Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції студентів та аспірантів, м. Чернівці, 16-17 березня 2010 р. – Чернівці: ЧТЕІ КНТЕУ, 2010. – С.470-471.
2. Інструкція про порядок обчислення та сплати збору за забруднення навколишнього природного середовища: від 19.07.1999 №162/379 / Міністерство охорони навколишнього середовища та ядерної безпеки України. – Офіц. вид. – К.: „ГК", 1999. – 54 с.
3. Дивак М.П. Інтервальне моделювання динаміки збитків внаслідок забруднення автотранспортом // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. - № 3 (13) – С. 32-40.
4. Кушнір О.К. Інтервальне оцінювання збитків навколишньому середовищу внаслідок діяльності автотранспорту /О.К.Кушнір, М.П. Дивак, Л.І. Гончар // Моделювання та інформаційні системи в економіці: Збірник наукових праць. – К.:КНЕУ, 2011. – Вип.83. – С.92-106.

УДК 510.22:519.71

ДИСКРЕТНІ МОДЕЛІ ЦИФРОВОГО КЕРУВАННЯ ДИНАМІЧНИМ ОБ'ЄКТОМ

Личак М.М.[1], Кравченко А.В.[2]
[1]Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України,
[2]Державне космічне агентство України

Достатньо загальною математичною моделлю керованих динамічних систем є векторні диференціальні рівняння в формі Коші

$$\frac{dX}{dt} = \dot{X}(t) = \Phi[X(t), U(t), L, F(t), t], \quad t \geq t_0,\, X(t_0) = X^{(0)}, \tag{1}$$

де $X(t)$ – m-мірний вектор стану системи, $U(t)$ – r-мірний вектор керувань, $F(t)$ – k-мірний вектор зовнішніх неконтрольованих збурень, L – s-мірний вектор постійних параметрів об'єкту, t_0 – початковий момент часу, з якого ведеться розгляд функціонування системи, $X^{(0)}$ – стан системи в початковий момент часу.

Частинним випадком керованої нелінійної динамічної системи є лінійна система, коли всі змінні величини (крім часу) в правій частині векторного диференціального рівняння (1) входять лінійно (тобто в першій степені). Таку систему можна переписати у вигляді

$$\dot{X} = AX + BU + DF(t), \quad t \geq 0, \quad X(0) = X^{(0)}, \tag{2}$$

де A — матриця розмірності $(m \times m)$, B — матриця розмірності $(m \times r)$, D — матриця розмірності $(m \times k)$, причому ці матриці можуть бути як постійними, так і нестаціонарними, тобто залежними від часу. В багатьох випадках нелінійна динамічна система (1) допускає лінеаризацію для поточного моменту часу $t = t^*$ і в околі поточної точки $X(t) = X(t^*) + \Delta X(t)$ у вигляді лінійної системи виду (2).

Сучасні системи керування динамічними об'єктами будуються на основі засобів цифрової техніки, а в цьому випадку керування і вимірювання дискретні, хоча сам рух системи неперервний. Дискретність керування розуміється в тому змісті, що компоненти вектора $U(t)$ задовольняють умовам

$$u_j(t) = u_{j,n} = const\ \forall\ t \in [nT; (n+1)T), T = const, t_0 = n_0 T, n = n_0, n_0 + 1, ..., j = \overline{1, r}, \tag{3}$$

тобто значення керувань після їх корекції в дискретні моменти часу nT залишаються незмінними протягом наступного після зміни керування інтервалу часу T. При цьому на кожному такому інтервалі часу пряме чи посереднє вимірювання вектора стану відбуваються теж в дискретні моменти часу $t_n = nT$.

Таким чином, рух об'єкту керування є неперервним і описується нелінійними диференціальними рівняннями (2), а компоненти вектора керування описуються амплітудно-модульованими розривними функціями часу (3), амплітуди яких можуть корегуватись лише в дискретні моменти часу, причому будувати керування у вигляді зворотного зв'язку можна на основі дискретних вимірювань Якщо навіть вважати, що дискретність за часом вимірювань задовольняє умові теореми Котельникова, то відновити неперервні значення вектора стану можна буде лише після завершення перехідних процесів і встановлення положення рівноваги, що вже втрачає сенс для синтезу керування. Таким чином, користуватись цими частинами опису безпосередньо для побудови і аналітичних досліджень алгоритму цифрового керування на практиці надто важко. Тому пропонується для синтезу керування з метою забезпечення високої якості перехідних процесів будувати і використовувати математичну модель такої замкнутої системи керування у вигляді системи нелінійних різницевих рівнянь. Це дозволяє прогнозувати рух замкнутої системи на декілька кроків вперед і на цій основі добиватися високої точності підтримання заданих значень стану об'єкту.

