

**О. М. ЛЯШЕНКО**

доктор економічних наук, професор,  
Тернопільський національний економічний університет

**О. Я. КОВАЛЬЧУК**

кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
Тернопільський національний економічний університет

**ПРОГНОЗНА МОДЕЛЬ СВІТОВОГО ЛЮДСЬКОГО РОЗВИТКУ:  
ЕКОНОМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД**

Ляшенко, О. М. Прогнозна модель світового людського розвитку: економетричний підхід [Текст] / О. М. Ляшенко, О. Я. Ковальчук // Український журнал прикладної економіки. – 2016. – Том 1. – № 2. – С. 73-85. – ISSN 2415-8453.

**Анотація**

*У статті запропоновано економетричну удосконалену модель оцінювання і прогнозування людського розвитку на основі глобальних індикаторів. Проаналізовано основні індикатори, якими вимірюють рівень життя: Індекс людського розвитку; Індекс людського розвитку, скоригований з урахуванням соціально-економічної нерівності; Індекс гендерної нерівності та індекс багатовимірної бідності (вбогості) населення. Визначено проблемні аспекти методології розрахунку ІРЛ тенденції до вдосконалення, що пов'язані з необхідністю отримання порівнянних показників за відсутності необхідної соціальної статистики в більшості країн, що розвиваються, а за окремими показниками і в країнах з перехідною економікою. Проведено моделювання процесу обчислення індексу людського розвитку за даними досліджень рівня життя населення 187 країн світу, виконаних Програмою розвитку Організації Об'єднаних Націй для формування доповідей ООН про розвиток людини за 2014 р. Доведено, що при визначенні реального рівня життя в країні необхідно враховувати диспаритет валют.*

**Ключові слова:** людський розвиток; оцінювання; прогнозування; соціальна статистика; міжкраїнні порівняння.

---

**O. M. LYASHENKO**

Doctor of Sciences (Economics),  
Professor,  
Ternopil National Economic University

**O. Ya. KOVAL'CHUK**

PhD in Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor,  
Ternopil National Economic University

**PREDICTIVE MODEL OF WORLD HUMAN DEVELOPMENT:  
ECONOMETRIC APPROACH**

**Abstract**

*The article offers advanced econometric model for measuring and predicting human development which is based on global indicators. The basic indicators that measure the standard of living: Human Development Index; Human Development Index, adjusted for socio-economic inequalities; Gender inequality index and the index of population multidimensional poverty (poverty). The identified aspects of the methodology for calculating HDI, perspectives for improvement, which are related to the need for obtaining the comparable performance without the necessary social statistics in most developing countries, and in some indicators and countries with economies in transition. The modeling process of calculating the Index of Human Development according to research standard of living of 187 countries carried Development Programme and the United Nations to form a UN report on human development for 2014. It has been proved that in determining the actual level of life in the country should be considered disparity of currencies.*

**Keywords:** *human development; assessment; forecasting; social statistics; inter-country comparisons.*

**JEL classification:** C51, C52, C53, C61, J13, O21

---

**Вступ**

Сучасне суспільство вважають високорозвиненою цивілізацією, однак 1,2 мільярда людей у світі живуть не більше, ніж на \$ 1,25 на день. За даними Програми розвитку Організації Об'єднаних Націй (ПРООН) у злиднях живуть майже 1,5 мільярди чоловік у 91 країні, що розвиваються [1]. Вони позбавлені можливостей у галузі охорони здоров'я, освіти та гідного рівня життя. У цілому масштаби зубожіння скорочуються, однак майже 800 мільйонів людей у світі ризикують опинитись за межею бідності.

«Декларація тисячоліття» ООН, прийнята у 2000 р. 189-ма країнами на Саміті тисячоліття ООН, визначила межі цінностей, принципів і ключових чинників розвитку за трьома основними мандатами Організації Об'єднаних Націй: мир і безпека, розвиток і права людини.

Дорожня карта до втілення «Декларації тисячоліття» запропонувала набір із універсальних цілей з конкретними термінами і кількісними показниками, спрямованими на ліквідацію всіх основних перешкод на шляху до гідного життя будь-якої людини в будь-якому суспільстві:

---

**ISSN 2415-8453. Український журнал прикладної економіки. 2016 рік. Том 1. № 2.**

- 
- викорінення голоду та крайньої бідності;
  - забезпечення доступу до освіти, забезпечення гендерної рівності;
  - скорочення материнської та дитячої смертності;
  - зменшення масштабів ВІЛ/ СНІДу та інших захворювань;
  - забезпечення екологічної стійкості;
  - гармонізація зовнішньої допомоги для країн, що розвиваються.

Період 2000–2015 років було визначено як термін реалізації восьми Цілей розвитку тисячоліття (ЦРТ) відповідно до встановлених показників. Після розроблення універсальних рамок ЦРТ у багатьох країнах світу було здійснено адаптацію ЦРТ та встановлено цільові показники розвитку з урахуванням специфіки національної ситуації. Людський розвиток як одну з цілей тисячоліття вказано найголовнішою у глобальному масштабі. Актуальність досліджень рівня життя у міжнародному масштабі не втрачає своєї важливості і в XXI столітті, яке справедливо можна назвати епохою глобальних міжнаціональних конфліктів.

### **Мета статті**

Мета дослідження – запропонувати економетричну удосконалену модель оцінювання і прогнозування людського розвитку на основі глобальних індикаторів.

### **Виклад основного матеріалу дослідження**

На сьогодні серед основних індикаторів, які вимірюють рівень життя, використовують: Індекс людського розвитку (ІЛР), який є зведеним показником, обчисленим на основі середньостатистичних даних країн і не враховує внутрішньої нерівності; Індекс людського розвитку, скоригований з урахуванням соціально-економічної нерівності (ІЛРН); Індекс гендерної нерівності (ІГН) та індекс багатовимірної бідності (вбогості) населення (ІВН). Одним з найбільш авторитетних серед різноманітних світових рейтингів є ІЛР.

