (використовують причинно-наслідковий аналіз для виявлення проблеми ,що виникла).

Наявність ризику в процесі діяльності як обов'язкового атрибуту – об'єктивний економічний закон. В умовах ринкової економіки неможливо управляти підприємством без урахування ризику, а для ефективного управління важливо не лише знати про його наявність, а й правильно ідентифікувати та структурувати ризики. Важливо враховувати, що існують аспекти управлінської діяльності, де постійно створюються ризиковані ситуації.

Управління ризиками – це необхідність використовувати в управлінській діяльності різноманітні підходи, процеси, заходи, які дозволяють певною мірою прогнозувати можливість настання ризикованих подій і домагатися зниження ступеня ризику до допустимих меж.

Визначимо основні принципи процесу управління ризиками.

1. Принцип максимізації – передбачає прагнення до найширшого аналізу можливих причин і чинників виникнення ризику. Цей принцип наголошує на необхідності зведення рівня невизначеності до мінімуму.

2. Принцип мінімізації - управлінці намагаються звести до мінімуму спектр можливих ризиків і мінімізувати ступінь впливу ризику на свою діяльність.

3. Принцип прийняття – управлінці можуть прийняти на себе тільки обґрунтований ризик.

Для процесу управління ризиком працівникам апарату управління необхідно передусім навчитись прогнозувати виникнення тих чи інших проблем і відповідних ситуацій.

Прогноз – можливі судження про можливі сценарії об'єкта управління в майбутньому, альтернативність траєкторії і терміни існування.

В процесі управління ризиком можна виокремити такі рішення:

1. за вибором цілей управління ризиком;
2. за виборів методів;
3. підтримки балансу в трикутнику “люди-ресурси-цілі” в процесі досягнення обтяжених ризиком цілей за допомогою обраного інструментарію управління ним.

Можливість альтернативних рішень висуває перед менеджером завдання оптимізації розподілу ресурсів між такими заходами:

1. попередження ризику усуненням його джерела;
2. зниження ризику за допомогою зменшення інтенсивності небажаних факторів чи вразливості об'єктів, які можуть бути піддані впливу несприятливих чинників.
3. відшкодування збитків ризику. Укладають договір фондового страхування.

Зниження ризику можливе:

1. на етапі планування операції чи проектування зразків – введення додаткових елементів надійності та інших необхідних заходів;
2. на етапі прийняття рішення – використання відповідних критеріїв оцінки ефективності рішення;
3. на етапі експлуатації відповідних систем – за рахунок додержання режимів експлуатації та контролю.

За прогнозною ефективністю в управлінні ризиками можна виокремити: ординарні, синергетичні, асинергетичні варіанти рішень і систем.

Ординарні варіанти ризикових рішень – це такі варіанти рішень, за яких ефективність витрати ресурсів на одиницю одержаного ефекту в управлінні ризиком відповідає нормам і нормативам, прийнятим для певної галузі, виду діяльності.

Синергетичні варіанти ризикових рішень – це такі варіанти рішень. За яких ефективність витрати ресурсів в управлінні ризиком різко зростають.

Асинергетичними називають варіанти рішень, які не дозволяють одержати бажаного ефекту від інвестованих в управління ризиками коштів.

Прийняття рішення ґрунтується на використанні різних формалізованих і неформалізованих методів.

3. Кількісні оцінки економічного ризику.

3.1 Ризик в абсолютному виразі.

Виправданий ризик – атрибут стратегії і тактики ефективної економічної діяльності.

У кожній ситуації, що пов'язана з ризиком виникає питання: «що означає виправданий ризик і де проходить межа яка відділяє допустимий ризик від авантюри?» дати відповідь на ці питання, значить знайти рівень «прийнятого ризику», кількісну та якісну оцінки конкретних ризикових рішень.

Кількісну оцінку ризику проводять на підставі імовірнісних розрахунків. Кількісні значення ризику обчислюються у відносних і в абсолютних величинах, що виражають міру невизначеності під час реалізації прийнятого рішення.

Ступінь ризику може оцінюватись сподіваними збитками, що спричинені цим рішенням; та імовірністю, з якою ці збитки можливі.

Якщо малоімовірно, що будуть несприятливі наслідки – ризик малий, і мала імовірність помилки велика то збитки малі.

У ряді випадків ризик дорівнює добуткові сподіваних збитків на імовірність того, що ці збитки відбудуться.

Імовірність настання певної події може бути визначена: об'єктивним методом, що ґрунтується на обчисленні частоти, з якою відбувається певна подія, і суб'єктивний метод, який спирається на використанні суб'єктивних оцінок та критеріїв, що ґрунтуються на припущеннях.

Ризик в абсолютному виразі може визначатися сподіваною величиною можливих збитків, і як міру ризику використовують середньоквадратичне відхилення.

Існує проста методика визначення коефіцієнта ризику щодо короткотермінового прогнозу:

p – імовірність достовірного прогнозу, то:

$1-p$ – імовірність, що він не відбудеться.

В абсолютному виразі ступінь ризику, може визначатися, як добуток імовірності невдачі (p_H) на величину цих небажаних наслідків (x).

$$w = p_H x \quad 3.1.1.$$

де:

w - величина ризику;

p_H - імовірність небажаних наслідків, що обчислюється на базі статистичних даних,

x - величина цих наслідків.

Сподіване значення (математичне сподівання), що пов'язане з невизначеною ситуацією, є середньозваженою усіх можливих результатів, де імовірність кожного із них використовується як частота або питома вага, відповідного значення. Сподівання значення вимірює результат (ризик), котрий ми очікуємо в середньому.

Математичне сподівання дискретної випадкової величини x називають суму добутоків її можливих значень та відповідних ймовірностей.

$$m = M(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i \quad 3.1.2$$

Де:

x_i - значення випадкової величини;

$i=1,2,\dots$

p_i – відповідні імовірності.

Для обмеженого (n)

$$m = M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad 3.1.3$$

Якщо випадкова величина x неперервна то:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad 3.1.4$$

або:

$$M(x) = \int_a^b xf(x)dx \quad 3.1.5$$

Якщо неперервна випадкова величина визначена на інтервалі $[a, b]$, $f(x)$ – густина розподілу.

Розглянемо приклад на визначення ризику, як математичне сподівання втрат.

Приклад:

Підприємство освоєє новий вид товару. При цьому можливі збитки, як результат не досить вивченого ринку збуту під час маркетингових досліджень. Імовірні три варіанти щодо попиту на продукцію. Збитки при цьому складатимуть:

X_i	500	700	-600
p_i	0.2	0.4	0.4

Визначити сподівану величину ризику, тобто збитків.

Розв'язання: Розв'язуємо за формулою (3.1.2)

$$W=M(x)=500 \cdot 0,2+700 \cdot 0,4+(-600 \cdot 0,4)=140 \text{ гр.од.}$$

Дисперсією випадкової величини x яку позначають $D(x)$ називається математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини x від математичного сподівання $M(x)$. Дисперсія характеризує розсіювання випадкової величини відносно $M(x)$.

$$D(x)=M(x^2)-(M(x))^2 \quad 3.1.6$$

Для дискретної випадкової величини x

$$D^2(x) = \int_a^b x^2 f(x)dx - (M(x))^2 \quad 3.1.7$$

Кращим буде той варіант, де дисперсія менша. Дисперсія дає більш стабільний результат.

Розглянемо приклад визначення ризику, як дисперсії.

Приклад:

Нехай працівник має пропозицію вибору двох місць роботи. Потрібно вибрати одне з них на основі такої інформації.

Місце роботи	I варіант		II варіант	
	імовірність	дохід	імовірність	дохід
А	0,5	100	0,5	200
Б	0,4	90	0,6	190

Розв'язання:

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

Визначимо $M(x)$ - сподіваного доходу для кожного місця роботи:

$$M(x_a) = 100 \cdot 0,5 + 200 \cdot 0,5 = 150 \text{ гр.од.}$$

$$M(x_b) = 90 \cdot 0,4 + 190 \cdot 0,6 = 150 \text{ гр.од.}$$

Отже, середні доходи однакові.

Знаходимо D доходів для кожного місця роботи:

$$M(x^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i$$

$$M(x_a^2) = 100^2 \cdot 0,5 + 200^2 \cdot 0,5 = 25000 \text{ гр.од.}$$

$$D(x_a) = 25000 - 150^2 = 25000 - 22500 = 2500 \text{ гр.од.}$$

Тепер шукаємо для Б:

$$M(x_b^2) = 90^2 \cdot 0,4 + 190^2 \cdot 0,6 = 24900 \text{ гр.од.}$$

$$D(x_b) = 24900 - 150^2 = 2400$$

Висновок: Потрібно вибирати місце роботи Б, тому що D для нього менша.

Середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \quad 3.1.8$$

3.2 Ризик у відносному вираженні.

Ризик у відносному вираженні може визначатися як відношення можливих збитків до деякої базової величини: (обсяг майна підприємства, загальні витрати ресурсів або сподіваний прибуток).

Якщо під ризиком розуміти ризик банкрутства, то він визначається не лише коливанням курсу цінних паперів, але й власним наявним капіталом:

Ризик вимірюють за допомогою коефіцієнта:

$$W = \frac{x}{k} \quad 3.2.1$$

де:

x – максимально можливий обсяг збитків;

W - коеф.ризиків;

k – обсяг власних фінансових ресурсів.

Приклад:

Один з наших емігрантів заощадив 10 тис.\$, взяв в борг ще 40 тис.\$, під 10 % річних, і вклав усі 50 тис.\$ в акції однієї компанії розраховуючи на річне зростання курсу в 20 %. Курс почав падати, і коли він знизився на 40% він продав ненадійні акції. В результаті цього він повернув 30 тис.\$, понісши при цьому збитки 24 тис.\$. Його знайомий американець вклав 50 тис.\$, і повернув 30 тис.\$. Визначити ступінь ризику для американця і емігранта.

Розв'язання:

Збитки:

американця

$$X_a = 20 \text{ тис.}\$$$

$$K_a = 50 \text{ тис.}\$$$

$$W_a = \frac{20}{50} = 0,4$$

емігранта

$$X_{em} = 24 \text{ тис.}\$$$

$$K_{em} = 10 \text{ тис.}\$$$

$$W_{em} = \frac{24}{10} = 2,4$$

Тобто, ступінь ризику для емігранта в 6 раз більший від американця.

Ризик може визначатись також, як коефіцієнт варіації відповідного економічного показника.

$$V(X) = \frac{\sigma(x)}{M(x)} * 100 \quad 3.2.2$$

Він потрібен, коли сподівані доходи одного проекту відрізняються від сподіваних доходів іншого проекту. В такому випадку важко порівняти абсолютні показники дисперсії. Необхідно визначити (або виміряти) ризикованість проекту відносно сподіваних доходів і мірою цього є коефіцієнт варіації або співвідношення ризику і доходу.

Приклад:

Є два види акцій. Ефективність їх є випадковою величиною і залежить від стану економічного середовища. Сподівана ефективність цих акцій однакова. Вважають, що на ринку можуть виникнути дві ситуації.

$$Q_1 - z p_1 = 0,2$$

$$Q_2 - z p_2 = 0,8.$$

Різні акції реагують на ці ситуації порізно. Курс акцій першого виду у ситуації Q_1 зростає на 5%, у ситуації Q_2 на 1,25%. Курс акцій другого виду у ситуації Q_1 падає на 1%, а у ситуації Q_2 зростає на 2,75%.

Припустимо. Що інвестор взяв гроші в борг під 1,5% річних. Які акції слід придбати?

Розв'язання: знайдемо доходи:

$$M_1 = 5\% \cdot 0,2 + 1,25\% \cdot 0,8 = 2\%$$

$$M_2 = -1,0\% \cdot 0,2 + 2,75\% \cdot 0,8 = 2\%$$

Дисперсію

$$D_1 = (€ - 2) * 0,2 + (€25 - 2) * 0,8 = 2,25$$

$$D_2 = (€1 - 2) * 0,2 + (€7,75 - 2) * 0,8 = 2,25$$

Відсоток, під який можна взяти борг дорівнює 1,5%, а сподівана ефективність дорівнює 2%. Отже, є резон брати гроші в борг.

Якщо інвестор вкладе гроші в акції першого виду і реалізується ситуація Q_1 , то він виграє: $5\% - 1,5\% = 3,5\%$, якщо акції другого, то збанкрутує: $-1\% - 1,5\% = -2,5\%$

Коли відбудеться ситуація Q_2 , то:

акції першого виду: $1,25\% - 1,5\% = -0,25\%$

акції другого виду: $2,75\% - 1,5\% = 1,25\%$

Оскільки, стани економічного середовища Q_1 , Q_2 мають різну імовірність, рішення інвестора не є рівнозначне з точки зору ризику банкрутства: при вкладанні грошей в акції першого виду банкрутство можливе з $p_1 = 0,8$ в другому випадку - $p_2 = 0,2$.

Таким чином при однаковості сподіваних ефективностей та дисперсій, а також власного початкового капіталу, ризик банкрутства може бути різним.

У даному випадку, слід обрати той вид акцій, імовірність банкрутства яких у зв'язку з несприятливим станом середовища буде меншою:

Отже інвестору слід придбати акції другого виду.

Тут імовірність несприятливого стану економічного середовища виступає, як міра ризику.

В загальному випадку:

$$\begin{aligned} M_1 > M_2, \text{ але } D_1 > D_2 \\ M_1 < M_2, \text{ але } D_1 < D_2 \end{aligned} \quad 3.2.3$$

або це залежить від схильності до ризику суб'єкта ризику – особи, що приймає рішення .

Приклад

Торгова фірма одержує вироби від трьох постачальників. Перший дає 1% браку, другий 2%, третій 3%. Потрібно визначити частку продукції від кожного

постачальника і з умови рівності ризиків торгової фірми відносно кожного з них, визначити загальний ризик торгової фірми:

Оскільки вся інформація має імовірносний характер, то ризик визначаємо також як імовірність деякої події (реалізація бракованого виробу);

Введемо такі події: A - фірма реалізує бракований виріб;

- p_1 - проданий виріб від першого постачальника,
- p_2 - проданий виріб від другого постачальника,
- p_3 - проданий виріб від третього постачальника.

Оскільки є три гіпотези, то використаємо формулу Байєса;

$$P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + P(B_3)P_{B_3}(A), \quad 3.2.4$$

якщо подія A вже відбулася, тоді:

$$P_{A_i}(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad 3.2.5$$

Позначимо через x_1 - частку виробів від першого постачальника.

x_2 - другого, $(1-x_1-x_2)$ - третього. Оскільки ризики рівні, то

$$P_f(B_1) = P_f(B_2) = P_f(B_3). \text{ На основі формули Байєса і рівності ризиків}$$

одержимо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} P(B_1)P_{B_1}(A) &= P(B_2)P_{B_2}(A) \\ P(B_1)P_{B_1}(A) &= P(B_3)P_{B_3}(A) \end{aligned}$$

$$0.01x_1 = 0.02x_2 \quad (*)100$$

$$0.01x_1 = 0.03(1-x_1-x_2)$$

$$x_1 = 6/11, \quad x_2 = 3/11, \quad x_3 = 2/11.$$

Висновок: із кожних 11 одержаних виробів 6 – від першого виробника, 3 – від другого, 2 – від третього. Загальний ризик:

$$P(A) = \frac{6}{11} \cdot 0.01 + \frac{3}{11} \cdot 0.02 + \frac{2}{11} \cdot 0.03 = \frac{18}{1100}$$

Із одержаних 1100 виробів 18 буде бракованих.

4. Ризик і корисність.

4.1. Поняття про корисність. Побудова функції корисності.

Корисність-це міра задоволення, яке одержує суб'єкт від споживання товару або виконання деякої дії.

На основі цього означення кожному товару або кожній дії потрібно поставити у відповідність певне число. З допомогою корисності можна порівняти споживчий ефект товарів.

Практичну побудову функції корисності розглянемо експертним методом.

Побудова функції корисності може бути здійснена групою експертів за спрощеною формулою.

I етап. Визначають у відсотках найкраще та найгірше з можливих допустимих значень показника присвоюють їм значення корисності. Для цього визначають нижню і верхню межу цього показника і присвоюємо їм відповідні корисності. Нехай $X_{min}=80\%$, $X_{max}=100\%$

Корисність: $U(X_{min})=0$, $U(X_{max})=1$

II етап. Розглядають ще декілька проміжних значень, та визначають значення функції корисності.

III етап. Після того, як кожен із членів експертної групи зробив самостійну оцінку корисності проміжних значень, обчислюють середні рівні цих оцінок

IV етап. При великій розкиданості оцінок експертів від середніх величин повертаються до етапу II.

4.2. Корисність за Нейманом. Сподівана корисність

В даному питанні будемо говорити про ризик, як про лотерею.

Лотерея $L(x_0, p, x_1)$ - це ситуація при якій суб'єкт може одержати результат x_0 , з імовірністю p , або результат x_1 , з імовірністю $1-p$.

Корисність за Нейманом варіанту x - це імовірність $p(x)$ з якою суб'єкту однаково чи одержувати гарантоване x , або приймати участь в лотереї $L(x_0, p, x_1)$, при чому x_0 - це результат менш пріоритетні ший від x , x_1 - більш пріоритетніший ніж x .

Корисність за Нейманом – це певна імовірність. Звідси витікає що корисність не менше від 0 і не більша 1.

$$0 \leq U \leq 1$$

Нехай суб'єкт приймає участь в лотереї у якій можливі певні результати з певними ймовірностями.

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n$	при чому сума ймовірностей повинна
$p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \dots \quad p_n$	дорівнювати 1.

Сподіваний виграш – це математичне сподівання випадкової величини x .

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad 4.2.1$$

Якщо величина X розподілена неперервно із щільністю розподілу $f(x)$, то сподіваний виграш визначається так.

$$\bar{x} = \int_a^b x f(x) dx \quad 4.2.2$$

Вважаємо, що кожному виграшу x відповідає певна корисність $U(x)$. Тоді сподівана корисність визначається так:

$$\bar{U} = M(x) = \sum_{i=1}^n U(x_i) p_i \quad 4.2.3$$

-сподівана корисність для дискретного випадку.

Для неперервної величини:

$$\bar{U} = M(x) = \int_a^b U(x) f(x) dx \quad 4.2.4$$

Розглянемо детермінований еквівалент лотереї.

Детермінований еквівалент лотереї (ДЕЛ) - це гарантована сума \hat{x} , яка рівнозначна участі в лотереї. Ця величина визначається із такого співвідношення:

$$U(\hat{x}) = \bar{U} \quad 4.2.5$$

4.3. Різні ставлення до корисності.

Суб'єкт називається не схильним до ризику, якщо для нього більш пріоритетно одержати гарантований виграш, ніж приймати участь в лотереї.

Математична несхильність до ризику записується так:

$$U(x) \geq M(x)$$

Суб'єкт схильний до ризику, якщо для нього більш пріоритетнішим є участь в лотереї, ніж одержання сподіваного виграшу.

$$U(x) < M(x)$$

Суб'єкт називається байдужим до ризику, якщо йому однаково чи одержувати гарантований сподіваний виграш, чи приймати участь в лотереї.

$$U(x) = M(x)$$

Розглянемо функції корисності:

1. для суб'єкта байдужого до ризику:

$$U(x) = a + b(x), b > 0$$

2. для суб'єкта керування з несхильністю до ризику:

$$U(x) = \log(a + b(x)) - b$$

3. із схильністю до ризику:

$$U(x) = x^2, x \geq 0.$$

Розглянемо поняття премії за ризик.

Премія за ризик — це різниця між сподіваним виграшем і детермінованим еквівалентом

$$P(x) = \bar{x} - \hat{x}$$

Премія за ризик — це величина, якою суб'єкт згідний знехтувати, щоб уникнути ризику, пов'язаного з участю в лотереї.

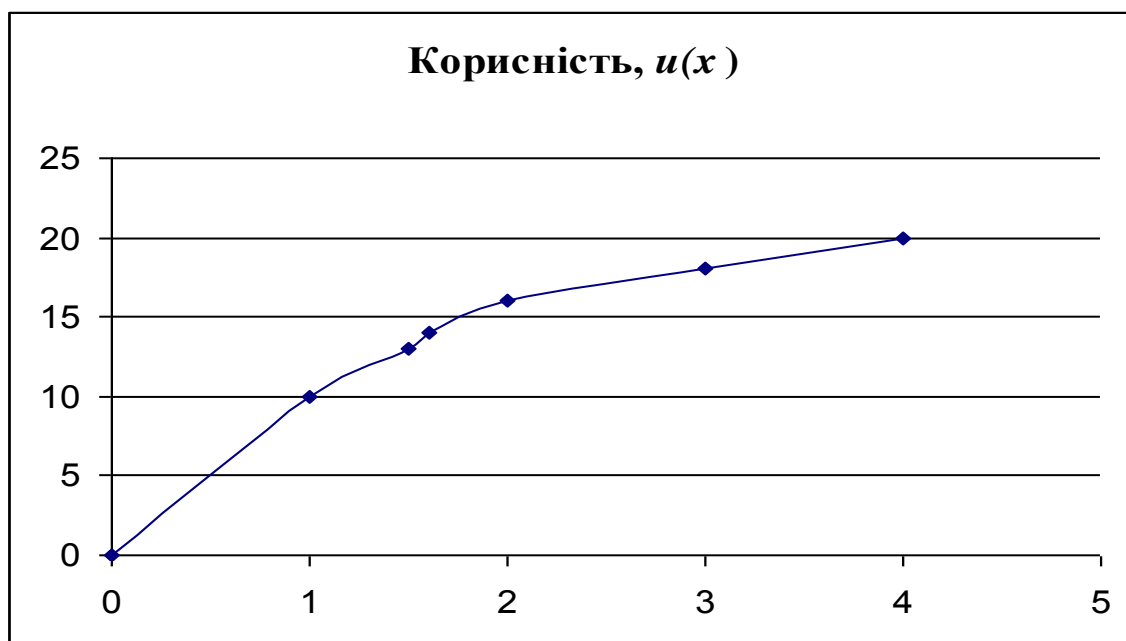
Якщо особа, що приймає рішення зіштовхується з несприятливою для лотереєю, то природно виникає питання, скільки вона заплатила, за те, щоб не брати участі в цій лотереї.