I. Математичні моделі дискретного керування неперервним рухом нелінійного динамічного об'єкту

Шлях вирішення проблеми побудови дискретної моделі цифрового керування динамічним об'єктом продемонструємо на прикладі системи цифрового керування параметрами орієнтації штучного супутника Землі (ШСЗ). Розглянемо задачу орієнтації ШСЗ відносно орбітальної (зв'язаної з ним і його орбітою) системи координат (ОСК) (див., наприклад, [1, 2]). Будемо вважати, що ШСЗ обертається навколо Землі з постійною кутовою швидкістю e. При цьому його орієнтація характеризується вектором кутів Крилова – $Q^T = (\gamma, \psi, \vartheta)$, а обертання ОСК відносно інерціального простору характеризується вектором кутових швидкостей – $\omega^T = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$. Кут ψ при цьому характеризує поворот об'єкту в площині горизонту і називається кутом рискання, кут ϑ визначає нахил поздовжньої осі об'єкта (вздовж напрямку руху по орбіті) до площини горизонту і називається кутом тангажу, а кут γ визначає поворот об'єкту навколо поздовжньої осі і його називають кутом крену. В ролі керування виступає вектор керуючих моментів $M^T = (M_1, M_2, M_3)$, що створюються за допомогою системи гіродінів (чи електродвигунів-маховиків), що забезпечують правильну орієнтацію космічного апарату (КА) в польоті та не допускають його хаотичного обертання.

Тоді рівняння обертального руху ШСЗ відносно центру мас мають вигляд

$$\dot{Q} = A(Q)\,\omega + b\,, \tag{4}$$

$$J \cdot \dot{\omega} = -D(\omega) \cdot J\omega + M\,, \tag{5}$$

де вектор $b^T = (0, 0, e)$, $J = diag\{J_1, J_2, J_3\}$ – матриця моментів інерції ШСЗ,

$$A(Q) = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ \sin\psi \cdot tg\gamma & 1 & -\cos\psi \cdot tg\gamma \\ -\dfrac{\sin\psi}{\cos\gamma} & 0 & \dfrac{\cos\psi}{\cos\gamma} \end{pmatrix}, \qquad D(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Точці рівноваги відповідає розв'язок $Q(t) \equiv 0, \omega(t) \equiv \omega_0 = (0, 0, -e)$ системи рівнянь (1), (2). Дискретність керування орієнтацією ШСЗ означає, що компоненти вектора $M(t)$ задовольняють умовам виду (3). Як правило, в системах керування орієнтацією сучасних ШСЗ оцінювання параметрів орієнтації виконується на протязі 2-5 мсек. Тривалість такту керування може бути такою ж, або в декілька разів більшою, але не більше 30мсек (0,03с.).

Динаміку руху замкнутої дискретної системи керування опишемо шляхом переходу від диференційних рівнянь (4), (5), до апроксимуючих їх різницевих рівнянь, які описують зміни вектору стану системи з моменту часу $t_n = nT$ до його ж значення в момент часу $t_{n+1} = (n+1)T$.

Перш за все, розглянемо випадок малих відхилень від термінальних значень $Q = 0$ і ω_0. Тоді можна розглянути лінеаризовані рівняння (4), (5) в малому околі точки рівноваги (див., наприклад, [2]) виду (2), котрі легко проінтегрувати на інтервалі часу $[nT; (n+1)T)$ [2, 3]. Таким чином, отримаємо систему лінійних різницевих рівнянь, котрі для малих відхилень достатньо точно описують перехід динамічної системи (4), (5) із стану в момент $t_n = nT$ до $t_{n+1} = (n+1)T$. Для випадку малих відхилень від точки рівноваги на основі отриманих лінійних різницевих рівнянь можна побудувати оптимальне «в малому» лінійне дискретне стабілізуюче керування [2, 3].

Для більших відхилень початкового стану від положення рівноваги в рівняннях (4), (5), можна використати відомі різницеві схеми їх чисельного рішення [4]. Із схеми Ейлера отримаємо

$$Q_{n+1} = Q_n + T \cdot [A(Q_n)\omega_n + b]\,, \tag{7}$$

$$J \cdot \omega_{n+1} = J \cdot \omega_n - T \cdot D(\omega_n) \cdot J\omega_n + T \cdot M_n\,. \tag{8}$$

Більш точний опис (одначе, більш і складний) дають так звані різницеві схеми Рунге-Кута [4], проте їх застосування не завжди виправдане, через ускладнення досліджень таких нелінійних різницевих рівнянь при рішенні задач керування.

