

МЕТОД УМОВНИХ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛІ ПОХИБКИ ТЕРМОПАР

Єрмоєнко В.О.¹⁾, Кочан О.В.²⁾

Тернопільський національний економічний університет

¹⁾ к.ф.-м.н., доцент; ²⁾ к.т.н., доцент

I. Постановка проблеми

На сьогодні універсальним методом дослідження похибок вимірювальних каналів є імітаційне моделювання. Це вимагає побудови високоякісних моделей компонентів каналів. У більшості вимірювальних каналів домінують похибки сенсорів. При вимірюванні температури термопарами (ТП) найбільше на результат вимірювання впливають:

1. Відхилення індивідуальної функції перетворення (ФП) ТП від номінальної. Згідно стандарту, для широко вживаних термопар ХА воно може досягати 4°C до 8°C залежно від температури;
2. Часовий дрейф ФП ТП. Згідно даних [1], для термопар ХА він може досягати 8°C за час експлуатації 1000 годин при вимірюваній температурі 800°C;
3. Набута в процесі тривалої експлуатації термоелектрична неоднорідність електродів ТП. Згідно даних [2], для термопар ХА вона може досягати 10...11°C при експлуатації 1000 годин при вимірюваній температурі 800°C.

Остання з перелічених похибок вважається найнебезпечнішою [3]. Для корекції та компенсації вказаних похибок розроблено ряд методів [2, 4-6]. Однак ефективність цих методів сильно залежить від умов експлуатації, їх змін, можливості уточнення коригуючих впливів під час експлуатації тощо. Тому для вибору максимально ефективного методу необхідно проведення спеціальних досліджень похибки ТП на протязі всього життєвого циклу. Для такого дослідження шляхом імітаційного моделювання розроблено спеціальний метрологічний програмний тест [7]. Для його роботи необхідно побудувати модель залежності похибки ТП від основних впливаючих факторів.

Одним з найкращих інструментів побудови математичних моделей є регресійний аналіз, який базується на використанні методу найменших квадратів (МНК). Однак, як показали спроби його використання для побудови моделей часового дрейфу термопар (див. п. 2) та похибки термопар від набутої неоднорідності (див. п. 3), всі без винятку моделі без вільного члена обох термоелектродів мають одну і ту ж саму особливість, а саме, сума залишків (збурень) моделі не дорівнює нулю. А умова рівності нулю вільного члена, по-перше, відображає фізичну суть перелічених процедур визначення цих похибок, а, по-друге, необхідна для того, щоби дана модель була математичним сподіванням процесу, отже адекватно описувала процес часового дрейфу термоелектродів. В усіх регресійних моделях, які досліджуються класичним МНК або його узагальненнями, автори явно або неявно постулюють відмінність від нуля вільного члена [8-11]. Тобто отримана регресійна модель не може бути досліджена з допомогою МНК для опису процесу дрейфу.

II. Мета роботи

Метою роботи є модифікація класичного методу найменших квадратів для того, щоби при побудові регресійних моделей похибок термопар одночасно не втрачався фізичний зміст процесу визначення похибки і забезпечувалися можливості регресійного аналізу щодо оцінки якості моделей.

III. Основна ідея методу умовних найменших квадратів

Найбільш небезпечною вважається третя складова похибки ТП (від набутої в процесі тривалої експлуатації термоелектричної неоднорідності електродів), тому розглянемо побудову моделі похибки ТП для методу її корекції згідно [2]. Метод реалізує перерахунок похибки ТП при зміні профілю температурного поля вздовж її електродів. Він передбачає поділ кожного електрода ТП на ряд ділянок. В межах кожної ділянки дрейф ФП ТП однаковий. Тоді сумарну похибку ТП Δ_{Σ}^{TC} для часу експлуатації τ знаходять сумуванням змін електрорушійної сили кожної ділянки обох електродів ТП від початкової $\Delta_i^{X,A}$, де i – номер ділянки. Зміни $\Delta_i^{X,A}$ викликані зміною профілю температурного поля вздовж термоелектродів, тобто відхиленням поточної температури кожної i – тої ділянки t_D від температури сталої експлуатації t_E . Для оцінки похибки від набутої неоднорідності потрібні регресійні моделі похибки кожної ділянки $\Delta_i^{X,A} = f(\tau, t_E, t_D)$.

Для аналізу використано результати експериментальних досліджень [1] як найбільш повні. Індивідуальні початкові відхилення ФП ТП (номер 1 у приведеному вище переліку), згідно [2], коригуються за результатами первинної повірки ТП. Тому індивідуальні моделі похибки кожної ділянки ТП $\Delta_i^{X,A} = f(\tau, t_E, t_D)$ починаються з нуля (вільний член відсутній). Регресійні моделі будувалися з допомогою програми Excel. Як базову функцію для їх побудови було використано поліноми другого, третього та четвертого порядку.