Побудуємо криву (функцію корисності) суб'єктами схильного до ризику.

Крива ON , що задає рівень корисності (на осі ординат), котрий може бути досягнений за відповідним рівнем доходу (відкладеного в 10^2 грн. на осі абсцис). Гранична корисність зменшується з 10 одиниць коли дохід зростає від 0 до 1 грн., до 16 одиниць, коли дохід збільшується від 1 до 2, та до 20 одиниць, коли зростає від 2 до 3. Так ось, особа, з такою функцією корисності має дохід 150 грн і оцінює нове місце роботи, що пов'язане з ризиком.

Дохід на новому місці роботи може бути в 2 рази більшим, або знизитись до 100 грн. Кожна альтернатива має імовірність $p=0,5$.

Переходити чи не переходити на нове місце роботи?



Розв'язування:

Оскільки теперішня зарплата становить 150 грн, то функція корисності $U(150)=13$ (рівень корисності, що відповідає доходам у 100 грн. Точка А складає 10 одиниць, а рівень корисності, що пов'язаний з доходами у 300 грн. дорівнює 18 точка В.

Обчислимо сподівану корисність:

$$\bar{U} = M(U(x)) = 0.5 \cdot U(300) + 0.5 \cdot U(100) = 0.5 \cdot 18 + 0.5 \cdot 10 = 14$$

Отже нове місце роботи, що пов'язане з ризиком, є більш пріоритетним, бо сподівана корисність $\bar{U} = 14$. Одиниць, більша ніж корисність, що пов'язана з теперішнім місцем роботи, яка становить лише 13 одиниць.

Отже, цій особі слід прийняти рішення про перехід на нове місце роботи, хоч воно і пов'язане з ризиком.

Підрахуємо також премію за ризик.

Ми вже підраховали, що сподівана корисність у 14 одиниць досягається при переході на нове місце роботи. Сподіваний дохід:

$$\bar{X} = M(x) = 100 \cdot 0.5 + 300 \cdot 0.5 = 200 \text{ (грн.)}$$

Але як видно з малюнка рівень корисності в 14 одиниць може бути також досягнутий, якщо стабільний (певний) дохід цієї особи, тобто ДЕЛ буде дорівнювати 160 грн. Точка M на (AB) з рівнем корисності в 14 одиниць, математично так:

$$U(\bar{X}) = M(U) = 200$$

Премія за ризик.

$$P(x) = 200 - 160 = 40 \text{ грн.}$$

Таким чином 40 грн. складає той розмір доходу, яким особа готова знехтувати, вважаючи пріоритетнішою роботу з певним (стабільним) доходом 160 грн. аніж з ризикованим.

Розглянемо наступний приклад:

Особа з тією ж функцією корисності повинна вибрати місце роботи, маючи три альтернативних варіанти:

Перший варіант – це стабільний дохід у 200 грн.

Другий варіант задано лотереєю- $L(100;0,5;300)$, і третій - $L(0;0,5;400)$.

Яке місце роботи обрати даній особі?

Розв'язання: Розглянемо графік, бачимо, що перше місце дає корисність

$U_1(200) = 16$. $x_1 = 200$, друге місце роботи:

$$\bar{x}_2 = 100 \cdot 0.5 + 300 \cdot 0.5 = 200.$$

$\bar{U}_2 = 0.5 * U(100) + 0.5 * U(300) = 0.5 * 10 + 0.5 * 18 = 14$, і третє місце роботи:

$$\bar{X} = 0 * 0.5 + 400 * 0.5 = 200$$

$$\bar{U}_3 = 0.5 * U(0) + 0.5 * U(400) = 0 + 0.5 * 200 = 10$$

Оскільки $U_1 = 16$ найбільша, то необхідно обрати перше місце роботи із стабільним доходом в 200 грн.

Розглянемо ще один приклад:

Визначити сподіваний виграш, дел. і премію за ризик для лотереї $L(4; 0,6; 16)$.

Функція корисності така: $U(X) = 0.5 \sqrt{X}$.

Розв'язання:

1. Знаходимо сподіваний виграш.

$$\bar{X} = 4 * 0.6 + 16 * 0.4 = 8.8$$

2. Визначимо сподівану корисність:

$$\bar{U} = U(4) * 0.6 + U(16) * 0.4 = 0.5 \sqrt{4} * 0.6 + 0.5 \sqrt{16} * 0.4 = 1.4$$

3. Знаходимо ДЕЛ.

$$0.5 \sqrt{\hat{X}} = 1.4$$

$$\sqrt{\hat{X}} = 2.8$$

$\hat{X} = 7.84$ – результат еквівалентний участі в лотереї.

4. Знаходимо премію за ризик

$$P(X) = 8.8 - 7.84 = 0.96.$$

Суб'єкт згідний знехтувати сумою в 0,96 щоб уникнути від участі в лотереї.

Розглянемо приклад коли відома щільність розподілу.

Приклад:

Визначити \bar{X} , \hat{X} , $P(X)$ для лотереї щільністю розподілу виграшів для якої виражається функцією

$$f(x) = \begin{cases} 0.5(2-x) & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 0 > x > 2 \end{cases}$$

Корисність має вигляд $U(X) = 0.6x$

Розв'язання:

$$\bar{X} = \int_0^2 x * \frac{1}{2}(2-x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 (2x - x^2)dx = \frac{1}{2}(x^2 - \frac{x^3}{3}) = \frac{1}{2}(2^2 - \frac{2^3}{3}) - 0 = \frac{2}{3}$$

$$\bar{U} = \int_0^2 0.6x * \frac{1}{2}(2-x)dx = 0.3 \int_0^2 (2x - x^2)dx = 0.3(x^2 - \frac{x^3}{3}) = 0.3(2^2 - \frac{2^3}{3}) - 0 = 0.4$$

$$0.6 \hat{x} = 0.4$$

$$\hat{x} = \frac{2}{3}$$

$$П(x) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0.$$

Суб'єкту немає різниці чи брати участь в лотереї чи не брати.

4.4 Криві байдужості.

Локальна несхильність до ризику у деякій точці x визначається за допомогою функції несхильності

$$r(x) = -\frac{U''(x)}{U'(x)} \quad 4.4.1$$

Криву байдужості можна подати на підставі функції корисності в двовимірному просторі, де на осі абсцис відкладаються величини ступеня ризику (σ), а на осі ординат - розмір виграшу (m).

Кожна особа має свій графік кривих байдужості, які будуються на підставі її власної функції корисності. Криві байдужості (1-5) можна трактувати, як різні рівні значень функцій корисності.

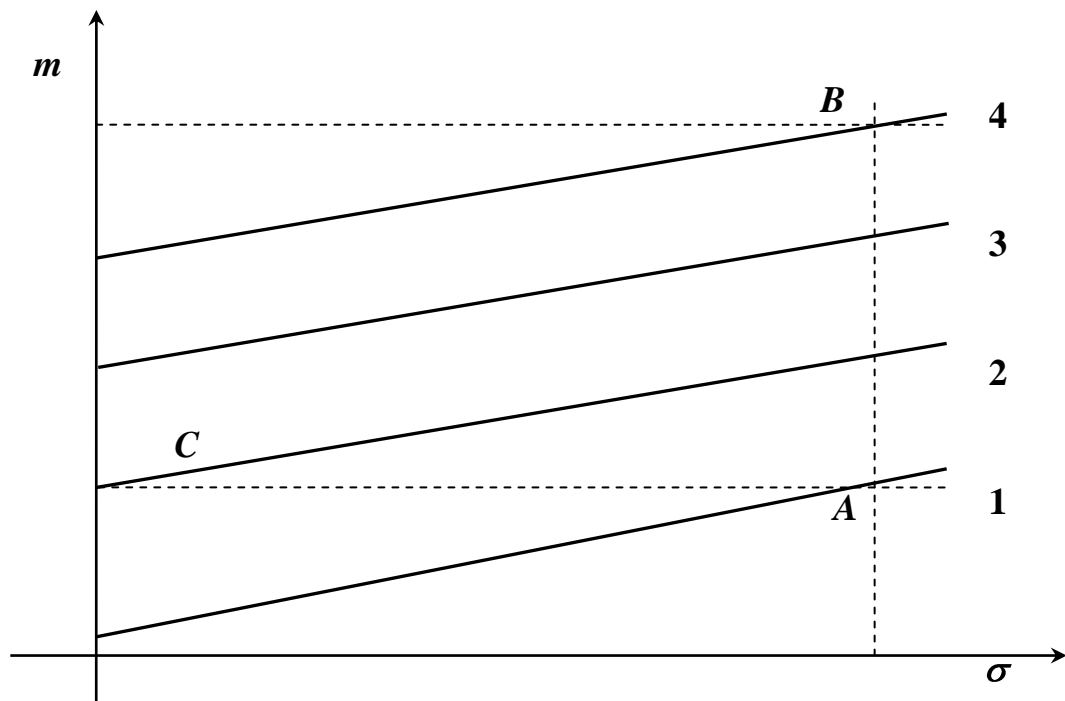


Рис. 4.4.1.

Крива 1 – характеризує всі можливі норми прибутку і ризику. При яких рівень корисності даної особи дорівнює 5 одиниць. Переміщення вздовж цієї кривої буде зберігати один і той же рівень корисності, який рівний п'яти одиницям. Одне і теж значення функції корисності може бути досягнуте при великій нормі прибутку і відповідно більшому ступені ризику або при меншій нормі прибутку і меншому ступені ризику. Тобто, щоб збільшити норму прибутку і одночасно залишитися з тією самою величиною корисності, треба обтяжувати себе ризиком.

Часто зміни значень норми прибутку і ризику призводить до зміни рівня корисності. Наприклад, зростання норми прибутку при незмінному ступені ризику означає перехід на іншу, (вищу) криву байдужості, що відповідає більшому значенню функції корисності. На рисунку цій ситуації відповідає перехід з точки А до точки В. аналогічно, зменшення ступеня ризику при незмінній нормі прибутку означає перехід на криву байдужості, що відповідає більшому значенню функції корисності. В цій ситуації відповідає перехід з точки А до С.

Розглянемо криві байдужості трьох менеджерів: *A*, *B*, *C* позначимо їх відповідно 1, 2, 3.

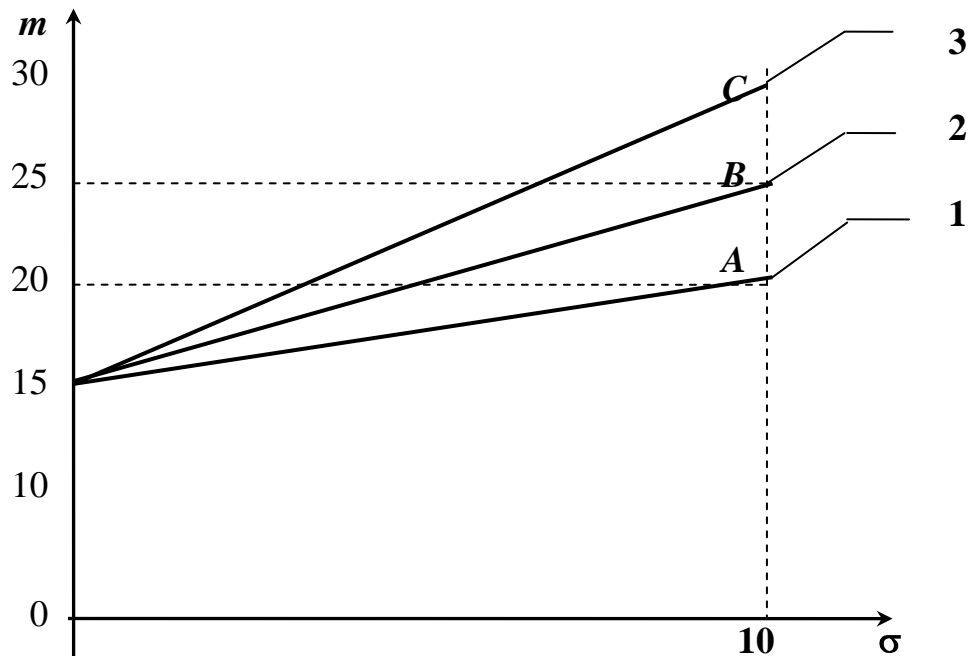


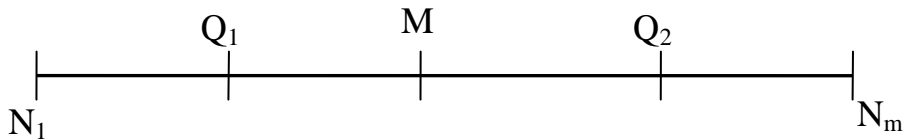
Рис 4.4.2.

З малюнка видно, що перша особа відзначається найбільшою схильністю до ризику, а третя найбільшою несхильністю, оскільки при однаковому ступені ризику $\sigma=10$, перший надіється на сподіваний прибуток в $m_1=20$, а третій $m_3=30$. Чим більш схильнішою до ризику є особа, тим менший кут нахилу до осі абсцис мають криві байдужості цієї особи.

4.5. Метод Делфі

Даний метод відноситься до закритих групових опитувань, і характеризується анонімністю висновків членів експертної групи і керованим зворотним зв'язком. Метод Делфі передбачає проведення кількох турів опитування, під час кожного туру експерти повідомляють свою думку і дають оцінку досліджуваному явищу.

При обробці інформації, отриманої від експертів, всі оцінки розташовують у порядку їхнього спаду, а потім визначають медіану (М), квартили (Q_1 Q_2), що розбивають шкалу на чотири частини:



Мал.. шкала оцінок методу Делфі

Експертів, оцінки яких попадають у крайні інтервали, просять анонімно обґрунтувати свою думку з приводу чи призначення оцінок. З їхнім обґрунтуванням знайомлять інших експертів. Експерти уточнюють свою оцінку і в другому турі знову заповнюють анкету з оцінками.

Таким чином, через кілька турів розбіжність в оцінках стане незначною. Потім фіксуються розбіжні точки зору і приймається рішення. Цей метод доцільний при визначенні ймовірності настання ризикових подій, оцінки величини втрат і ймовірності попадання втрат у визначений інтервал.

4.6 Метод побудови дерева рішень.

Дерево рішень – це графічне зображення послідовності рішень і станів середовища з вказівкою відповідних ймовірностей і вигравів для будь-яких комбінацій альтернатив і станів середовища.

Етапи побудови дерева рішень:

1. Формулювання завдання. Відкидаються всі фактори, що не стосуються проблеми, а серед тих що залишилися, віділяють істотні і несуттєві. Це дозволяє привести опис завдання прийняття рішення у форму, що піддається аналізу.

2. Побудова дерева рішень.

3. Оцінка ймовірностей станів середовища. Ймовірності визначаються або на підставі наявної статистики, або експертним методом.

4. Установлення виграшів (чи програшів, як виграшів зі знаком мінус) для кожної можливої комбінації альтернатив (дій) і станів середовища.

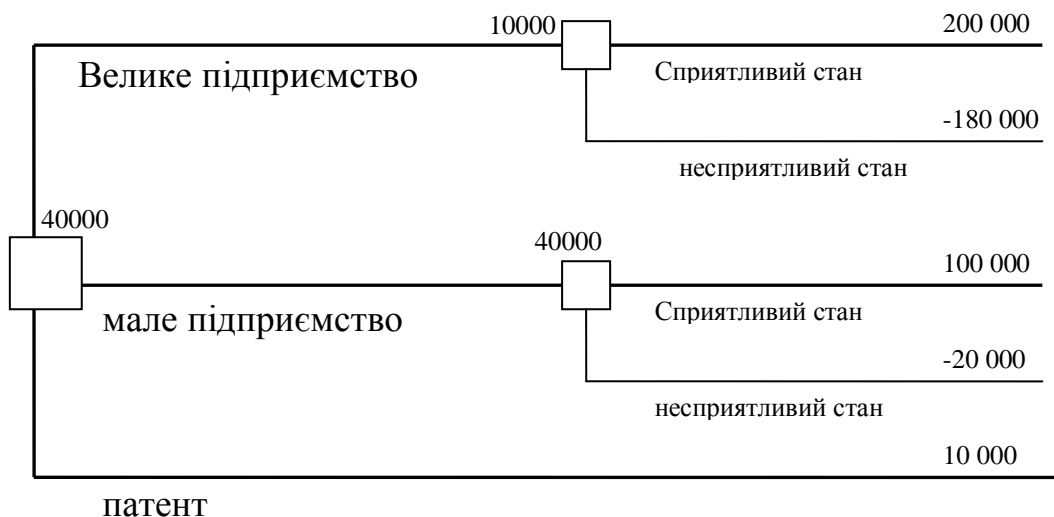
5. Вирішення завдання.

Приклад: Керівництво компанії вирішує, чи створювати для випуску нової продукції велике виробництво, мале підприємство чи продати патент іншій фірмі. Розмір виграшу, який компанія може одержати, залежить від сприятливого чи несприятливого стану ринку (табл.4.6).

Таблиця 4.6

№ стратегії	Дії компанії	Виграш, у.о., при стані економічного середовища	
		сприятловому	несприятливому
1	Будівництво великого підприємства	200 000	-180 000
2	Будівництво малого підприємства	100 000	-20 000
3	Продаж патенту	10 000	10 000

На основі даної таблиці виграшів (втрат) можна побудувати дерево рішень.



Мал. 4.6.1 Дерево рішень без додаткового обстеження кон'юнктури ринку

Імовірність сприятливого і несприятливого станів економічного середовища дорівнює 0,5. Процедура прийняття рішення полягає в обчисленні для кожної вершини дерева (при русі справа на ліво) очікуваних грошових

оцінок, відкиданні безперспективних галузей і виборі галузей, яким відповідає максимальне значення очікуваної грошової оцінки (Θ).

$$\Theta = \sum R_i p_i \quad 4.6.1$$

Визначимо середній очікуваний виграш:

$$\Theta_1 = 0,5 * 200000 + 0,5 * (-180000) = 10000 \text{ у.о.};$$

$$\Theta_2 = 0,5 * 100000 + 0,5 * (-20000) = 40000 \text{ у.о.};$$

$$\Theta_3 = 10000 \text{ у.о.}$$

Найбільш доцільно вибрати стратегію 2, тобто будувати мале підприємство $\Theta_2 = 40000 \text{ у.о.}$

Слід зазначити, що наявність стану з ймовірностями 50% невдачі і 50% успіху на практиці часто означає, що справжні імовірності невідомі, і він приймає гіпотезу п'ятдесят на п'ятдесят, або «fifti – fifti».

Якщо керівництво компанії замовить додаткове дослідження стану ринку і уточнить очікувані оцінки кон'юнктури ринку, змінивши тим самим значення ймовірностей:

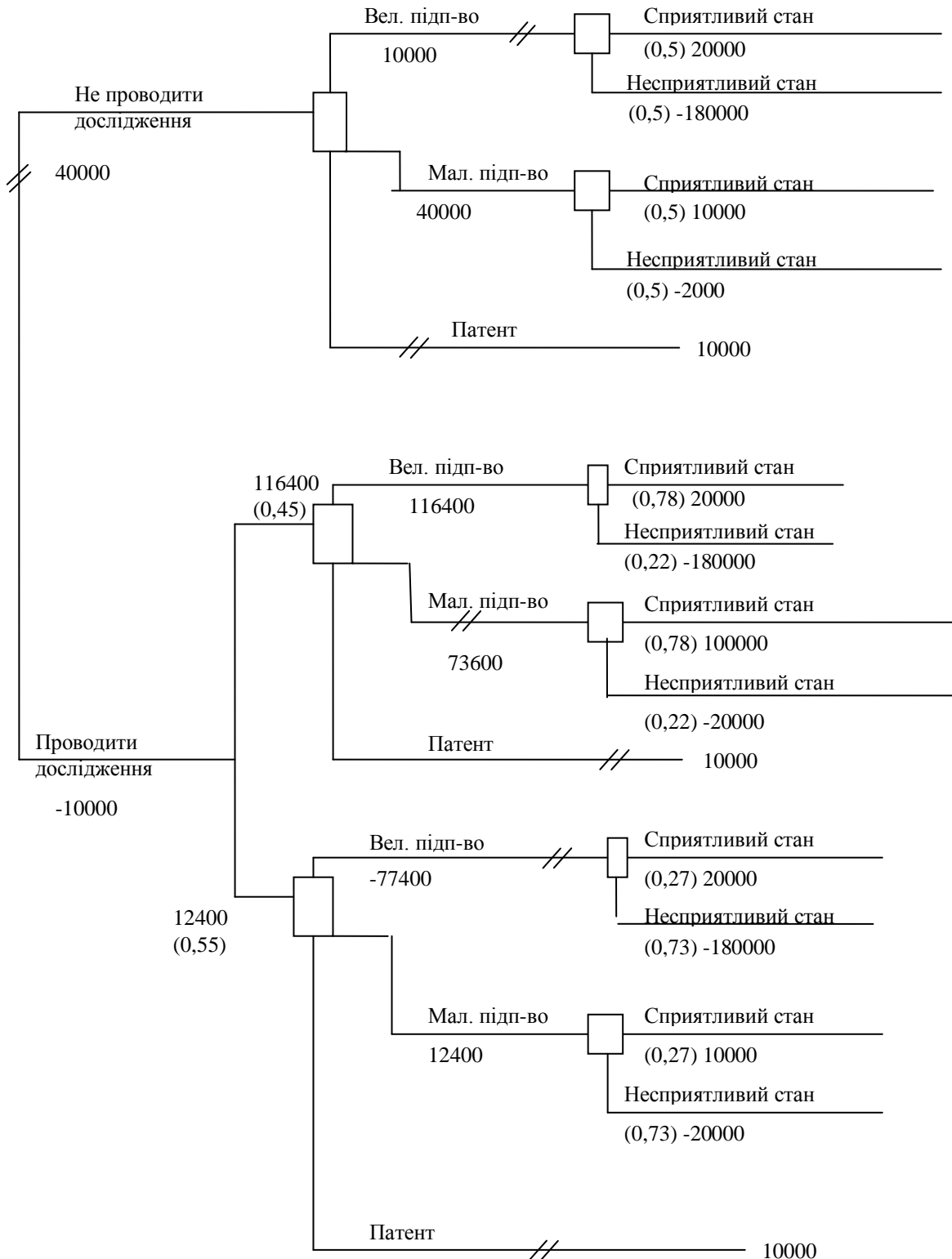
Прогноз фірми	фактично	
	сприятливий	несприятливий
сприятливий	0,78	0,22
несприятливий	0,27	0,73

Та отримає такий результат:

- ситуація буде сприятливою з імовірністю 0,45;
- ситуація буде несприятливою з імовірністю 0,55.

