

## НОБЕЛІВСЬКІ ЛАУРЕАТИ В СФЕРІ ЕКОНОМІКИ

Оксана ШИМАНСЬКА

### ДЖЕРАРД ДЕБРЕ: НОВИЙ ВИМІР ЗАГАЛЬНОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ РІВНОВАГИ



Франко-американський економіст Джерард Дебре народився 4 липня 1921 р. у м. Кале (Франція), в родині власників невеличкого підприємства з виробництва мережива. У 1939 р., після закінчення місцевого коледжу Дж. Дебре отримує ступінь бакалавра і виявляє бажання займатися у Парижі вивченням математичних наук. Однак змушений був відвідувати дві імпровізовані підготовчі школи (одну – в Амбері, іншу – у Греноблі), які на початку Другої світової війни знаходились у вільний від німецької окупації зоні Франції. Після війни, у 1946 р., Дебре проходить конкурс в Еcole нормаль супер'єр у Парижі та отримує кваліфікацію викладача математики. Але Дж. Дебре дедалі більше вабить економіка, і згодом він стає молодшим співробітником з економікою Національному центрі наукових досліджень. Влітку 1948 р. Дебре навчається в Австрії, у Зальцбурзькому семінарі американських досліджень під керівництвом відомого економіста Василя Леонтьєва. Наступні півтора року він, як стипендіат фонду Рокфеллера, відвідує економічні факультети деяких провідних університетів США та Скандинавії. Восени 1949 р. Дж. Дебре обіймає посаду асистента-дослідника в Комісії Коулса з економічних досліджень, яка знаходилась у Чиказькому університеті. У 1956 р. Паризький університет присвоїв Дж. Дебре ступінь доктора. З 1962 р. Дж. Дебре – професор економіки Каліфорнійського університету, а з 1975 р. – професор математики.

Дослідження Дж. Дебре пов’язані з головним предметом дискусій в економіці – теорією загальної рівноваги, проблемою, витоки якої знайшли своє відображення ще у наукових працях шотландського економіста Адама Сміта (XVIII ст.). Взаємозалежність ринкової економіки та пов’язаних з нею законів попиту і пропозиції згодом стала ключовою у предметі досліджень французького математика Леона Вальраса, якому відводять роль автора теорії загальної рівноваги (1840 р.).

Вперше з проблемою загальної рівноваги Дж. Дебре зіткнувся у працях Моріса Алле, який сформулював її у своїй книзі “У пошуках економічної дисципліни” (“A la

**О. Шиманська**

**Джерард Дебре: новий вимір...**

---

recherche d'une discipline économique"). У 1952 р., працюючи у складі Комісії Коулса, Дж. Дебре публікує свою першу статтю, присвячену проблемі загальної рівноваги. Два роки потому побачила світ стаття Д. Дебре у співавторстві з Кеннетом-Джозефом Ерроу "Існування рівноваги для конкурентної економіки" ("Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy"). Свою теорію вчені підтвердили відповідними математичними розрахунками, на основі яких виникла модель Ерроу–Дебре (модифікований варіант моделі Л. Вальраса), котра охоплює безліч виробничих можливостей замість технологій, які задані "фіксованими коефіцієнтами", а замість функцій корисності – систему переваг. Ця модель включає різні варіанти поведінки виробників і споживачів, коли і виробники, і споживачі розглядаються не ізольовано, а у взаємодії як елементи однієї системи. У цій моделі співвідношення цін, обсягів попиту та пропозиції визначаються одночасно.