В отриманих поліноміальних регресійних моделях, побудованих класичним МНК, при умові рівності нулю вільного члена, математичне сподівання збурень (тобто похибок від набутої неоднорідності) не рівне нулю. Тому оцінки коефіцієнтів моделі є зміщеними, а дисперсія оцінок коефіцієнтів моделі – занижується, що, в свою чергу, веде до спотворення довірчих інтервалів похибки. В такому випадку кореляційне відношення (коефіцієнт детермінації \hat{R}^2 [10, 11]) вже не служить адекватною характеристикою якості моделі.

Якщо допустити, що вільний член не рівний нулю, то модель має всі нормальні властивості, але як вказувалося вище, суперечить фізичному змісту. Дослідження показали, що в деяких випадках значення вільного члена мале, тому ним можна було би знехтувати. Однак у більшості випадків значення суттєве, нехтувати ним не можна, похибка моделі часом зростає до 30%.

Пропонується досліджувати регресію при накладанні умови рівності нулю математичного сподівання збурень. Для цього будується функція Лагранжа

$$L(a_1, \dots, a_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i) \quad , \quad (1)$$

де a_1, \dots, a_n – параметри регресії; y_i, \hat{y}_i – спостережені та обчислені за моделлю значення $\Delta_i^{X,A}$.

Тоді коефіцієнти регресійної моделі знаходяться із системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0, & \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, & i = \overline{1, \dots, n} \end{cases} \quad . \quad (2)$$

Цей метод пропонується назвати “методом умовних найменших квадратів” – МУНК. Треба відзначити, що різниця між значеннями коефіцієнтів, отриманими класичним МНК та МУНК – мала – для ТП вона не більша 2%. Але коефіцієнти a_1, \dots, a_n , отримані з (2), як оцінки відповідних параметрів регресійної моделі, мають фізичний зміст і властивості незміщеності, внаслідок чого показники якості моделі стають коректними.

В доповіді будуть приведені результати експериментальних досліджень параметрів регресійних моделей, побудованих традиційним МНК і пропонованим МУНК. Слід відзначити, що довести мінімальність дисперсій отриманих МУНК-оцінок параметрів моделей поки що не вдалося.

Список використаних джерел

1. Рогельберг Н.А. Изменения термоэлектрической силы проволоки из хромеля и алюмеля при нагреве на воздухе при 800°С продолжительностью до 10000 ч. Том III. / Рогельберг Н.А., Пигидина Э.Н., Покровская Г.Н. и др. – Сб. Исследование сплавов для термопар. – Труды института Гипроцветметобработка. – Москва: Металлургия, 1969.
2. Васильків Н.М. Підвищення точності вимірювання температури термопарами в процесі експлуатації автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.11.04 / Н.М. Васильків. – Львів, 2011. – 20 с.
3. Киренков И.И. Некоторые законы термоэлектрической неоднородности // Исследования в области температурных измерений: Сб. тр.- М.: ВНИИМ.-1976.-С.11-15.
4. Саченко А.А. Разработка методов повышения точности и создание систем прецизионного измерения температуры для промышленных технологий: дис. ... доктора техн. наук : 05.11.16 / Саченко Анатолий Алексеевич. – Ленинград, 1988. – 278 с.
5. Чирка М.І. Підвищення точності вимірювання температури термоелектричними перетворювачами в нерівномірних теплових полях : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.11.04 "Прилади та методи вимірювання теплових величин" / М.І. Чирка. – Львів, 1997. – 20 с.
6. Кочан О.В. Термоелектричний перетворювач з керованим профілем температурного поля: автореф. дис. ... к. т. н.: спец. 05.11.04 – прилади і методи вимірювання теплових величин / О.В. Кочан. – Львів, 2011. – 20 с.
7. Кочан Р.В. Тестування інтелектуальних систем збору даних з допомогою метрологічного програмного тесту / Р.В. Кочан. // Вісник Національного Університету Львівська Політехніка. Секція Автоматика, вимірювання та керування. - №500. - 2004. – С. 9-18.
8. Rawlings J.O. Applied Regression Analysis: A Research Tool, Second Edition / J.O. Rawlings, S.G. Pantula, D.A. Dickey. - Springer-Verlag - 1998. - 678 p.
9. Єрьоменко В.О. Економетрія (економетрика) / В.О. Єрьоменко, А.М. Алілуйко, О.М. Мартинюк, С.Ю. Попіна – Тернопіль, Підручники і посібники, 2011. – 114 с.
10. Назаренко О.М. Основи економетрики. Вид. 2-ге, перероб. Підручник. / О.М. Назаренко. – Київ: „Центр навчальної літератури”, 2005. – 392 с.
11. Грубер Й. Эконометрия, том 1. Введение в эконометрию / Й. Грубер. – К.: „Астарта”, 1996. – 397 с.