Причому за надану послугу заплатить 10000 у.о..

На підставі додаткових даних побудуємо нове дерево рішень, де розвиток подій відбувається від корення дерева до наслідків, а розрахунок прибутку виконується від кінцевих станів до початкових.



Мал. 4.6.2 Дерево рішень при додатковому обстеженні кон'юктури ринку
 Аналізуючи дерево рішень робимо такі висновки:

- необхідно проводити додаткове дослідження кон'юктури ринку – це дозволяє істотно уточнити прийняте рішення;

- якщо фірма прогнозує сприятливу ситуацію на ринку, то доцільно будувати велике підприємство (очікуваний максимальний прибуток 116400у.о), якщо прогноз не сприятливий – мале (очікуваний максимальний прибуток 12400у.о).

Метод оцінки ризику за допомогою дерева рішень припускає графічне зображення варіантів рішень, які можуть бути прийняті. По вітках дерева співвідносяться суб'єктивні і об'єктивні оцінки можливих подій. Просуваючись уздовж побудованих гілок оцінюють різні шляхи і обирають з них найменш ризиковані.

За допомогою цього методу можливо оцінити різні шляхи і обрати найменш ризикований.

5. Диверсифікація, як спосіб зниження ризику. Теорія портфеля.

5.1 Поняття про диверсифікацію, норму прибутку і ризик цінних паперів.

Для роботи будь-якого підприємства важливий асортимент товарів, послуг. Чим він ширший, тим чіткіший є ритм виробництва, вища його рентабельність. Проте це впливає на мобільність відносно змін зовнішнього середовища.

На ринку цінних паперів в країнах з розвинутою ринковою економікою основний принцип раціонального поведіння відповідає побутовій мудрості: “Ніколи не клади всі яйця до одного кошика”. Стосовно ризику цінних паперів це означає, що інвестор не повинен вкладати гроші у цінні папери лише одного виду. Необхідне певне розмаїття, диверсифікація вкладень. Отже:

Диверсифікація – це розподіл інвестицій між різними об’єктами вкладення, які безпосередньо не зв’язані між собою.

З допомогою диверсифікації в більшості випадків вдається знизити ризик. Отже диверсифікація – це один із способів зниження ризику.

Найчастіше інвестиції здійснюються за допомогою цінних паперів.

Ефективність цінних паперів залежить:

- 1) ціна купівлі (це відома величина)
- 2) проміжних виплат
- 3) ціна продажу

Економічний фінансовий ризик пов’язаний з невизначеністю відносно прогнозу на майбутнє стосовно цін (продажу, а для звичайних акцій і майбутніх дивідентів).

Власне тому досвідчений інвестор є власником не одного виду цінних паперів, а декількох. Сукупність цінних паперів складає портфель.

Під **структурою цінних паперів** розуміють співвідношення часток інвестицій у цінні папери різних видів та підприємств у різного інвестора.

Визначення структури є дуже важливим. Приймається гіпотеза, що будь-які конкретні величини ефективності (норми прибутку) операції з купівлі-продажу цінних паперів є реалізаціями випадкової величини. Тому основним апаратом для вивчення властивостей портфеля є правила теорії імовірності та математичної статистики.

Будь-який вид ризикових цінних паперів характеризуються двома показниками: сподіваною ефективністю (нормою прибутку) і ступенем ризику (варіацією (дисперсією)). Ці ж показники можна обчислити для портфеля цінних паперів, якщо відомі коефіцієнти кореляції між ефективностями кожної з пар цих паперів.

Зрозуміло, що кожний інвестор завжди зіштовхується з дилемою: бажанням мати якомога більшу ефективність портфеля та бажанням забезпечити вклади мінімальним ступенем ризику.

Проблемою обрання структури портфеля займалися Г. Марковіц та Д. Тобін, за що були відзначені Нобелівськими преміями з економіки.

Портфель цінних паперів – це розподіл засобів між цілим рядом різних активів у найбільш вигідній та безпечній пропорції.

Правило для інвестора: - необхідно прагнути розподілити вкладання між різними видами активів, такими що показали минулі роки:

- 1) різну щільність зв'язку (кореляцію) з загальноринковими цінами;
- 2) протилежну фазу коливань норми прибутку між собою (цін) всередині портфеля.

При цьому збитки будуть мінімальними. Але питання одержання максимального прибутку залишається відкритим. Для цього необхідне застосування теорії корисності.

Управління портфелем цінних паперів – це планування, аналіз і регулювання структури портфеля, діяльність по його формуванню та підтримці з метою досягнення поставлених цілей при збереженні необхідного рівня його ризику та мінімізації затрат, що пов'язані з ним.

Основні цілі інвестування :

- 1) одержання прибутку;
- 2) збереження капіталу;
- 3) забезпечення приросту капіталу (на базі зростання курсової вартості цінних паперів).

Ліквідність цінних паперів розглядають з двох позицій:

- здатність швидкого перетворення всього портфеля цінних паперів у грошові засоби (з певними невеликими затратами на реалізацію).
- здатність своєчасно погасити зобов'язання перед кредиторами, повернення позичених у них грошей ,за рахунок яких був сформований портфель цінних паперів.

Ризик портфеля – це міра можливості того , що настануть обставини, за яких інвестор може понести збитки, спричинені інвестиціями в портфель цінних паперів ,а також операціями по залученню ресурсів до формування портфеля.

Кінцевою метою найтипівішого управління портфелем є прибутковість, тобто перевищення доходів від інвестицій в цінні папери над затратами на залучення грошових ресурсів, необхідних для цих вкладень , за умов забезпечення певного ступеня ліквідності та ризику портфеля.

Основною характеристикою кожного цінного паперу є норма прибутку. Її визначають, як відношення прибутку котрий приносить даний цінний папір, до затрат, пов'язаних з купівлею цього цінного паперу.

Норма прибутку є одним з основних критеріїв , якими керуються інвестори, під час прийняття рішення щодо купівлі цінних паперів.

Зрозуміло, що значення норми прибутку пов'язане з невизначеністю, тобто є випадковою змінною. Це означає , що вона може приймати різні значення з різними імовірностями.

Введемо n - кількість можливих для спостереження величин норми прибутку.

R_i – i -те можливе значення норми прибутку ($i=1, n$).

P_i – імовірність i -ї величини норми прибутку ($i=1, n$).

Тоді сподівана норма прибутку обчислюється:

$$m = \sum_{i=1}^n x_i R_i \quad 5.1.1$$

Приймають, зокрема, що поведження в майбутньому цінного паперу залежить від того , як формувалися його норми прибутку в минулому.

Введемо : T – кількість періодів , що минули ;

R_t – норма прибутку від цінного паперу, що мала місце в t – му періоді.

У випадку звичайної акції норма прибутку в t – му періоді визначається :

$$R_t = \frac{(C_t - C_{t-1} + D_t) \times 100}{C_{t-1}} \quad 5.1.2$$

C_t - ціна паперу в t – му періоді.

D_t - дивіденди, нараховані в t – му періоді.

Сподівана норма прибутку ЦП:

$$m = \left(\sum_{t=1}^T R_t \right) / T \quad 5.1.3$$

Другою важливою характеристикою є ризик ЦП – варіація норми прибутку

$$\sigma = \sqrt{D} \quad 5.1.4$$

$$D = \sum_{i=1}^n p_i (R_i - m)^2 \quad 5.1.5$$

У випадку, коли наявні статистичні дані щодо минулого, варіацію визначають :

$$D = \sum_{t=1}^T (R_t - m)^2 / (T - 1) \quad 5.1.6$$

Приклад: На знаходження ризику ЦП

Стан економічного середовища	Імовірність	Норма прибутку
піднесення	0,5	40%
застій	0,4	5%
занепад	0,3	-10%

Розв'язання:

Знаходимо сподівану норму прибутку ЦП.

$$m = 40 \cdot 0.3 + 5 \cdot 0.4 + (-10) \cdot 0.3 = 11\%$$

визначимо дисперсію норми прибутку

$$D = 40^2 \cdot 0.3 + 5^2 \cdot 0.4 + 10^2 \cdot 0.3 - 11^2 = 399$$

$$\sigma = \sqrt{399} = 19.97\% \text{ - ризик ЦП.}$$

Приклад. Знайти ризик акції А, відносно якої ми маємо статистичні дані за останні 5 років.

Період часу	C_t	d_t	C_{t-1}	R_t
0	140	-	-	-
1	150	5	10	10,71
2	165	4	15	12,07
3	155	3	-10	-4,85
4	160	2	5	5,16
5	157	1	-3	1,25

$$R_1 = \frac{10+5}{140}100 = 10.71\%$$

$$R_2 = \frac{15+4}{150}100 = 12.07\%$$

Знаходимо середню норму прибутку:

$$m = \frac{10.71+12.07+(-4.85)+5.16-1.25}{5} = 4.49$$

Знайдемо :

$$D_{(x)} = ((10.71 - 4.49)^2 + (12.07 - 4.49)^2 + (-4.85 - 4.49)^2 + (5.16 - 4.49)^2 + (-1.25 - 4.49)^2) / 4 = 56.56$$

$$\sigma = \sqrt{56.56}$$

5.2. Оптимізація пакету з двох різних видів акцій.

Як правило, розсудливий інвестор шукає такі можливості розміщення капіталу, за яких зі збільшенням норми прибутку одночасно зменшувався ступінь ризику. Такі можливості дає йому формування портфеля цінних паперів. Вона характеризує взаємозв'язок між нормами прибутку ЦП.

Припустимо що портфель утворюють дві різні акції А та В:

Види акцій	Норма прибутку	дисперсія	середньоквадратичне відхилення
А	m_1	D_1	σ_1
В	m_2	D_2	σ_2

Припустимо, що інвестор посідає до якого входить 100 акцій певної дніпропетровської фірми (А) та 200 акцій певної київської фірми (В).

Ціна однієї акції А – 500 тис грн., В – 200 тис грн. Знайдемо частку вартості кожного виду акцій в портфелі :

$$x_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 \cdot 500 + 200 \cdot 200} = 0.56$$

$$x_2 = \frac{200 \cdot 200}{100 \cdot 500 + 200 \cdot 200} = 0.44$$

Очевидно, що частка кожної є величиною $0 \leq x \leq 1$.

$$x_1 + x_2 = 1 \quad 5.2.1$$

Частки можна трактувати як частини від одиниці капіталу (грошей), що вкладені у відповідний вид цінних паперів. Знаючи сподівані величини норми кожної з цих акцій та їх частки в портфелі, легко визначити сподівану норму прибутку портфеля з двох акцій за формулою:

$$m_p = x_1 m_1 + x_2 m_2 \quad 5.2.2.$$

де

m_p - норма прибутку портфеля з двох різних акцій.

Норма прибутку портфеля з двох різних акцій є зваженою середньою нормою прибутку кожного виду акцій, причому ваговими коефіцієнтами виступають частки цих акцій (в грошовому обсязі) в портфелі .

Приклад. Інвестор посідає портфель, що складається з двох акцій А та В з нормами прибутку 200% та 250% відповідно, причому частка акцій А становить 40% портфеля.

Розв'язання:

$$m_p = 0.4 \cdot 200\% + 0.6 \cdot 250\% = 230\%$$

Норма прибутку портфеля з двох акцій завжди знаходиться в інтервалі, граничними якого є норми прибутку акцій, що входять до портфеля .

Визначимо ризик (варіація і дисперсія) портфеля двох акцій:

$$D_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} \quad 5.2.3$$

σ_1 - середнє квадратичне відхилення норми прибутку акцій першого виду;

σ_2 - середнє квадратичне відхилення норми прибутку акцій другого виду;

ρ_{12} - коефіцієнт кореляції між акціями обох видів і визначається :

$$\rho_{12} = \frac{\sum p_i (R_{1i} - m_1)(R_{2i} - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2} \quad 5.2.4$$

P_i - імовірність стану середовища;

R_{1i} - норма прибутку акцій першого виду;

m_1 - середня норма прибутку акцій 1-го виду;

R_{2i} - норма прибутку акцій першого виду в іншому стані середовища;

m_2 - середня норма прибутку акцій 2-го виду.

1. Коефіцієнт кореляції $-1 \leq \rho_{12} \leq 1$.

2. $|\rho|$ - вказує на силу взаємозв'язку норм прибутку акцій, тому чим вищою є абсолютна величина, тим сильніше між собою пов'язані ці акції (тобто ≈ 1 , або ≈ -1), якщо ж $|\rho| \rightarrow 0$, то ці акції слабо пов'язані.

3. Знак коефіцієнта кореляції вказує на напрямок взаємозв'язку норми прибутку акцій; якщо $\rho > 0$, то додатна кореляція, при зростанні норми прибутку (R_1) однієї акції зростає, зростає R_2 другої акції.

Якщо $\rho < 0$, то від'ємна кореляція, при зростанні норми прибутку (R_1) однієї акції зростає, R_2 другої акції спадає.

На практиці додатна кореляція зустрічається частіше. Це пов'язано з так званою, силою прискорення ринку.

Маючи інформацію відносно норм прибутку акцій у минулому, коефіцієнт кореляції двох акцій приймає такий вигляд:

$$\rho_{12} = \frac{\sum p_t (R_{1t} - m_1)(R_{2t} - m_2)}{(T-1)\sigma_1\sigma_2} \quad 5.2.5.$$

де

T - к-сть попередніх періодів, для яких маємо інформацію;

R_{1t} - норма прибутку першого цінного паперу в t -му періоді;

R_{2t} - норма прибутку другого цінного паперу в t -му періоді;

m_1 - сподівана норма прибутку першої акції;

m_2 - сподівана норма прибутку другої акції;

σ_1 - ризик I-го цінного паперу;

σ_2 - ризик II-го цінного паперу.

Як видно ризик портфеля залежить не тільки від ризику кожного виду акцій, а і від кореляції цих акцій, тобто від ступеня взаємодії їх норм прибутку.

Далі більш детально проаналізуємо вплив кореляції на ризик портфеля, тобто відшукаємо оптимальну структуру портфеля, яка б забезпечила мінімальний ризик.

Так як $x_1 + x_2 = 1$ то $x_2 = 1 - x_1$, підставимо в (5.2.3), отримаємо:

$$D_p = x_1^2 \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1 - x_1) \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} \quad 5.2.6$$

Мінімум ми можемо знайти, якщо прирівняти до нуля похідну D_p , по x_1 .

$$\frac{dD_p}{dx_1} = 2x_1 \sigma_1^2 - 2(1 - x_1) \sigma_2^2 + 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} - 4x_1 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = 0$$

Отримаємо:

$$x_1 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}) - \sigma_1^2 + \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = 0$$

$$x_1^* = \frac{\sigma_2(\sigma_2 - \sigma_1 \rho_{12})}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}} \quad 5.2.7$$

$$x_2^* = 1 - x_1^* \quad 5.2.8$$

Проаналізуємо вплив кореляції на ризик портфеля. Для цього візьмемо за основу формулу (5.2.3):

$$D_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}, \text{ або}$$

$$D_p = (x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2)^2$$

і проаналізуємо деякі основні випадки, коли ρ_{12} рівне або 1, або 0.

Розглянемо випадок коли $\rho_{12} = 1$ – це один з екстремальних випадків, що означає абсолютно додатню кореляцію між нормами прибутку двох акцій. Це має місце, коли розглядати акції підприємств, що виготовляють взаємодоповнюючі товари (автомобілі – шини), і норми прибутків від однієї акції змінюються прямо-пропорційно нормам прибутку від другої акції.

Підставимо значення коефіцієнта кореляції (дисперсії)

$$D_p = (x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2)^2 \rightarrow \sigma = \sqrt{D_p}$$

$$\sigma_p = |x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2| \quad 5.2.9$$

- це ризик портфеля, що у випадку абсолютно додатньої кореляції між нормами прибутків певних акцій, ризик портфеля є середньозваженою величиною ризику окремих видів акцій, що входять до його складу, а вагомими коефіцієнтами є частина цих акцій в портфелі.

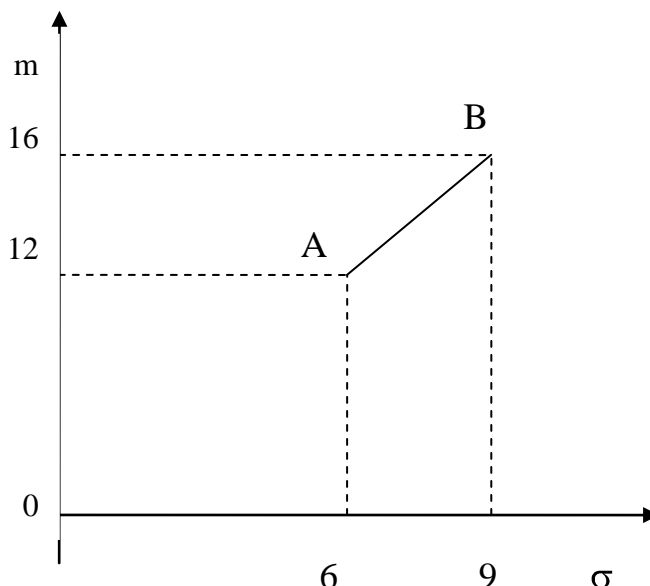
Приклад: Дві акції А та В (1;2) мають сподівані норми прибутку $m_1=12\%$, $m_2=16\%$ і ступені ризику $\sigma_1= 6\%$, $\sigma_2 =9\%$ та коефіцієнт кореляції $\rho_{12}=1$.

Розв'язання:

$$m_p = x_1 12 + x_2 16$$

$$\sigma_p = |x_1 6 + x_2 9|$$

Цей приклад можна проілюструвати графічно в двовимірному просторі, підставляючи різні значення x_1 і x_2 , причому $x_1+x_2=1$, тобто змінюючи структуру портфеля, визначатимемо значення сподіваної норми прибутку та ризику множини усіх допустимих портфелів акцій.



Також слід зазначити, що точка А - відповідає портфелеві що складається лише з акцій А, а точка В – з акцій В. Середина відрізка АВ відповідає портфелеві, де обидві акції мають частку $x_1 = x_2=0,5$.

Випадок абсолютно додатньої кореляції акцій не дозволяє досягнути якогось суттєвого ефекту, зменшуючи ризик отримуємо прямопропорційне зменшення сподіваної норми прибутку і навпаки. Цей випадок нецікавий для інвестора, бо тут дуже обмежене поле для маневру.

II $\rho_{12}=-1$ – екстремальний випадок означає абсолютно від’ємну кореляційну залежність між нормами прибутку 2-ох акцій.

Підставляємо формулу (5.2.3) отримаємо:

$$D_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 - 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = (x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2)^2$$

$$\sigma_p = |x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2| \quad 5.2.10$$

- показує, що ризик портфеля в цьому особливому випадку можна суттєво зменшити.

Якщо σ_p прирівняти до нуля, а цього можна досягти, коли

$$x_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad x_2 = 1 - x_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad 5.2.11$$

Тобто у випадку абсолютно від’ємної кореляції є можливість обрати таку структуру портфеля, котрий цілком позбавлений ризику.

Приклад цей самий

A	B
$m_1=12\%$	$m_2=16\%$
$G_1=6\%$	$G_2=9\%$

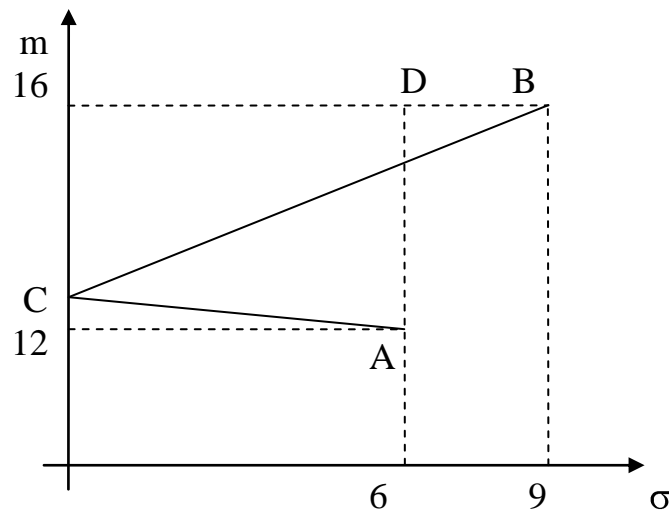
$$\rho_{12}=-1$$

Розв’язання:

$$m_p = x_1 12 + x_2 16$$

$$\sigma_p = |x_1 6 + x_2 9|$$

Проілюструємо:



Для цього випадку множина всіх допустимих портфелів складається точок ламаної ACB. Точки A та B відповідають портфелям, що складаються лише з одного виду акцій (A та B відповідно).

Слід зауважити що виходячи з точки A і збільшуючи в портфелі частку акцій B, отримуємо зростання норми прибутку і одночасно зменшення ступеня ризику.

В точці C маємо портфель з нульовим ступенем ризику.

Підставляючи відповідні значення в (5.2.11)

одержимо, що $x_1 = 0.6$, $x_2 = 0.4$ а ризик портфеля рівний нулю при цьому $m_p = 13.6$.

Розсудливий інвестор не обере портфель з AC, бо знайдеться кращий з CD.

Відрізок CD – множина ефективних портфелів.

III $\rho_{12} = 0$.

Цей випадок означає відсутність взаємозв'язку між акціями, тобто формування норми прибутку другої акції.

Підставляємо це значення в (5.2.3)

$$D_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2$$

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2} \quad 5.2.12$$

що є можливістю часткової реакції ризику портфеля двох акцій. Підставимо $x_2=1-x_1$ в (5.2.12), обчислимо першу похідну по x_1 , і прирівняємо до нуля, цим ми дізнаємось значення мінімуму.

$$\frac{d\sigma_p}{dx_1} = \frac{x_1 \sigma_1^2 - (1-x_1) \sigma_2^2}{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 - (1-x_1^2) \sigma_2^2}} = 0$$

Розв'язавши отримаємо:

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad x_2^* = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad 5.2.13$$

оптимальна структура портфеля.

