розмірності вектора L зростають розміри множини Ω_L, а значить розширюються межі (10) і зростає функціонал (12). Проведене цифрове моделювання підтверджує існування скінченого оптимального S.

Та існує кардинальне вирішення цієї проблеми шляхом використання в ролі базисних – сплайн-функцій. Тобто, коли весь інтервал вимірювань розбивається на певну кількість підінтервалів, в межах кожного з яких корисний сигнал апроксимується виразом (5) з одними і тими ж базисними функціями, але з різними коефіцієнтами. При цьому в граничних сусідніх дискретних точках накладається обмеження на різницю значень апроксимуючих виразів для цих сусідніх підінтервалів, що забезпечує гладкість результуючої апроксимації невідомого корисного сигналу. При такому підході теж отримується множинна оцінка невідомих коефіцієнтів у вигляді системи лінійних нерівностей, аналогічній (6), (7). Різниця полягає лише в зменшенні кількості використовуваних базисних функцій. Кількість невідомих коефіцієнтів, якщо і зросте, то незначно. Але як і завжди при використанні сплайн-функцій, підвищиться точність і наочність такої апроксимації.

Список використаних джерел

1. Лычак М.М. Анализ циклических процессов солнечной активности // Проблемы управления и информатики. – 2006. – №1-2. – С. 248-259.
2. Лычак М.М., Евтушок В.П. Интервальный (множественный) анализ процессов // Управляющие системы и машины. – 2009. – № 1. – С. 39-46.
3. Лычак М.М. Множественная фильтрация // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №5. – С. 63-76.

УДК 519.876.5

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ОСОБЛИВОСТІ ЗАДАЧ ЗНАХОДЖЕННЯ ДОПУСКОВИХ ОЦІНОК ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

Очеретнюк Н.П., Неміш В.М.

Тернопільський національний економічний університет

I. Постановка проблеми

Однією із важливих науково-технічних задач, котра виникає у різних галузях, є задача синтезу допусків. Така задача постає у радіотехніці при знаходженні допусків РЕК [3], в медицині – для знаходження допускової області безпечного хірургічного втручання [2], в технологічних процесах, де необхідно синтезувати область допусків управління у такий спосіб, щоб характеристики процесу перебували у заданому коридорі тощо.

Незалежно від області застосування методів синтезу допусків усі вони базуються на двох критеріях:

- максимізація допускової області чи її оцінки;
- мінімізація обчислювальної складності задач допускового оцінювання.

Одним із найбільш перспективних методів для розв’язання вищеописаних задач є метод допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів на основі побудованих моделей об’єктів, якими в даному випадку є переважно статичні системи.

Технологія розв’язування задач за допомогою еліпсоїдного оцінювання полягає у встановленні меж на характеристики параметрів системи із заданням алгебричних виразів, які зв’язують ці характеристики із параметрами елементів (математичних моделей) і побудови еліпсоїдної оцінки параметрів, котра б відзначалася максимальними розмірами (наприклад – об’ємом).

Незважаючи на усі розроблені методи оцінки параметрів моделей багатовимірними еліпсоїдами, усі вони відзначаються високою обчислювальною складністю. Найоптимальнішим щодо затрати обчислювальних ресурсів виступають двокрокові методи пошуку допускових еліпсоїдних оцінок. На першому кроці, у яких шукають конфігурацію допускового еліпсоїда, а на наступних підбирають радіус так, щоб забезпечити включення знайденої оцінки у реальну допускову область. Ітераційна процедура такого методу оцінювання включає крок максимізації об’єму еліпсоїда при додаванні чергового обмеження на характеристику РЕК. Недоліком цієї процедури є необхідність розв’язання складної нелінійної задачі оптимізації розміру еліпсоїдних оцінок параметрів, яка, як правило, не має єдиного розв’язку. Тому у даній праці розв’язується актуальна задача отримання спрощеного алгоритму даної ітераційної процедури.

II. Математична постановка задачі

Нехай залежності між вихідними характеристиками системи та параметрами задаються у вигляді лінійного алгебричного рівняння :

$$y_j(\vec{b}) = b_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}_j) + \ldots + b_m \cdot \varphi_m(\vec{x}_j) \tag{1}$$

де $y_j(\vec{b})$ – номінальне значення вихідної характеристики; $\vec{x}_j$ – вектор вхідних змінних; $\vec{\varphi}(\vec{x}_j)$– відомий вектор базисних функцій; $\vec{b}$ – невідомий вектор параметрів.