Вчені запропонували низку доведень існування конкурентної рівноваги, що створює уяву про загальну еволюцію теорії рівноваги. Проблема існування останньої формулюється достатньо просто: чи існує такий вектор невід'ємних цін (кожному ринку повинна відповідати одна, і лише одна, ціна), що у випадку, коли виробники і споживачі максимізують значення своїх цільових функцій за заданих цін, співвідношення між попитом і пропозицією, які сформуються на вказаних ринках в результаті оптимальної поведінки учасників, визначить вектор цін, який дорівнюватиме вихідному (початковому)? Після того, як була сформульована проблема, виявився зрозумілим шлях її вирішення. Якщо розглянути, наприклад, невід'ємний вектор цін  $p$ , то вирішення оптимізаційних задач споживача і виробника за даних цін визначить надлишковий попит або надлишкову пропозицію на кожному ринку (у відповідності із співвідношеннями, які визначають формування ринкових попиту та пропозиції). Якщо, скажімо, на  $i$ -му ринку існує надлишкова пропозиція, то  $i$ -й компонент вектора  $p$  буде зменшуватися, а у випадку надлишкового попиту згаданий компонент почне збільшуватися. У зв'язку з цим виникає запитання: чи існують такі економічно віправдані обмеження щодо поведінки споживачів і виробників, які призведуть в кінцевому результаті до встановлення таких цін, які забезпечуватимуть рівність попиту і пропозиції на всіх ринках одночасно? К.-Дж. Ерроу і Дж. Дебре, формулюючи окреслену проблему, використали теорему Неша про результат гри з  $l$  учасниками, і довели, що поняття конкурентної рівноваги еквівалентне поняттю рівноваги, яка досягається у грі з  $l$  учасниками.

Модель Ерроу–Дебре передбачає кілька учасників виробництва: фірми–виробники і фірми–споживачі, які діють у конкурентному середовищі і не впливають на рівень цін товарів. Контрагенти ("гравці") в умовах конкуренції переслідують різну мету: мета виробників – отримання прибутків, а споживачів – задоволення потреб. Рівновага в цій моделі визначається як виконання певних умов, що не вимагають рівності попиту та пропозиції з усіх видів товарів і гарантують існування загальної рівноваги навіть за менш точних, аніж у моделі Л. Вальраса, припущення. Авторами моделі було доведено, що конкурентна рівновага існує за наступних умов: максимум прибутку (для виробника) при заданих цінах; максимум корисності (для споживача) при заданих цінах і питомій вазі у прибутку; ціни невід'ємні; якщо існує надлишкова пропозиція товару, то його ціна дорівнює нулю [2, 92];

Модель Ерроу-Дебре ґрунтуються на теоремі про існування конкурентної рівноваги і структурно наближається до моделі Л. Вальраса. Однак, від останньої відрізняється конкретизацією природи походження функцій попиту та пропозиції, а також механізму утворення доходу споживача. Це можна розглянути в наступній послідовності. Для кожного виробника  $j$  вводиться множина  $Y_j \in R^n$ , яка, на відміну від моделі Вальраса, в даному випадку трактується як множина виробничих планів (а не оптимальних планів), тобто – це є множина  $n$ -вимірних векторів  $\xi_j \in R^n$ , частина з яких описує витрати, а інша частина – обсяги випуску товарів, які відповідають цим витратам. Компоненти, які відповідають витратам, як і в моделі Вальраса, супроводжуються від'ємними знаками. Тому скалярний добуток  $\langle p, \xi_j \rangle$  показує прибуток, отриманий виробником  $j$  внаслідок реалізації плану  $\xi_j \in Y_j$ , де  $p$  – вектор цін товарів. Звідси, оптимальний план  $\xi_j^* \in Y_j^*$ , який береться до уваги при визначенні сукупної пропозиції [ $^1$ ], визначається як розв'язок задачі:

$$\langle p, \xi_j \rangle \rightarrow \max \text{ в межах } \xi_j \in Y_j, \quad (1)$$

Оптимальний розв'язок цієї задачі позначимо через  $\xi_j^* = \xi_j^*(p)$ , а множину всіх таких розв'язків (множину оптимальних планів) – через  $Y_j^*(p)$ . Якщо задача (1) має єдиний розв'язок, тоді  $Y_j^*(p) \equiv \xi_j^*(p)$ .

Дохід споживача  $i$  складається наступним чином. Вводиться коефіцієнт  $a_{ij}$ , який показує частку  $i$ -го споживача в прибутку  $j$ -го виробника. Передбачається (як і в моделі Вальраса), що прибуток кожного виробника повністю розподіляється між всіма споживачами, тобто для кожного споживача  $j = 1, \dots, m$ :

$$\sum_{i=1}^l a_{ij} = 1, \quad a_{ij} \geq 0 \quad (2)$$

Використовуючи коефіцієнти  $a_{ij}$ , сумарні дивіденди  $V_i$ , які отримує споживач  $i$  від виробничого сектора, можна подати як:

$$V_i(p) = \sum_{j=1}^m a_{ij} \langle p, \xi_j \rangle, \quad (3)$$

де  $\xi_j \in Y_j$ . Тому загальний дохід споживача  $i$  при реалізації виробничих планів  $\xi_j$ , коли  $j = 1, \dots, m$ , визначається за формулою:

$$K_i(p) = \langle p, b_i \rangle + \sum_{j=1}^m a_{ij} \langle p, \xi_j \rangle, \quad (4)$$

де  $b \in R^n$  – початковий запас товарів;  $K_i(p)$  – функція доходу.