Тоді підставимо значення в (5.2.12) і отримаємо:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad 5.2.14$$

мінімальне значення ризику.

Приклад: Нехай ми маємо дві різні звичайні акції А та В (1, 2) з:

$m_1=40\%$	$m_2=60\%$
$\sigma_1=5\%$	$\sigma_2=8\%$

і $\rho_{12}=0$

Обчислити та проаналізувати сподівану норму прибутку та ризик портфелів, які можливо сформувані з цих акцій.

Розв'язання:

підставимо значення в формули

$$m_p = x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2$$

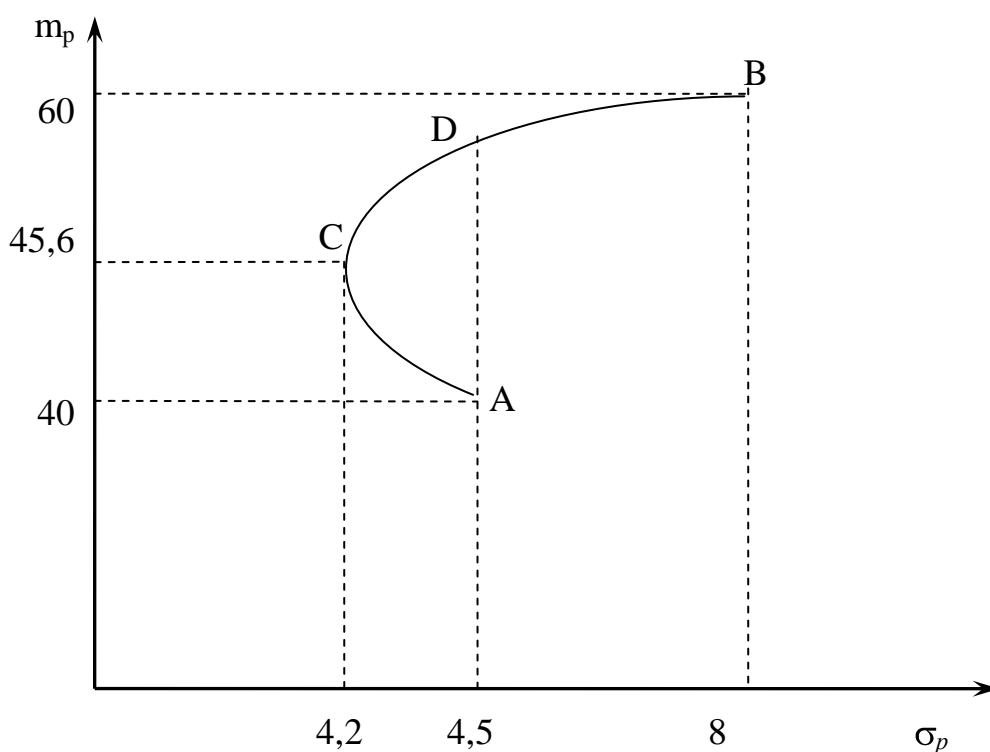
$$m_p = x_1 \cdot 40 + x_2 \cdot 60$$

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}$$

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2 25 + x_2^2 64}$$

Усі допустимі портфелі належать АВ

Точка А та В знову відповідають портфелям, в які входять лише акції виду А та В відповідно.



Відзначимо, що виходячи з точки А і збільшуючи частку В портфелі, отримуємо зростання норми прибутку і зниження ступеня ризику. Доходячи до точки С, отримуємо портфель з мінімальним можливим ступенем ризику.

Тоді частка акцій А та В в цьому портфелі за формулою (5.2.13) становить: $x_1^* = 0,72$, $x_2^* = 0,28$,

ризик портфеля $\sigma_p = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2} = 4,24\%$

Мінімальний ризик $\sigma_p = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = 4,3\%$

$$m_p=45,6$$

Збільшуючи надалі частку акцій В в портфелі ($x_2 > 0.28$) отримуємо подальшу норму прибутку портфеля. При цьому ризик теж зростає відносно своєї мінімальної величини.

З малюнка видно, що розсудливий інвестор напевно не обере жодного із портфелів з **AC** бо для кожного такого портфеля знайдеться кращий з **CD** – він кращий, бо при такому ж ступені ризику дає більш значні норми прибутку звідси випливає, що **CB** – множинна ефективніших портфелів.

Зрозуміло, що залучення до портфеля, котрий складався лише з одного виду акцій, другого виду акцій, приводить до зниження ризику при одночасному зростанні норми прибутку

Такі дії інвестора називається диверсифікацією.

Розрізняють:

- “наївну” – без використання коефіцієнта ρ_{12} ,
- “розсудливу” – з врахуванням ρ_{12} .

5.3 Портфель з багатьох акцій.

Перейдемо до загального випадку, коли до складу портфеля залучено багато різних акцій.

n – кількість різних акцій залучених до портфеля.;

m_i – сподівана норма прибутку i -ої акції;

G_i –ризик i -ої акції;

ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції i -ої та j -ої акції;

x_i - частка i -ої акції залученої до портфеля.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i m_i \quad 5.3.1$$

$$D_p = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad 5.3.2$$

$$\sigma_p = \sqrt{D_p} \quad 5.3.3$$

Ризик портфеля, можна трактувати, як суму двох складових . перша складова віддзеркалює індивідуальний ризик кожної з акцій.

Оскільки це середньозважена варіацій (дисперсій) окремих акцій (вагомими коефіцієнтами виступають квадрати часток акцій в портфелі);

друга складова характеризується взаємозв'язками між парами акцій, тобто показує вплив коефіцієнтів кореляції пар акцій на ризик портфеля;

від'ємні величини коефіцієнтів кореляції призводять до зменшення варіації портфеля.

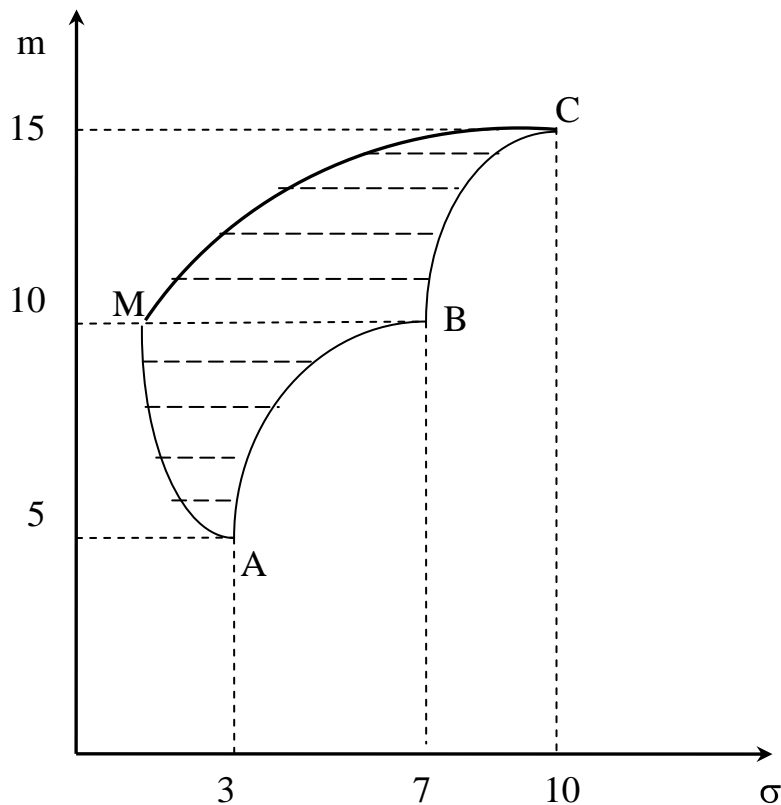
Приклад: дано акції **A**: $m_1=5\%$, $\sigma_1=3\%$, $\rho_{12}=0,6$;

B: $m_2=10\%$, $\sigma_2=7\%$, $\rho_{13}=0,2$;

C: $m_3=15\%$, $\sigma_3=10\%$, $\rho_{23}=-0,4$. визначити допустиму множину портфелів.

Розв'язання: побудуємо графік.

З малюнка видно, що кожен розсудливий інвестор обере будь-який з портфелів, що належать [МС], бо будь-якої іншої точки, що належить даній фігурі (таких, що не належать МС) знайдеться



відповідна точка з МС, для якої при тому ж значенні величини ризику, норма прибутку буде більшою.

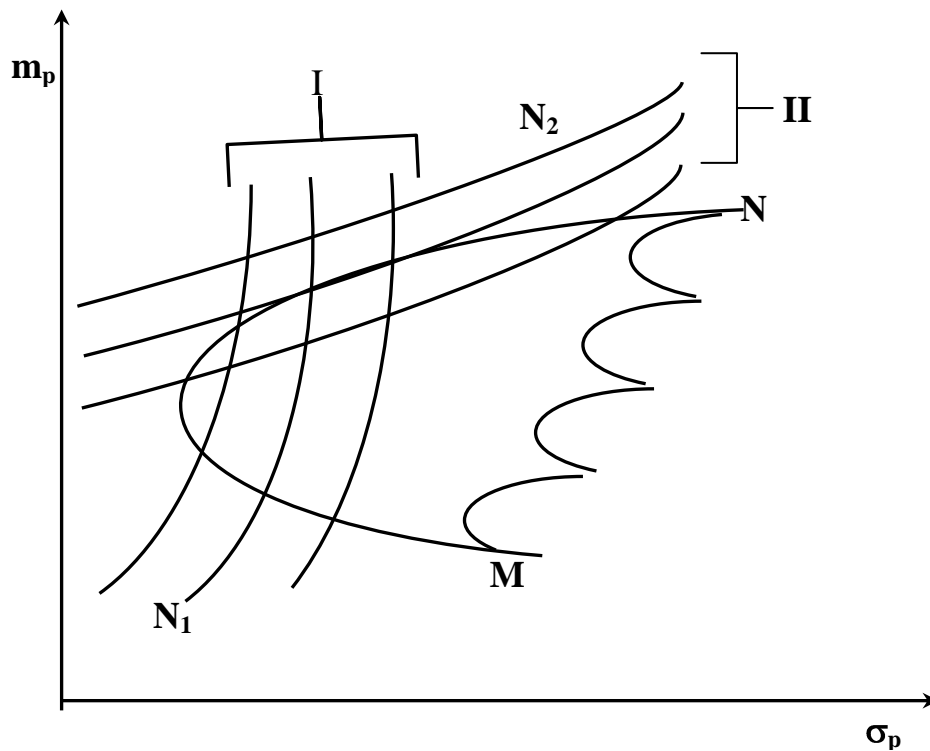
Заштрихована область, точки котрої характеризують ступінь ризику та норму прибутку портфеля за всіх можливих часток окремих акцій в портфелі, називаються допустимою множиною портфелів.

Множина точок МС – називається ефективною множиною портфелів. Тобто ефективним портфелем з допустимої множини буде такий, для якого не існує іншого:

- з тим самим значенням величини норми прибутку і меншим ступенем ризику;
- з тим самим значенням величини ризику і більшим значенням норми прибутку.

Нехай ми маємо n різних цінних паперів, кожна пара яких пов'язана між собою певною кореляційною залежністю.

Допустима множина портфельів сформованих цих цінних паперів така:



Вибір найкращого портфеля з множини, що відповідають множині точок кривої MN, буде залежати від ф-ії корисності (схильності або несхильності до ризику).

Менеджер I обере портфель позначений точкою N_1 , яка відповідає найбільшому значенню його корисності на ефективній множині портфельів.

Менеджер II, що більш схильний до ризику, обере портфель з ефективної множини, точка N_2 .

5.4 Спрощена класична модель формування портфеля.

Найпростішою математичною моделлю наближених розрахунків є однофакторна модель Вільяма Шарпа.

Ця модель ґрунтується на залежності норм прибутків більшості акцій від одного чинника - чинника ринку (біржі).

В основному при зростанні ринкових індексів зростають і ціни більшості акцій і навпаки. Це дозволяє висунути гіпотезу про те, що норми прибутків акцій щільно корельовані відносно загального біржового індексу.

Цей індекс можна трактувати як гіпотетичний цінний папір, ціна якого коливається і для якого можна визначити норму прибутку та варіацію.

Кореляційна залежність норми прибутку звичайної акції від норми прибутку індексу має вигляд:

$$m_i = a_i + \beta_i m_m + e_i \quad 5.4.1$$

де : m_m -сподівана норма прибутку ринку ;

a_i - параметри рівняння регресії;

β_i - випадкова складова (випадкові чинники) .

Це формула характеристичної лінії цінного паперу.

Важливою складовою є β_i - коефіцієнт бета – вказує на скільки відсотків наближено зросте чи знизиться норма прибутків акцій, коли норма прибутку ринку зросте (знизиться) на 1%. Тобто, це означає, що коефіцієнт β певної акції показує, в якій мірі норма прибутку акції реагує на зміни що відбуваються на ринку в цілому. Коефіцієнт β може трактуватись як міра ринкового ризику певної акції.

Наведемо кілька простих прикладів:

1. $\beta_i=0$ – норма прибутку даного цінного паперу ніяк не реагує на зміни на ринку, тобто не обтяжений ринковим ризиком (державна облигація).

2. $0 < \beta_i < 1$ – досить помірковано реагує на зміни що відбуваються на ринку цінних паперів – називається дефективною (захищеною) акцією.

3. $\beta_i=1$ - норма прибутку даної акції змінюється так само як і норма прибутку ринку.

4. $\beta_i>1$ – норма прибутку акції значною мірою залежить від змін на ринку. Таку акцію називають агресивною.

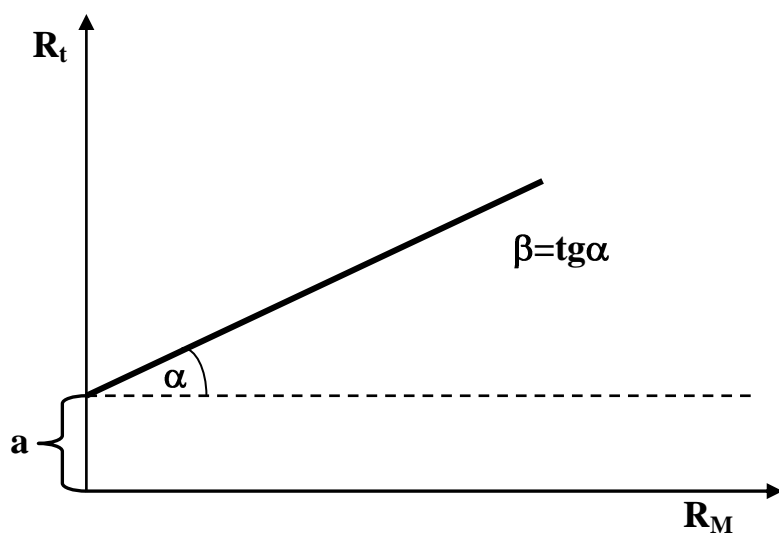
В розвинутих країнах ряд журналістів друкують β багатьох акцій.

Приклад :

Візьмемо акцію, характеристична лінія котрої подана наступним рівнянням:

$$m_i = 3,1 + 1,3m_M + e_i$$

Наведене рівняння показує, що зміна ринкового (біржового) показника на 1% призводить до зміни норми прибутку даної акції приблизно на 1,3%. Тобто, ця акція значно реагує на зміни ринку ЦП. Проілюструємо графічно.



Побудуємо характеристичну лінію даної акції. R_M – норми прибутку ринку, R_t – норми прибутку даної акції, β - відповідає $\text{tg} \alpha$ - нахилу характеру лінії до осі абсцис.

Отже чим більший β - тим більший ступінь реагування норми прибутку акцій на зміни норм прибутку ринку.

Важливим завданням є визначення X -оні лінії цінного паперу. Для цього використовують інформацію за минулі періоди та метод найменших квадратів (МНК).

У випадку застосування МНК (не вдаючись в деталі) одержимо наступні рівняння для визначення α та β :

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{D(R_M)} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i)(R_{Mt} - m_M)(T-1)}{\sum_{t=1}^T (R_{Mt} - m_M)^2 (T-1)} \quad 5.4.2$$

$$a_i = m_i - \beta_i m_M \quad 5.4.3$$

де $\text{cov}(R_i, R_M)$ – коваріація між i -ю акцією і нормами прибутку ринку;

$D(R_M)$ – дисперсія ринкової норми прибутку ЦП,

T – кількість періодів, за які береться відповідна інформація,

R_{it} – норма прибутку i -ї акції в t -му періоді;

R_{Mt} – норма прибутку показника ринку в t -му періоді,

m_i – сподівана норма прибутку i -ї акції,

m_M – сподівана ринкова норма прибутку.

У даному випадку:

$$m_i = (\sum_{t=1}^T R_{it}) / T \quad 5.4.4$$

$$m_M = (\sum_{t=1}^T R_{Mt}) / T \quad 5.4.5$$

$$D_M = \sum_{t=1}^T (R_{Mt} - m_M)^2 / (T-1) \quad 5.4.6$$

(дисперсія показника ринку)

$$D_{et} = \sum_{t=1}^T (R_{it} - a_i - \beta_i R_{Mt})^2 / T - 1 \quad 5.4.7$$

(дисперсія випадкової складової, що відповідає i -й акції)

Дана модель дає можливість обчислити показники залежності:

$$m_i = a_i + \beta_i m_M \quad 5.4.8$$

$$D_i = \beta_i^2 - D_M^2 + B_{et}^2 \quad 5.4.9$$

$$\rho_{ij} = (\beta_i \beta_j D_n^2) / \sigma_i \sigma_j \quad 5.4.10$$

m_i – норма прибутку i -ї акції,

D_i – дисперсія i -ї акції;

R_{et} – дисперсія випадкової складової, що відповідає i -й акції;

ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції i -ї та j -ї акції.

Формула (5.4.9) вказує, що ризик акції яким вона обтяжена, може бути представлена сумою двох складових. Перша складова, що залежить від варіації показника ринку, відображає ризик ринку – системний ризик. Друга складова, будучи варіацією випадкової складової, відображає специфічний ризик, що пов'язаний з даною акцією.

Поняття системного ризику (ризик ринку) і специфічного ризику має безпосередній зв'язок з диверсифікацією.

Вміла методика формування портфеля дозволяє суттєво знизити специфічний ризик. Однак залишається ризик ринку, який може мати певний ступінь в складі всіх акцій портфеля, вилучити потрібні вдається шляхом диверсифікації.

Необхідно зазначити: якщо певну фірму трактувати як множину окремих груп активів, то користуючись викладеним вище, можна обчислити вплив інвестиційних проектів на β фірми в цілому. А, отже на систематичний ризик, ціну власного капіталу, а також середньозважену ціну капіталу.

5.5 Загальні засади теорії портфеля, оптимізація його структури.

Подамо лише постановку та класичний розв'язок задачі.

R_{it} – норма прибутку від i -го цінного паперу за період t ;

t – період спостереження;

T – обсяг вибірки (кількість спостережень);

n – кількість видів цінних паперів;

R_{pt} – норма прибутку;

x_i – частка інвестицій;

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n x_i R_{it} \quad 5.5.1$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad 5.5.2$$

$$m_p = M(R_{pt}) = M \sum_{i=1}^n x_i R_{it} = \sum_{i=1}^n x_i m_i \quad 5.5.3$$

де

$$m_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}$$

$$Dp = M \left(R_{pt} - m_p \right)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij} \quad 5.5.4$$

$$D_i = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i)^2 \quad 5.5.5$$

(дисперсія норми прибутку i -го цінного паперу)

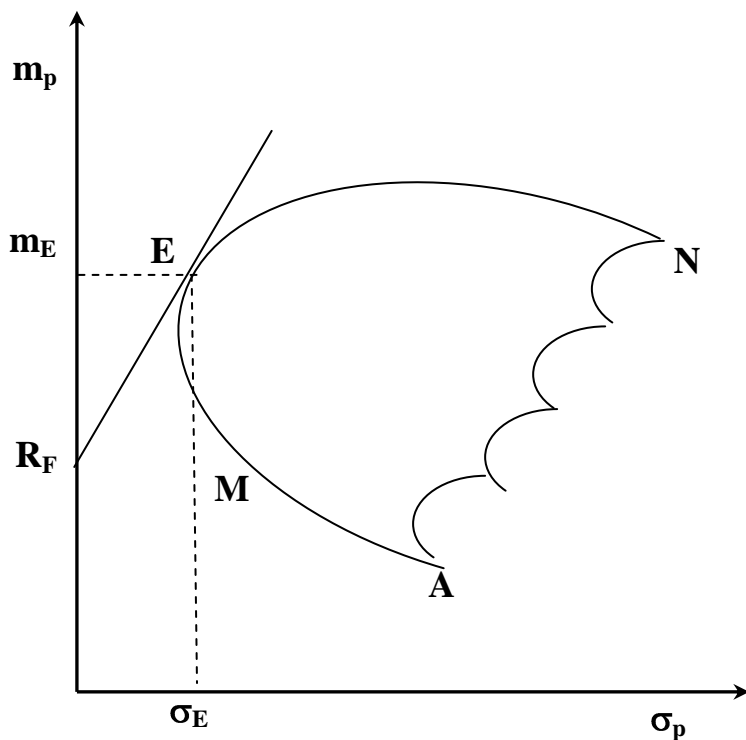
$$D_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i) \cdot (R_{jt} - m_j) \quad 5.5.6$$

(коваріація між нормами прибутку i -го та j -го ЦП) або

$$D_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad 5.5.7$$

$$S_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i)(R_{jt} - m_j)}{(T-1)\sigma_i\sigma_j} \quad 5.5.8$$

Нехай норма прибутку ЦП з фіксованим відсотком лорівнює R_F . Сподівана норма прибутку m_F також рівна R_F . Тобто $m_F=R_F$, а ризик $\sigma_F=0$. Інвестуючи капітал у цінні папери, обтяжені ринковими коливаннями (ризиком), прагнуть отримати найкраще співвідношення між додатковим прибутком і зростаючим ступенем ризику.