Індекс людського розвитку (Human Development Index, HDI) – стандартний інструмент для загального зіставлення рівня життя різних країн і регіонів світу. До 2013 року його називали Індексом розвитку людського потенціалу (ІРЛП). У деяких перекладах оригінального терміна Human Development Index (HDI) його також називають Індекс гуманітарного розвитку (ІГР). Індекс уведений групою пакистанських економістів під керівництвом Махбуба-уль-Хака (Mahbub ul Haq). Сучасний вигляд показник отримав у 90-х роках XX століття після численних доопрацювань групою економістів на чолі з Амартією Сеном (Amartya Sen) [2].

Щорічно цей індекс розраховують експерти Програми розвитку ООН спільно з групою незалежних міжнародних експертів для міждержавного порівняння основних характеристик людського потенціалу країн і використовують у межах спеціальної серії доповідей ООН про розвиток людини [3]. Доповідь дає можливість оцінити в зіставленні і довгостроковій перспективі рівень життя населення 187 країн світу.

Доповіді про розвиток людського потенціалу готують на різних рівнях: регіональному, національному та міжнародному. У підсумковій доповіді при визначенні місця країни у світовому рейтингу враховують практично всі основні показники рівня життя населення: рівень грамотності і освіти; тривалість життя; рівень народжуваності; рівень смертності; рівень ВВП на душу населення; індекс споживчих цін; кількість користувачів мобільного зв'язку та Інтернет-мережею; якість питної води; кількість ВІЛ-інфікованих; розвиток охорони здоров'я; споживання різних видів енергії; площа лісів; рівень нерівності між чоловіками і жінками; становище в галузі прав людини; стан довкілля; рівень злочинності; рівень безробіття тощо.

---

Основну доповідь, яка містить індекс (рейтинг) розвитку, готують тисячі фахівців у більш ніж 600 проміжних доповідях. У доповіді визначаються чотири індекси: HDI – індекс розвитку людського потенціалу (сумарні вимірювання людського розвитку), GDI – гендерні питання (нерівність чоловіка і жінки), GEM – заходи з реалізації прав жінок, IPP – індекс убогості населення (рівень бідності) [3].

На сьогодні розроблена і науково обґрунтована узагальнена система показників, яка характеризує кількісні та якісні характеристики соціально-економічної диференціації соціального розвитку країн світу, що містить:

- коефіцієнт диференціації індексу розвитку людського потенціалу, що характеризує ступінь відмінності в соціально-економічному розвитку аналізованих країн, регіонів усередині країни, соціальних груп;
- коефіцієнт диференціації індексу здоров'я (довголіття), що показує, наскільки стан здоров'я в одній країні, регіоні краще, ніж в іншому;
- коефіцієнт диференціації індексу освіти. Такий показник визначає ступінь перевищення рівня освіти населення в одній країні (регіоні або іншому об'єкті дослідження) над рівнем освіти (грамотності) населення іншої країни;
- коефіцієнт диференціації індексу доходу, що визначає ступінь економічної диференціації аналізованих країн або регіонів;
- коефіцієнт диференціації індексу смертності як показник відмінностей у стані здоров'я порівнюваних країн або регіонів;
- коефіцієнт диференціації рівня професійної освіти, що відображає відмінності в охопленні навчанням другого і третього ступеня освіти в досліджуваних країнах або регіонах.

ІЛР є узагальненим вимірником оцінки якості життя населення в будь-якій країні за трьома основними показниками: очікувана тривалість життя при народженні, рівень освіченості населення, рівень реальних доходів населення.

Залежно від значення ІЛР країни прийнято класифікувати за рівнем розвитку: найвищий (42 країни), високий (43 країни), середній (42 країни) і низький (42 країни) рівень.

При розрахунку ІЛР використовують не номінальний ВВП на душу населення, а саме ВВП, розрахований за паритетом купівельної спроможності. Курс головних світових валют, перш за все долара, відносно більшості національних валют надто завищений, порівняно з їх реальною купівельною спроможністю.

Диспаритет валют означає, що реальний «розрив» у рівні життя розвинених країн (зокрема США) та слаборозвинених країн насправді є нижчим, ніж виражений через номінальний ВВП на душу населення. Тому цю обставину необхідно враховувати при визначенні реального рівня життя в країні.

### **1. Модель визначення ІЛР**

Методологію розрахунку ІЛР постійно уточнюють і вдосконалюють. Найбільші труднощі пов'язані з необхідністю отримання зіставних показників за відсутності необхідної соціальної статистики в більшості країн, що розвиваються, а за окремими показниками – і в країнах з перехідною економікою.

Індекс ІЛР як зведений показник розраховують як середньозважений декількох індексів [6, 7]:

- очікувана тривалість життя, для оцінювання довголіття;
- рівень життя, встановлений через величину валового національного доходу (ВНД) на душу населення за паритетом купівельної спроможності у доларах США;

---

– рівень грамотності населення країни (середня тривалість отриманої освіти дорослого населення) та очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку.

Довголіття характеризує здатність прожити довге і здорове життя, що є природним життєвим вибором і однією з основних універсальних потреб людини. Базовий показник довголіття – очікувана тривалість життя, яку характеризує середня тривалість майбутнього життя при народженні. Цей показник, який обчислюють окремо для чоловічого і жіночого населення та розраховують на основі умовного покоління, що складається із сукупності людей різного віку, які померли у поточному році.

Очікувана тривалість життя одним числом виражає інтенсивність смертності населення конкретної країни (регіону тощо) у поточному календарному році – характеризує довголіття гіпотетичного новонародженого, який проживе все життя в умовах такої інтенсивності смертності.

Насправді за умов постійного вдосконалення системи охорони здоров'я та підвищення якості життя реальний новонароджений у поточному році проживе в середньому довше, ніж гіпотетичний.

Освіченість розглядають як здатність до отримання та накопичення знань, до спілкування та обміну інформацією. Характеристиками освіченості є грамотність дорослого населення та повнота охоплення навчанням. Грамотність розглядають як здатність людини прочитати, зрозуміти і написати короткий простий текст, що стосується повсякденного життя.