Таким чином, розбиваючи фазовий простір замкнутої системи на область «в малому», де буде справедлива лінійна дискретна модель, і решту фазового простору, де справедлива нелінійна дискретна модель (7), (8), отримаємо загальну дискретну апроксимаційну модель цифрового керування динамічним об'єктом (4), (5).

Проведене цифрове моделювання роботи моделі (7), (8), підтвердило її працездатність. Так, при початкових відхиленнях кутів Крилова від точки рівноваги (нульові значення кутів) порядку десяти градусів (по модулю) і коли такт керування триває 30мсек, то максимальна похибка прогнозу значень компонент вектора стану в кінці такту за моделлю (порівняно з результатом безпосереднього інтегруванням системи (4), (5) при тих же керуючих моментах) не перевищує 0,3%.

Список використаних джерел

1. Волосов В.В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №5. – С. 31-41.
2. Лычак М.М., Шевченко В.М. Управление ориентацией искусственного спутника Земли с использованием множественных оценок, определяемых линейными неравенствами // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №5. – С. 135-144.
3. Кунцевич В.М., Личак М.М. Синтез оптимального управления, реализуемого на ЦВМ и выбор оптимальной частоты квантования по времени // Автоматика и телемеханика. – 1980. – №5. – С. 57-64.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука. – 1978. – 512 с.

УДК 510.22:519.71

ОЦІНЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЗНАЧЕНЬ НЕВІДОМОГО ПРОЦЕСУ, ВИМІРЯНОГО З ПОХИБКАМИ

Личак М.М.[1], Євтушок В.П.[2]
[1]Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України,
[2]Хмельницький національний університет.

Нехай відомо, що модель вимірювань чи спостережень деякого реального процесу можна представити у вигляді

$$y_n = x_n + f_n, \quad n \in (1; M), \tag{1}$$

де y_n –скалярна числова послідовність, що отримуються в результаті M вимірювань, x_n – невідома послідовність істинних значень вимірюваного процесу, а f_n – невідома обмежена послідовність, що відображає похибки вимірювань. На основі цієї моделі далі може будуватися процедура обробки отриманих значень для обчислення оцінок істинних значень процесу. Але для цього слід ввести деякі припущення про природу і характер поведінки послідовності f_n, яка задає невизначеність даних про процес x_n. Значення похибок вимірювань є обмежені, а також обмежена їх перша різниця

$$|f_n| \le \delta = const, \quad |\Delta f_n| \le \gamma = const\ \forall n, \quad \Delta f_n = f_{n+1} - f_n\,. \tag{2}$$

Тобто, значення членів числової послідовності f_n є не передбачуваними, але вони задовольняють умову (2). Це дозволяє використовувати множинну інтерпретацію вказаної невизначеності, яка базується на припущенні про існування деяких множинних оцінок невідомих значень похибок вимірювань. Суттєвою операцією при первинній обробці обмеженого процесу є гладження його та першої різниці ковзними вікнами з вибраною фіксованою шириною, бо результати такого гладження є також обмеженими процесами [1]. Передбачається, що для такого процесу f_n існують обмежені функції $m_l(N)$ та $m_u(N)$, для яких справедливі нерівності

$$-\delta \le m_l(N) \le \frac{1}{N_0}\sum_{i=-N}^{i=N} f_{n+i} \le m_u(N) \le \delta\ \forall n,\ N = 0,1,2,\dots\ . \tag{3}$$

Також для процесу Δf_n існують обмежені функції $\nabla m_l(N)$ та $\nabla m_u(N)$, для яких справедливі нерівності

$$-\gamma \le \nabla m_l(N) \le \frac{1}{N_0}\sum_{i=-N}^{i=N} \Delta f_{n+i} = N_0^{-1}(f_{n+N+1} - f_{n-N}) \le \nabla m_u(N) \le \gamma\ \forall n,\ N = 0,1,2,\dots, \tag{4}$$

Функції $m_l(N)$, $m_u(N)$, $\nabla m_l(N)$ та $\nabla m_u(N)$ можна визначити експериментально, проводячи обробку достатньо довгих і представницьких реалізацій вимірювань відомих еталонних процесів.