

УДК 519.876.5

АЛГОРИТМ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНОГО РІЗНИЦЕВОГО ОПЕРАТОРА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛІВ КОНЦЕНТРАЦІЙ ШКІДЛИВИХ ВИКИДІВ АВТОТРАНСПОРТУ

Войтюк І.Ф.

Тернопільський національний економічний університет

Останнім часом особливо актуальною є проблема мінімізації забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту. Сьогодні у кожному великому місті існують можливості отримання реальних концентрацій по великій групі шкідливих речовин вимірювальними засобами, які є у санітарно-епідеміологічній станції (СЕС) міста. Проте, для встановлення реальних концентрацій шкідливих викидів виникають три проблеми. По-перше, вимірювальні засоби СЕС для встановлення концентрацій шкідливих речовин відзначаються достатньо низькою точністю – 20-50%. По-друге процес вимірювання здійснюється шляхом забору повітря у певних точках міста і у різні моменти часу може суттєво відрізнятись, через вплив інтенсивності транспортних потоків, різних погодних умов, інтенсивності провітрювання території, тощо. По-третє процес вимірювання є високовартісним, тому проводиться в окремих частинах міста і достатньо рідко.

Вказані проблеми спонукають до застосування апарату математичного моделювання з метою побудови адекватної моделі поля концентрацій на певний період, придатної для встановлення території, де є перевищення концентрацій шкідливих викидів.

Постановка задачі ідентифікації інтервального різницевого оператора

Розглянемо випадок опису поля концентрацій шкідливих викидів речовини в приземистому шарі атмосфери макромоделлю у вигляді такого різницевого оператора:

$$v_{i,j} = f^T(v_{0,0}, \dots, v_{0,j}, v_{1,0}, \dots, v_{1,j}, \dots, v_{i-1,j-1}) \cdot \vec{g}, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L, \quad (1)$$

де $f(\bullet)$ - в загальному випадку відоме нелінійне перетворення, що задає структуру різницевого оператора; $v_{i,j}$ - прогнозоване (істинне) значення концентрації шкідливої речовини в приземистому шарі атмосфери у точці міста з дискретними координатами i,j ; \vec{g} - невідомий вектор (розмірністю $m \times 1$) параметрів різницевого оператора.

Для оцінювання вектора параметрів \vec{g} різницевого оператора використовуємо результати спостережень за концентрацією шкідливої речовини для заданих дискретних значень координат i,j :

$$\tilde{v}_{i,j} = v_{i,j} + e_{i,j}, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L \quad (2)$$

де $\tilde{v}_{i,j}$ - виміряне значення концентрації шкідливої речовини в приземистому шарі атмосфери у точці міста з дискретними координатами i,j ; $e_{j,k}$ - випадкові обмежені за амплітудою похибки

$$|e_{1,j}| = |e_{2,j}| = \dots = |e_{i,j}| \leq \Delta_{i,j}, \quad \Delta_{i,j} > 0 \quad \forall \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L \quad (3)$$

які в загальному випадку залежать від дискретних значень координат місцевості.

Із використанням моделі спостережень (2) та урахуванням обмеженості за амплітудою похибки (3), оцінки концентрації шкідливої речовини, отримані на основі експериментальних даних набувають інтервального представлення

$$[z_{i,j}] = [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+] = [(\tilde{v}_{i,j} - \Delta_{i,j}); (\tilde{v}_{i,j} + \Delta_{i,j})], \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L \quad (4)$$

де $[z_{i,j}^-; z_{i,j}^+]$, - гарантований інтервал, який включає істинне невідоме значення концентрації речовини, тобто

$$v_{i,j} \in [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+] \quad \forall i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L \quad (5)$$

Тоді, підставляючи у вираз (5) значення $v_{i,j}$, яке задається різницевим оператором (2) отримуємо умови узгодження експериментальних значень концентрацій із модельованими

$$z_{i,j}^- \leq f^T(v_{0,0}, \dots, v_{0,k}, v_{1,0}, \dots, v_{1,j}, \dots, v_{i,j}) \cdot \bar{g} \leq z_{i,j}^+ \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L. \quad (6)$$

Однак на практиці застосування різницевого схем для побудови макромоделей вимагає задання деяких початкових умов із подальшим застосуванням рекурентних схем для отримання прогнозних значень модельованої величини.