Рівень грамотності дорослого населення – частка грамотних у віці 15 років і старше – є найважливішим базовим показником цього напрямку людського розвитку. Рівень грамотності відносять до реального населення. Він є показником стану освіти і деякою мірою залежить від грамотності населення протягом попередніх 10-20 років.

Для індустріальних країн з ринковою економікою рівень грамотності встановлюють рівним 99 %. Ураховуючи тенденції підвищення освітнього рівня і необхідність більш адекватного відображення відмінностей між індустріальними країнами, освіченість почали оцінювати комбінацією двох базових показників: рівнем грамотності дорослого населення та сукупною часткою учнів.

Останній показник розраховують як відношення загальної кількості учнів (зараховані) на всіх ступенях навчання (початкової, середньої, середньої спеціальної, вищої, післядипломної освіти) незалежно від їх віку до загальної кількості населення у віці від 6 до 24 років.

Рівень життя характеризує доступ до матеріальних ресурсів, необхідних для гідного існування, сюди належать ведення здорового способу життя, забезпечення територіальної та соціальної мобільності, обмін інформацією та участь у житті суспільства.

Рівень життя, на відміну від довголіття і освіченості, тільки відкриває можливості, що є у людини, але не визначає їх використання. Це засіб, що розширює можливість вибору, але не власне вибір. Рівень життя є непрямим індикатором можливостей.

Вибір базового показника, який би адекватно відображав цей напрямок людського розвитку, є серйозною проблемою. Ідеальний показник рівня життя повинен враховувати численні фактори. Зокрема, це особистий дохід, розподіл доходів між верствами суспільства, накопичена власність, доступ до земельних ресурсів і кредитів, розвиненість інфраструктури і механізм доступу до громадських фондів споживання (охорони здоров'я, освіти, транспорту, комунальних послуг та ін.),

індивідуальний стиль життя, розмір і структуру сім'ї, блага, вироблені в домашньому господарстві, природно-кліматичні та екологічні умови в місці проживання і т. ін.

Оскільки в ІЛР об'єднані натуральні та вартісні показники, кожен показник індексують у межах від 0 до 1. Індеси визначають відхилення показників регіону від мінімальних і максимальних значень відповідних показників. При розрахунках ІЛР для кожного з них встановлені фіксовані мінімальні і максимальні значення.

Формула переведення показника ( $x$ ) в індекс:

$$x_{i\bar{a}} = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)} x,$$

де  $\min(x)$  і  $\max(x)$  – мінімальне і максимальне значення показника  $x$  відповідно.

Індекс людського розвитку конкретної країни подають як середнє арифметичне від трьох наступних показників:

$$\text{індекс тривалості життя } Tr = \frac{ST - 25}{85 - 25};$$

$$\text{індекс освіти } O = \frac{2}{3} \times RG + \frac{1}{3} \times SC;$$

$$\text{індекс грамотності дорослого населення } G = \frac{RG}{100};$$

$$\text{індекс сукупної частки учнів } C = \frac{SC}{100};$$

$$\text{індекс ВВП } VVP_{i\bar{a}} = \frac{\log(VVP) - \log(100)}{\log(4000) - \log(100)}.$$

$ST$  – середня тривалість життя;

$G$  – рівень грамотності дорослого населення у відсотках;

$C$  – сукупна частка учнів;

$VVP$  – ВВП на душу населення, розрахований за паритетом купівельної спроможності (у доларах США).

Загальний показник має діапазон від 0,001 до 1. Його розраховують для кожної країни. За величиною ІЛР визначають її місце у світовому рейтингу.

## 2. Моделювання процесу обчислення індексу людського розвитку

За даними досліджень рівня життя населення 187 країн світу, виконаних Програмою розвитку Організації Об'єднаних Націй для формування доповідей ООН про розвиток людини за 2014 р. [3], проведемо аналіз аналітичної моделі обчислення індексу людського розвитку. Роботу виконано у середовищі програмного пакету Statistica, одного з найбільш популярних статистичних засобів для пошуку закономірностей, прогнозування, класифікації та візуалізації даних.

Специфікацію моделі (аналітичну форму економетричної моделі) запишемо у вигляді [4]:

$$I = b_0 + b_1 Tr + b_2 VVP + b_3 G + b_4 SC + \varepsilon,$$

де  $Tr$  – очікувана тривалість життя,  $VVP$  – валовий національний дохід на душу населення,  $G$  – середня тривалість отриманої освіти дорослого населення,  $SC$  – очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку.

З отриманих результатів регресійного аналізу (рис. 1) випливає, що залежність між показником і факторами сильна ( $R^2=0,96$ ); побудована лінійна регресія адекватно

описує взаємозв'язок між показником і факторами, вільний член статистично значимий ( $p < 0,01$ ); усі регресійні коефіцієнти є значимими.

#### Multiple Regression Results

Dependent: **ІПЛП** Multiple R = ,98095980 F = 1160,824  
 R<sup>2</sup> = ,96228212 df = 4,182  
 No. of cases: 187 adjusted R<sup>2</sup> = ,96145316 p = 0,000000  
 Standard error of estimate: ,030642447  
 Intercept: -,177857228 Std. Error: ,0213965 t( 182) = -8,312 p = ,0000

Очікувана три b\* = ,415 Валовий націо b\* = -,03 Середня трива b\* = ,356  
 Очікувана три b\* = ,290

**Рис. 1. Результати регресійного аналізу моделі**

Отримано наступні точкові оцінки параметрів моделі (рис. 2):

- вільний член  $b_0 = -0,177857$ ;
- коефіцієнт  $b_1$  (при незалежній змінній  $Tr$ ) = 0,007333;
- коефіцієнт  $b_2$  (при незалежній змінній  $VVP$ ) = -0,000045;
- коефіцієнт  $b_3$  (при незалежній змінній  $G$ ) = 0,018173;
- коефіцієнт  $b_4$  (при незалежній змінній  $SC$ ) = 0,015934.