Функція попиту споживача конкретизується наступним чином. Вводиться множина можливих векторів споживання  $X_i \subset R^n$ , а перевага споживача у цій множині задається за допомогою функції корисності  $u_i : X_i \rightarrow R^I$ . Внаслідок цього вектор-функція попиту буде залежати як розв'язок задачі:

$$u_i(X_i) \rightarrow \max, \text{ при обмеженнях } \langle p, x_i \rangle \leq K_i(p), x_i \geq 0 \quad (5)$$

Оптимальний розв'язок цієї задачі позначимо через  $x_i^* = x_i^*(p)$ , а множину всіх таких розв'язків – через  $D_i^*(p)$ . У випадку, якщо задача (5) має єдиний розв'язок, то  $D_i^*(p) = x_i^*(p)$ . Таким чином, побудовані конкретні види множин у правих частинах співвідношень у моделі Вальраса, які визначають функції сукупних попиту та пропозиції, мають вигляд:

$$D(p) = \sum_{i=1}^I D_i^*(p) \quad (6)$$

$$S(p) = \sum_{i=1}^I b_i + \sum_{j=1}^m Y_j^*(p) \quad (7)$$

Модель Л. Вальраса, в якій функції визначені у вигляді (6) та (7), називається моделлю Ерроу–Дебре у випадку, якщо виконуються наступні вимоги:

- множина  $Y$  є компактною у  $R^n$  і містить нульовий вектор ( $j = 1, \dots, m$ );
- множина  $Y = Y_1 + \dots + Y_m$  – опукла в  $R^n$ ;
- множина  $X$  замкнена і опукла в  $R^n$  і така, що з  $\{x\} \in X, x_i^* \rightarrow \infty$  для деякого  $i$ , випливає  $x_k^* \rightarrow \infty$  для всіх  $k = 1, \dots, n$  ( $i = 1, \dots, I$ );
- функція корисності  $u_i$  безперервно диференційована на  $X_i$  і строго ввігнута ( $i = 1, \dots, I$ );
- функція  $u_i$  наділена властивістю ненасичуваності ( $i = 1, \dots, I$ );
- існує  $x_i \in X_i$  для якої  $b_i > x_i$  ( $i = 1, \dots, I$ ).

Перша умова, з врахуванням неперервності функції прибутку, забезпечує існування розв'язку задачі (5). Друга умова допускає ефективність використання “змішаних” планів виробництва на рівні всього виробничого сектору. Третя і четверта умови мають технічний характер (визначення ввігнутості та ненасичуваності функції корисності). Шоста умова вимагає наявності у кожного споживача “суттєвого” початкового запасу всіх товарів. Вона вважається достатньо жорсткою, але без неї (або за незначного її послаблення) неможливо довести існування конкурентної рівноваги в моделі Ерроу–Дебре. Це одна з перших теорем існування конкурентної рівноваги, яка була доведена її авторами в 1954 р. через кілька десятиліть після створення моделі Л. Вальраса.

У своїй книзі “Теорія вартості: аксіоматичний аналіз економічної рівноваги” (“The Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium”, 1959 р.) Дж. Дебре пошириє свої “доведення існування рівноваги” на більш загальні випадки, за яких рівновага вбачається можливою. Ця праця містить аксіоматику системи загальної економічної рівноваги, грунтовне доведення її існування, а також доведення теорем добробуту, які встановлюють однозначну відповідність між конкурентною рівновагою і Парето-оптимальністю (максимум добробуту, за якого неможливо