Найкраще співвідношення між приростом норми прибутку і зростанням ризику забезпечує портфель ЦП, що позначає точка E, через котру проходить дотична до лінії ефективних портфельів, яка починається в точці R_F .

$$\varphi = (m_p - R_F) / \sigma_p \quad 5.5.9$$

за умови: $\sum_{i=1}^n x_i = 1$

Введемо обмеження цільової функції φ . Для цього запишемо R_F , як:

$$R_F = 1 \cdot R_F = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) R_F = \sum_{i=1}^n x_i R_F \quad 5.5.10$$

Зробимо підстановку, отримаємо:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (m_i - R_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}} \quad 5.5.11$$

Необхідно знайти коефіцієнти x_i , що максимізують цю функцію. Цього можна досягнути за допомогою коли взяти похідну функції по x і прирівняти до нуля.

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dx_s} &= \sum_{i=1}^n x_i (m_i - R_F) \left(- \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{3}{2}} \cdot (x_s \sigma_s^2 + \sum_{j=1}^n x_j \sigma_{sj}) \right) + \\ &+ \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}} (m_s - R_F) \end{aligned}$$

перемножимо ліву і праву частини на:

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

одержимо:

$$\begin{aligned} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i (m_i - R_F)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}} \right) * (x_s \sigma_s^2 + \sum_{j=1}^n x_s \sigma_{sj}) + (m_s + R_F) &= 0 \\ \underbrace{\hspace{15em}}_{\lambda} & \\ - \lambda (x_s \sigma_s^2 + \sum_{j=1}^n x_s \sigma_{sj}) + (m_s + R_F) &= 0 \quad 5.5.12 \end{aligned}$$

$$\overline{S=1, n}$$

Введемо нові змінні:

$$y_s = \lambda x_s$$

підставимо в (5.5.12) і отримаємо:

$$x_s = \frac{y_s}{\sum_{s=1}^n y_s}, \quad s = \overline{1, n} \quad 5.5.13$$

Величини x_s визначають оптимальну структуру портфеля при заданому наборі ЦП і нормі прибутку R_F щодо паперу з фіксованим відсотком.

Проте при знаходженні розв'язків системи (5.5.12) деякі x_s , можуть бути від'ємними.

В цьому випадку:

1. або вважають, що $x_i \geq 0$, $i = \overline{1, n}$ і розв'язують дану задачу методом квадратичного програмування;

2. або не накладають умови невід'ємності, вважають, що x_i означає, що відповідні цінні папери необхідно продати на термін без покриття, тобто при їх відсутності у продавця на час продажу. Це гра на пониження.

В загальному вигляді задача щодо оптимального інвестування в цінні папери допускає як позику, так і надання кредитів.

Позика – збільшує ресурси для інвестування а кредит – інвестування під фіксований відсоток.

Для спрощення вважають, що і кредит і позика здійснюється за тим же відсотком R_F .

Припустимо, що інвестор вирішив вкласти частину своїх засобів у певний портфель E і крім цього надати кредит, чи взяти в борг під фіксований відсоток R_F .

Проаналізуємо:

Нехай x – частка від позичкового капіталу, котру інвестор розмісти у вигляді портфеля E . (x може бути і > 1 , тобто користуються позичкою), тоді $(1 - x)$ – частка засобів розміщених під фіксований відсоток.

Тоді сподівана норма прибутку від комбінацій з позичково-кредитною операцією буде визначена:

$$m_p = (1 - x)R_F + xm_E \quad 5.5.14$$

ризик $\sigma = ((1-x)^2 \sigma_F^2 + x^2 \sigma_E^2 + 2x(1-x)\sigma_{EF})^{\frac{1}{2}},$

де

$$\sigma_F = 0, \text{ і отже } \sigma_{EF} = 0, \text{ тобто}$$

$$\sigma_p = x\sigma_E \quad 5.5.15$$

ризик портфеля

Тоді $x = \sigma_p / \sigma_E$

а сподіваний прибуток:

$$m_p = R_F \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_E}\right) + \frac{\sigma_p}{\sigma_E} m_E$$

$$m_p = R_F - \frac{m_E - R_F}{\sigma_E} \sigma_p \quad 5.5.16$$

це є рівняння прямої і називається лінією ринку капіталів і характеризує портфелі, що складаються як із цінних безризикових паперів, так із цінних паперів обтяжених ризиком.

Коли відсутня позиково-кредитна операція, то $x = 1$, $m_p = m_E$, і $\sigma_p = \sigma_E$. точка E лежить на MN (можна ефективних портфелів) і дотичній до цієї кривої прямій $R_F E$.

Точка E (σ_E, m_E) – називається ринковим портфелем.

Всі комбінації ринкового портфеля E із позичково-кредитними операціями з фіксованим відсотком лежать вздовж прямої у просторі $\sigma_p - m_p$.

Відрізок $R_F E$ відображає рішення інвестувати певну частку власних засобів в портфель E, а іншу частку віддати у вигляді позички під фіксований відсоток R_F . Вздовж $[EK]$ розташовані рішення щодо позички додаткових засобів, а весь сумарний капітал інвестується в портфель E.

Приклад. Норма прибутку безризикових цінних паперів складає 15%, сподівана норма прибутку ринкового портфеля 40%, він обтяжений ризиком $\sigma_E = 5\%$. Визначити сподівану норму прибутку інвестора при різних значеннях ризику.

Розв'язання:

$$\sigma_p = 0\% \quad mp = 15 + \frac{40 - 15}{5} \sigma_p = 15$$

$$\sigma_p = 4\% \quad mp = 35$$

$$\sigma_p = 10\% \quad mp = 65.$$

6. Використання, теорії гри та статистичних рішень до моделювання ризику

6.1. Інформаційні ситуації ступенів градації невизначеності.

Під теорією ігор розуміють теорію математичних моделей та методів прийняття раціональних рішень за умов конфлікту та невизначеності.

Конфліктні ситуації характеризуються наявністю декількох суб'єктів, що мають різні цілі. Але важливо пам'ятати, що під час вибору рішення за умов невизначеності неможливо уникнути певного суб'єктивізму та елемента ризику.

Предметом теорії рішень за умов ризику є дослідження законів перетворення опріорної та апостеріорної інформації про стан об'єкта та середовища в кількісні характеристики інформації керування.

Широко відомою моделлю прийняття рішень за умов невизначеності є статистична модель. Згідно з концепцією теорії ігор визначають основні елементи прийняття рішень невизначеності та ризику.

Прийняття рішень здійснюється на основі таких показників:

1) множина рішень суб'єкта керування $X (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – це означає, що суб'єкт керування може прийняти одне із n варіантів рішень.

2) множина станів економічного середовища $S (s_1, s_2, \dots, s_n)$ - вважають, що економічне середовище може прийняти один із можливих n станів.

Економічне середовище – це все, що знаходиться за межами економічного об'єкту.

3) ефективність діяльності економічного об'єкту кількісно характеризується матрицею оцінювання $F \{V_{kj}\}$ – якщо суб'єкт керування обрав рішення X_k , а економічне середовище набуло стану S_j . У розгорнутій формі матриця F записується так:

$$F = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1n} \\ V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{m1} & V_{m2} & \dots & V_{mn} \end{pmatrix}$$

Ефективність діяльності буває позитивною F^+ , та негативною F^- .

Діяльність позитивна – це прибуток, обсяг випущеної продукції, рентабельність, і т. д.

Негативна ефективність – це затрати, збитки, енергомісткість, матеріаломісткість і т.д.

Позитивну ефективність необхідно збільшувати, а негативну зменшувати.

Прийняття рішень здійснюється в такій послідовності:

1. визначення можливих варіантів рішень суб'єкта керування;
2. знаходження всіх можливих станів економічного середовища;
3. формування матриці оцінювання;
4. визначення виду інформаційної ситуації;
5. вибір критерію для прийняття рішень;
6. прийняття рішень.

Інформаційні ситуації діляться на такі види:

1) перша інформаційна ситуація характеризується розподілом апріорних ймовірностей та елементах множини V_{ij} ;

2) друга інформаційна ситуація характеризується заданим розподілом ймовірностей за невідомими параметрами;

3) третя інформаційна ситуація характеризується заданою системою лінійних співвідношень на компонентах оріорного розподілу станів середовища.

4) четверта інформаційна ситуація характеризується невідомим розподілом ймовірностей на елементах множини V_{ij} ;

5) п'ята інформаційна ситуація характеризується антагоністичними інтересами середовища у процесі прийняття рішень;

б) шоста інформаційна ситуація характеризується як проміжна між (1) і (5) при виборі середовищем своїх станів.

6.2. Критерії прийняття рішень при заданому розподілі ймовірностей станів середовища.

Нехай маємо першу інформаційну ситуацію, тобто відомі ймовірності станів економічного середовища. Ці ймовірності позначимо через p_j ; ймовірності повинні задовольняти такі умови:

$$0 \leq p_j \leq 1 \quad *$$

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1 \quad **$$

Розглянемо критерій Байєса, який використовує математичне сподівання ефективної діяльності економічного об'єкта у виборі рішення, для якого досягається \max (\min) значення математичного сподівання позитивного (негативного) результату, і має такий вигляд:

$$W = \begin{cases} \max_k \sum_{j=1}^n p_j V_{kj}, \rightarrow F^+ \\ \max_k \sum_{j=1}^n p_j V_{kj}, \rightarrow F^- \end{cases} \quad 6.2.1$$

Приклад:

Підприємство може виготовити 3 види продукції і при цьому можливі 2 варіанти її реалізації. Потрібно прийняти рішення про виготовлення одного виду продукції на основі критерію Байєса, якщо відомі ймовірності у варіанті реалізації продукції $p_1=0,4$, $p_2=0,6$ для такої матриці прибутків:

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Розв'язання: застосовуємо критерій Байєса:

$$V_1 = 0,4 * 2 + 0,6 * 9 = 6,2 - \max$$

$$V_2 = 0,4 * 5 + 0,6 * 6 = 5,6$$

$$V_3 = 0,4 * 7 + 0,6 * 3 = 4,6 - \min$$

Потрібно виготовити перший вид продукції для F^+ . Нехай матриця оцінювання негативна F^- , серед одержаних результатів обираємо найменше.

Розглянемо випадок, коли імовірності станів середовища невідомі, та вони не протидіють прийняттю рішень. Така ситуація можлива при виробництві нових видів продукції, послуг і т.д. в такому випадку приймається гіпотеза, що всі можливі стани середовища мають однакову імовірність прояву.

Якщо кількість станів середовища n , то на основі умови, що сума ймовірностей дорівнює 1, одержимо з (**)

$$p_j = \frac{1}{n}, \text{ в результаті цього одержимо першу інформаційну ситуацію.}$$

Застосовуємо критерій Байеса (6.2.1).

$$W = \begin{cases} \max_k \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} V_{kj}, \rightarrow F^+ \\ \max_k \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} V_{kj}, \rightarrow F^- \end{cases}$$

Величину $1/n$ можна винести за знак \sum , оскільки вказана величина не залежить від індекса сумування j .

$$W = \begin{cases} \max_k \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^+ \\ \min_k \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^- \end{cases}$$

В зв'язку з тим, що $1/n$ не залежить від індекса k , то його можна винести за \max і \min скоротити.

$$W = \begin{cases} \frac{1}{n} \max_k \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^+ \\ \frac{1}{n} \min_k \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^- \end{cases}$$

$$W = \begin{cases} \max_k \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^+ \\ \min_k \sum_{j=1}^n V_{kj} - F^- \end{cases} \quad 6.2.2$$

Приклад:

(умова та сама) тільки нехай ми маємо четверту інформаційну ситуацію.

Розв'язання: застосуємо критерій Лапласа:

$$V_1 = 2 + 9 = 11$$

$$V_2 = 5 + 6 = 11$$

$$V_3 = 7 + 3 = 10$$

Отже, необхідно виготовляти або 1-ий, або 2-ий вид продукції для F^+ , і 3-ий при F^- .

Нехай маємо п'яту інформ. ситуацію. Вона характеризується тим, що економічне середовище активно протидіє прийняттю оптимального рішення в зв'язку з цим потрібно прийняти рішення, яке зводить ризик до нуля.

П'ята інформаційна ситуація зустрічається в умовах конфліктності та конкуренції. Рішення приймаються за принципом гарантованого результату, який враховує найгірший варіант для суб'єкта керування.

Якщо ефективність позитивна, то для одержання гарантованого результату потрібно відносно станів середовища вибирати найгірший варіант, а відносно рішення суб'єкта-найкращий.

$$W = \begin{cases} \max_k \min_j V_{kj} \rightarrow F^+ \\ \min_j \max_k V_{kj} \rightarrow F^- \end{cases} \quad 6.2.3$$

Це є критерій Вальда, який ще називають критерієм крайнього песимізму (максимінним або песимістичним). Він співпадає з критерієм вибору стратегії у теорії ігор, який визначає нижню або верхню ціни і застосовується у ситуаціях антагонізму між об'єктом керування та середовищем. Для негативної

матриці оцінювання в кожному її рядку вибираємо найбільше число і серед них визначаємо найменше F^- .

Приклад:

Знайти оптимальне рішення, скориставшись критерієм Вальда для матриці виграшів.

$$F^+ = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 5 & 7 & 6 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \min \\ 2 \\ 5 \\ 3 \end{array} \right\} \max \quad 5 \quad \text{Отже потрібно віддати перевагу другому}$$

рішенню.

для

$$F^- = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 5 & 7 & 6 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \max \\ 9 \\ 7 \\ 8 \end{array} \right\} \min \quad 7 \quad \text{Теж другий вид продукції.}$$

Критерій орієнтує особу, що приймає рішення, на вкрай обережну лінію поведження, тому ним користуються у випадках, коли необхідно забезпечити успіх при будь-яких можливих умовах.

Розглянемо критерій Севіджа, який враховує ризик з допомогою побудови матриці втрат. Елементи матриці втрат визначаються як різниця між найкращим варіантом рішення, якщо стан середовища відомий та відповідними елементами матриці оцінювання.

Нехай ефективність позитивна (F^+). Відомо, що економічне середовище прийняло j -й стан. Тоді оптимальний варіант рішення буде $\max V_{kj}$. Якщо ефективність негативна (F^-), то найкращий варіант рішення визначається формулою $\min V_{kj}$.

На основі цього елементи матриці втрат визначаються такими співвідношеннями:

$$W = \begin{cases} \max_k V_{kj} - V_{kj} \rightarrow F^+ \\ V_{kj} - \min_k V_{kj} \rightarrow F^- \end{cases} \quad 6.2.4$$

До матриці втрат застосовуємо критерій Вальда. Оскільки матриця втрат - це негативна ефективність, то рішення приймається за формулою:

$$W = \begin{cases} \min_j \max_k V_{kj} \rightarrow F^- \end{cases}$$

За цією формулою впливає, що в кожному рядку матриці втрат потрібно визначити найбільше число і серед них встановити найменшу величину.

Приклад:

Знайти оптимальне рішення скориставшись критерієм Севіджа, якщо відома матриця прибутку:

$$F^+ = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \\ 2 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

З цією метою формуємо матрицю ризиків, визначивши у кожному стовпці матриці F^+ найбільший елемент і віднявши від нього по чергово всі числа відповідного стовпця. До утвореної матриці застосовуємо критерій Вальда.

$$F^+ = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \\ 2 & 9 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 6-5 & 9-3 & 8-1 \\ 6-6 & 9-4 & 8-8 \\ 6-2 & 9-9 & 8-6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 0 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow 5 \rightarrow 4$$

В результаті встановлюємо, що вибір третього рішення гарантує, що у випадку несприятливої обставини втрати не перевищать 4 одиниці.

Критерій Севіджа використовується у тій випадках, коли потрібно уникнути великого ризику (гірший із кращих).

Розглянемо шосту інформаційну ситуацію, яка є проміжною між 1-ю і 2-ю. Розглянемо критерій Гурвіца, що ґрунтується на поєднанні оптимістичного та песимістичного варіантів з допомогою коефіцієнта ризику.

Нехай матриця оцінювання позитивна (негативна), тоді оптимістичний (песимістичний) варіант має вигляд: $\max_k (\max_j V_{kj})$ ($\max_k (\min_j V_{kj})$). Песимістичний варіант вже розглядався в критерії Вальда.

Отже, критерій Гурвіца для позитивної ефективності записується так:

$$\max_k (\alpha \max_j V_{kj} + (1 - \alpha) \min_j V_{kj})$$

Де α – коефіцієнт ризику; $0 \leq \alpha \leq 1$.

Якщо $\alpha=0$, то враховується тільки песимістичний варіант, тобто суб'єкт не ризикує.

Якщо $\alpha=1$, тоді враховується тільки оптимістичний варіант. Це означає, що при $\alpha=1$ суб'єкт ризикує найбільше.

Нехай F^- , тоді оптимістичний (песимістичний) варіант визначається формулою: $\min_k (\min_j V_{kj})$ ($\min_k (\max_j V_{kj})$). Отже критерій Гурвіца має такий вигляд:

$$W = \begin{cases} \max_k (\alpha \min_j V_{kj} + (1 - \alpha) \max_j V_{kj}) \rightarrow F^+ \\ \min_k (\alpha \max_j V_{kj} + (1 - \alpha) \min_j V_{kj}) \rightarrow F^- \end{cases} \quad 6.2.5$$

Приклад:

Знайти оптимальне рішення, скориставшись критерієм Гурвіца, якщо відома матриця прибутку:

$$F^+ = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \\ 2 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Розв'язання: в кожному рядку визначаємо найбільший і найменший елементи і на їх основі побудуємо для вибору стратегії лінійну залежність:

$$\alpha \min_j V_{kj} + (1 - \alpha) \max_j V_{kj}$$

$$F^+ = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \\ 2 & 9 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \max & \min \\ 5 & 1 \\ 9 & 2 \end{matrix} \rightarrow 8 \rightarrow 4$$

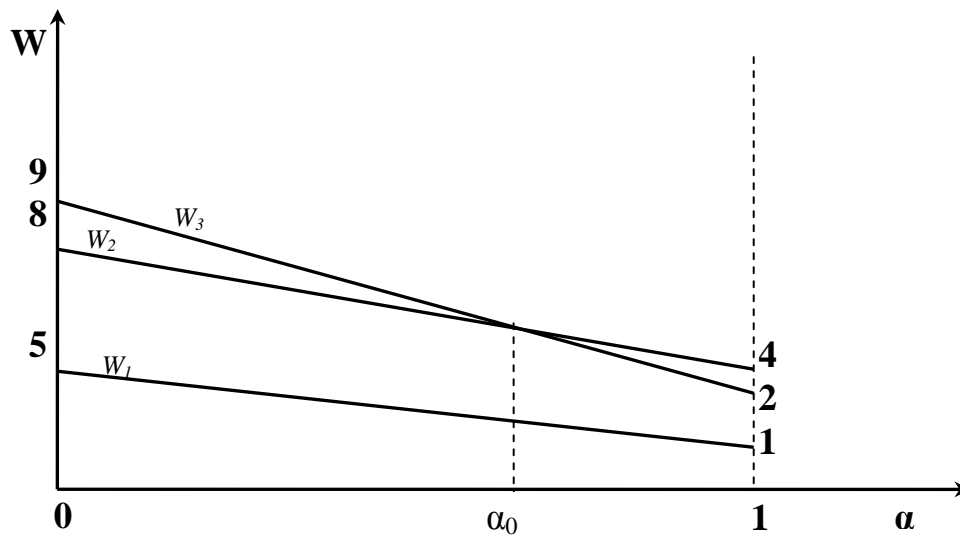
$$W_1 = 1\alpha + 5(1 - \alpha) = \alpha + 5 - 5\alpha = 5 - 4\alpha$$

$$W_2 = 4\alpha + 8(1 - \alpha) = 4\alpha + 8 - 8\alpha = 8 - 4\alpha$$

$$W_3 = 2\alpha + 9(1 - \alpha) = 2\alpha + 9 - 9\alpha = 9 - 7\alpha$$

Зобразимо графічно ці залежності. Вони зображуються прямими лініями, тому що в кожен вираз α входить в першій степені. Для побудови прямої лінії достатньо вказати дві точки. Для цього визначаємо значення функцій для $\alpha=0$, і для $\alpha=1$.

$\alpha=0$	$\alpha=1$
5	1
8	4
9	2



Визначаємо величину α_0 , при якій значення функції W_3 і W_2 однакові, тобто перетинаються.

$$8 - 4\alpha = 9 - 7\alpha$$

$$3\alpha = 1$$

$$\alpha = 1/3.$$

Отже при α , що лежить в межах $(0, 1/3)$ потрібно використовувати третю стратегію, а коли $(1/3, 1)$ – другу, щоб отримати максимальний прибуток.

Нехай ефективність негативна F^- , тоді критерій Гурвіца записується так:

$$\alpha \max_j V_{kj} + (1 - \alpha) \min_j V_{kj}$$

Приклад:

Можливе будівництво чотирьох типів електростанцій: А1 (теплових), А2 (пригребельних), А3 (безгребельних) і А4 (шлюзових). Ефективність кожного з типів електростанцій залежить від різних факторів: режиму рік, вартості палива і його перевезення тощо. Припустимо, що виділено чотири різних стани, кожен з яких означає певне сполучення факторів, що впливають на ефективність енергетичних об'єктів. Економічна ефективність будівництва окремих типів електростанції змінюється в залежності від станів природи і задана матрицею:

$$F^+ = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 6 & 4 & 3 & 12 \\ 2 & 9 & 6 & .8 \end{pmatrix}$$

Знайти найменш ризиковану стратегію, користуючись критерієм песимізму Гурвіца.