|                                                         |  |                                                                                                                                                                             |                    |           |                   |          |          |
|---------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------|-------------------|----------|----------|
|                                                         |  | Regression Summary for Dependent Variable: ІПЛП (Ex4_1.sta)<br>R= ,98095980 R²= ,96228212 Adjusted R²= ,96145316<br>F(4,182)=1160,8 p<0,0000 Std. Error of estimate: ,03064 |                    |           |                   |          |          |
| N=187                                                   |  | b*                                                                                                                                                                          | Std. Err.<br>of b* | b         | Std. Err.<br>of b | t(182)   | p-value  |
| Intercept                                               |  |                                                                                                                                                                             |                    | -0,177857 | 0,021396          | -8,31245 | 0,000000 |
| Очікувана тривалість життя                              |  | 0,414950                                                                                                                                                                    | 0,023282           | 0,007333  | 0,000411          | 17,82288 | 0,000000 |
| Валовий національний дохід                              |  | -0,034868                                                                                                                                                                   | 0,014785           | -0,000045 | 0,000019          | -2,35837 | 0,019416 |
| Середня тривалість отриманої освіти дорослого населення |  | 0,356145                                                                                                                                                                    | 0,025319           | 0,018173  | 0,001292          | 14,06631 | 0,000000 |
| Очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку      |  | 0,290201                                                                                                                                                                    | 0,026430           | 0,015934  | 0,001451          | 10,97998 | 0,000000 |

**Рис. 2. Точкові оцінки параметрів моделі**

Коефіцієнти  $b^*$  оцінюють за стандартизованими даними, що мають вибіркове середнє, рівне 0, і стандартне відхилення, яке дорівнює 1. Тому величини  $b^*$  дають змогу оцінити внески кожного фактора у прогнозування показника.

За підсумковою таблицею регресії побудуємо модель наступного вигляду:

$$I = -0,177857 + 0,007333 \cdot Tr - 0,000045 \cdot VVP + 0,018173 \cdot G + 0,015934 \cdot SC + \varepsilon$$

Для оцінки значущості отриманих коефіцієнтів регресійного рівняння використаємо  $t$ -критерій Стюдента. У пакеті STATISTICA значення  $t$ -критерію ( $t_p$ ) визначаються як відношення взятого за модулем коефіцієнта регресії до його стандартної помилки.

Обчислене значення  $t$ -критерію з рівнем значущості  $\alpha = 0,01$  і кількістю ступенів вільності  $df = 181$  ( $t_t$ ) = 4.182. Порівняємо значення  $t_p$  і  $t_t$  для кожного з отриманих параметрів:

$t_p = -8,31245 > t_t$  – для вільного члена  $b_0$ ;  
 $t_p = 17,82288 > t_t$  – для коефіцієнта  $b_1$ ;  
 $t_p = -2,35837 < t_t$  – для коефіцієнта  $b_2$ ;  
 $t_p = 14,06631 > t_t$  – для коефіцієнта  $b_3$ ;  
 $t_p = 10,97998 > t_t$  – для коефіцієнта  $b_4$ .

Статистично значущими є коефіцієнти  $b_0, b_1, b_3, b_4$ . Коефіцієнт  $b_2$  сформований під впливом випадкових чинників. Це пояснює той факт, що при розрахунку ІЛР використовують не номінальний ВВП на душу населення, а ВВП, розрахований за паритетом купівельної спроможності із завищеним курсом долара. Тому фактор  $VVP$  можна усунути з моделі як неінформативний. Аналогічний висновок можна зробити, порівнюючи значення рівня значущості з прийнятим нами рівнем  $\alpha = 0,01$ . Для  $b_0, b_1, b_3, b_4$  показник імовірності випадкових значень параметрів регресії менший за 1 % (0,01·100 %). Тому можна зробити висновок про те, що отримані коефіцієнти статистично значимі та надійні. Для  $b_2$  робимо висновок про випадковість його значення, оскільки  $\alpha = 0,19 \cdot 100 \% = 19 \% > 1 \%$ . Це дає можливість розглядати  $b_2$  як неінформативний фактор. Його можна вилучити з рівняння для покращення моделі.

Вільний член  $b_0$ , оцінює агрегований вплив інших (крім врахованих у моделі  $Tr, VVP, G, SC$ ) факторів на результат  $I$ . Коефіцієнти  $b_1, b_2, b_3, b_4$  вказують на те, що зі збільшенням на одиницю значень  $Tr, G$  та  $SC$  залежна змінна  $I$  збільшується на 0,007333, 0,018173 та 0,015934 відповідно.  $I$  зменшується на 0,000045 при збільшенні  $VVP$  на 1. Порівнювати ці значення не можна, оскільки вони залежать від одиниць вимірювання кожної ознаки і є незіставними між собою. Для порівняння використовують відносні показники –  $\beta$ -коефіцієнти (стовпець  $b^*$ , рис. 2).

Оцінимо тісноту парних залежностей залучених у модель факторів за допомогою матриці парних коефіцієнтів кореляції (рис. 3).

| Correlations (Ex4_1.sta)                                                              |                                  |                                  |                                                                        |                                                             |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------|
| Regression (Ex4_1.sta)<br>and choose Rerun or Resume to Rerun or Resume this analysis | Очікувана<br>тривалість<br>життя | Валовий<br>національний<br>дохід | Середня<br>тривалість<br>отриманої<br>освіти<br>дорослого<br>населення | Очікувана<br>тривалість<br>навчання дітей<br>шкільного віку | ІРЛП      |
| Variable                                                                              |                                  |                                  |                                                                        |                                                             |           |
| Очікувана тривалість життя                                                            | 1,000000                         | -0,219308                        | 0,728735                                                               | 0,755600                                                    | 0,901409  |
| Валовий національний дохід                                                            | -0,219308                        | 1,000000                         | -0,202108                                                              | -0,186329                                                   | -0,251923 |
| Середня тривалість отриманої освіти дорослого населення                               | 0,728735                         | -0,202108                        | 1,000000                                                               | 0,799799                                                    | 0,897683  |
| Очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку                                    | 0,755600                         | -0,186329                        | 0,799799                                                               | 1,000000                                                    | 0,895079  |
| ІРЛП                                                                                  | 0,901409                         | -0,251923                        | 0,897683                                                               | 0,895079                                                    | 1,000000  |

**Рис. 3. Матриця парних коефіцієнтів кореляції**

Отримані значення парних коефіцієнтів кореляції свідчать про тісний зв'язок індексу людського розвитку країни ( $I$ ) як з показником тривалості життя ( $Tr$ ) – 0,9, так і з середньою тривалістю отриманої освіти дорослого населення ( $G$ ) – 0,9 та очікуваною тривалістю навчання дітей шкільного віку ( $SC$ ) – 0,9. При цьому потрібно враховувати тісний міжфакторний зв'язок  $G$  з  $SC$  (0,8). Для покращення моделі фактор  $VVP$  можна усунути як недостатньо статистично надійний.