покращити добробут індивіда шляхом зміни обсягів виробництва або обміну без погіршення становища будь-якого іншого індивіда). Таким чином, проблема рівноваги виведена у новий вимір, що торкається етичних аспектів теорії рівноваги. Рівновага, за Дж. Дебре, – це динамічний, змінний стан, а також необхідна, але недостатня умова оптимальності. Дж. Дебре трактує ціни на товари "як результат взаємодії мікроекономічних агентів приватної власності через посередництво ринків", а також акцентує увагу на їх ролі у досягненні "оптимального стану економіки". Свої обґрунтування вчений будував "навколо концепції системи цін або, у більш загальному розумінні, навколо функції вартості, що визначається на товарному просторі" [2, 93]. Вчений обґрунтует критерій, за якими підприємці можуть визначати найоптимальніший спосіб використання ресурсів, збільшення обсягів випуску товару за найменших витрат і одержання вищих прибутків, а споживачі – краще уявляти джерела власних потреб.

"Теорія вартості" Дж. Дебре – це представлена у аксіоматичному вигляді повна система поведінки споживача і виробника (фірми). Автор довів, що конкретна рівновага забезпечує оптимальний розподіл товарів і послуг. Будь-який інший їх розподіл обов'язково призведе до погіршення становища, як мінімум, одного суб'єкта господарського процесу. Ці твердження є справедливими при переході до аналізу цілісної картини світу за невизначеності його перспектив. При цьому Дж. Дебре зосереджує увагу, що в межах такої господарської системи функціонує безліч ринків товарів і послуг, на яких укладаються страхові угоди. Таким чином, теорія рівноваги почала перетворюватися на науку про раціональну господарську поведінку, отримавши необхідний науковий апарат для аналізу проблем оптимального використання обмежених (рідкісних) ресурсів, що ґрунтуються на застосуванні граничних величин [2, 93].

Початок 50-х років ХХ ст. виявився періодом тріумфу видатних вчених-економістів К.-Дж. Ерроу, Дж. Дебре, Л. Маккензі, котрі переконливо доводили можливість існування загальної економічної рівноваги – ситуації, за якої усі ринки в економіці одночасно перебувають у рівноважному стані, тобто пропорції між попитом і пропозицією на будь-якому ринку забезпечують стабільність цін і стабільний економічний розвиток. Зокрема, Маккензі, спираючись на досягнення Дж. Дебре, наголошував, що, керуючись міркуваннями економічного характеру, можна передбачити лінійну залежність між цінами на  $n$  різних товарів і однорідністю нульового ступеня, яка характеризує функцію попиту. Дано залежність має наступний вигляд:  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ . У такому випадку будь-який невід'ємний вектор цін знаходитиметься всередині компактної, опуклої підмножини  $n$ -вимірного евклідового простору, точніше, всередині одиничного  $n$ -вимірного симплексу. При заданому векторі цін пошук оптимального рішення учасником господарського процесу виглядатиме як напівнеперервне відображення вектора цін зверху у вектор кількості товарів (незначні зміни цін обумовлюють незначні зміни в кількостях). Нові кількості товарів, приводячи в рух ринкові сили, в свою чергу, безперервно відображаються на вихідній (початковій) множині цін, визначаючи нові ціни. Таким чином, вихідний (початковий) вектор  $p$  дозволяє отримати вектор  $q$ , який визначає вектор  $r$ , який, в свою чергу, дає змогу отримати вектор  $q$ , і т.д. Тоді, у відповідності з теоремою Каутані (якщо до множини з "хорошими" геометричними властивостями

**О. Шиманська**

**Джерард Дебре: новий вимір...**

---

(компактний, опуклий  $n$ -вимірний підпростір евклідового простору) застосувати напівнеперевне точково-множинне відображення цієї множини зверху в себе, то, принаймні, одна точка множини виявиться нерухомою, іншими словами, принаймні одна точка співпаде зі своїм відображенням) існує певний вектор  $p^*$ , який дозволяє отримати  $q^*$ , а вектор  $q^*$  визначає за аналогією вектор  $p^*$ . Вектор  $p^*$ , що має такі властивості, і характеризує конкурентну рівновагу.

З огляду на це, впродовж останніх років теорія загальної економічної рівноваги розвивалася в новому напрямі. Економісти, математики, програмісти розробили ефективні способи визначення її стану, які нині широко застосовуються в системі державних фінансів, міжнародній торгівлі тощо. Підґрунтам для їх появи стали теоретичні дослідження економічної рівноваги Дж. Дебре.