Нехай початкові умови стосовно концентрацій шкідливих викидів задані в межах інтервальних оцінок концентрацій шкідливих викидів у вигляді $[\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+] \subseteq [z_{0,0}^-; z_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+] \subseteq [z_{i-1,j-1}^-; z_{i-1,j-1}^+]$. Тоді прогнозовані значення концентрацій шкідливих викидів на основі різницевого оператора зі структурою (1) отримаємо за таким виразом

$$[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] = f^T([\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+]) \cdot \bar{g}, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L, \quad (7)$$

де $[\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+]$ - задані у вигляді початкових умов та спрогнозовані у точках з координатами $i-1=0, \dots, N-1, \quad j-1=1, \dots, L-1$ на основі макромоделі інтервальні оцінки концентрацій шкідливих викидів; \bar{g} - вектор невідомих оцінок параметрів різницевого оператора.

За цих умов, критерієм для отримання оцінок параметрів різницевого оператора будуть такі включення:

$$[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] = [\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] \subseteq [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+] = [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+], \quad \forall i=0, \dots, N, \quad j=0, \dots, L, \quad (8)$$

Оскільки для отримання інтервалу прогнозованої характеристики $[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+]$ за формулою різницевого оператора (7) необхідно проводити обчислення за правилами інтервальної арифметики, то такий оператор називатимемо інтервальним різницевим оператором.

Підставляючи інтервальні оцінки $[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+]$, $i-1=0, \dots, N-1, \quad j-1=1, \dots, L-1$ задані у вигляді початкових умов та обчислені за формулою (7) в умови (8), отримаємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь

$$\begin{cases} [\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+] \subseteq [z_{0,0}^-; z_{0,0}^+], \dots \\ z_{i,j}^- \leq f^T([\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+]) \cdot \bar{g} \leq z_{i,j}^+, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, L \\ [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+] = f^T([\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-2,j-2}^-; \hat{v}_{i-2,j-2}^+]) \cdot \bar{g} \end{cases} \quad (9)$$

Отже задача ідентифікації параметрів інтервального різницевого оператора (7) за умов (8) є задачею розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь у вигляді (9). Відомо [3], що розв'язками цієї системи є не опукла область. У праці [3] розглянуто алгоритм та метод розв'язування даної задачі, побудований на ітераційній схемі випадкового пошуку оцінок параметрів різницевого оператора. Розглянемо особливості цієї обчислювальної схеми.

Алгоритм структурної ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора

Для перевірки «якості» поточної оцінки вектора параметрів різницевого оператора приймають, що якість наближення буде тим вищою, чим ближче буде прогнозований коридор, побудований на основі даного наближення вектора параметрів, до експериментального. У випадку, коли знайдена найкраща оцінка вектора параметрів різницевого оператора для заданої структури, то вказане правило будемо використовувати для оцінки якості поточної структури.

Таким чином якість наближення визначають за допомогою різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозних та експериментальних інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Формально ці умови для нашого випадку запишемо так:

$$\delta(\bar{g}) = \max_{i=0, \dots, N, j=0, \dots, L} \left\{ \text{mid}([\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+]) - \text{mid}([z_{i,j}^-; z_{i,j}^+]) \right\} =$$

$$\max_{i=0, \dots, N, j=0, \dots, L} \left\{ \text{mid}(f^T([\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+]) \cdot \bar{g}) - \text{mid}([z_{i,j}^-; z_{i,j}^+]) \right\},$$

якщо $[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] \cap [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+] = \emptyset, \quad \exists i=0, \dots, N, \quad \exists j=0, \dots, L.$ (10)

$$\delta(\bar{g}) = \max_{i=0, \dots, N, j=0, \dots, L} \left\{ \text{wid}([\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+]) - \text{wid}([\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] \cap [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+]) \right\} = \max_{i=0, \dots, N, j=0, \dots, L} \left\{ \text{wid}(f^T([\hat{v}_{0,0}^-; \hat{v}_{0,0}^+], \dots, [\hat{v}_{0,j}^-; \hat{v}_{0,j}^+], [\hat{v}_{1,0}^-; \hat{v}_{1,0}^+], \dots, [\hat{v}_{1,j}^-; \hat{v}_{1,j}^+], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1}^-; \hat{v}_{i-1,j-1}^+]) \cdot \bar{g}) - \text{wid}([z_{i,j}^-; z_{i,j}^+]) \right\}$$

якщо $[\hat{v}_{i,j}^-; \hat{v}_{i,j}^+] \cap [z_{i,j}^-; z_{i,j}^+] \neq \emptyset$
 $\forall i=0, \dots, N, \quad \forall j=0, \dots, L$ (11)

де $mid(\bullet)$, $wid(\bullet)$ - операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

Умовою завершення обчислювальної процедури є: $\delta(\hat{g}) = 0$.