Нехай задано обмеження на вихідні характеристики $[y_j^-; y_j^+]$, $j = 1,...,N$. Тоді допускову область будемо шукати у вигляді множини векторів параметрів – $\vec{b}$, що задовільняють таку інтервальну систему N лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР)з m невідомими $b_1, \ldots, b_m$:

$$y_j^- \le b_1\varphi_1(\vec{x}_j) + \ldots + b_m\varphi_m(\vec{x}_j) \le y_j^+, \quad j = 1,..., N. \tag{2}$$

Задача пошуку допускових оцінок параметрів, яка є еквівалентною задачі синтезу допусків, зводиться до знаходження m-вимірного прямокутного паралелепіпеда. В той же час у випадку синтезу допусків на параметри системи, випадкові відхилення яких від номінальних відповідають нормальному закону, часто використовують допускові еліпсоїдні методи. При цьому застосовують ітераційні процедури синтезу допускової еліпсоїдної оцінки. Суть цієї процедури наступна. Спочатку із ІСЛАР (2), використовуючи методи планування оптимальних експериментів, вибирають m рівнянь і знаходять розв’язок у вигляді паралелотопа $\Omega_m(0)$. Тоді, додаючи одне рівняння із ІСЛАР (2), «переміщують» грані отриманого паралелотопа за умови розв’язку такої задачі:

$$V_{\Omega_m}(1) \xrightarrow{\Omega_m(1)} \max, \quad \Omega_m(1) \subseteq \Omega, \tag{3}$$

де $V_{\Omega_m}(1)$ – об’єм паралелотопа.

Далі, після вибору усіх рівнянь із системи (2) в межах отриманого паралелотопа $\tilde{\Omega}_m$, аналітично будують допускову еліпсоїдну оцінку. Схематично розглянуту ітераційну процедуру проілюстровано на рисунку 1.

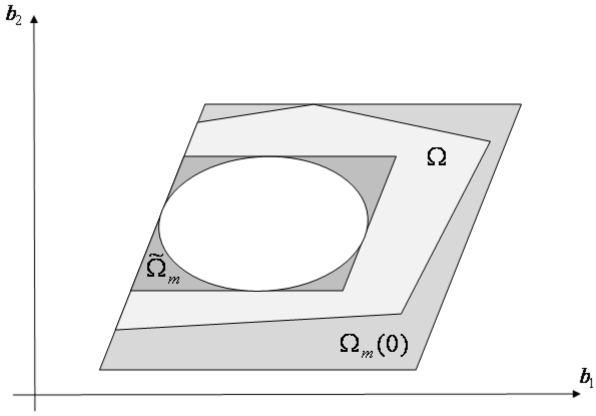

Рисунок 1 – Ілюстрація співставлення реальної допускової області із її можливими оцінками

На $k+1$-му кроці даної процедури задачу (3) можна переписати у наступному вигляді:

$$V_{\Omega_m(k+1)} \xrightarrow{\Omega_m(k+1)} \max, \quad k = 1,..., N - m - 1 \tag{4}$$

за умови $\Omega_m(k+1) \subseteq \Omega \subseteq \left[\Omega_m(k) \cap \breve{\Omega}_m(k+1)\right], \quad k = 1,..., N - m - 1$ (5)

де $\Omega_m(k+1)$ - паралелепіпед , отриманий на k+1 ітерації; $\breve{\Omega}_m(k+1)$ - гіперсмуга, що задається k+1 рівнянням що залишились у системі.

У більш розгорнутому вигляді задачу (4), (5) записуємо у такому вигляді:

$$\prod_{i=1}^{m} \left(\Delta_i(k) - \delta_i^+(k+1) - \delta_i^-(k+1)\right)^2 \xrightarrow{\delta_i^+(k+1),\, \delta_i^-(k+1),\, i=1,...,m} \max \tag{6}$$

при обмеженнях:

$$0 \le \delta_i^+(k+1) \le \Delta_i(k), \, 0 \le \delta_i^-(k+1) \le \Delta_i(k) \tag{7}$$

$$\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot F_m^{-1} \cdot \vec{Y}_{s^*}(k+1) - y_{k+1}^+ = 0, \quad y_{k+1}^- - \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot F_m^{-1} \cdot \vec{Y}_{s^*}(k+1) = 0 \tag{8}$$

де $\Delta_i(k)$ - ширина гіперсмуги, що задається i-м рівняння насиченого блоку; $\delta_i^+(k+1)$ – величина зменшення ширини гіперсмуги, що задається i-м інтервальним рівнянням насиченого блоку.