Оцінимо тісноту зв'язку значень двох змінних, без впливу всіх інших змінних, наведених у рівнянні множинної регресії, можна за допомогою матриці лінійних коефіцієнтів часткової кореляції (рис. 4).

| Variable                                                | Variables currently in the Equation; DV: ІРЛП (Ех4_1.sta) |              |               |           |          |          |          |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------|---------------|-----------|----------|----------|----------|
|                                                         | b* in                                                     | Partial Cor. | Semipart Cor. | Tolerance | R-square | t(182)   | p-value  |
| Очікувана тривалість життя                              | 0,414950                                                  | 0,797339     | 0,256576      | 0,382331  | 0,617669 | 17,82288 | 0,000000 |
| Валовий національний дохід                              | -0,034868                                                 | -0,172203    | -0,033951     | 0,948079  | 0,051921 | -2,35837 | 0,019416 |
| Середня тривалість отриманої освіти дорослого населення | 0,356145                                                  | 0,721718     | 0,202497      | 0,323284  | 0,676716 | 14,06631 | 0,000000 |
| Очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку      | 0,290201                                                  | 0,631242     | 0,158066      | 0,296674  | 0,703326 | 10,97998 | 0,000000 |

**Рис. 4. Матриця лінійних коефіцієнтів часткової кореляції**

Коефіцієнти часткової кореляції дають точнішу характеристику тісноти залежності двох ознак, ніж коефіцієнти парної кореляції, тому що «очищують» парну залежність від взаємодії даної пари ознак з іншими наведеними в моделі ознаками. Найбільш тісно індекс людського розвитку країни ( $I$ ) пов'язаний з показником тривалості життя ( $Tr$ ) – 0,8, з середньою тривалістю отриманої освіти дорослого населення ( $G$ ) – 0,7 та очікуваною тривалістю навчання дітей шкільного віку ( $SC$ ) – 0,6 порівняно зі зв'язком  $I$  з ВВП ( $VVP$ ) – -0,2. Цей факт свідчить про доцільність усунення фактору  $VVP$  з моделі.

Напівчасткова кореляція – кореляція фактору та показника в припущенні, що контролюється вплив інших факторів на даний фактор, але не контролюється вплив факторів на показник. Якщо напівчасткова кореляція мала, у той час як часткова кореляція відносно велика, то відповідний фактор може мати самостійну «частку» у поясненні мінливості залежної змінної, тобто «частку», що не пояснюється іншими факторами. У нашому випадку фактори  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$  мають самостійну частину в поясненні мінливості відгуку.

Часткові коефіцієнти кореляції змінних  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$  значимі при рівні значущості  $p \leq 0,01$ , а частковий коефіцієнт кореляції змінної  $VVP$  значимий при рівні значущості  $p = 0,2$ .

Значення коефіцієнтів множинної детермінації дають можливість зробити висновок про достатньо високу (більше 60 %) детермінованість результативної ознаки  $I$  в моделі факторними ознаками  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$ .

### 3. Оцінка адекватності моделі на основі аналізу залишків

Залишки – це різниці між спостережуваними значеннями (емпіричними) та модельованими (аналітичними), тобто значеннями, підрахованими за моделлю з оціненими параметрами. Модель можна вважати задовільною, якщо залишки некорельовані й розподілені (приблизно) за нормальним законом [4].

Побудуємо таблицю залишків (рис. 5) і перевіряємо, чи виходять залишки за межі інтервалу  $(-3s, 3s)$ , де  $s$  – емпіричне середньоквадратичне відхилення залишків (на графіку залишок позначений\*). У нашій моделі залишки не виходять за межі інтервалу  $(-3s, 3s)$ . Середнє залишків 0, медіана – 0,000967.

Для візуального аналізу розподілу залишків використаємо нормальні ймовірнісні графіки. Побудуємо Р-Р діаграму порівняння залишків моделі з нормальним розподілом (рис. 6).