Розв'язання: як вхідні дані розглянемо матрицю програшів

$$F^- = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 6 & 4 & 3 & 12 \\ 2 & 9 & 6 & .8 \end{pmatrix} \begin{matrix} \max & \min \\ 8 & 2 \\ \rightarrow 12 & \rightarrow 3 \\ 9 & 2 \end{matrix}$$

$$W_1 = 8\alpha + 2(1 - \alpha) = 2 + 7\alpha$$

$$W_2 = 12\alpha + 3(1 - \alpha) = 3 + 11\alpha$$

$$W_3 = 9\alpha + 2(1 - \alpha) = 2 + 7\alpha$$

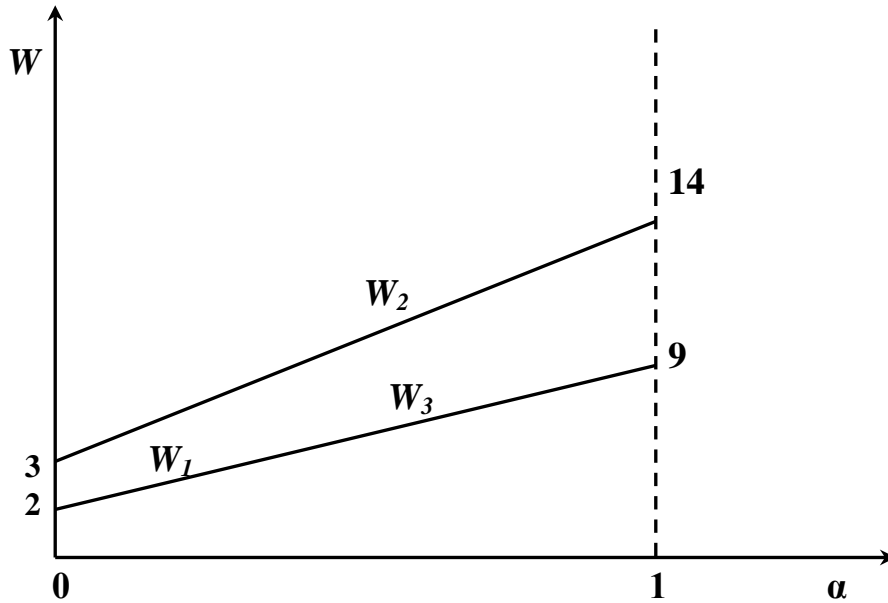
$$\alpha = 0 \qquad \alpha = 1$$

$$2 \qquad 9$$

$$3 \qquad 14$$

$$2 \qquad 9$$

Зобразимо графічно ці залежності.



З малюнка видно, що найменш ризикованими будуть проекти будівництва теплових і безгребельних електростанцій.

Критерій Гурвіца використовується, якщо потрібно зупинитися між лінією поведження в розрахунку на гірше і лінією поведження в розрахунку на краще, через це його часто називають критерієм песимізму-оптимізму.

Розглянемо критерій Ходжеса-Лемана.

Він ґрунтується на поєднанні критеріїв Байєса та Вальда. Критерій Байєса відноситься до першої інформаційної ситуації, а критерій Вальда до п'ятої інформаційної ситуації. Поєднання цих двох критеріїв здійснюється з використанням величини λ , $0 \leq \lambda \leq 1$.

Нехай розглядається ефективність F^+ і F^- . Тоді даний критерій матиме вигляд:

$$W = \begin{cases} \max_k (\lambda \sum_{j=1}^n p_j V_{kj} + (1-\lambda) \min_j V_{kj}) \rightarrow F^+ \\ \min_k (\lambda \sum_{j=1}^n p_j V_{kj} + (1-\lambda) \max_j V_{kj}) \rightarrow F^- \end{cases} \quad 6.2.6$$

Якщо $\lambda=0$ то одержимо критерій Вальда, при $\lambda=1$ – критерій Байєса.

Приклад:

Підприємство може виготовляти три види продукції і при цьому можливі чотири варіанти їх реалізації. Потрібно прийняти рішення про виготовлення одного виду продукції на основі критерію Жоджеса – Лемана для такої матриці прибутків, коли відомо імовірності варіантів реалізації продукції $p_1=0.2$, $p_2=0.1$, $p_3=0.3$ $p_4=0.4$:

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 12 \\ 1 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Розв'язання:

Спочатку застосуємо критерій Байєса:

$$2*0,2+4*0,1+8*0,3+5*0,4=5,2$$

$$6*0,2+7*0,1+3*0,3+12*0,4=7,6$$

$$1*0,2+9*0,1+6*0,3+8*0,4=6,1$$

Застосуємо критерій Ходжена – Лемана, для позитивної ефективності F^+ .

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 12 \\ 1 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} \min \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} \rightarrow 3$$

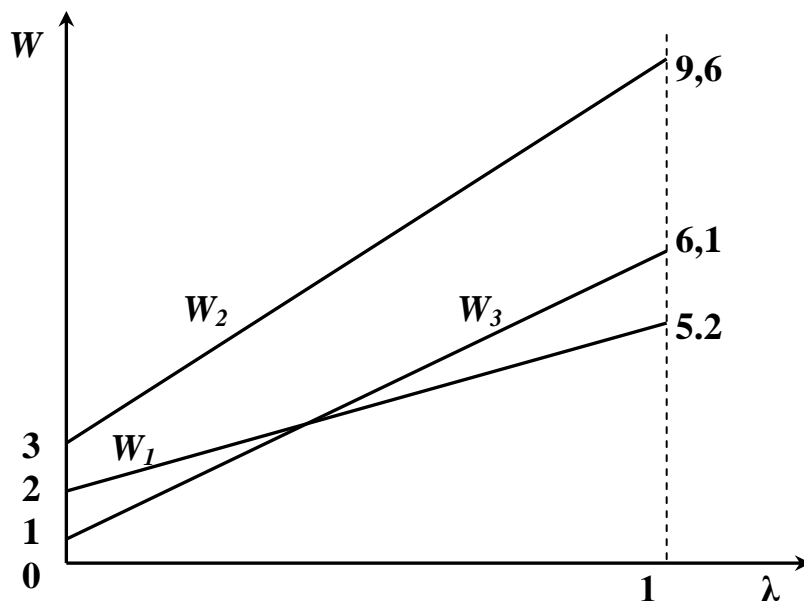
З цією метою побудуємо лінійні залежності $W_k(\lambda)$.

$$W_1=5,2\lambda+2(1-\lambda)=2+3,2\lambda$$

$$W_2=7,6\lambda+3(1-\lambda)=3+6,6\lambda$$

$$W_3=6,1\lambda+1(1-\lambda)=1+5,1\lambda$$

Графіки цих залежностей мають такий вигляд:



З малюнка видно, що потрібно виготовляти другий вид продукції для позитивної ефективності F^+ .

Розглянемо критерій Ходжеса – Лемана, для негативної ефективності F^- , для цієї задачі.

$$F^- = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 12 \\ 1 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} \max \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \rightarrow 12$$

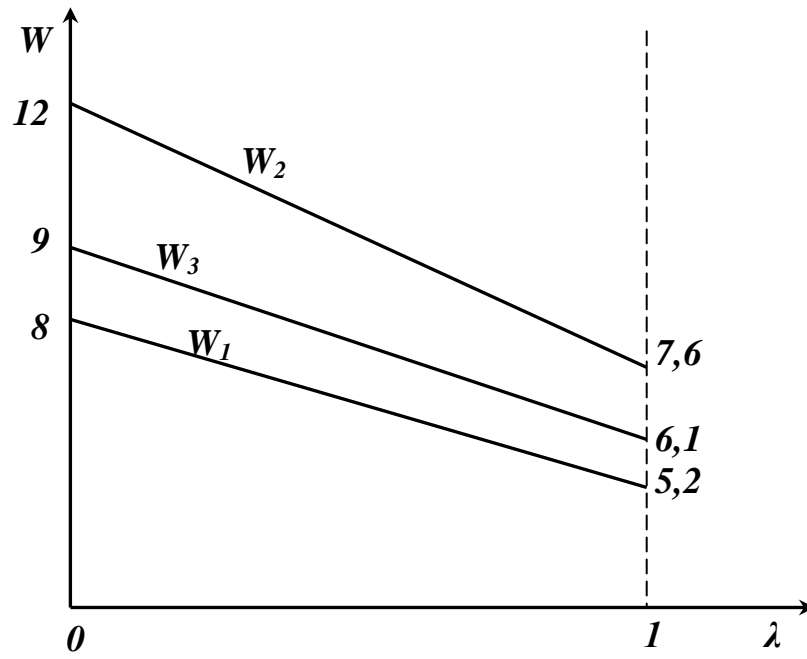
побудуємо лінійні залежності $W_k(\lambda)$.

$$W_1 = 5,2\lambda + 8(1 - \lambda) = 8 - 2,8\lambda$$

$$W_2 = 7,6\lambda + 12(1 - \lambda) = 12 - 4,4\lambda$$

$$W_3 = 6,1\lambda + 9(1 - \lambda) = 9 - 2,9\lambda$$

Графіки цих залежностей мають такий вигляд:



При несприятливому середовищі потрібно виготовляти перший вид продукції.

7. Прийняття багатоцільових рішень в умовах ризику

7.1 Прийняття рішення для декількох матриць оцінювання.

Нехай маємо декілька матриць оцінювання: $F^f = \{f_{kj}^f\}$, наприклад діяльність підприємства оцінюється прибутком і фондівіддачею.

Прийняття рішення здійснюється зведенням матриць оцінювання до однієї матриці. Таке зведення проводиться з використанням таких чинників: V_i, U, W .

V_i – це чинник нормалізації, він використовується для зведення матриць оцінювання до одного діапазону значень. Існує багато методів нормалізації. Найчастіше використовується метод природної нормалізації. Він ґрунтується на такій формулі:

$$\tilde{f}_{kj}^1 = \frac{f_{kj}^e - \min f_{kj}^e}{\max f_{kj}^e - \min f_{kj}^e} \quad 7.1.1$$

Якщо знаменник дорівнює нулю, або наближено до нуля, тоді в знаменнику записуємо:

$$\max f_{kj}^e \quad \text{або} \quad \min f_{kj}^e$$

Внаслідок нормалізації одержимо, що всі значення матриць оцінювання будуть знаходитись на проміжку $[0,1]$.

Величина U – це чинник переваги. Чинник U ґрунтується на такій формулі:

$$FV_1 = PV + rPV = PV(1 + r) \quad 7.1.2$$

Величини U_e – задовольняють умови $\sum_{e=1}^n U_e = 1$

l – число матриць оцінювання.

Нехай маємо дві матриці оцінювання: прибуток і фондівіддача. Тоді $U_1 = 0,7$ і $U_2 = 0,3$. в результаті використання чинника U одержимо одну матрицю оцінювання.

Чинник W – це критерій згортки (вивчався в попередній темі).

Приклад: підприємство може виготовляти чотири види продукції в залежності від трьох станів економічного середовища. Задано матриці матеріаломісткості і енергомісткості. Суб'єкт керування задає пріоритет із

ваговими коефіцієнтами 0,6 і 0,4. Має місце п'ята інформаційна ситуація.

Визначити, який вид продукції повинно виготовляти підприємство.

$$F_1 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 1 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Розв'язання: Нехай

$$F_1 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 1 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - \text{матеріаломісткість} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} - \text{енергомісткість}$$

Число 15 – це матеріаломісткість продукції при першому стані середовища і першому варіанті рішень.

Оскільки діапазони значень відрізняються, то застосовуємо природну нормалізацію.

В кожному стовбці матриць оцінювання визначаємо найбільші та найменші числа

$$\text{max: } 15 \quad 9$$

$$\text{max: } 5 \quad 6$$

$$\text{min: } 1 \quad 0$$

$$\text{min: } 0 \quad 2$$

$$f_{11}^1 = \frac{15-1}{15-1} = 1$$

$$f_{11}^2 = \frac{0-0}{5-0} = 0$$

$$f_{21}^1 = \frac{1-1}{15-1} = 0$$

$$f_{21}^2 = \frac{2-0}{5-0} = \frac{2}{5}$$

$$f_{21}^2 = \frac{6-2}{6-2} = 1$$

Нормалізовані матриці оцінювання матимуть такий вид:

$$\tilde{F}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{14} & \frac{5}{9} \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2}{5} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

З допомогою чинника U зводимо обидві матриці до однієї

Нехай $U_1=1/4$, тоді $U_2=3/4$

$$f_{12} = U_1 f_{11}^1 + U_2 f_{11}^2 = \frac{1}{4} * 1 + \frac{3}{4} * 0 = \frac{1}{4}$$

$$f_{11} = U_1 f_{11}^1 + U_2 f_{11}^2 = \frac{1}{4} * 1 + \frac{3}{4}$$

Остаточна матриця має вигляд:

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 \\ 84/280 & 36/144 \\ 215/280 & 47/144 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{MAX} \\ 3/4 \\ 84/280 \rightarrow \min \\ 215/280 \end{array}$$

До цієї матриці застосовуємо критерій Вальда. Оскільки обидві матриці негативні, то критерій Вальда записується так: $\min_k \max_j f_{kj}$

В кожному рядку підсумкової матриці визначаємо найбільше число.

Відповідь: потрібно прийняти другий варіант рішень.

Розглянемо другий спосіб зведення декількох матриць оцінювання до однієї.

Для кожної з матриць застосовуємо один із розглянутих в попередній темі критеріїв. В результаті цього одержимо єдину матрицю оцінювання. До одержаної матриці застосовуємо ще один із критеріїв з попередньої теми.

Приклад: Нехай матриці такі самі:

$$F_1 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 1 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Для кожної з них застосовують критерій Вальда

$$F = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 9 & 2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 15 \\ \dots 9 \\ 5 \rightarrow \min \end{array}$$

Відповідь: вибираємо третій варіант рішень.

7.2 Вибір рішення для однієї матриці оцінювання і декількох критеріїв.

Розглянемо такий приклад: нехай задано матрицю $F = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, використовуючи

критерій Байєса і модальний критерій ($p_1=0.4$, $p_2=0.6$) вибрати найкращий варіант рішення.

Розв'язання: Згідно модального критерію приймається той стан економіки, якому відповідає найбільша імовірність.

Застосовуємо критерій Байєса:

$$f_{11} = 3 * 0.4 + 6 * 0.6 = 4.8$$

$$f_{21} = 1 * 0.4 + 3 * 0.6 = 2.2$$

$$f_{31} = 0 * 0.4 + 3 * 0.6 = 1.8$$

В новій матриці оцінювання кількість стовбців дорівнюватиме числу критеріїв. Перший стовбець відповідає критерію Байєса, другий – модальному.

Нова матриця: \min

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} 4,8 & 6 \\ 2,2 & 3 \\ 1,8 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 4,8 \xrightarrow{\min} \max \\ 2,2 \\ 1,8 \end{matrix}$$

Оскільки більша імовірність p_2 , тому згідно модальному критерію із початкової матриці виписуємо другий стовбець. Одержимо нову матрицю оцінювання, яка враховує початкову матрицю і критерій. До основної матриці застосовуємо один із вивчених критеріїв. Наприклад: нехай початкова матриця F^+ , застосовуємо критерій Вальда:

$$\max_k \left(\min_{kj} f_{kj} \right) \bar{F}.$$

Відповідь: приймаємо перший варіант.

8. Ризик і стохастичне прогнозування

8.1. Класифікація задач стохастичного програмування.

Стохастичне програмування – це розділ математичного програмування, який досліджує оптимальні значення функції з певними обмеженнями на невідомі величини, якщо параметри, які входять в задачу, мають випадковий характер.

Розглянемо таку задачу математичного програмування:

$$\text{нехай } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j (\text{extr})$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{matrix} \leq b_j \\ \geq \bar{b}_j \end{matrix} \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \\ i = \overline{1, n} \end{cases} \quad 8.1.1$$

В конкретній задачі в кожному з обмежень може бути записаний один із знаків $\geq, =, \leq$. В цій задачі є три параметри c_j, a_{ij}, b_j .

x_j - це невідомі велечини, значення яких знаходяться в результаті розв'язання задачі.

Випадковий характер може мати цільова функція Z , або ліва та права частина обмежень.

8.2. Задачі про оптимізацію вкладів в банки і страхування майна.

Розглянемо задачу про оптимізацію вкладів в банки. Нехай маємо два банки А і Б.

Банк А дає відсоток a , тобто якщо вкладено 100 грош. од. то через певний період буде нарахована сума $100+a$. Банк Б дає відсоток v .

Банк А – безризиковий, тобто втрата вкладень неможлива, а банк Б – має імовірність банкрутства p .

Нехай клієнт має суму S . Потрібно визначити як розподілити цю суму між обома банками. Оскільки 2-й банк ризиковий, то $v > a$.

Критерії оптимальності – це максимум корисності від одержаних доходів.

Для побудови математичної моделі введемо такі позначення:

X – величина внеску в банк А.

$S-X$ – величина внеску в банк Б.

$U(X)$ – корисність від величини X .

Розглянемо дві можливі ситуації: банк Б не збанкрутує: тоді клієнт матиме суму:

$$X\left(1 + \frac{a}{100}\right) + \text{€} - X\left(1 + \frac{b}{100}\right)$$

банк збанкрутує:

$$X\left(1 + \frac{a}{100}\right) + \text{€} - X\left(1 + \frac{b}{100}\right)$$

Запишемо математичний вираз для цільової функції;

$$Z = \text{€} - p \left[X\left(1 + \frac{a}{100}\right) + \text{€} - X\left(1 + \frac{b}{100}\right) \right] + PU\left(\frac{a}{100}X - S + 2X\right) \Rightarrow \max$$

$$0 \leq X \leq S$$

Розглянемо задачу про страхування.

Нехай суб'єкт має капітал (або майно) вартістю S . Потрібно визначити яку частину цього майна необхідно застрахувати. Нехай страховий внесок складає r %, тобто якщо страхуємо на 100 одиниць, то страховій організації сплачується r грошових одиниць. Страхове відшкодування g %, тобто від страхової суми 100 грошових одиниць у випадку знищення майна клієнт одержить відшкодування g (грошових одиниць).

$U(x)$ – корисність власного майна. Потрібно визначити величину x на яку доцільно застрахувати майно. Таким чином, щоб загальна корисність була максимальна.

Нехай p – це імовірність недоторканності майна. Математична модель задачі така:

$$Z = pU\left(S - \frac{r}{100}x\right) + (1-p)U\left(\frac{g}{100}x\right) \rightarrow \max$$

$$0 \leq x \leq S$$

Приклад: дано $S=100$ грн, $r=0.5\%$, $g=80\%$, $p=0.9$, $U(t)=0.7t$. Потрібно визначити величину на яку доцільно застрахувати майно таким чином, щоб загальна корисність була максимальна.

Розв'язання: Записуємо математичну модель задачі:

$$Z=0.9*U(100-0.005x)+0.1U(0.8x)=0.9*0.7(1000-0.005x)+0.1*0.7*0.8x \rightarrow \max$$

$$Z=0.63*1000-0.63*0.005x+0.056x=630-0.00315x-0.056x=630+0.05285x$$

Обчислюємо першу похідну :

$$Z'(x)=0.05285$$

Отже функція приймає екстремальне значення на кінцях інтервалу зміни x .

В зв'язку з тим, що функція зростаюча внаслідок додатковості коефіцієнта при x , то найбільше значення функція досягає при $x=9$.

Отже доцільно страхувати майно на повну його вартість, тобто на 100 грн.

9. Вартість, час і ризик.

9.1. Вартість і час, і норма дисконту та ризик.

Власник капіталу може використати тепер його або інвестувати у певну справу з метою збереження і примноження цього капіталу.

Якщо існує декілька варіантів інвестування з однаковими майбутніми прибутками, то вибирається той варіант, при якому прибутки надійдуть як найшвидше.

Отже, важливу роль відіграє зміна вартості за часом. Зміна вартості під впливом часу визначається із застосуванням норми дисконту.

Норма дисконту - це норма прибутку на альтернативні інвестиційні можливості, які доступні на ринку і мають приблизно однакову величину ризику. Із зростанням ризику норма дисконту також зростає і навпаки.

9.2. Визначення теперішньої і майбутньої вартості.

Нехай відома норма дисконту r і початкова вартість капіталу PV . Потрібно визначити вартість капіталу через деякий час. Якщо розглядається річна норма дисконту, то через рік вартість капіталу становитиме:

$FV_1 = PV + rPV = PV(1+r)$. Якщо величина r задана у відсотках то її потрібно поділити на 100. Через 2 роки: $FV_2 = PV(1+r) + rPV(1+r) = PV(1+r)^2$

На основі цих двох формул можна записати вартість капіталу через t років:

$$FV_t = PV(1+r)^t \quad 9.1.1$$

Приклад: Нехай початкова вартість капіталу $PV=1000$ гр.од. $r=0.3$, або 30%. Визначити вартість капіталу через 2 роки.

$$FV_2 = 1000(1+0.3)^2 = 1690 \text{ гр.од}$$

Запишемо формулу для визначення майбутньої вартості, якщо норма дисконту змінюється з часом

$$FV_t = PV(1+r_1)^{T_1} + (1+r_2)^{T_2} + \dots + (1+r_k)^{T_k} \quad 9.1.2$$

r_1 - норма дисконту, яка діяла на протязі часу T_1 і т.д.

Розглянемо визначення теперішньої вартості капіталу на основі його майбутньої вартості. Теперішня вартість визначається

$$PV = \frac{FV_t}{(1+r)^t} \quad 9.1.3$$

Якщо майбутні доходи появляються в різні моменти часу, теперішня їх сумарна вартість визначається так:

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{FV_t}{(1+r)^t} \quad 9.1.4$$

Приклад: Є 2 варіанти одержання певного доходу. Перший варіант: одночасно одержати в даний момент величину 3200 гр.од. Другий варіант: щорічно одержувати по 1200 гр.од протягом 3 років. При цьому річна норма дисконту 10%. Вибрати кращий варіант.

Розв'язання: Визначимо теперішню вартість доходу в 2-му варіанті.

$$PV = \frac{1200}{(1+0.1)^1} + \frac{1200}{(1+0.1)^2} + \frac{1200}{(1+0.1)^3} = 2995 \text{ гр.од}$$

Висновок: вибираємо 1-й варіант, тому що, його теперішня вартість більша.

Приклад: Підприємство сподівається одержати дохід 1млн. грош. од. при нормі дискоту 5%. Визначити теперішню вартість майбутнього доходу в залежності від часу його надходження.

Розв'язання: Запишемо теперішню вартість доходу, якщо він надійде через рік.

$$PV = \frac{FV_1}{(1+r)}$$

$$PV = \frac{1 \cdot 10^6}{1+0.05} = 952.381 \text{ гр.од.}$$

Результати обчислення записуємо у вигляді таблиці

Час надходження	Теперішня вартість
0	$1 \cdot 10^6$
1	952,381
2	907,029
3	863,838

Отже майбутній прибуток суттєво залежить від часу його надходження при низькій нормі дисконту.