Обмеження (7) не дозволяють змінювати величину межі інтервального рівняння насиченого блоку більш ніж на ширину утворюваної ним гіперсмуги; (8) – задають належність найвіддаленішої вершини паралелепіпеда $\Omega_m(k)$ активній межі доданого інтервального рівняння.

Звідси випливає основний недолік даного методу – обчислювальна складність, адже потрібно розв'язати n-m задач нелінійного програмування.

III. Аналіз розв'язку задачі

Розглянемо задачу пошуку екстремумів цільової функції (6) із введенням у неї заміни із обмеження (8), котре в аналітичній формі набуватиме вигляду такої лінійної залежності:

$$\eta_0 + \eta_1\delta_1 + \eta_2\delta_2 + \ldots + \eta_m\delta_m = 0 \tag{9}$$

Тоді отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} 2((\delta_2-\Delta_2)(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m)^2+\frac{\eta_2}{\eta_1}(\Delta_2-\delta_2)^2(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m))(\Delta_3-\delta_3)\cdot\ldots\cdot(\Delta_m-\delta_m)=0 \\ \vdots \\ 2((\delta_i-\Delta_i)(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m)^2+\frac{\eta_i}{\eta_1}(\Delta_i-\delta_i)^2(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m))(\Delta_2-\delta_2)\cdot\ldots\cdot(\Delta_{i-1}-\delta_{i-1})(\Delta_{i+1}-\delta_{i+1})\cdot\ldots\cdot(\Delta_m-\delta_m)=0 \\ \vdots \\ 2((\delta_m-\Delta_m)(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m)^2+\frac{\eta_m}{\eta_1}(\Delta_m-\delta_m)^2(\Delta_1+\frac{\eta_0}{\eta_1}+\frac{\eta_2}{\eta_1}\delta_2+\ldots+\eta_m\delta_m))(\Delta_2-\delta_2)\cdot\ldots\cdot(\Delta_{m-1}-\delta_{m-1})=0 \end{cases} \tag{10}$$

Тепер врахуємо обмеження (7), які у просторі розв'язків оптимізаційної задачі (6) утворюють m-вимірний прямокутний паралелепіпед, а умова належності найвіддаленішої вершини $\Omega_m(k)$ "активній межі" доданого інтервального рівняння – (8) утворюватиме гіперплощину. При перерізі цих обмежень ми отримаємо многогранник, котрий і містить розв'язки даної задачі.

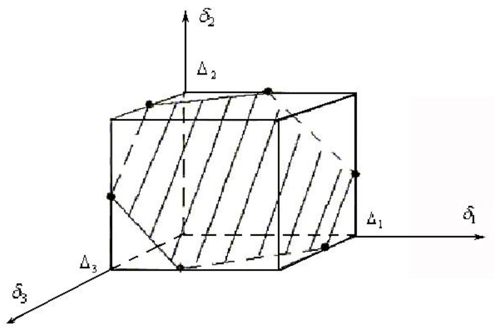

Рисунок 2 – Многогранник розв'язків оптимізаційної задачі з обмеженнями (7), (8) для m=3.

Слід зауважити, що до множини розв'язків будуть входити лише ті вершини даного многогранника, що належать ребрам m–вимірного паралелепіпеда, які утворені осями координат. У кожній із решти вершин не менше одного параметра зміщення набуватиме свого максимального значення - Δ_i , що з аналітичної точки зору перетворюватиме цільову функцію у нуль. Пошук вершин області розв'язків зводиться до перебору комбінацій із m-1-ї граничних меж δ_i та знаходження m-ї координати вершини за допомогою обмеження (8) в залежності від того, яка межа k+1-го інтервального рівняння виявиться "активною"; при чому кількість таких комбінацій буде дорівнювати кількості ребер паралелепіпеда заданого обмеженнями (7).