| Raw Residuals |     |   |   |   |   |   |   |   |     | Raw Residual (Ex4_1.sta) |                 |           |                   |                   |                   |                      |                  |                 |
|---------------|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|--------------------------|-----------------|-----------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------|------------------|-----------------|
|               |     |   |   |   |   |   |   |   |     | Dependent variable: ІРЛП |                 |           |                   |                   |                   |                      |                  |                 |
| Case          | -3s | . | . | 0 | . | . | . | . | +3s | Observed Value           | Predicted Value | Residual  | Standard Pred. v. | Standard Residual | Std.Err. Pred.Val | Mahalanobis Distance | Deleted Residual | Cook's Distance |
| 177           | .   | . | . | * |   | . | . | . | .   | 0,396000                 | 0,405489        | -0,009470 | -1,82990          | -0,30903          | 0,005428          | 4,84105              | -0,009776        | 0,000639        |
| 178           | .   | . | . | * |   | . | . | . | .   | 0,393000                 | 0,400465        | -0,007465 | -1,86259          | -0,24363          | 0,006285          | 6,83048              | -0,007793        | 0,000544        |
| 179           | .   | . | . | * |   | . | . | . | .   | 0,392000                 | 0,401164        | -0,009165 | -1,85802          | -0,29908          | 0,005542          | 5,09007              | -0,009474        | 0,000625        |
| 180           | .   | . | . | * |   | . | . | . | .   | 0,389000                 | 0,395496        | -0,006496 | -1,89505          | -0,21200          | 0,013573          | 35,49763             | -0,008082        | 0,002729        |
| 181           | .   | . | . | . |   | * | . | . | .   | 0,388000                 | 0,378037        | 0,009963  | -2,00908          | 0,32513           | 0,005638          | 5,30192              | 0,010312         | 0,000767        |
| 182           | .   | . | . | * |   | . | . | . | .   | 0,381000                 | 0,410441        | -0,029441 | -1,79743          | -0,96080          | 0,009139          | 15,54920             | -0,032315        | 0,019785        |
| 183           | .   | . | . | . |   | . | * | . | .   | 0,374000                 | 0,328645        | 0,045355  | -2,33169          | 1,48014           | 0,007179          | 9,21586              | 0,047989         | 0,026928        |
| 184           | .   | . | . | . |   | * | . | . | .   | 0,372000                 | 0,342681        | 0,029319  | -2,24002          | 0,95682           | 0,005968          | 6,06128              | 0,030475         | 0,007505        |
| 185           | .   | . | . | * | . | . | . | . | .   | 0,341000                 | 0,342397        | -0,001397 | -2,24187          | -0,04559          | 0,010975          | 22,86477             | -0,001602        | 0,000070        |
| 186           | .   | . | * | . |   | . | . | . | .   | 0,338000                 | 0,379909        | -0,041909 | -1,99686          | -1,36768          | 0,008992          | 15,02158             | -0,045858        | 0,038571        |
| 187           | .   | . | . | . |   | * | . | . | .   | 0,337000                 | 0,322989        | 0,014011  | -2,36864          | 0,45726           | 0,016254          | 51,34066             | 0,019497         | 0,022784        |
| Minimum       | .   | * | . | . |   | . | . | . | .   | 0,337000                 | 0,322989        | -0,066176 | -2,36864          | -2,15961          | 0,002344          | 0,09380              | -0,068038        | 0,000000        |
| Maximum       | .   | . | . | . |   | . | . | * | .   | 0,944000                 | 0,974957        | 0,111889  | 1,88976           | 3,65145           | 0,016254          | 51,34066             | 0,115900         | 0,099008        |
| Mean          | .   | . | . | * | . | . | . | . | .   | 0,685631                 | 0,685631        | 0,000000  | 0,00000           | 0,00000           | 0,004624          | 3,97861              | -0,000056        | 0,005692        |
| Median        | .   | . | . | * | . | . | . | . | .   | 0,717000                 | 0,722237        | -0,000967 | 0,23910           | -0,03156          | 0,004189          | 2,48212              | -0,000981        | 0,001375        |

Рис. 5. Таблиця залишків множинної регресійної моделі

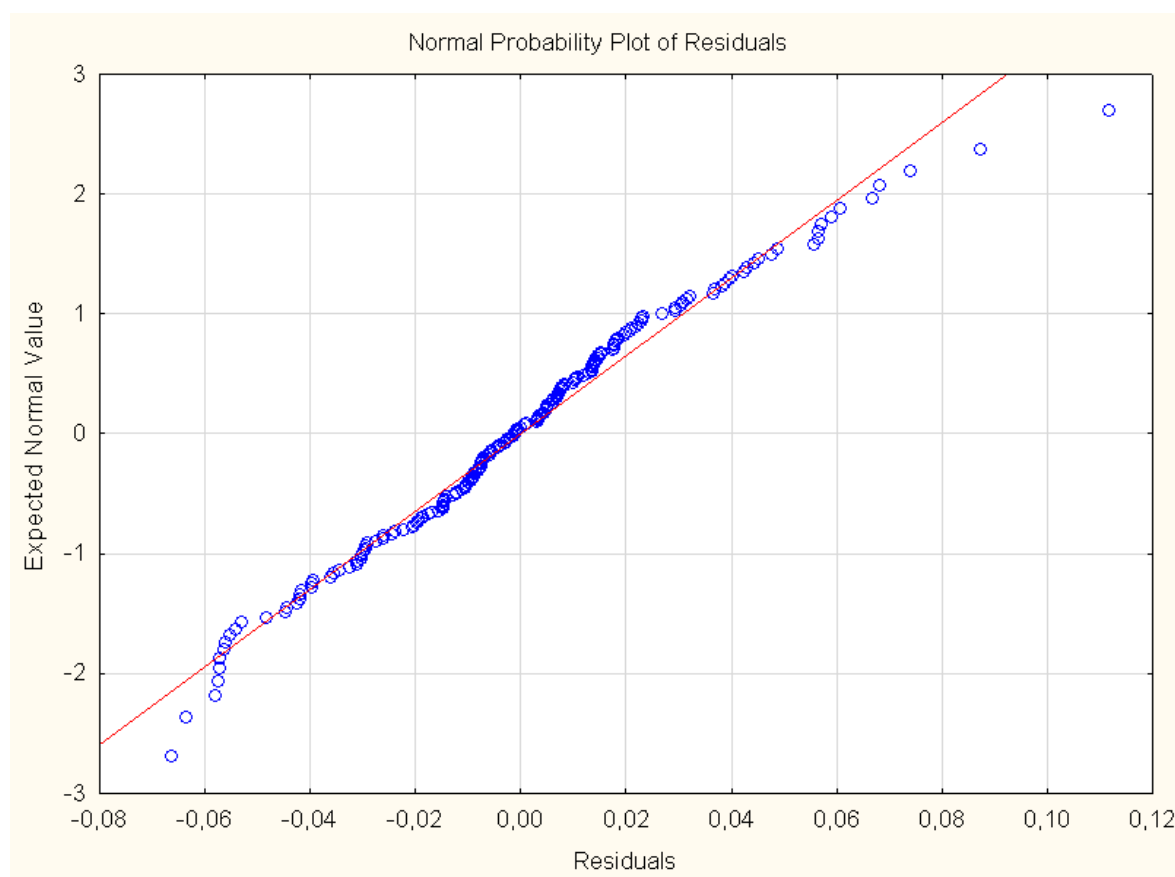
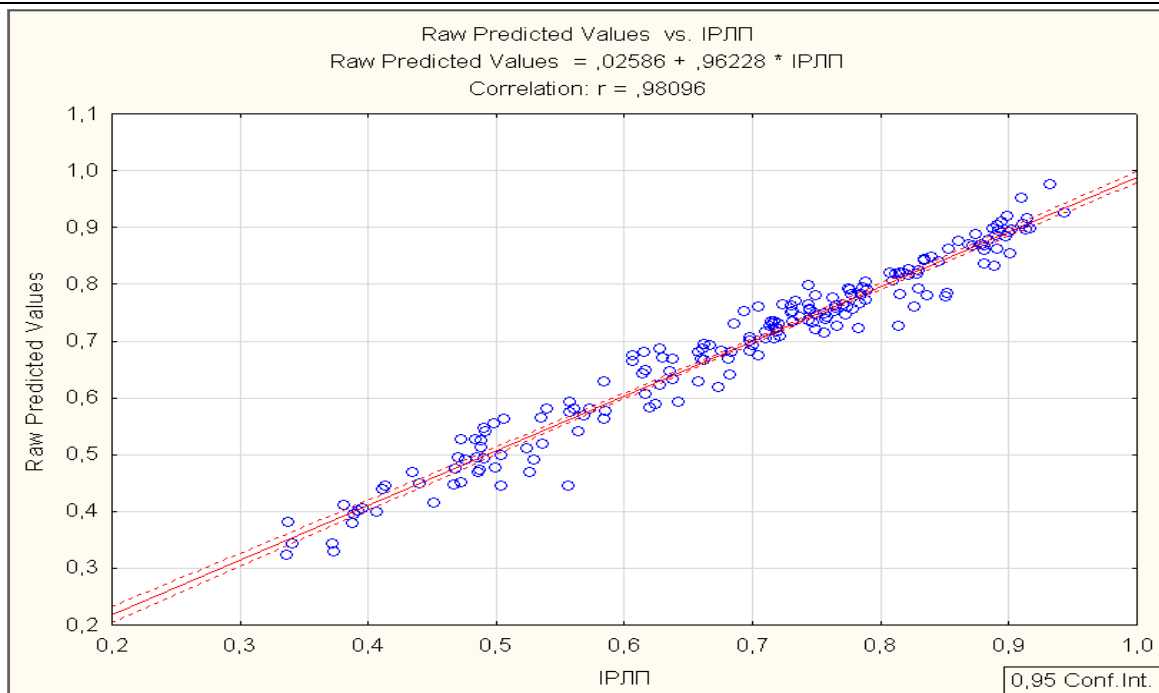