9.3. Система антиризикових заходів.

В залежності від величини втрат визначають такі зони ризику:

1. безризикова зона – це зона в якій відсутні втрати.
2. зона допустимого ризику – це область в якій величина не перевищує очікуваного прибутку. Економічна діяльність в цій зоні допустима, тому що, в найгіршому випадку можна втратити очікуваний прибуток.
3. зона критичного ризику – це область в якій втрати більші від очікуваного прибутку і не перевищують величини виручки. В цій зоні у найгіршому випадку можна втратити весь капітал, який вкладений в дану діяльність.
4. зона катастрофічного ризику – це область в якій величина втрат перевищує виручку і може досягнути вартості всього майна. Економічна діяльність в даній зоні недопустима.

Основні антиризикові заходи такі:

1. диверсифікація ризику полягає в розподілі ризику між різними видами діяльності або різними учасниками проектів.
2. страхування.

Задачі для самостійного розв'язування

1. Будівельній фірмі запропонували два проекти будівництва. Відомі оцінки прогнозованих значень прибутку кожного з них та відповідні значення ймовірностей. Дані наведено в таблиці.

Оцінка можливого результату	Проект А		Проект В	
	Прогнозований прибуток (млн. грн.)	Значення ймовірностей p	Прогнозований прибуток (млн. грн.)	Значення ймовірностей p
найгірший	300	0,2	240	0,25
середній	1000	0,6	900	0,5
найкращий	1500	0,2	1800	0,25

Потрібно оцінити міру ризику кожного з цих проектів та обрати один із них для інвестування, якщо за величину ризику приймається:

- а) величина дисперсії;
- в) величина коефіцієнта варіації.

2. Підприємство може виготовити два види продукції і при цьому можливі два варіанти її реалізації. Визначити ризик як коефіцієнт варіації прибутку для кожного виду продукції.

№ варіан ту	Види проду кції	Варіанти реалізації			
		1		2	
		Імовірність	Прибуток	Імовірність	Прибуток
А	А	0,2	9	0,8	3
	Б	0,5	6	0,5	5
В	А	0,3	8	0,7	3
	Б	0,6	7	0,4	5
С	А	0,4	10	0,6	5
	Б	0,55	6	0,45	7
D	А	0,2	8	0,8	6
	Б	0,5	10	0,5	7
Е	А	0,3	9	0,7	7
	Б	0,6	5	0,4	6
F	А	0,5	9	0,5	7
	Б	0,62	9	0,38	7
G	А	0,7	8	0,3	7

	Б	0,5	5	0,5	6
Н	А	0,4	8	0,6	7
	Б	0,8	7	0,2	5
І	А	0,3	8	0,7	8
	Б	0,55	6	0,45	9
J	А	0,4	6	0,6	10
	Б	0,3	8	0,7	5

3. Відомо, що при вкладенні капіталу в проект *A* із 150 випадків прибуток $A_1=2000$ отримано 75 разів, прибуток $A_2=800$ отримано 25 разів, а при вкладенні капіталу в проект *B* із 120 випадків прибуток $B_1=1100$ отримано 58 разів, прибуток $B_2=1900$ отримано 40 разів і прибуток $B_3=1770$ отримано 22 рази. Визначте варіант вкладення капіталу, виходячи з таких показників:

- а) величина сподіваного прибутку;
- в) величина ризику.

4. Розглядаються два інвестиційні проекти P_1 і P_2 . норма прибутку по кожному з них залежить від економічної ситуації. На ринку можливі два варіанти економічної ситуації: ситуація Θ_1 з імовірністю 0,3 та ситуація Θ_2 з імовірністю 0,7. проекти неоднаково реагують на різні економічні ситуації. Прибуток проекту P_1 за обставин Θ_1 зростає на 8%, за обставин Θ_2 – на 7%; прибуток проекту P_2 за обставин Θ_1 падає на 5%, за обставин Θ_2 зростає на 12,75%. Для реалізації інвестиційного проекту інвестор змушений брати позику під 2,5%. Проведіть аналіз проектів P_1 і P_2 щодо реалізації одного з них.

5. Торгова фірма одержує вироби від трьох постачальників. Перший дає 4% браку, другий 1%, третій 2%. Потрібно визначити частку продукції від кожного постачальника і з умови рівності ризиків торгової фірми відносно кожного з них, визначити загальний ризик торгової фірми.

6. Підприємець будує готель. За одним проектом може в приміщенні відкрити кафе. Інший варіант не зв'язаний з кафе. Представлені бізнес-плани показують, що план з кафе, може принести прибуток розміром 320 тис. грн.. без відкриття кафе підприємець може заробити 210 тис. грн.. втрати у випадку відкриття готелю з кафе складуть 150 тис. грн. , а без кафе 120 тис. грн..

Визначте найбільш ефективний проект використовуючи абсолютні і відносні показники ризику.

7. Приватна фірма «Прикольний горішок» виробляє арахіс в шоколаді. Протягом місяця реалізується 10000, 11000, 12000 упаковок. Від продажі кожної упаковки фірма одержує 0,25 грн прибутку. Арахіс в шоколаді має малий термін придатності, тому якщо упаковка не продана в місячний термін, вона повинна бути знищена. Оскільки вартість однієї упаковки – 0,75 грн., втрати фірми становлять 0,75 грн., якщо упаковка не продана до кінця місяця. Імовірність продати 10000, 11000, 12000 упаковок за місяць становлять відповідно 0,48; 0,27; 0,25. Скільки упаковок арахісу в шоколаді варто робити фірмі щомісяця?

8. Магазин «Влад» продає в роздріб молочні продукти. Власниця магазину повинна визначити, скільки банок йогурту «Галичина» варто закупити у виробника для торгівлі протягом тижня. Імовірності того, що попит на йогурт протягом тижня буде 30, 31, 32, 33 банки, рівні відповідно 0,27; 0,27; 0,31; 0,15. Затрати на купівлю однієї банки йогурту обходяться магазину 2,90 грн., а продається йогурт за ціною 3,50 грн. за банку. Якщо йогурт не продається протягом тижня, він псується, і магазин несе збитки. Скільки банок йогурту бажано брати для продажу?

9. Шкільна їдальня вирішує скільки тістечок варто закуповувати. Протягом дня реалізується 80, 90, 100 штук. Ціна одного тістечка – 1,2 грн.. тістечка мають малий термін придатності, тому якщо вони не продані в денний термін, то повинні бути знищені. Оскільки закупівля одного тістечка обходиться їдальні в 0,9 грн. то їдальня несе збитки, якщо воно не продане протягом дня. Імовірність продати 80, 90, 100 тістечок за день становлять 0,65; 0,2; 0,15 відповідно. Скільки тістечок варто закуповувати щодня? А якщо продовжити термін придатності? Чому? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення?

10. Є такі дані про кількість і ціни вугілля, необхідного узимку для опалення будинку дано в таблиці.

Зима	імовірності	Кількість вугілля тонн.	Середня ціна за 1 т. грн..
мяка	0,35	3	100
звичайна	0,5	4	150
холодна	0,15	5	200

Скільки вугілля потрібно купити влітку, щоб повністю використати за зиму? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення?

11. Підприємець виробляє м'ясні продукти, і повинен вирішити, скільки кілограм м'ясних продуктів варто виготовляти. Імовірності того, що попит на м'ясні продукти протягом тижня буде 20, 30, 35 чи 40 кілограм, рівні відповідно 0,1; 0,3; 0,5; 0,1. затрати на виробництво одного ящика рівні 68 грн. підприємець продає кожен ящик за ціною 98 грн.. якщо м'ясні продукти не продаються протягом тижня, то вони псуються і підприємець не одержує прибутку. Скільки тонн варто виробляти? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення?

12. Приватна фірма виробляє косметичну продукцію. Протягом місяця реалізується 14, 15, 16 чи 17 упаковок продукції. Від продажу кожної упаковки фірма одержує 35 грн. прибутку. Косметика має малий термін придатності, тому якщо упаковка не продана в місячний термін, вона повинна бути знищена. Вартість виробництва одної упаковки – 125 грн.. Якщо упаковка не продана до кінця місяця, фірма понесе збитки. Імовірності продати 14, 15, 16 чи 17 упаковок за місяць становлять відповідно 0,45; 0,2; 0,2; 0,15. скільки упаковок косметики варто випускати фірмі щомісяця? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення? Скільки упаковок можна було б виготовляти при значному продовженні терміну збереження косметичної продукції?

13. Нехай певна особа має функцію корисності $U(x)$. Ця особа вивчає для себе можливість участі в одній з лотерей $L(10; 0.6; 30)$ та $L(20; 0.2; 30)$. Якій з цих лотерей вона відасть перевагу, якщо: а) $U(x)=0,2x^2$; б) $U(x)=\sqrt{x}$; в) $U(x)=2+3x$?

14. Особі з функцією корисності $U(x)=0,02x^2$ запропонували три варіанти вибору нового місця роботи. Перше місце пов'язане зі стабільним прибутком у 600 грн.. Друге місце роботи пов'язане з ризиком: або мати прибуток 700 грн., з імовірністю 0,6, або прибуток у 400 грн.. Третє місце роботи також пов'язане з ризиком мати 500 грн., з імовірністю 0,5 або не мати жодного прибутку. Яке місце роботи доцільно обрати?

15. Підприємець, функція корисності якого задана як $U(x)=2\sqrt{x}$, вирішує, як йому краще використати частину свого капіталу розміром 10 тис. грн.. Ці кошти він може: а) покласти в банк на депозитний рахунок з фіксованим доходом 8% на рік; б) пустити в оборот і одержати прибуток 30% від вкладених коштів, але ймовірність одержання такого прибутку становить 0,4, і ймовірність того, що підприємець одержить суму, яка буде дорівнювати його первинному капіталу, становить 0,6. як підприємцю доцільно використати свій капітал? Обчисліть премію за ризик.

16. Особа з функцією корисності $U(x)=\sqrt{x}$ обирає нове місце роботи, виходячи з двох альтернатив. У першому випадку її невизначений прибуток може становити 700 грн., з імовірністю 0,5 або 1000 грн., з тією самою імовірністю. В іншому місці їй пропонується детермінований прибуток у 200 грн.. яке місце роботи доцільно обрати?

17. Фірма з функцією корисності $U(x)=0,12x^2$ має тимчасово вільний капітал обсягом 100 тис. грн.. Власник фірми вирішив вкласти ці кошти у цінні папери. На ринку цінних паперів така ситуація: а) можна вкласти капітал у державні цінні папери з фіксованим прибутком 5% на рік; б) можна вкласти в акції корпорації під 20% на рік, причому імовірність одержання обіцяного прибутку становить 0,7, а імовірність невдачі, тобто отримання тільки номіналу становить 0,3. Який вибір доцільно зробити власнику фірми?

18. Двоє студентів у вихідний день вирішили сходити на футбол, маючи в своєму розпорядженні по 30 грн. По дорозі зайшли до букмекерської контори і почали радитись – робити їм ставки чи ні: а) можна спостерігати за футболом і зберегти свої гроші; б) можна зробити ставку і при цьому програти свої гроші з

імовірністю 0,5, або отримати виграш у відношенні 1:3, з цією самою імовірністю. Яке рішення прийме кожен із студентів, якщо один з них має функцію корисності $U(x)=1,5x$; другий $U(x)=1,7\sqrt{x}$.

19. Визначити сподіваний виграш, детермінований еквівалент та премію за ризик, якщо функція корисності $U(x)$, лотерея L

a) $U(x) = 0,6\sqrt{x}$; $L(1;0,8;4)$;

б) $U(x) = 0,9\sqrt[3]{x}$; $L(1;0,7;8)$;

в) $U(x) = 0,2x^2$; $L(5;0,4;8)$;

г) $U(x) = 0,1\ln x$; $L(e^4;0,3;e^{10})$;

д) $U(x) = \frac{5}{x}$; $L(5;0;10)$;

е) $U(x) = 10x$; $L(12;0,5;24)$.

19. Користуючись концепцією корисності за Нейманом, порівняйте ефективність рішень, поданих у таблиці:

Рішення	Варіанти доходів		
	10	-5	-5
I	10	-5	-5
II	-5	-5	10
III	1,5	1,5	0
IV	0	0	0
імовірності	0,5	0,1	0,4

Якщо функція корисності $U(x)=(x+5)/15$.

Для наведених нижче задач (20-25) побудуйте дерево рішень і визначте найкраще рішення: а) без додаткового обстеження ринку; б) з додатковим обстеженням ринку.

20. Власник магазину повинен вирішити, чи закуповлювати велику партію ананасів, чи малу, чи взагалі не закуповувати. Якщо буде закуплена велика партія ананасів, то при сприятливому ринку прибуток становитиме 200000 грн., а при несприятливому – понесе збитки на 10000 грн., невелика партія у випадку її успішної реалізації принесе 60000 грн., прибутку і 10000 грн., збитків – при несприятливих зовнішніх умовах.

Експерт вважає, що з імовірністю 0,2 ринок виявиться сприятливим. У той же час при позитивному висновку сприятливі умови очікуються лише з імовірністю 0,4. при негативному висновку з імовірністю 0,3 ринок також може виявитися сприятливим.

21. При великому автомобільному магазині планується відкриття майстерні по обслуговувані автомобілів. Якщо ринок буде сприятливим, то велика майстерня принесе прибуток у 70000 грн., а мала 35000 грн.. При несприятливому ринку магазин втратить 40000 грн., якщо буде відкрита велика майстерня, і 20000 грн. – якщо мала. Не маючи додаткової інформації, директор оцінює імовірність сприятливого ринку як 0,6. Консультаційна фірма гарантує сприятливий ринок з імовірністю 0,8. При негативному результаті ринок може виявитися сприятливим з імовірністю 0,3. Адміністрація магазину вважає, що ця інформація гарантує сприятливий ринок з імовірністю 0,5.

22. Фірма по виготовлені м'ясної продукції звернулась до експертів про ситуацію на ринку. Експерти вважають, що з імовірністю 0,6 ринок виявиться сприятливим. У той же час при позитивному висновку сприятливі умови очікуються з імовірністю 0,8. При негативному висновку з імовірністю 0,15 ринок також може виявитися сприятливим.

Можливість сприятливого і несприятливого наслідків фірма оцінює однаково. Якщо буде випущена велика партія м'ясної продукції, то при сприятливому ринку прибуток становитиме 250000 грн., а при несприятливому понесе збитки у 185000 грн.. Невелика партія у випадку її успішної реалізації принесе фірмі 50000 грн. прибутку і 10000 грн. збитків – при несприятливих зовнішніх умовах.

23. Можна придбати турбазу на 500 місць або на 250 місць. Якщо сезон буде вдалим, то велика турбаза принесе прибуток 300000 грн. у рік, мала – 100000 грн. Якщо сезон буде поганий, то велика турбаза обійдеться в 120000 грн. збитку, а мала 45000 грн. (інформація про те яким буде сезон відсутня).

Статистична служба надала інформацію про сезон: імовірність гарного сезону 0,7; 0,3 – поганого. У той же час при позитивному висновку сприятливі

умови очікуються з імовірністю 0,8. При негативному висновку з імовірністю 0,11 ринок також може виявитися сприятливим.

24. Відкривається перукарня. Якщо ринок буде сприятливим, то велика перукарня принесе прибуток у 6 тисяч грн., а маленька – 3 тисячі грн.. При несприятливому ринку приватний підприємець втратить 6,5 тисяч грн., якщо буде відкрита велика перукарня, і 3 тисячі грн. – якщо відкриється маленька. Не маючи додаткової інформації, приватний підприємець оцінює імовірність сприятливого ринку як 0,6. Консультаційна фірма вважає сприятливий ринок з імовірністю 0,5. Позитивний результат обстеження гарантує сприятливий ринок з імовірністю 0,8. При негативному результаті ринок може виявитися сприятливим з імовірністю 0,3.

25. Книгарня хоче закупити нову партію книг. Можливість сприятливого і несприятливого наслідків книгарня оцінює однаково. Якщо буде продана велика партія книг, то при сприятливому ринку прибуток становитиме 25000 грн., а при несприятливому ринку понесе збитки у 16000 грн.. Невелика партія у випадку її успішної реалізації принесе книгарні 5000 грн. прибутку і 1000 грн. збитків – при несприятливому. Експерти вважають, що з імовірністю 0,6 ринок виявиться сприятливим. У той же час при позитивному висновку сприятливі умови очікуються лише з імовірністю 0,8. При негативному висновку з імовірністю 0,17 ринок також може виявитись сприятливим.

26. Дано дві акції виду A_1 і A_2 . для кожної з них можлива норма прибутку залежить від стану економіки. Експерти вказали на п'ять можливих станів економіки, а також на імовірність їх реалізації. Числиві дані такі:

Стан економічного середовища	Імовірність p	Норма прибутку, %	
		A_1	A_2
Значне піднесення	0,1	20	10
Незначне піднесення	0,3	10	5
Стагнація	0,2	2	2
Незначна рецесія	0,3	-2	1

Значна рецесія	0,1	-10	-5
----------------	-----	-----	----

а) Необхідно обчислити сподівану норму прибутку для цих ЦП.б) обчислити ризик в абсолютному та відносному вираженні для кожного з ЦП та порівняти їх між собою.

27. Сподівана норма прибутку акції виду A_1 становить 60%, ризик цих акцій (середньоквадратичне відхилення) – 20%. Для акцій виду A_2 відповідно сподівана норма прибутку – 40%, ризик – 15%. Коефіцієнт кореляції для цих акцій рівний 0,35. На основі цих акцій створюється ПЦП. Необхідно:

а) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду A_1 складають 20% вартості цього портфеля;

б) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду A_2 складають 80% вартості цього портфеля;

в) створити оптимальний ПЦП (тобто такий, що має мінімальний ризик).

28. Сподівана норма прибутку акції виду A_1 становить 60%, ризик цих акцій (середньоквадратичне відхилення) – 20%. Для акцій виду A_2 відповідно сподівана норма прибутку – 40%, ризик – 15%. Коефіцієнт кореляції для цих акцій рівний 0,35. на основі цих акцій створюється ПЦП. Необхідно знайти структуру ПЦП:

а) сподівана норма прибутку якого становила б 50%;

б) ризик якого становив би 16%.

29. Визначити ризик як дисперсію норми прибутку для кожного виду акції.

№ вар-ту	Стан економіки	Імовірність	Норми прибутку (%)	
			А	Б
А	Зростання	3/5	10	12
	Занепад	2/5	-6	-8
В	Зростання	0,8	9	8
	Занепад	0,2	-5	-3
С	Зростання	0,7	5	6
	Занепад	0,3	-4	-3
D	Зростання	0,1	10	8
	Занепад	0,9	-5	-3
Е	Зростання	0,4	9	7
	Занепад	0,6	-4	-2
F	Зростання	0,6	7	8
	Занепад	0,4	-3	-5

G	Зростання	0,1	10	8
	Занепад	0,9	-3	-5
H	Зростання	0,7	7	9
	Занепад	0,3	-2	-5
I	Зростання	0,4	7	9
	Занепад	0,6	-2	-4
J	Зростання	0,8	8	6
	Занепад	0,2	-5	-2

Для наведених нижче задач знайти найменш ризиковану стратегію, користуючись критеріями: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца, а також Байєса і ходжена-Лемана.

30. Розглядають варіанти будівництва бази відпочинку. Можливі 4 варіанти її будівництва, виділено 4 різних станів, кожний з яких означає певне поєднання факторів, що впливають на ефективність рішення. Імовірність настання \min і \max значень ефективності дорівнює відповідно 0,62 і 0,38. Економічна ефективність будівництва змінюється в залежності від станів природи і задана матрицею 4x4.

12	16	8	21
12	12	16	18
15	13	16	21
21	13	18	20

31. Знайти оптимальне рішення, якщо відома матриця виграшів:

	21	13	14	9
	23	12	16	9
$p_1=0.88,$	18	12	12	16
$P_2=0.12,$	14	23	12	15

32. Знайти оптимальне рішення, якщо відома матриця прибутків:

	2	4	4	1
	3	8	5	9
$p_1=0.46, p_2=0.54,$	4	2	2	8

33. Знайти оптимальне рішення, якщо відома матриця втрат

8	7	8	3
7	9	9	4
6	2	2	6

$$p_1=0.57, p_2=0.43,$$

34. Підприємство може виготовити 4 види продукції в залежності від трьох станів економічного середовища. Матриця прибутків (тис.грн.) від реалізації 1 тисячі відповідного виду продукції має вигляд:

$$F = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 14 & 6 & 7 \\ 9 & 15 & 12 \\ 11 & 10 & 6 \end{pmatrix} \quad p_1=0.7, p_2=0.3$$

Який вид продукції повинно виготовляти підприємство?

35. Підприємство може виготовити 4 види продукції в залежності від трьох станів економічного середовища. Матриця прибутків (тис.грн.) від реалізації 1 тисячі відповідного виду продукції має вигляд:

$$p_1=0.35, p_2=0.65 \quad F = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 \\ 15 & 7 & 10 \\ 22 & 13 & 12 \\ 12 & 15 & 7 \end{pmatrix}$$

Який вид продукції повинно виготовляти підприємство?

36. Підприємство може виготовляти чотири види продукції в залежності від трьох станів економічного середовища. Задано матриці матеріаломісткості і енергомісткості. Суб'єкт керування задає пріоритет із ваговими коефіцієнтами 0,3 і 0,7. Має місце п'ята інформаційна ситуація. Визначити, який вид продукції повинно виготовляти підприємство.

$$F_1 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 1 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Тести

1. Суб'єкт схильний до ризику, якщо для нього:

- а) більш пріоритетною є можливість отримання гарантованого сподіваного виграшу в лотереї, ніж участь в ній;
- б) більш пріоритетною є участь в лотереї, ніж можливість отримання гарантованого сподіваного виграшу в ній;
- в) однаково чи приймати участь в лотереї, чи отримати гарантований сподіваний виграш в ній.

2. Премія за ризик – це:

- а) різниця між сподіваним виграшем та детермінованим еквівалентом лотереї;
- б) різниця між детермінованим еквівалентом лотереї та сподіваним виграшем;
- в) сума сподіваного виграшу та детермінованого еквіваленту лотереї.