Будь-яку точку із множини значень параметрів можна представити за допомогою його вершин у вигляді:

$$T(\vec{\alpha} \cdot Mk), \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_s = 1 \tag{11}$$

де $\vec{\alpha}$ - одиничний вектор, Mk – матриця, що складається із координат вершин многогранника, s – кількість вершин.

У ході проведених досліджень множини розв'язків даної задачі не вдалося для загального випадку аналітично вивести розміщення точок максимуму цільової функції із даної многогранної області.

Однак при розгляді множини розв’яків даної задачі за допомогою методу сіток, де розв’язок представляється у вигляді (11), було встановлено, що точка, котру шукаємо, є: 1) вершиною області; 2) середньою точкою; точкою, що наближається до 1) або 2).

У наступних дослідженнях планується:

- реалізувати вищерозглянутий ітераційний метод при підборі розв’язку задачі (6) із множини вершин многогранника та середньої точки;
- порівняти області покриття початкового та спрощеного методів із максимальною областю допусків, побудованою на основі істинних вершин області розв’язків ІСЛАР, знайдених методами лінійного програмування.

Список використаних джерел

1. Дивак М.П. Метод ітераційного формування еліпсоїдної оцінки області допусків параметрів моделі / М.П. Дивак, О.Л. Козак // Матеріали проблемно-наукової міжгалузевої конференції «Інформац. проблеми комп. систем, юриспруденції, економіки та моделювання». – Бучач, 2009. – № 5, Т. 1. – С. 229-232.
2. Козак О.Л. Застосування методів допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей для задачі візуалізації гортанного нерва / О.Л. Козак, М. П. Дивак, А.В. Пукас // Вісник Національного університету “Львівська політехніка“. Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2010. – №680. – С. 196-205.
3. Кривошейкин А.В. Точность параметров и настройка аналоговых радиоелектронных цепей / А.В. Кривошейкин // Радио и связь. – Москва, 1983. — С. 136

УДК 004.942

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРНОГО РОСТУ КОМП’ЮТЕРНИХ МЕРЕЖ

Пасічник В.В., Іванущак Н.М.

Національний університет «Львівська політехніка»

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Предметом огляду та дослідження є теорія складних мереж. Форма мережі притаманна багатьом системам, зокрема, - це Інтернет, WWW, нейронні, телекомунікаційні, транспортні, соціальні мережі, мережі цитування тощо.

Складні мережі являються об’єктом як теоретичних, так і емпіричних досліджень [1], в яких топологія розглядуваних мереж відіграє провідну роль. Як природні мережі, так і мережі, що виникають внаслідок людської життєдіяльності, зазвичай не являються статичними, а динамічно розвиваються, тому для розуміння їхньої структури необхідно дослідити принципи їх еволюції.

Розглянуті моделі генерації, сформульовані правила структуризації та фактори впливу на динаміку росту складних мереж. На їх основі запропонована імітаційна теоретико-ймовірнісна модель росту локальних комп’ютерних мереж.

В роботах [2,3] означені основні характеристики, які використовуються при дослідженні та моделюванні мереж. «Лінійний розмір» мережі характеризується поняттями середнього $\langle l \rangle$ і максимального $l_{\max}$ найкоротших шляхів. Шляхом між вузлами l_{ij} назвемо найкоротшу відстань між ними. Для зв’язаної мережі з N вузлів середній найкоротший шлях означається як: $\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)}\sum_{i>j} l_{ij}$, l_{ij} - довжина найкоротшого шляху між вузлами i та j, $l_{\max}$ - найбільше значення з усіх l_{ij}, заданих для цієї мережі.

Головною характеристикою мережі, яка задає розподіл ребер вершини, тобто ступінь вершини, є розподіл ступенів вузлів *P(k)*, що визначає імовірність того, що вузол i має ступінь $k_i=k$, іншими словами, що випадково вибрана вершина буде мати рівно k ребер. Мережі, які характеризуються різними *P(k)*, демонструють дуже різноманітну поведінку. До найчастіше спостережуваних прикладів розподілу ступенів вузлів відносяться:

a) розподіл Пуассона $P(k) = e^{-\langle k \rangle} \langle k \rangle^k / k!,$ (1)

b) експоненційний розподіл $P(k) \sim e^{-k/\langle k \rangle},$ (2)