Отже, формули (10), (11) надають не тільки можливість забезпечити знаходження оптимальної оцінки параметрів різницевого оператора, але і провести оцінку якості його структури.

Для синтезу оптимальної структури (для якої виконається умова $\delta(\hat{g}) = 0$) необхідно організувати послідовне генерування структур із використанням методів індуктивного моделювання. При цьому пошук оптимальних структур здійснюватимемо за допомогою генетичного алгоритму. Надалі будемо користуватися такою термінологією: під хромосомою будемо розуміти упорядкований набір структурних елементів різницевого оператора; під геном будемо розуміти окремих структурний елемент; під особою будемо розуміти загальний вид різницевого оператора безвідносно до значень його параметрів; під популяцією особин будемо розуміти набір згенерованих структур різницевого оператора. Задачу отримання оптимальної структури різницевого оператора реалізуємо за схемою, поданою нижче.

Крок 1. Генерування набору структурних елементів (генів), які гарантовано включають усі структурні елементи шуканої структури різницевого оператора.

Це надзвичайно складний крок, оскільки генерування малої потужності множини структурних елементів часто унеможлиблює пошук оптимальної структури. Тим часом як суттєве збільшення потужності множини структурних елементів суттєво підвищить обчислювальну складність задачі.

Крок 2. Випадкове генерування структур (особин із певними хромосомами) із множини структурних елементів, отриманих на першому кроці.

На цьому кроці важливим є генерування достатньої множини можливих структур. В той же час, суттєве збільшення популяції особин може призвести до підвищення обчислювальної складності задачі.

Крок 3. Оцінка якості згенерованих структур за формулами (10), (11) та селекція певної популяції найкращих особин.

Якщо на цьому кроці існує хоча б одна структура, для якої $\delta(\hat{g}) = 0$, то – завершення процедури структурної ідентифікації. У випадку, коли цих структур декілька, то вибір єдиної здійснюється на основі додаткових критеріїв селекції, наведених у праці [2]. В іншому випадку – формування популяції найкращих особин (з найменшими $\delta(\hat{g})$) і перехід на наступний крок.

Крок 4. Схрещування найкращих особин у популяції, яке здійснюється випадковим чином на основі відомих в теорії генетичних алгоритмів процедур та перехід на крок 3.

Процедуру схрещування структур реалізуємо наступним чином. Із генів (структурних елементів) однієї хромосоми та другої хромосоми формуємо множину генів (структурних елементів), які при комбінуванні сформують певну популяцію особин із різними хромосомами. При цьому кількість генів у хромосомах особин нової популяції вибирається випадковим чином на інтервалі – від мінімальної кількості генів у хромосомі однієї особини до максимальної кількості генів у хромосомі другої особини, що схрещуються. Наприклад, якщо хромосома першої особини мала б генів, а хромосома другої особини, що приймала участь у схрещуванні мала 10 генів, то кількість генів у нащадках буде змінюватися від 6 до 10. Зауважимо, що кількість особин у популяції на цьому етапі вибирається якомога більшою, але при цьому вона не повинна бути дуже великою, оскільки це суттєво підвищує обчислювальну складність задачі. З метою уникнення вилучення кращих індивідів, обидві батьківські особини включаються у популяцію нащадків.

Висновки

1. Вперше запропоновано та обґрунтовано для побудови моделей полів концентрацій шкідливих викидів у приземистому шарі атмосфери в умовах великих похибок спектроаналізаторів (0,25%) використати макромоделі у вигляді різницевого оператора, які на відміну від існуючих побудовано із використанням методів аналізу інтервальних даних.

2. Побудовано алгоритм структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора для пошуку оптимальної моделі поля концентрацій шкідливих викидів у приземистому шарі атмосфери.

Список використаних джерел

1. Дивак М. П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язування в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М. П. Дивак, Т. М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. – 2009. – С. 35-43.
2. Дивак М. П. Структурна ідентифікація інтервальних різницевого оператора / В. І. Манжула, І. Ф. Войтюк // Вісник Тернопільського державного технічного університету, 4 (16). – Тернопіль, 2010.