Рис. 6. Р-Р діаграма порівняння залишків моделі з нормальним розподілом

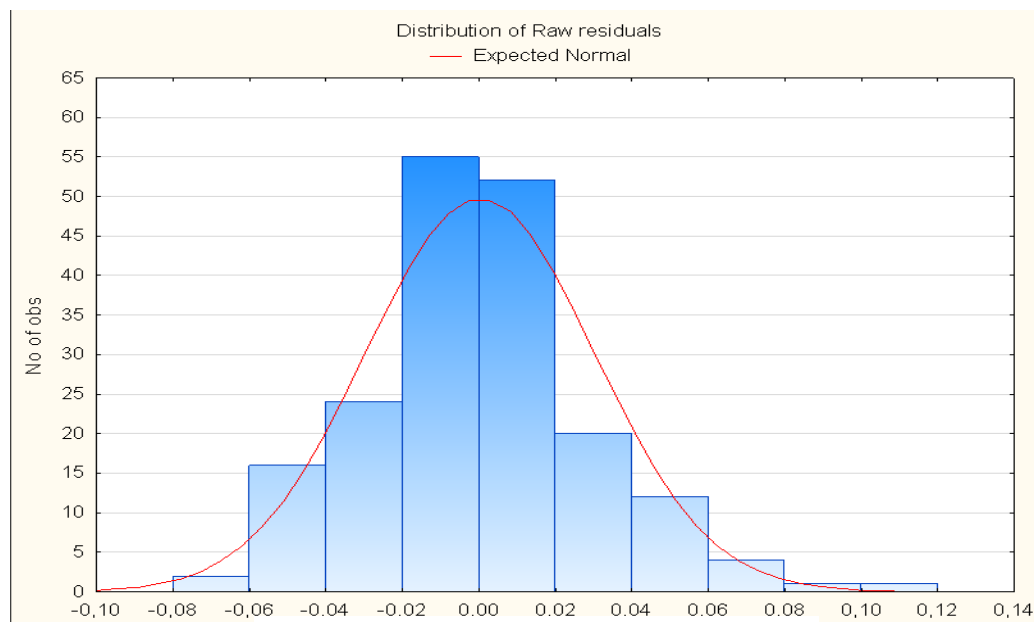
Побудуємо графік порівняння прогнозованих значень показника і спостережуваних значень (рис. 7).



**Рис. 7. Графік порівняння прогнозованих і спостережуваних значень показника**

#### **4. Перевірка на відповідність закону розподілу залишків нормальному закону**

Однією з умов коректного застосування регресійного аналізу є відповідність закону розподілу залишків нормальному закону (рис. 8).



**Рис. 8. Графік розподілу залишків**

У нашому випадку залишки відповідають нормальному закону розподілу.