Дослідження вченого не обмежилися лише вивченням проблеми існування рівноваги. Дж. Дебре надзвичайно вдало використав математичний інструментарій для вивчення такої "практичної" проблеми, як, наприклад, зниження рівня добробуту внаслідок застосування політики оподаткування. Okрім цього, він розглядав проблеми економічної невизначеності, у тому числі проблему майбутніх товарних ринків, а також досліджував умови, за яких ціни в системі прагнуть до своїх рівноважних вартостей.

Багатьом вченим нелегко осягнути високоабстрактне мислення та математичну мову Дж. Дебре. Гіпотези науковця про те, як функціонують ринки, споживачі та виробники, можуть видатися дещо "відірваними" від життя, а результати його досліджень – неприйнятними в реальній економічній дійсності. Однак, власне "чиста теорія" вбачається вкрай необхідною основою для аналізу економічного буття. У моделі Ерроу–Дебре з допомогою нових технічних прийомів використання понять рівноваги і Парето-оптимальності знайдено відповіді на два важливих питання неокласичної економічної науки – про життєвість і ефективність ринкової системи. З теорії загальної економічної рівноваги випливає принцип взаємозв'язку та взаємозалежності основних елементів ринкової економіки [2, 94].

У 1983 р. Джерарду Дебре була присуджена Премія пам'яті Нобеля з економіки "за внесок у наше розуміння теорії загальної рівноваги та умов, за яких загальна рівновага існує в деякій абстрактній економіці". На думку Карла Герана Мелера, члена Шведської королівської академії наук, у своїх працях з теорії загальної рівноваги Дж. Дебре "не лише повідомляє нам про механізм цін, але й вводить нові аналітичні методи, нові інструменти в арсенал економістів". Більше того, "проникливий аналіз моделей абстрактних економік", здійснений Дебре, озброїв економістів загальною теорією, яка може бути застосована до найрізноманітніших ситуацій [4].

У 1975 р. Дж. Дебре став громадянином США. Нині живе в Берклі. На відміну від своїх колег, вчений постійно відхиляв пропозиції працювати в промисловості або в уряді. Обдаровані студенти та економісти зі всього світу виявляють бажання працювати спільно з Дж. Дебре, а лекції вченого вважаються видатними за свою математичною строгістю і фактичною відсутністю словесних пояснень.

З 1976 року Джерард Дебре – кавалер французького ордена Почесного легіону. Вчений свого часу був стипендіатом Фонду Гуггенхайма в Центрі операційних досліджень та економетрики при Лувенському католицькому університеті (Бельгія,

1968–1969), Фонду Ерскіна в Кентерберійському університеті (Крістчерч. Нова Зеландія, 1969), Черчілль-коледжу (Кембрідж, 1972). Дж. Дебре також є членом Американської академії наук і мистецтв, американської Національної академії наук, американської економічної асоціації, а також Американської асоціації сприяння розвитку науки. Йому присвоєні почесні вчені ступені Бонського, Лозанського, Північно-Західного університету та Тулузького університету соціальних наук. “Теорія вартості”, яка містить зроблений Дж. Дебре математичний аналіз загальної рівноваги, вважається класичною працею ХХ ст. з економічної теорії, вершиною наукової традиції.

*Література*

1. Доєбенко М. В. *Видатні незнайомці (наукові ідеї, здобутки та життя економістів – лауреатів Нобелівської премії)*. – К., 2000. – С. 156–161.
2. Доєбенко М. В. *Сучасна економічна теорія (Економічна нобелевогія): Научальний посібник*. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2005. – С. 90–94.
3. Енциклопедичний довідник “Лауреати Нобелівської премії. 1901–2001”. Видання ювілейне. С. О. Довгий, В. М. Литвин, В. Б. Солоіденко. – К.: “Український видавничий центр”, 2001. – С. 550.
4. *Лауреаты Нобелевской премии: Энциклопедия: Пер с англ.* – М.: Прогресс, 1992.
5. Мочерний С. В., Ларіна Я. С., Устенко О. А., Юрій С. І. *Економічний енциклопедичний словник: У 2 т. Т. 1 / За ред. С. В. Мочерного*. – Львів: Світ, 2005. – С. 10.

Редакція одержала матеріал 16 квітня 2008 р.