3. Премія за ризик може бути;

- а) тільки додатньою;
- б) невід'ємною;
- в) невід'ємною або від'ємною.

4. Детермінований еквівалент лотереї – це:

- а) гарантована сума, отримання якої еквівалентне участі в лотереї;
- б) сума сподіваного виграшу та сподіваної корисності;
- в) різниця сподіваного виграшу та сподіваної корисності.

5. Детермінований еквівалент лотереї визначається з рівності:

- а) суми сподіваного виграшу та сподіваної корисності;
- б) сподіваної корисності нулю;
- в) корисності детермінованого еквівалента та сподіваної корисності.

6. Детермінований еквівалент лотереї – це величина:

- а) розмірність якої дорівнює розмірності виграшу;
- б) квадрату розмірності виграшу;
- в) безрозмірна.

7. Для обчислення сподіваного виграшу дискретного показника треба мати таку інформацію:

- а) тільки значення усіх можливих виграшів;
- б) тільки ймовірності усіх можливих виграшів;
- в) значення усіх можливих виграшів та їх ймовірності.

8. Для визначення детермінованого еквівалента лотереї потрібно мати таку інформації:

- а) тільки функцію корисності;
- б) функцію корисності; та сподівану корисність;
- в) тільки сподіваний виграш.

9. У теорії прийняття рішень матриця оцінювання характеризується таким співвідношенням між кількістю рядків та стовпців:

- а) кількість рядків рівна кількості стовпців;
- б) кількість рядків більша від кількості стовпців;
- в) кількість рядків не залежить від кількості стовпців.

10. Для застосування критерію Бейеса потрібна така інформація:
- а) матриця оцінювання та імовірності усіх можливих станів економічного середовища;
 - б) лише матриця оцінювання;
 - в) лише імовірності усіх можливих станів економічного середовища.
11. Критерій Бейеса полягає у визначенні екстремального значення:
- а) математичного сподівання функціоналу оцінювання;
 - б) дисперсії функціоналу оцінювання;
 - в) коефіцієнта варіації функціоналу оцінювання.
12. Критерій Лапласа використовує таку інформацію:
- а) лише матрицю оцінювання;
 - б) матрицю оцінювання та імовірності усіх можливих станів економічного середовища;
 - в) лише імовірності усіх можливих станів економічного середовища.
13. Критерій Лапласа полягає у визначенні екстремального значення:
- а) дисперсії функціоналу оцінювання;
 - б) коефіцієнта варіації функціоналу оцінювання;
 - в) суми елементів кожного рядка функціоналу оцінювання.
14. Критерій Вальда є:
- а) безризиковий;
 - б) максимально ризиковий;
 - в) середньоризиковий.
15. Критерій Вальда використовує такі дані:
- а) матриця оцінювання та імовірності усіх можливих станів економічного середовища;
 - б) лише матрицю оцінювання;
 - в) лише імовірності усіх можливих станів економічного середовища.
16. Критерій Севіджа використовує такий критерій:
- а) Лапласа;
 - б) Бейеса;
 - в) Вальда.
17. Матриця ризику в критерії Севіджа - це:
- а) найгірший варіант;
 - б) найкращий варіант;
 - в) середній варіант.
18. Матриця ризику в критерії Севіджа визначається на основі функціоналу оцінювання з використанням такої арифметичної дії:
- а) додавання;
 - б) множення;
 - в) віднімання.
19. Критерій Гурвіца враховує:
- а) тільки оптимістичний варіант рішення;
 - б) тільки песимістичний варіант рішення;
 - в) оптимістичний та песимістичний варіанти рішення.

20. Критерій Гурвіца є узагальненням критерію:
- а) Вальда;
 - б) Бейеса;
 - в) Севіджа.
21. Критерій Гурвіца використовує таку інформацію:
- а) тільки матрицю оцінювання;
 - б) матрицю оцінювання та коефіцієнт ризику;
 - в) матрицю оцінювання та імовірності станів економічного середовища.
22. Критерій Ходжеса-Лемана є поєднанням критеріїв:
- а) Бейеса і Вальда;
 - б) Бейеса і Севіджа;
 - в) Вальда і Севіджа.
23. У критерії Ходжеса-Лемана параметр змінюється в таких межах:
- а) $[0; 2]$;
 - б) $[0; 0,5]$;
 - в) $[0; 1]$;
24. Критерій Ходжеса-Лемана вимагає в порівнянні з критерієм Гурвіца кількість інформації:
- а) більшу;
 - б) меншу;
 - в) однакову.
25. Після застосування природної нормалізації елементи матриці оцінювання будуть знаходитися на такому проміжку:
- а) $[0; 0,5]$;
 - б) $[0; 1]$;
 - в) $[0; 2]$.
26. Кількісна оцінка ризику може здійснюватися:
- а) тільки в абсолютних величинах;
 - б) тільки у відносних величинах;
 - в) в абсолютних і відносних величинах.
27. Прийняття рішення на основі кількісної оцінки ризику як коефіцієнта варіації полягає у виборі його:
- а) найбільшого значення;
 - б) найменшого значення;
 - в) значення більшого за 0,5.
28. Ризик цінних паперів визначається як:
- а) математичне сподівання норми прибутку;
 - б) коефіцієнт варіації норми прибутку;
 - в) середнє квадратичне відхилення норми прибутку.
29. Коефіцієнт кореляції норм прибутків цінних паперів двох видів змінюється в межах:
- а) $[-1; 1]$;
 - б) $[0; 1]$;
 - в) $[-0,5; 0,5]$.

30. Для обчислення ризику портфелю цінних паперів двох видів необхідна інформація:

- а) ризику цінних паперів усіх видів;
- б) ризику цінних паперів усіх видів, коефіцієнт кореляції їх норм прибутків та частки цінних паперів кожного виду у портфелі;
- в) ризику цінних паперів усіх видів та їх частки у портфелі.

31. Коефіцієнт кореляції норм прибутку двох акцій рівний 0:

- а) слабо корельовані;
- б) сильно корельовані;
- в) зв'язок між нормами прибутків двох акцій відсутній.

32. Має місце від'ємна кореляція. При цьому:

- а) норми прибутків двох акцій зростають;
- б) норми прибутків двох акцій спадають;
- в) при зростанні норми прибутку однієї акції, норма прибутку другої спадає.

33. Між частками трьох акцій в портфелі існує залежність:

- а) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$;
- б) $x_1 + x_2 + x_3 = 3$;
- в) $x_1 + x_2 + x_3 = 0$;

34. Величина σ_{ij} - це :

- а) дисперсія акцій;
- б) середнє квадратичне j акцій;
- в) коваріація i та j акцій.

35. У випадку, коли акція характеризується величинами норм прибутків R за T - періодів спостережень, сподіваний прибуток m обчислюють за формулою :

а) $m = \sum_{t=1}^T R_t$;

б) $m = \sum_{t=1}^T R_t \cdot t$;

в) $m = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T}$.

36. Лотерея – це ситуація, в якій:

- а) x_1 може відбутися з ймовірністю $p(x)$, а x_2 з ймовірністю $1-p(x)$;
- б) x може відбутися з ймовірністю $p(x)$;
- в) x може відбутися з ймовірністю 1.

37. У зоні допустимого ризику суб'єкт ризику може втратити:

- а) все майно;
- б) весь прибуток;
- в) всю виручку.

38. Прийняти рішення про доцільність випуску одного з видів продукції, якщо величини математичного сподівання прибутку рівні, а дисперсії:

а) $\sigma_1^2 = 86$;

б) $\sigma_2^2 = 80$;

в) $\sigma_3^2 = 90$.

39. Суб'єкт ризику володіє сумою 2000 грн., 400 грн. з цієї суми він вирішив вкласти в акції, решта суми покласти в банк на депозит. Частка вкладених коштів на депозит рівна:

а) $\frac{400}{2000}$;

б) $\frac{4}{5}$;

в) $\frac{1}{4}$.

40. Коефіцієнт варіації обчислюється за формулою:

а) $CV = \frac{\sigma}{m}$;

б) $CV = \frac{m}{\sigma}$;

в) $CV = \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$.

41. Коефіцієнт “бета” (β) звичайної акції показує:

а) на скільки відсотків наближено зміниться норма прибутку акції, якщо норма прибутку ринку зросте (знизиться) на 1%;

б) що норма прибутку акції зросте на 10% при умові збільшення норм прибутку ринку на 1%;

в) на скільки відсотків наближено зміниться норма прибутку акції, якщо норма прибутку ринку зросте на 5%.

42. Характеристична лінія цінного паперу відображається за допомогою:

а) кореляційної залежності сподіваної норми прибутку звичайної акції m від сподіваної норми прибутку ринку, котру вказує ринковий індекс m_M

$$m = \alpha + \beta \cdot m_M + e;$$

б) виробничої функції прибутку банку;

в) рівняння $y = 5x + 10$.

43. Реальна крива відсотка:

а) – це така норма, яка врівноважує попит і пропозицію на ринку капіталу;

б) не враховує премію за інфляційний ризик;

в) не враховує інфляційну премію.

44. Математичне сподівання норми прибутку портфеля цінних паперів, що складається з двох акцій визначається:

а) $m_p = x_1 m_1 + x_2 m_2$;

б) $m_p = x_1 m_1$;

в) $m_p = x_2 m_2$.

45. Ризик портфеля цінних паперів, що складається з двох акцій, визначається:

а) $\sigma_n = x_1 \sigma_1$;

б) $\sigma_n = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$;

в) $\sigma_n = x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2$.

Розрахункові завдання.

1. Будівельній фірмі запропонували три проекти будівництва. Відомі оцінки прогнозованих значень прибутку кожного з них та відповідні значення ймовірностей. Дані наведено в таблиці.

Оцінка можливого результату	Проект А		Проект В		Проект С	
	прибуток (млн. грн.)	Значення ймовірн. p	прибуток (млн. грн.)	Значення ймовірн. p	прибуток (млн. грн.)	Значення ймовірн. p
найгірший	A_1	a_1	B_1	b_1	C_1	c_1
середній	A_2	a_2	B_2	b_2	C_2	c_2
найкращий	A_3	a_3	B_3	b_3	C_3	c_3

Потрібно оцінити міру ризику кожного з цих проектів та обрати один із них для інвестування.

№ залікової	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_1	0,2	0,3	0,5	0,43	0,59	0,14	0,48	0,31	0,21	0,32
a_2	0,4	0,63	0,21	0,18	0,16	0,36	0,22	0,29	0,19	0,38
a_3	0,4	0,07	0,29	0,39	0,25	0,5	0,3	0,4	0,6	0,3
A_1	350	380	250	150	420	200	220	180	190	260
A_2	400	420	340	280	460	300	330	250	240	290
A_3	250	410	450	300	480	400	410	364	310	340
b_1	0,48	0,5	0,32	0,2	0,14	0,21	0,3	0,43	0,59	0,5
b_2	0,22	0,21	0,38	0,4	0,36	0,19	0,63	0,18	0,16	0,21
b_3	0,3	0,29	0,3	0,4	0,5	0,6	0,07	0,39	0,25	0,29
B_1	250	240	840	290	520	580	430	380	460	360
B_2	450	360	580	650	610	550	520	620	460	350
B_3	400	380	650	740	360	350	380	540	530	460
c_1	0,25	0,75	0,25	0,45	0,15	0,36	0,4	0,2	0,6	0,8
c_2	0,35	0,1	0,35	0,1	0,3	0,14	0,3	0,5	0,2	0,1
c_3	0,4	0,15	0,4	0,45	0,55	0,5	0,3	0,3	0,2	0,1
C_1	120	160	140	145	170	160	640	720	550	820

C_2	150	260	190	165	180	120	650	450	640	690
C_3	160	135	135	120	190	360	320	650	820	650

2. Розглядаються два інвестиційні проекти P_1 і P_2 . норма прибутку по кожному з них залежить від економічної ситуації. На ринку можливі два варіанти економічної ситуації: ситуація Θ_1 з імовірністю $0, k$ та ситуація Θ_2 з імовірністю $1-0, k$. Проекти неоднаково реагують на різні економічні ситуації. Прибуток проекту P_1 за обставин Θ_1 зростає на $k_1\%$, за обставин Θ_2 – на $k_2\%$; прибуток проекту P_2 за обставин Θ_1 падає на $(k_2+5)\%$, за обставин Θ_2 зростає на $k\%$. Для реалізації інвестиційного проекту інвестор змушений брати позику під $(k_2+3)\%$. Проведіть аналіз проектів P_1 і P_2 щодо реалізації одного з них.

3. Торгова фірма одержує вироби від трьох постачальників. Перший дає $k_1\%$ браку, другий $k_2\%$, третій 3% . Потрібно визначити частку продукції від кожного постачальника і з умови рівності ризиків торгової фірми відносно кожного з них, визначити загальний ризик торгової фірми.

4. Нехай певна особа має функцію корисності $U(x)$. Ця особа вивчає для себе можливість участі в одній з лотерей $L(N+10; 0, K; N+30)$ та $L(N+20; 0, 2; N+30)$. Якій з цих лотерей вона відасть перевагу, якщо:

а) $U(x)=(N/10)x^2, N[1.10]$;

б) $U(x)=\sqrt{x}, N[10.20]$;

в) $U(x)=2+3x, N[20.30]$;

5. Побудуйте дерево рішень і визначте найкраще рішення: а) без додаткового обстеження ринку; б) з додатковим обстеженням ринку.

Впровадити проект А чи проект В? Якщо ринок буде сприятливим, то проект А принесе прибуток у k тисяч грн., а проект В – $k/2$ тисячі грн.. При несприятливому ринку приватний підприємець втратить k_1 тисяч грн., якщо буде впроваджено А, і 3 тисячі грн. – якщо відкриється маленька. Не маючи додаткової інформації, приватний підприємець оцінює імовірність сприятливого ринку як $0,6$. Консультаційна фірма вважає сприятливий ринок з імовірністю $0,5$. Позитивний результат обстеження гарантує сприятливий ринок

з імовірністю 0,8. При негативному результаті ринок може виявитися сприятливим з імовірністю 0,3.

Примітка: k – дві останні цифри залікової книжки, k_1 – передостання цифра залікової цифри, k_2 – остання цифра залікової, N – номер студента по списку.

б. Дано дві акції виду А і В. для кожної з них можлива норма прибутку залежить від стану економіки. Експерти вказали на п'ять можливих станів економіки, а також на імовірність їх реалізації. Числові дані такі:

Стан економічного середовища	Імовірність P	Норма прибутку, %	
		А	В
Значне піднесення	0,1	A_1	B_1
Незначне піднесення	0,3	A_2	B_2
Стагнація	0,2	A_3	B_3
Незначна рецесія	0,3	A_4	B_4
Значна рецесія	0,1	A_5	B_5

а) Необхідно обчислити сподівану норму прибутку для цих ЦП.

б) обчислити ризик в абсолютному та відносному вираженні для кожного з ЦП та порівняти їх між собою.

Номер варіанту	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A1	200	205	160	100	120	140	160	130	310	120
A2	350	310	170	120	90	150	110	150	320	130
A3	300	230	180	130	180	160	150	160	210	110
A4	-100	-120	-120	-90	-80	-60	-210	-102	-50	-50
A5	-150	-130	-100	-80	-120	-120	-110	-130	-40	-110
B1	-100	-120	-130	-150	-65	-100	-110	-90	-80	-110
B2	-20	-50	-150	-240	-75	-90	-125	-80	-90	-150
B3	-150	-90	-60	-60	-60	-80	-50	-40	-50	-70
B4	200	130	150	320	450	160	160	560	640	460

B_5	350	320	320	330	350	150	280	660	780	580
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

7. Знайти найменш ризиковану стратегію, користуючись критеріями: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца, а також Байєса і Ходжеса-Лемана, якщо матриця прибутків має вигляд:

$$F = \begin{pmatrix} 4+\alpha & 7+\beta & 5+\gamma \\ 7+\beta & 3+\gamma & 6+\alpha \\ 4+\gamma & 2+\alpha & 8+\beta \end{pmatrix} \text{ при } p_1=0.3, p_2=0.5, p_3=0.2$$

Номер варіанту	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	5	6	4	7	9	5	1	8	6	1
β	2	9	1	5	4	6	7	8	1	6
γ	8	3	7	3	8	6	4	3	7	2

8. Підприємство може виготовляти чотири види продукції в залежності від трьох станів економічного середовища. Задані матриці матеріаломісткості F_1 та енергомісткості F_2 продукції. Суб'єкт керування задає пріоритет із ваговими коефіцієнтами $U_1=0,3$, $U_2=0,7$. має місце п'ята інформаційна ситуація. Визначити, який вид продукції повинно виготовляти підприємство.

$$F_1 = \begin{pmatrix} 4+\alpha & 3+\gamma & 8+\beta \\ 3+\gamma & 5+\gamma & 4+\gamma \\ 7+\beta & 1+\beta & 6+\alpha \\ 2+\alpha & 3+\gamma & 4+\alpha \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} 3+\alpha & 9-\gamma & 8+\beta \\ 5+\gamma & 1+\gamma & 9-\gamma \\ 9-\beta & 7+\beta & 6+\alpha \\ 2+\alpha & 6+\gamma & 9-\alpha \end{pmatrix}$$

Запитання для самоконтролю.

1. Поняття про ризик, види ризику, його аналіз.
2. Ризик і прибуток. Ризик в абсолютному виразі.
3. Ризик в відносному виразі. Рівність і нерівність Чебишева.
4. Поняття про корисність. Побудова функції корисності. Корисність за Нейманом, сподівана корисність.
5. Різне ставлення до ризику та корисність. Криві байдужості.

6. Інформаційні ситуації ступенів градації невизначеності. Перша інформаційна ситуація.
7. Критерії прийняття рішень у ситуації, що характеризується антагоністичними інтересами середовища.
8. Шоста інформаційна ситуація.
9. Прийняття рішень для декількох матриць оцінювання.
10. Вибір рішення для однієї матриці оцінювання та декількох критеріїв.
11. Класифікація задач стохастичного програмування. Однопродуктова задача управління виробництвом.
12. Моделювання ризику вкладів у банки та страхування майна.
13. Поняття про диверсифікацію, норму прибутку та ризик цінних паперів.
14. Оптимізація структури портфеля цінних паперів із двох різних видів акцій.
15. Оптимізація структури портфеля цінних паперів багатьох акцій.
16. Спрощена класична модель формування портфеля.
17. Загальні засади теорії портфеля, оптимізація його структури.
18. Вартість і час. Норма дисконту та ризик.
19. Визначення теперішньої та майбутньої вартості.
20. Основні зони ризику. Допустимий, критичний і катастрофічний ризику.
21. Побудова кривої ризику. Визначення гранично допустимого рівня ризику.
22. Методи побудови кривої ризику: статистичний, метод експертних оцінок.
23. Основні принципи розробки інвестиційної стратегії з урахуванням ризику. Методи оцінки інвестиційних проектів із урахуванням ризику.
24. Ризик щодо прийняття інвестиційних рішень. Вплив інвестиційних проектів на ризик підприємництва.
25. Структура та види запасів, резервів на непередбачені витрати. Управління запасами з урахуванням ризику.

Література

1. Вітлінський В.В. Наконечний С.І. «Ризик в менеджменті» К: 1996р.
2. Вітлінський В.В. Верчено П.І. «Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком» К: 2000р.
3. Штефанич Д.А. та ін., «Підприємницький ризик: суть, оцінка та шляхи попередження» Тернопіль: 1995р.
4. Черкасов В.В. «Деловой риск» К: 1996р.
5. Кононенко А.Ф. Холезов А.Д. «Принятие решений в условиях неопределённости» М: 1991р.
6. Нейман Дж. Моргенштерн О. «Теория игр и экономическое поведение» М: 1960р.
7. Івченко І.Ю. «Економічні ризики» К: 2004р.
8. Попіна С.Ю. Бабій Р.М. «Навчальний матеріал з курсу «економічний ризик і методи його вимірювання» для студентів економічних спеціальностей» Тернопіль 2001р.

Зміст

Анотація.....	3
1. Предмет «Управління ризиком»	4
2. Сутність ризику.....	7
2.1 Сутність ризику і його функції.....	7
2.2 Класифікація ризиків.....	7
2.3 Види ризиків.....	10
2.4 Аспекти управлінської діяльності.....	11
3. Кількісні оцінки економічного ризику.....	15
3.1 Ризик в абсолютному виразі.....	15
3.2 Ризик у відносному вираженні.....	19
4. Ризик і корисність.....	23
4.1. Поняття про корисність. Побудова функції корисності.....	23
4.2. Корисність за Нейманом. Сподівана корисність.....	23
4.3. Різне ставлення до корисності.....	25
4.4 Криві байдужості.....	29
4.5. Метод Делфі.....	31
4.6 Метод побудови дерева рішень.....	32
5. Диверсифікація, як спосіб зниження ризику. Теорія портфеля.....	37
5.1 Поняття про диверсифікацію, норму прибутку і ризик цінних паперів.....	37
5.2. Оптимізація пакету з двох різних видів акцій.....	43
5.3 Портфель з багатьох акцій.....	53
5.4 Спрощена класична модель формування портфеля.....	56
5.5 Загальні засади теорії портфеля, оптимізація його структури.....	60
6. Використання, теорії гри та статистичних рішень до моделювання ризику ..	66
6.1. Інформаційні ситуації ступенів градації невизначеності.....	66
6.2. Критерії прийняття рішень при заданому розподілі ймовірностей станів середовища.....	68
7. Прийняття багатоцільових рішень в умовах ризику.....	80
7.1 Прийняття рішення для декількох матриць оцінювання.....	80
7.2 Вибір рішення для однієї матриці оцінювання і декількох критеріїв.....	83
8. Ризик і стохастичне прогнозування.....	84
8.1. Класифікація задач стохастичного програмування.....	84
8.2. Задачі про оптимізацію вкладів в банки і страхування майна.....	84
9. Вартість, час і ризик.....	87
9.1. Вартість і час, і норма дисконту та ризик.....	87
9.2. Визначення теперішньої і майбутньої вартості.....	87
9.3. Система антиризикових заходів.....	89
Задачі для самостійного розв'язування.....	90
Тести.....	101
Розрахункові завдання.....	106
Запитання для самоконтролю.....	109
Література.....	111
Зміст.....	112