Проведені дослідження у середовищі програмного пакету Statistica (рис. 9) показали, 30-те спостереження (Бруней) ідентифікується як викид.

|                    |     |     |     |     |    |    |    | Standard Residual: ІРЛП (Ex4_1.sta) |           |           |          |          |          |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-------------------------------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
|                    |     |     |     |     |    |    |    | Outliers                            |           |           |          |          |          |
| Standard Residuals |     |     |     |     |    |    |    | Observed                            | Predicted | Residual  | Standard | Standard | Std.Err. |
| Case               | -5. | -4. | -3. | ±2. | 3. | 4. | 5. | Value                               | Value     |           | Pred. v. | Residual | Pred.Val |
| 30                 | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,852000                            | 0,783762  | 0,068238  | 0,64096  | 2,22690  | 0,003460 |
| 31                 | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,851000                            | 0,777000  | 0,073999  | 0,59679  | 2,41493  | 0,003731 |
| 40                 | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,827000                            | 0,760015  | 0,066984  | 0,48585  | 2,18600  | 0,003107 |
| 46                 | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,814000                            | 0,726633  | 0,087367  | 0,26781  | 2,85117  | 0,004006 |
| 131                | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,616000                            | 0,679513  | -0,063513 | -0,03996 | -2,07271 | 0,004854 |
| 134                | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,607000                            | 0,673176  | -0,066176 | -0,08135 | -2,15961 | 0,005070 |
| 144                | .   | .   | .   |     | .  | *  | .  | 0,556000                            | 0,444111  | 0,111889  | -1,57751 | 3,65145  | 0,005700 |
| Minimum            | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,556000                            | 0,444111  | -0,066176 | -1,57751 | -2,15961 | 0,003107 |
| Maximum            | .   | .   | .   |     | .  | *  | .  | 0,852000                            | 0,783762  | 0,111889  | 0,64096  | 3,65145  | 0,005700 |
| Mean               | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,731857                            | 0,692030  | 0,039827  | 0,04180  | 1,29973  | 0,004275 |
| Median             | .   | .   | .   | *   | .  | .  | .  | 0,814000                            | 0,726633  | 0,068238  | 0,26781  | 2,22690  | 0,004006 |

Рис. 9. Аналіз викидів

Очевидно, що вилучати це спостереження (1 із 187) з моделі не доцільно, оскільки регресія суттєво не зміниться.

За допомогою побудованої регресійної моделі можна отримати прогнози значення залежної Індeksu людського розвитку для заданих значень регресорів та знайти інтервал надійності.

Наприклад для  $Tr = 68,5$ ,  $VVP = 8,215$ ,  $G = 11,3$  та  $SC = 15,1$  отримаємо наступне прогнозне значення (рис. 10).

| Predicting Values for (Ex4_1.sta)                       |           |          |                  |
|---------------------------------------------------------|-----------|----------|------------------|
| variable: ІРЛП                                          |           |          |                  |
| Variable                                                | b-Weight  | Value    | b-Weight * Value |
| Очікувана тривалість життя                              | 0,007333  | 68,50000 | 0,502293         |
| Валовий національний дохід                              | -0,000045 | 8,21500  | -0,000366        |
| Середня тривалість отриманої освіти дорослого населення | 0,018173  | 11,30000 | 0,205359         |
| Очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку      | 0,015934  | 15,10000 | 0,240608         |
| <b>Intercept</b>                                        |           |          | -0,177857        |
| Predicted                                               |           |          | 0,770037         |
| -95,0%CL                                                |           |          | 0,760219         |
| +95,0%CL                                                |           |          | 0,779854         |

Рис. 10. Прогнозні значення індексу людського розвитку для заданих значень регресорів

Передбачуване значення для  $I = 0,76$  із ймовірністю 0,95 дійсне значення  $I$  має потрапити в інтервал (0,77; 0,78).

Дані були розраховані за реальними значеннями показників України за 2014 рік [4], для якої ІЛР становить 0,734. Це свідчить про те, що при визначенні реального рівня життя в країні необхідно враховувати диспаритет валют.

### Висновки та перспективи подальших розвідок

Подальше удосконалення методології оцінювання і широке впровадження економетричних оцінок людського розвитку в практику стане реалізацією гуманізації економіки, нових підходів до прогнозування та розроблення оптимальних заходів розвитку за критерієм вартості й ефективності, визначення сприятливого і

---

несприятливого впливу на розвиток людини економічних, політичних змін, визначення пріоритетів при розподілі фінансових ресурсів.

### **Список літератури**

1. Глобальний сайт ООН : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://hdr.undp.org>.
2. Матеріали Вікіпедії : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://uk.wikipedia.org/wiki>.
3. United Nations Development Programme. Human Development Reports : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://hdr.undp.org/en/content/2014-human-development-report-media-package>.
4. Ковальчук О.Я. Метод. вказівки для виконання практ. завдань з курсу “Статистичний аналіз даних” / О.Я. Ковальчук. – Тернопіль: Економічна думка, 2015. – 88 с.
5. Звіт ООН з розвитку людського потенціалу : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://infolight.org.ua/content/index-rozvitku-lyudskogo-potencialu-2013-reyting-ukrayini>.
6. Lutz, W. and KC, S. (2011). Global Human Capital: Integrating Education and Population. // *Science*, №333(6042), - pp. 587-592.
7. Anand, S. (1994). Human development Index: Methodology and Measurement. [online] Econpapers.repec.org. Available at: <http://econpapers.repec.org/paper/hdrhdocpa/hdocpa-1994-02.htm> [Accessed 10 Jun. 2016].

### **References**

1. *Hlobal'nyy sayt OON*. (2016). Retrieved from: <http://hdr.undp.org>.
2. *Materialy Vikipediyi*. (2016). Retrieved from: <http://uk.wikipedia.org/wiki>.
3. *United Nations Development Programme. Human Development Reports*. (2014). Retrieved from: <http://hdr.undp.org/en/content/2014-human-development-report-media-package>.
4. Koval'chuk, O. Ya. (2015). *Metod. vkazivky dlya vykonannya prakt. zavdan' z kursu "Statystychnyy analiz danykh"*. Ternopil': Ekonomichna dumka.
5. *Zvit OON z rozvytku lyuds'koho potentsialu*. (2013). Retrieved from: <http://infolight.org.ua/content/index-rozvitku-lyudskogo-potencialu-2013-reyting-ukrayini>.
6. Lutz, W. and KC, S. (2011). Global Human Capital: Integrating Education and Population. *Science*, 333(6042), 587-592.
7. Anand, S. (1994). *Human development Index: Methodology and Measurement*. Retrieved from: <http://econpapers.repec.org/paper/hdrhdocpa/hdocpa-1994-02.htm>.

**Стаття надійшла до редакції 07.06.2016 р.**